

Bernard Kowolik<sup>1</sup>, Jan Zamorowski<sup>2</sup>

## NOŚNOŚĆ STALOWYCH ELEMENTÓW ŚCISKANYCH I ZGINANYCH, POJEDYNCZYCH I ZŁOŻONYCH, Z UWZGLĘDNIENIEM IMPERFEKCJI WEDŁUG NORM PN-EN 1993-1-1 I PN-EN 1090-2

### Wprowadzenie

Efekty oddziaływań w postaci sił wewnętrznych i momentów zginających wyznacza się zgodnie z analizą I lub II rzędu. W analizie II rzędu, w odróżnieniu od analizy I rzędu, uwzględnia się wpływ deformacji na statykę układu. Zakres zastosowania tych analiz podano w p. 5.2 Eurokodu PN-EN 1993-1-1 [1].

W metodzie stanów granicznych wymaga się, aby spełnione były odpowiednie warunki nośności przekroju poprzecznego i nośności elementów w zależności od efektów oddziaływań. Podane w p. 6.2 [1] warunki nośności przekroju dotyczą pojedynczych efektów oddziaływań (np. siły osiowej, momentu zginającego, siły poprzecznej) lub złożonych efektów oddziaływań (np. siły osiowej i momentu zginającego, momentów zginających w dwóch płaszczyznach). Uwzględnia się w nich niestateczność miejscową wynikającą ze smukłych ścianek przekroju poprzecznego (przekroje klasy 4), a także rezerwę plastyczną przekroju (przekroje klasy 1 i 2). Z kolei w analizie nośności elementu uwzględnia się wpływ niestateczności ogólnej w postaci wyboczenia lub (i) zwiczenia. Nośność stalowych elementów pojedynczych można wyznaczyć wg teorii I rzędu z wykorzystaniem współczynnika wyboczeniowego lub (i) zwiczenia albo też wg teorii II rzędu ze wzorów wytrzymałościowych, uwzględniając wstępne i sprężyste wygięcia pręta. W przypadku ściskania przyjmuje się strzałkę wstępnego wygięcia w granicach od  $L/300$  do  $L/100$ , w zależności od krzywej wyboczeniowej, która jest uzależniona od rodzaju elementu i typu przekroju. W przypadku zaś analizy podpartych przegubowo, ściskanych i zginanych prętów złożonych o pasach równoległych istotne stają się

<sup>1</sup> Politechnika Śląska w Gliwicach, Wydział Budownictwa, ul. Akademicka 5, 44-100 Gliwice, e-mail: bernard.kowolik@polsl.pl

<sup>2</sup> Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej, Wydział Inżynierii Materiałów, Budownictwa i Środowiska, ul. Willowa 2, 43-309 Bielsko-Biała, e-mail: zamski@interia.pl

dwa zjawiska: utrata stateczności pręta jako całości i wyboczenie pojedynczej gałęzi między przewiązkami lub węzłami skratowania. Zjawiska te ujęto w normie w dwojaki sposób. Do określenia wpływu niestateczności ogólnej zastosowano teorię II rzędu, wyznaczając siłę w gałęzi z uwzględnieniem wstępnej imperfekcji łukowej  $e_0 = L/500$  ( $L$  - długość wyboczeniowa pręta), wpływu momentu od obciążeń zewnętrznych oraz wpływu sprężystego wygięcia pręta ujętego za pomocą współczynnika amplifikacji. Z kolei wpływ utraty stateczności pojedynczej gałęzi na odcinku między przewiązkami lub węzłami skratowań analizuje się wg teorii I rzędu, wprowadzając współczynnik wyboczeniowy do wzoru na nośność gałęzi. Odpowiednie warunki oceny nośności (stateczności) elementów pełnościennych podano w p. 6.3 normy [1], a elementów złożonych o pasach równoległych - p. 6.4. W przypadku zaś pełnej analizy II rzędu ściskanych prętów złożonych, oprócz wstępnego wygięcia całego pręta, należy uwzględnić wszystkie możliwe postacie imperfekcji łukowych pojedynczych gałęzi między przewiązkami lub węzłami skratowań oraz elementów skratowania, przyjmując wartości strzałek wstępnego wygięcia jak dla prętów pojedynczych.

W ogólnym przypadku, jeśli w analizie II rzędu zostaną uwzględnione lokalne imperfekcje łukowe zastępujące wyboczenie, a w przypadku elementu zginanego również imperfekcje łukowe zastępujące zwichrzenie, to wystarczające jest wykazanie, że warunek nośności przekroju jest spełniony.

W normie PN-EN1090-2 [2], dotyczącej wykonania konstrukcji stalowych, określono dopuszczalne odchyłki w ramach podstawowych i funkcjonalnych tolerancji wytwarzania i montażu. Tolerancje podstawowe są istotne ze względu na podstawowe kryteria oceny nośności i stateczności całej konstrukcji, a funkcjonalne - ze względu na możliwość dopasowania elementów i wygląd konstrukcji. W przypadku słupów jednokondygnacyjnych, w ramach podstawowych tolerancji montażu, podano dopuszczalną odchyłkę wzajemnego przesunięcia końców słupa ( $L/300$ , gdzie  $L$  - wysokość słupa) oraz dopuszczalną strzałkę wygięcia względem cięciwy pręta ( $L/750$ ).

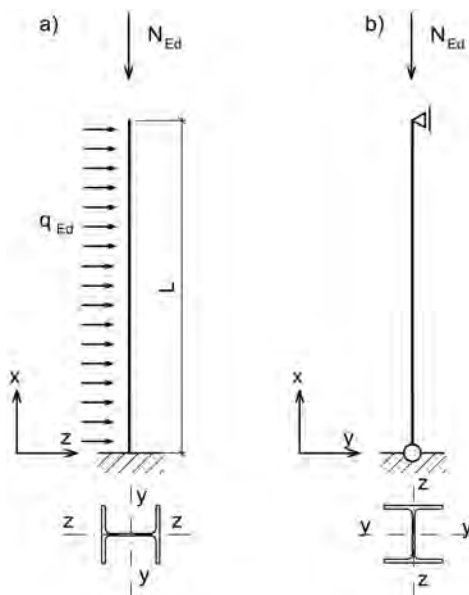
W niniejszej pracy przedstawiono wyniki analizy nośności wspornikowych słupów - pełnościennego i złożonego - wyznaczonych według teorii I rzędu, zgodnie z warunkami normowymi, oraz wg teorii II rzędu, uwzględniając imperfekcje zgodnie z normami PN-EN 1993-1-1 [1] i PN-EN 1090-2 [2]. Dokonano porównania tych nośności dla elementów ściskanych siłą osiową i zginanych równomiernie rozłożonym obciążeniem poprzecznym o stałej intensywności.

## **1. Analiza nośności ściskanego i zginanego wspornikowego słupa pełnościennego**

### **1.1. Założenia analizy**

Analizę statyczno-wytrzymałościową wykonano dla słupa ściskanego i zginanego o schemacie wspornika w płaszczyźnie zginania względem osi „silniejszej”

oraz przegubowo podpartego w drugiej płaszczyźnie na obu końcach (rys. 1). Słup o takim schemacie występuje w halach o poprzecznych układach słupowo-wiązardowych, stężonych na długości obiektu. Przyjęto pionowe obciążenie słupa siłą osiową  $N_{Ed}$  oraz poziome - parciem wiatru  $q_{Ed} = 5 \text{ kN/m}$ . Założono przekrój słupa HEA 300. Obliczenia wykonano dla słupów o wysokości od  $L = 2 \text{ m}$  do  $L = 10 \text{ m}$ , co  $1,0 \text{ m}$ . Badany zakres smukłości elementów wynosił zatem od 31 do 157 względem osi  $y$  oraz od 26 do 133 względem osi  $z$ .



Rys. 1. Schemat statyczny analizowanego słupa: a) w płaszczyźnie zginania  $xz$ , b) w płaszczyźnie  $xy$

## 1.2. Nośność przekroju zginanego z siłą podłużną

Przekrój słupa został sprawdzony ze względu na jednokierunkowe zginanie z siłą podłużną zgodnie z formułami podanymi p. 6.2.9 normy [1] przewidzianymi dla dwuteowników walcowanych:

$$M_{N,y,Rd} = \min \begin{cases} M_{pl,y,Rd} \frac{1-n}{1-0,5a} \\ M_{pl,y,Rd} \end{cases} \quad (1)$$

$$M_{N,z,Rd} = \begin{cases} M_{pl,z,Rd} & \text{gdyn} \leq a \\ M_{pl,z,Rd} \left[ 1 - \left( \frac{n-a}{1-a} \right)^2 \right] & \text{gdyn} > a \end{cases} \quad (2)$$

gdzie  $n = N_{Ed}/N_{pl,Rd}$  oraz  $a = (A - 2bt_f)/A$ , przy czym  $a \leq 0,5$ .

W przypadku dwukierunkowego zginania wykorzystano warunek nośności:

$$\left( \frac{M_{y,Ed}}{M_{N,y,Rd}} \right)^\alpha + \left( \frac{M_{z,Ed}}{M_{N,z,Rd}} \right)^\beta \leq 1 \quad (3)$$

gdzie:  $\alpha = 2$ ,  $\beta = 5n$  oraz  $\beta \geq 1$ .

Przyrównując warunek (3) do jedności, otrzymuje się powierzchnię graniczną dla interakcji momentów zginających w obu kierunkach i siły podłużnej.

### 1.3. Nośność elementu zginanego i ściskanego według p. 6.3.3 normy [1]

Nośność (stateczność) bisymetrycznych elementów pełnościennych o stałym przekroju można sprawdzać według warunków (6.61) podanych w normie [1]. W przypadku zginania w jednej płaszczyźnie i przekroju klasy 1 lub 2 warunki te można zapisać w postaci:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,Rk}} \leq 1 \quad (4)$$

$$\frac{N_{Ed}}{\gamma_{M1}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\gamma_{M1}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,Rk}} \leq 1 \quad (5)$$

$$\frac{N_{Ed}}{\gamma_{M1}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\gamma_{M1}} \leq 1$$

W powyższych warunkach interakcję ściskania i zginania uwzględniono za pomocą współczynników  $k_{ij}$ , gdzie  $i, j = y$  lub  $z$ . Wartości tych współczynników wyznacza się dwiema alternatywnymi metodami. Pierwsza z nich oparta jest na teoretycznym rozwiązaniu sprężystym pręta ściskanego i zginanego, a druga na wynikach symulacji komputerowych. Arkusz krajowy normy [1] zaleca stosować metodę 2 według załącznika B.

W przypadku analizowanego słupa przyjęto długość wyboczeniową w płaszczyźnie obciążenia  $L_{cr,y} = 2 \cdot L$ , tj. jak dla wspornika (w wytycznych [3] zaleca się przyjmując  $L_{cr,y} = 1,5 \cdot L$  ze względu na pewną sztywność połączenia z więzarem) oraz z płaszczyzny  $L_{cr,z} = L$ , tj. jak dla elementu przegubowo-przegubowego.

Moment krytyczny analizowanego słupa został wyznaczony zgodnie z opracowaniem [3], a współczynnik zwichrzenia zgodnie z procedurą przeznaczoną dla dwuteowników walcowanych. Uwzględniono przy tym rozkład momentu zginającego na długości elementu. Stwierdzono, że w przypadku analizowanego słupa współczynnik zwichrzenia określony przy zablokowanym obrocie na swobodnym końcu jest bliski jedności przy założeniu braku siły osiowej. W związku z powyższym, w przeprowadzonej analizie przyjęto, że zwichrzenie elementu nie wystąpi,

co pozwoliło na niezależną analizę II rzędu wpływu ściskania i zginania wstępnie wygiętego elementu. Współczynnik korelacji  $k_{yy}$  wyznaczono zgodnie z tablicą B1 normy [1] z uwzględnieniem przechyłowego charakteru wybożenia słupa, a współczynnik  $k_{zy}$  jako równy  $0,6 \cdot k_{yy}$ , przy  $C_{my} = 0,9$ .

Wartości sił osiowych  $N_{Ed}$  dobrano w taki sposób, aby był spełniony warunek nośności elementu (4) lub (5).

Uzyskane wyniki dla różnych wysokości słupa (a tym samym smukłości) przedstawiono w tabeli 1. W kolumnie 2 zamieszczono wysokości słupa, w kolumnach 3 i 4 - smukłości, a w kolumnach 5 i 6 - nośności obliczeniowe elementu na ściskanie z uwzględnieniem wybożenia względem osi y i z. Maksymalne siły, jakie może przejść zginany i ściskany słup, obliczone według teorii I rzędu ze wzorów (4) i (5) zawarto w kolumnach 7 i 8 tabeli.

TABELA 1

**Smukłości, nośności elementu na ściskanie i wartości sił  $N_{Ed}$  [kN]**

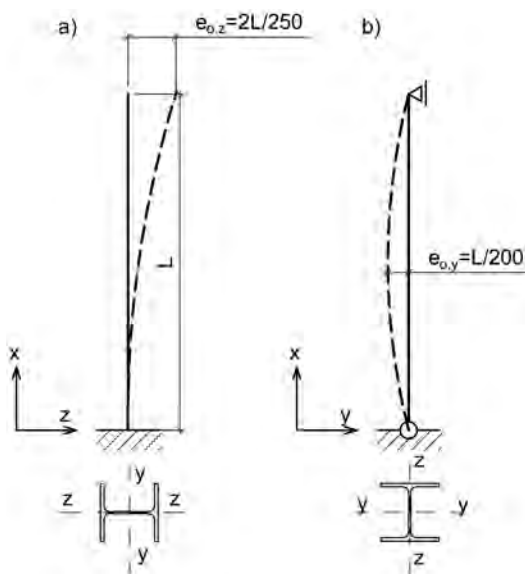
Lp.	L [m]	Smukłość		Nośność elementu na ściskanie $N_{b,Rd}$ [kN]		Siła $N_{Ed}$ [kN]		Siła $N_{Ed}$ wyznaczona z analizy II rzędu z uwzględnieniem imperfekcji zgodnie	
		$\lambda_y$	$\lambda_z$	$N_{y,b,Rd}$	$N_{z,b,Rd}$	wg (4)	wg (5)	z rys. 2a	z rys. 2b
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	31,4	26,4	2515	2530	2437	2482	2290	2471
2	3	47,1	40,0	2336	2335	2150	2221	2040	2354
3	4	62,8	53,4	2117	2125	1791	1923	1738	2198
4	5	78,4	66,7	1856	1898	1384	1592	1410	1875
5	6	94,2	80,1	1573	1662	985	1255	1094	1410
6	7	109,9	93,5	1307	1434	679	969	820	1015
7	8	125,6	106,8	1082	1228	444	726	595	709
8	9	141,3	120,2	900	1051	273	530	411	475
9	10	157,0	133,5	756	902	150	376	232	280

#### 1.4. Analiza II rzędu z uwzględnieniem imperfekcji zgodnie z normą [1]

Projektując pojedyncze elementy (np. słupy jednołąźziowe) lub elementy złożone (np. słupy wielogałęziowe, wiązary, układy ramowe), zakłada się, że nie będą one idealne wykonane, lecz będą obarczone różnorodnymi imperfekcjami wynikającymi z procesu wytwarzania, transportu i montażu. W normie [1] wpływ odchyłek geometrycznych i naprężeń własnych ujęto w postaci globalnych imperfekcji układów ramowych i stężeń oraz lokalnych imperfekcji, to jest wygięć pojedynczych elementów. Wstępne wygięcia łukowe uzależniono od typu przekroju i kierunku wybożenia, a ich strzałki zróżnicowano w granicach od  $L/300$  do  $L/100$ , uzależ-

niając je od krzywej wybocheniowej. Wstępne imperfekcje przechyłowe i lokalne imperfekcje łukowe w analizie II rzędu zastępują wpływ wybochenia (współczynnik wybocheniowy) w analizie I rzędu. Jeżeli dodatkowo w analizie II rzędu uwzględnić imperfekcje łukowe zastępujące zwichrzenie (lub gdy element nie podlega zwichrzeniu), to wystarczające jest wykazanie, że nośność przekroju jest zachowana. W przypadku dwuteowych przekrojów zginanych i ściskanych wystarczy wówczas wykazać, że spełnione są warunki (1), (2) lub (3), czyli że wartości sił przekrojowych  $N_{Ed} - M_{y,Ed} - M_{z,Ed}$  nie wychodzą poza powierzchnie interakcji.

Zgodnie z normą [1], analizowanemu w pracy dwuteownikowi szerokostopowemu przyporządkowano krzywą wybocheniową b, przy wyboczeniu względem osi y-y i c, przy wyboczeniu względem osi z-z oraz strzałki wstępnych wygięć odpowiednio  $L/250$  i  $L/200$ . Ponadto w przypadku wybochenia względem osi y-y uwzględniono schemat statyczny wspornika (rys. 2), przyjmując  $e_{0,y} = 2L/250$ .



Rys. 2. Wstępne imperfekcje łukowe: a) w płaszczyźnie zginania xz, b) w płaszczyźnie xy

Uzyskane wartości sił wg teorii II rzędu z uwzględnieniem wstępnego wygięcia pręta względem osi y i z jak na rysunku 2 zamieszczono w kolumnach 9 i 10 tabeli 1. W przypadku małych wysokości słupów, w których wpływ momentu jest niewielki, wartości sił uzyskane wg teorii II rzędu są mniejsze o 3÷6% od sił otrzymanych na podstawie wyrażeń normowych. Z kolei, w przypadku wysokich słupów, w których wpływ momentu jest istotny, siły te są znacznie większe w porównaniu z siłami uzyskanymi ze wzorów normowych. W słupie o wysokości 10 m różnice te wynoszą nawet 55%, a przy wysokości 7,0 m przekraczają jeszcze 20%. Powyższe wyniki wskazują, że w przypadku dużych smukłości słupów wzory normowe mogą

być przeszacowane albo wartości strzałek wstępnych imperfekcji łukowych są niedoszacowane. W normie [1] brakuje wzorów na dokładną wartość współczynnika  $C_m$  dla wspornika z obciążeniem równomiernie rozłożonym o stałej intensywności. W przypadku wyników uzyskanych dla słupa o wysokości 2 m wpływ ściskania w warunku nośności wynosi ok. 97%, a zginania ok. 3% (przy współczynniku korelacji nieznacznie przekraczającym 1). W analizie II rzędu dla słupa o wysokości 2 m uzyskano aż 5-krotny wzrost momentu utwierdzenia, co w znaczący sposób wpłynęło na nośność przekroju zginanego ze siłą podłużną. W przypadku zaś słupa wysokiego  $L = 10$  m wpływ ściskania w warunku nośności wynosi ok. 20%, a zginania ok. 77% (przy współczynniku korelacji ok. 1,04). W takim słupie przy obliczeniach wg teorii II rzędu uzyskano wzrost momentu utwierdzenia tylko o około 17%, więc przekrój był w stanie przejść większą siłę osiową.

W analizowanych słupach różnice w wynikach wg teorii I i II rzędu pręta ściskanego (bez wpływu poprzecznego obciążenia) wynoszą od 2,5% w słupie wysokim do 7,0% w słupach niskich.

Uzyskane wyniki obliczeń dla słupa ściskanego i zginanego wskazują na potrzebę dokładniejszej kalibracji współczynników korelacji, a w szczególności współczynników równoważnego stałego momentu  $C_m$ .

### 1.5. Analiza II rzędu z uwzględnieniem imperfekcji zgodnie z normą [2]

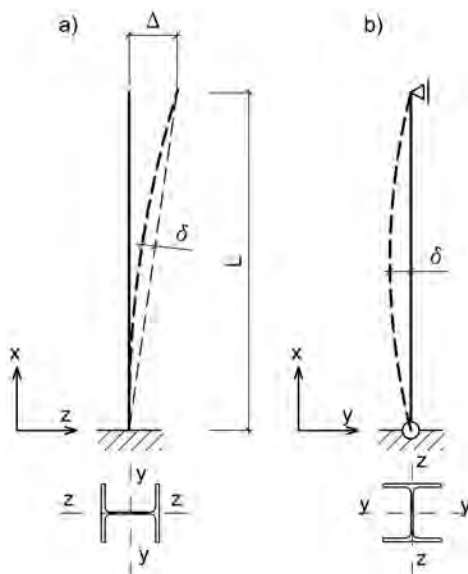
W normie PN-EN1090-2 [2], dotyczącej wykonania konstrukcji stalowych, określono dopuszczalne odchyłki w ramach podstawowych i funkcjonalnych tolerancji wytwarzania i montażu. W przypadku słupów jednokondygnacyjnych podano dopuszczalne odchyłki wzajemnego przesunięcia końców słupa  $\Delta$  oraz dopuszczalne strzałki wygięcia względem cięciwy pręta  $\delta$  (tab. 2 i rys. 3).

TABELA 2

Wartości odchyłek wykonawczych słupa pełnościennego

Lp.	Nazwa	Tabela w normie [2]	Dopuszczalna tolerancja	
			przesunięcia końców słupa	strzałki wygięcia względem cięciwy
1	Podstawowa tolerancja montażu	D.1.11	$\Delta = \pm L/300$	$\delta = \pm L/750$
2	Funkcjonalna tolerancja montażu	D.2.23	$\Delta = \pm L/300$ (kl. 1) $\Delta = \pm L/500$ (kl. 2)	
3	Funkcjonalna tolerancja wytwarzania	D.2.7		$\delta = \pm L/750$ , $ \delta  \geq 5$ mm (kl. 1) $\delta = \pm L/750$ , $ \delta  \geq 3$ mm (kl. 2)

W analizie II rzędu uwzględniono, że odchyłki te mogą wystąpić jednocześnie. Przyjęto wartości:  $\Delta = \pm L/300$  oraz  $\delta = \pm L/750$ , lecz nie mniej niż 5 mm.



Rys. 3. Przyjęte w analizie statyczno-wytrzymałościowej odchyłki wykonawcze:  
 a) przechył i wygięcie elementu w płaszczyźnie zginania xz,  
 b) wygięcie elementu w płaszczyźnie xy

W związku z tym, że przesunięcie głowicy słupa wyznaczone zgodnie z normą wykonawczą [2] jest mniejsze niż wyznaczone zgodnie z normą projektową [1], uzyskano wyższe wartości dopuszczalnych sił  $N_{Ed}$ . Różnice tych wartości w porównaniu do wyników uzyskanych z imperfekcjami jak w normie [1] wynoszą od 6,6% w słupie najniższym do 16,4% w najwyższym słupie.

## 2. Analiza nośności ściskanego i zginanego wspornikowego słupa złożonego

### 2.1. Przyjęty schemat statyczny

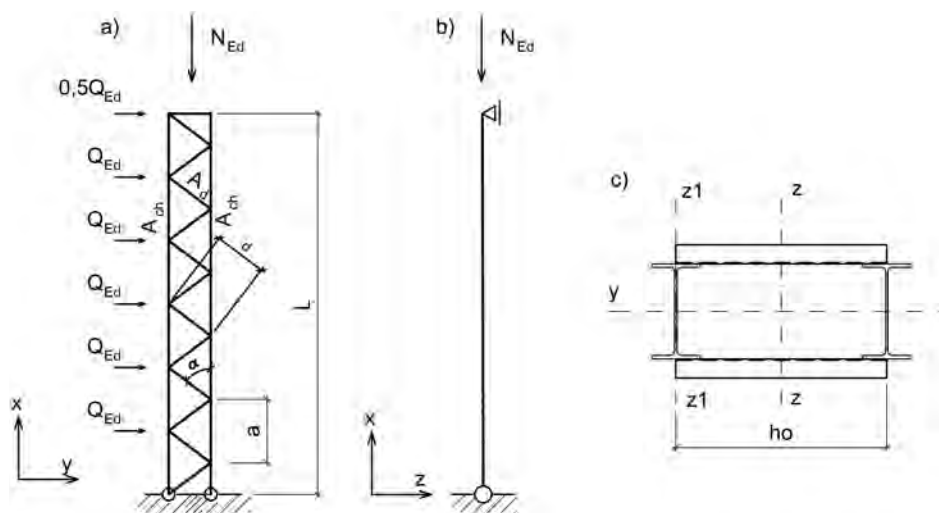
Słupy złożone dwu- i wielogałęziowe składają się z pasów (gałęzi) oraz elementów je łączących tj. przewiązek lub prętów skratowania. Słupy skratowane najczęściej stosuje się przy obciążeniu siłą osiową i momentem zginającym lub gdy odległość między gałęziami wymuszałaby zastosowanie dużych rozmiarów blach przewiązek.

Do analizy statyczno-wytrzymałościowej przyjęto słup dwugałęziowy skratowany o pasach równoległych (rys. 4). Na pasy słupa przewidziano dwuteowniki IPE 300, a na skratowanie L60 x 60 x 5. Pasy słupa zostały połączone wspólną głowicą o sztywności dwuteownika HEA300. Przyjęto rozstaw gałęzi  $h_0 = 660$  mm i rozstaw węzłów skratowania  $a = 1000$  mm.

Słup obciążono siłą osiową  $N_{Ed}$  i siłami poziomymi przyłożonymi w węzłach o wartościach  $Q_{Ed} = q_{Ed} \cdot a$ , gdzie  $q_{Ed}$  jak w przypadku słupa pełnościennego.



Obliczenia wykonano dla słupa o wysokości od  $L = 4$  m do  $L = 15$  m, co odpowiada zakresowi smukłości elementów względem osi  $y$  ( $\lambda = L/i_y$ ) od 32 do 120 oraz względem osi  $z$  ( $\lambda = 2L/i_{eff}$ ) od 24 do 91. Smukłość pojedynczej gałęzi względem osi  $z_1$  ( $\lambda = a/i_{z1}$ ) wynosiła 30.



Rys. 4. Schemat statyczny analizowanego słupa: a) w płaszczyźnie zginania  $xy$ , b) w płaszczyźnie  $xz$ , c) przekrój słupa

## 2.2. Nośność elementu zginanego i ściskanego według p. 6.4 normy [1]

Elementy złożone o pasach równoległych oblicza się zgodnie z pkt. 6.4 w normie [1]. Przedstawione tam reguły i wzory obowiązują dla elementów podpartych przegubowo z jednakowymi przedziałami modułarnymi przy ich liczbie nie mniejszej od trzech. W przypadku innych warunków podparcia można stosować odpowiednie modyfikacje reguł.

Normowy sposób sprawdzenia nośności złożonego słupa polega na określeniu siły w gałęzi wg teorii II rzędu i sprawdzeniu nośności tej gałęzi wg teorii I rzędu. W celu wyznaczenia siły w pasie przyjmuje się wstępną imperfekcję łukową  $e_0 = L/500$ , następnie określa moment zginający w połowie wysokości słupa z uwzględnieniem odkształceń sprężystych, które wynikają ze współczynnika amplifikacji wprowadzonego do mianownika wzoru na moment  $M_{Ed}$  - patrz wyjaśnienia do wzoru (6.69) w normie [1], po czym określa się siłę w pasie ze wzoru (6.69). Współczynnik wyboczeniowy do sprawdzenia nośności pasa uwzględnia wpływ jego wyboczenia na odcinku między węzłami skratowania lub przewiązkami. Przykłady obliczeniowe sprawdzania nośności wspornikowego dwugałęziowego słupa ściskanego i zginanego można znaleźć w [4, 5].

W przypadku analizowanego wspornikowego słupa przyjęto  $e_o = 2 \cdot L/500$ ,  $L_{cr,z} = 2 \cdot L$  oraz długość wyboczeniową pojedynczej gałęzi w płaszczyźnie skręcania równą odległości a między węzłami słupa - patrz rysunek 4. (Długość tę w materiałach [4] przyjęto jako równą  $0,9 \cdot a$ , jak dla pasów kratownicy.)

W przypadku wyboczenia względem osi y przyjmuje się  $L_{cr,y} = \mu \cdot L$ . Uwzględniając, że siła osiowa w pasie słupa zmienia się na jego wysokości od wartości  $N_{Ed,1} = 0,5N_{Ed}$  do  $N_{Ed,2} = 0,5N_{Ed} + M^2_{Ed}/h_o$ , współczynnik długości wyboczeniowej określono w sposób uproszczony, z warunku (6), jak dla liniowego wzrostu siły osiowej:

$$\mu_y = \sqrt{\frac{1 + 0,88N_{Ed,1}/N_{Ed,2}}{1,88}} \quad (6)$$

W przypadku liniowej zmiany wartości siły osiowej od  $N_{Ed,1} = 0$  do  $N_{Ed,2}$  wartość współczynnika  $\mu_y$  wynosi 0,729. Z kolei, gdy  $N_{Ed,1} = N_{Ed,2}$ , to  $\mu_y = 1,0$ . W analizowanym słupie wartość tego współczynnika wynosiła od  $\mu_y = 0,742$  dla słupa  $L = 15$  m, gdzie dominuje wpływ zginania, do  $\mu_y = 0,988$  dla słupa niskiego, gdzie istotny staje się wpływ siły osiowej.

Uzyskane wyniki zastawiono w tabeli 3. W kolumnie 3 tej tabeli zamieszczono maksymalną wartość siły osiowej, przy której zostały spełnione normowe warunki nośności dla słupa mimośrodowo obciążonego jak na rysunku 4, w kolumnach 4 i 5 - smukłości, a w kolumnach 6 i 7 stopień wykorzystania nośności przy wyboczeniu pasa z płaszczyzny słupa (kol. 6) oraz w płaszczyźnie między węzłami skręcania (kol. 7). Nośności wyboczeniowe gałęzi przy wyboczeniu w obu kierunkach różnią się jedynie o kilka procent. Można wnioskować, że przekrój poprzeczny słupa został dobrany optymalnie dla przyjętego schematu i obciążenia.

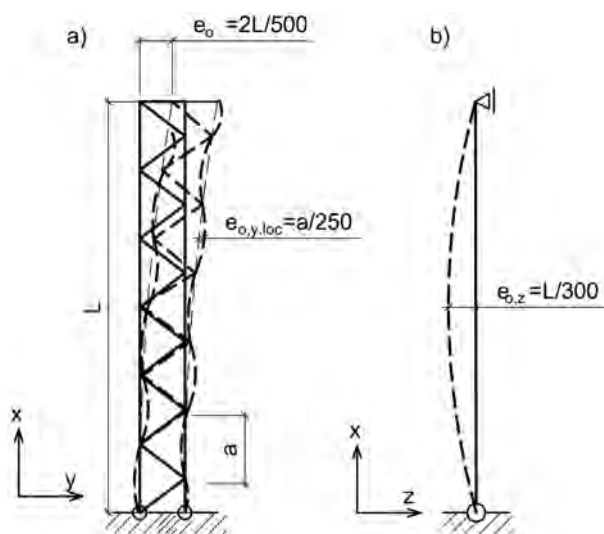
### 2.3. Analiza II rzędu z uwzględnieniem imperfekcji zgodnie z normą [1]

Zgodnie z postanowieniem normy [1], w modelu obliczeniowym wspornikowego słupa przyjęto imperfekcje w płaszczyźnie zginania dla słupa jako całości o wartości  $e_o = 2 \cdot L/500$  oraz imperfekcje lokalne ściskanych gałęzi słupa  $e_{o,y,loc} = a/250$  jak dla krzywej wyboczeniowej przypisanej do dwuteownika IPE 300 przy wyboczeniu względem „slabszej” osi. W niskich słupach, w których obie gałęzie były ściskane, uwzględniono zróżnicowaną postać wyboczenia lokalnego obu gałęzi względem siebie. Na rysunku 5a pokazano jedną z możliwych postaci tego wyboczenia. (Więcej informacji o zasadach numerycznej analizy ściskanego słupa złożonego zawarto w [6].) W przypadku wyboczenia z płaszczyzny wartość strzałki wstępnego wygięcia dla przekroju dwuteowego IPE wynosi  $e_{o,y} = L/300$ . W obliczeniach uwzględniono jeszcze lokalne imperfekcje ściskanych krzyżulców jak dla krzywej wyboczeniowej b.

TABELA 3

Porównanie stopnia wyłączenia elementu

Lp.	L [m]	Wartości sił $N_{Ed}$ [kN] uzyskane zgodnie z p. 6.4 [1]	Smukłość		Stopień wykorzystania nośności uzyskany				
			$\lambda_y$	$\lambda_{z,eff}$	zgodnie z p. 6.4 w [1] przy wyoboczeniu względem		z analizy nieliniowej z imperfekcjami wg [1] względem osi		z analizy nieliniowej z odchyłkami wg [2]
					osi y	osi $z_1$	osi y	osi $z_1$	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4	2176	31,7	24,2	0,94	1,00	0,91	0,96	0,95
2	5	2070	39,3	30,3	0,94	1,00	0,90	0,95	0,95
3	6	1944	46,7	36,4	0,95	1,00	0,89	0,95	0,94
4	7	1797	53,9	42,4	0,95	1,00	0,89	0,95	0,94
5	8	1661	60,7	48,5	0,97	1,00	0,88	0,96	0,95
6	9	1449	66,2	54,5	0,97	1,00	0,86	0,96	0,92
7	10	1257	72,9	60,6	0,98	1,00	0,85	0,93	0,92
8	11	1049	78,1	66,7	1,00	0,99	0,84	0,91	0,90
9	12	803	82,3	72,7	1,00	0,95	0,81	0,87	0,87
10	13	554	85,6	78,8	1,00	0,90	0,79	0,83	0,81
11	14	309	87,9	84,8	1,00	0,83	0,76	0,77	0,77
12	15	66	89,2	90,9	1,00	0,75	0,72	0,72	0,72



Rys. 5. Wstępne imperfekcje słupa dwugałęzowego wg [1]:  
 a) w płaszczyźnie zginania xz, b) w płaszczyźnie xy

Uzyskane wyężenie przekroju pasa przy sile  $N_{Ed}$  określonej wg pkt. 6.4 w [1] (patrz kol. 3 w tabeli 3) zamieszczono w kolumnach 8 i 9 tabeli 3. Z kolei maksymalne dopuszczalne ze względu na nośność obciążenie siłą osiową  $N_{Ed}$  zawarto w kolumnie 4 tabeli 4. W kolumnie 3 tej tabeli powtórzono wartości zamieszczone w kolumnie 3 tabeli 3. W nawiasach w kolumnie 4 podano procentowe różnice w wartościach sił między kolumnami 3 i 4. Wynoszą one 1,2% w przypadku słupa o wysokości 4 m, 8,2% w słupie o wysokości 10 m oraz ponad 36% w słupie o wysokości 13 m.

TABELA 4

Porównanie wartości sił  $N_{Ed}$  [kN]

Lp.	L [m]	Wartości sił $N_{Ed}$ [kN] uzyskane		
		zgodnie z p. 6.4 [1]	z analizy nieliniowej z uwzględnieniem imperfekcji zgodnie z normą	
			PN-EN 1993-1-1 [1]	PN-EN 1090-2 [2]
1	2	3	4	5
1	4	2176	2203 (+1,2%)	2237 (+2,8%)
2	5	2070	2111 (+2,0%)	2142 (+3,5%)
3	6	1944	1998 (+2,8%)	2026 (+4,2%)
4	7	1797	1840 (+2,4%)	1872 (+4,2%)
5	8	1661	1685 (+3,8%)	1728 (+4,0%)
6	9	1449	1511 (+4,3%)	1559 (+7,5%)
7	10	1257	1326 (+8,2%)	1369 (+8,9%)
8	11	1049	1136 (+8,3%)	1178 (12,3%)
9	12	803	942 (+17,3%)	986 (+22,8%)
10	13	554	755 (+36,3%)	823 (+48,6%)
11	14	309	546 (+76,7%)	614 (+98,7%)
12	15	66	371 (+462%)	430 (+551%)

W słupach jeszcze wyższych, w których głównym obciążeniem jest obciążenie poprzeczne, różnice te sięgają kilkuset procent. Ściskanie gałęzi takich słupów wynika z dużej wartości momentu zginającego spowodowanego obciążeniem poprzecznym, np. dla słupa o wysokości 15 m moment zginający wynosi 562,5 kNm, co daje wartość siły osiowej w gałęzi (bez wpływu współczynnika amplifikacji) równą  $562,5/0,65 = 870$  kN, podczas gdy wartość siły osiowej od siły  $N_{Ed}$  wynosi zaledwie 33 kN (patrz wiersz 12, kol. 3 w tabeli 4). Wykonana dla tego słupa analiza nieliniowa przy sile osiowej w słupie  $N_{Ed} = 66$  kN wykazała stopień wykorzystania nośności ok. 72%, co pozwoliło zwiększyć wartość tej siły do 371 kN przy wyężeniu gałęzi równym jej nośności. Składowa siły osiowej w gałęzi od siły  $N_{Ed}$  wyniosła zatem 185,5 kN, a sumaryczna siła osiowa w gałęzi wynosiła 1163 kN.

Powyższe wyniki wskazują na potrzebę szerszej analizy normowych wzorów i reguł dotyczących obliczania ściskanych i zginanych słupów dwugąłęziowych według teorii I i II rzędu.

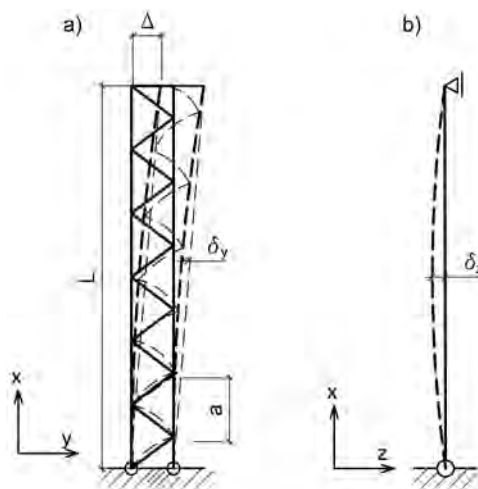
### 2.4. Analiza II rzędu z uwzględnieniem imperfekcji zgodnie z normą [2]

Uwzględniając, że w normie [2] nie zawarto odchyłek dla dwugąłęziowych słupów skratowanych, a taki słupek można traktować jako ustrój kratowy, do analizy przyjęto odchyłki wykonawcze jak dla elementów kratowych (tab. 5 i rys. 6).

TABELA 5

Wartości odchyłek wykonawczych elementów kratowych

Lp.	Nazwa	Tabela w normie [2]	Dopuszczalna tolerancja	
			Odchylenia punktów węzłowych względem linii prostej lub krzywej	Strzałki wygięcia pręta skratowania
1	Podstawowa tolerancja wytwarzania	D.1.10	$\delta = \pm L/500,  \delta  \geq 12 \text{ mm}$	$\delta = \pm L/750,  \delta  \geq 6 \text{ mm}$
2	Funkcjonalna tolerancja wytwarzania	D.2.10	$\delta = \pm L/500,  \delta  \geq 12 \text{ mm}$ (kl. 1) $\delta = \pm L/500,  \delta  \geq 6 \text{ mm}$ (kl. 2)	$\delta = \pm L/500,  \delta  \geq 6 \text{ mm}$ (kl. 1) $\delta = \pm L/1000,  \delta  \geq 3 \text{ mm}$ (kl. 2)



Rys. 6. Przyjęte do analizy statyczno-wytrzymałościowej odchyłki wykonawcze:

- a) przechył i wygięcia elementu kratowego w płaszczyźnie zginania xy,
- b) wygięcie elementu w płaszczyźnie xz

W modelu obliczeniowym uwzględniono (rys. 6):

- przesunięcia końców słupa  $\Delta = L/300$  (jak w tab. 2),
- odchylenia punktów węzłowych pasa względem linii prostej  $\delta_y = \pm L/500$ , lecz nie mniej niż 12 mm (tab. 5),

- strzałki wygięcia pręta skratowania  $\delta = \pm L/500$ , przy czym  $\delta \geq 6$  mm (tab. 5),
- wygięcie słupa z płaszczyzny skratowania jak dla pręta pełnościennego  $\delta_z = \pm L/750$ , lecz nie mniej niż 5 mm (patrz tab. 2).

Uzyskane wyężenie przekroju gałęzi przy siłach  $N_{Ed}$  jak w kolumnie 3 tabeli 3 (otrzymanych ze wzorów normowych [1]) zamieszczono w kolumnie 10 tabeli 3. Z kolei maksymalne dopuszczalne ze względu na nośność obciążenie siłą osiową  $N_{Ed}$  zawarto w kolumnie 5 tabeli 4. W nawiasach podano procentowy wzrost siły  $N_{Ed}$  z kolumny 5 w stosunku do kolumny 3.

W przypadku odchyłek określonych normą [2] uzyskano nieco większe wartości sił w porównaniu do wartości otrzymanych dla wstępnych imperfekcji wg [1]. Powyższe jest spowodowane mniejszymi wartościami odchyłek dopuszczonych normą wykonawczą. Większe wartości imperfekcji początkowych wg [1] obejmują oprócz odchyłek wykonawczych jeszcze wpływ naprężeń własnych.

### Podsumowanie

W artykule omówiono procedury związane z analizą nośności przekroju poprzecznego i nośności elementu mimośrodowo ściskanego na przykładzie słupa pełnościennego i złożonego. Schematem statycznym słupa w płaszczyźnie zginania był wspornik, a w płaszczyźnie prostopadłej - pręt dwuprzegubowy. Obciążenie słupa stanowiła siła osiowa i poziome oddziaływanie wiatru o stałej intensywności na wysokości słupa. Poszukiwano maksymalnej wartości siły osiowej, przy której byłyby spełnione warunki nośności słupów o różnej wysokości, przy stałej wartości poprzecznego obciążenia,

Obliczenia statyczno-wytrzymałościowe wykonano zgodnie:

- ze wzorami normowymi Eurokodu 1993-1-1 [1],
- z teorią II rzędu, uwzględniając zastępcze imperfekcje wg [1],
- z teorią II rzędu, uwzględniając odchyłki wynikające z tolerancji wykonawczych wg [2].

Uzyskane wyniki wskazują na istotne różnice w wartościach maksymalnej siły ściskającej obliczonej wg teorii I rzędu ze wzorów normowych w porównaniu do uzyskanych wg teorii II rzędu z geometrycznymi imperfekcjami w słupach wysokich, w których o wymiarowaniu decyduje obciążenie poprzeczne. Różnice te są znacznie większe niż w słupach ściskanych bez poprzecznego obciążenia.

W przypadku słupów pojedynczych istnieje potrzeba lepszego skorelowania współczynników interakcji z wynikami analiz numerycznych, w tym dokładniejszego opisanie współczynników równoważnego stałego momentu  $C_m$  dla wykresów momentów niezawartych w nomie, np. dla wspornika z obciążeniem równomiernie rozłożonym o stałej intensywności.

Duża rozbieżność wyników dla wysokich słupów, o wyężeniu których decyduje poprzeczne obciążenie, wskazuje na potrzebę ograniczenia tego wpływu w przyjętej w normie procedurze obliczania takich słupów. W przypadku większego

wpływu obciążeń poprzecznych kratowy słup należałoby traktować jak kratownicę i to zarówno w obliczeniach wg teorii I, jak i II rzędu.

Innym problemem jest wyznaczenie momentu krytycznego przy zwichrzeniu sprężystym w słupach ściskanych i zginanych [7]. Zagadnienia tego zazwyczaj nie ujmują inżynierskie programy komputerowe, w tym program LTBeam. Istnieje potrzeba opracowania odpowiednich programów z tego zakresu lub tablic i nomogramów.

## Literatura

- [1] PN-EN 1993-1-1: 2006. Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych, Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [2] PN-EN 1090-2+A1:2012. Wykonanie konstrukcji stalowych i aluminiowych, Część 2: Wymagania techniczne dotyczące konstrukcji stalowych.
- [3] Informacje uzupełniające: Długości efektywne słupów i prętów kratownic w konstrukcjach ram z ryglem kratownicowym. Access Steel SN031a-PL-EU
- [4] Konstrukcje stalowe w Europie. Jednokondygnacyjne konstrukcje stalowe, Część 6: Projekt wykonawczy słupów złożonych. Access Steel SSB06.
- [5] Kozłowski A., Konstrukcje stalowe Przykłady obliczeń według PN-EN 1993-1. Część trzecia. Hale i wiaty, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2015.
- [6] Zamorowski J., Kowolik B., Elementy ściskane, złożone z monosymetrycznymi gałęziami, Konstrukcje Stalowe 2012, 2, 25-29.
- [7] Gosowski B., Wymiarowanie stalowych słupów pełnościennych a problem stateczności przestrzennej, Inżynieria i Budownictwo 1998, 10, 558-561.

## Streszczenie

W artykule omówiono procedury projektowania, a także przedstawiono wyniki analizy statyczno-wytrzymałościowej ściskanego i zginanego wspornikowego, pełnościennego i złożonego słupa. Obliczenia wykonano zgodnie z teorią II rzędu z uwzględnieniem zastępczych imperfekcji opisanych w Eurokodzie 1993-1-1, a także z uwzględnieniem odchyłek wykonawczych przewidzianych w normie PN-EN 1090-2. Otrzymane dla tych sytuacji wyniki porównano z uzyskanymi ze wzorów podanych w normie Eurokod 3.

**Słowa kluczowe:** słupy stalowe, imperfekcje, nośność, Eurokod 3

## **Baring capacity of eccentrically compressed single and built-up steel members including imperfections according PN-EN 1993-1-1 and PN-EN1090-2 standards**

### Abstract

The results of static-strength analysis of the cantilever transmural and a complex column under bending and axial compression forces. The calculations have been conducted according to the second order theory (analysis), taking into account both the substitute imperfections presented in Eurocode 1993-1-1 and manufacturing tolerances based on PN-EN 1090-2 code. The results have been compared to those received from the formulas given in Eurocode 3.

**Keywords:** steel columns, imperfections, load capacity, Eurocode 3