

Wojciech Moćko<sup>1,2</sup>, Magdalena Szymańska<sup>1,3</sup>, Andrzej Wojciechowski<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Instytut Transportu Samochodowego, Warszawa

<sup>2</sup> Instytut Podstawowych Problemów Techniki, Warszawa

<sup>3</sup> Instytut Mikroelektroniki i Optoelektroniki, Politechnika Warszawska, Warszawa

## OPRACOWANIE I KALIBRACJA MODELU MATEMATYCZNEGO AKUMULATORÓW TRAKCYJNYCH PRZEZNACZONYCH DO SAMOCHODU ELEKTRYCZNEGO

### DEVELOPMENT AND CALIBRATION OF THE MATHEMATICAL MODEL OF TRACTION BATTERIES FOR ELECTRIC CAR

**Streszczenie:** W niniejszej pracy przedstawiono model matematyczny dwóch typów akumulatorów: VRLA (ang. Valve Regulated Lead Acid) oraz litowo-jonowych. Opracowane modele pozwalają na dynamiczną symulację charakterystyk ładowania i rozładowania – wyznaczanie napięcia wyjściowego dla szerokiego zakresu prądów oraz określenie stanu naładowania lub rozładowania akumulatora, zmiany pojemności ogniwa od temperatury i liczby cykli użytkowania. Modele zostały wykalibrowane na podstawie danych pochodzących z hamowni podwozowej, które obejmowały proces rozładowania akumulatorów w trakcie jazdy ze stałą prędkością oraz ładowanie od wartości SOC = 0 do SOC = 1 (SOC – stan naładowania, ang. state of charge), a także na podstawie danych katalogowych producenta.

**Abstract:** This paper presents the mathematical model of two types of batteries: VRLA (Valve Regulated Lead Acid) and lithium-ion batteries. The models allow for dynamic simulation of charging and discharging characteristics - determination of the output voltage for a wide range of currents and to determine the state of charge or discharge the battery, change the temperature of the cell volume and the number of cycles of use. The models were calibrated based on data from chassis dynamometer, which included the process of discharging the battery while driving at a constant speed and load from SOC = 0 to SOC=1 (SOC - state of charge), and based on manufacturer's data sheets.

**Słowa kluczowe:** akumulatory trakcyjne, akumulatory litowo-jonowe, akumulatory VRLA, model akumulatora  
**Keywords:** traction batteries, lithium-ion battery, VRLA battery, battery model

#### 1. Wstęp

Ograniczone zasoby surowców energetycznych oraz niepewna sytuacja polityczna na bliskim wschodzie, który jest głównym eksporterem ropy naftowej, powodują rosnące ceny paliw. W wyniku tego od kilku lat w wielu gałęziach przemysłu, w tym także w transporcie można zaobserwować silne zainteresowanie alternatywnymi źródłami energii [1]. Jedną z koncepcji uniezależnienia się od ropy naftowej jest elektryfikacja transportu [2]. Ponadto, stosując odnawialne źródła energii do ładowania samochodów o napędzie elektrycznym można uzyskać znaczne obniżenie emisji szkodliwych substancji w porównaniu do konwencjonalnych silników [3]. Jednym z problemów występujących w trakcie wprowadzania na rynek dużej liczby samochodów o napędzie elektrycznym jest prawidłowe rozmieszczenie wystarczającej liczby punktów ładowania, które zapewnią komfort korzystania z pojazdów minimalizując przy tym ryzyko całkowitego rozładowania

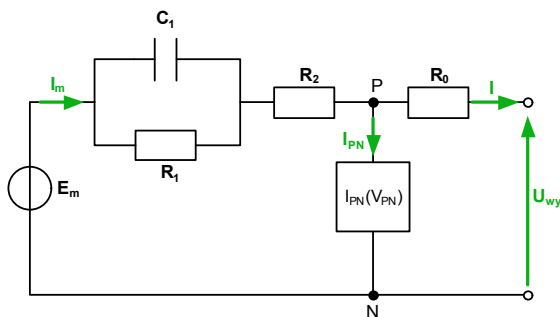
akumulatorów. Do celu optymalizacji sieci ładowania, a także na potrzeby analizy możliwości stosowania samochodów o napędzie elektrycznym do różnego typu zadań (dojazdy do pracy, służby miejskie) niezbędne jest opracowanie odpowiednich modeli akumulatorów trakcyjnych. Dzięki temu możliwe jest symulowanie procesu ładowania i rozładowywania baterii w trakcie eksploatacji, a także określenie przewidywanego zasięgu samochodu.

Modele matematyczne oparte na schematach zastępczych akumulatorów są jednymi z najczęściej stosowanych ze względu na ich prostotę i dokładność [4, 5, 6]. W niniejszej pracy opracowano modele dwóch typów akumulatorów stosowanych w samochodach elektrycznych: kwasowo – ołowiowych VRLA oraz litowo-jonowych. Akumulatory VRLA charakteryzują się stosunkowo długim czasem życia, niewielką utratą pojemności w trakcie przechowywania (mniej niż 2%/miesiąc [7]) oraz

możliwością głębokiego rozładowania. Akumulatory tego typu mają niestety niską energię właściwą [8], co przy zastosowaniu w samochodach elektrycznych jest krytyczne – wraz ze zwiększeniem masy pojazdu rośnie zużycie energii, a tym samym spada maksymalny zasięg samochodu na pojedynczym ładowaniu [9]. Akumulatory litowo – jonowe charakteryzują się wysoką energią i mocą właściwą przewyższającą inne źródła akumulatorowe [10], a także możliwością wieloletniego przechowywania - niska skłonność do samorozładowania [11] i niewielkimi rozmiarami.

## 2. Model ogniwa kwasowo – ołowiowego

Model ogniwa VRLA został opracowany na podstawie badań eksperymentalnych akumulatora firmy Victron Energy o pojemności 110 Ah i napięciu nominalnym 12 V [7]. Model zastępczy pojedynczego ogniwa przedstawiono na rysunku 1. Składa się on z głównego obwodu (wszystkie elementy poza rezystancją  $R_2$  i gałęzią PN), dzięki któremu modelowane jest zachowanie akumulatora w trakcie ładowania i rozładowywania, oraz z obwodu pasożytniczego (PN), którego wpływ rośnie w trakcie ładowania. Podczas rozładowywania wartość rezystancji  $R_2$  jest bliska zeru, a także natężenie prądu płynącego przez obwód pasożytniczy ma znikomą wartość, dlatego przy modelowaniu rozładowywania akumulatora elementy te są pomijane. Każdy z elementów obwodu (rys. 1) jest funkcją stanu naładowania akumulatora (SOC), temperatury lub liczby cykli użytkowania.

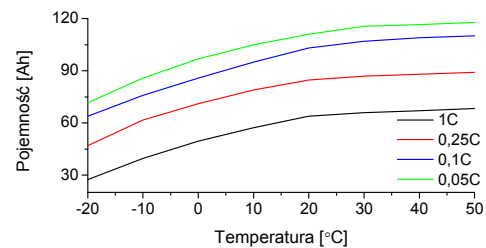


Rys. 1. Schemat zastępczy ogniwa kwasowo - ołowiowego VRLA [4]

Pojemność ogniwa w zależności od natężenia prądu ( $I$ ) oraz temperatury elektrolitu ( $T_e$ ) określana jest wzorem [4]:

$$C(I, T_e) = \frac{K_c C_0 \left( I + \frac{T_e}{-T_z} \right)^\varepsilon}{I + (K_c - I) \left( \frac{I}{I_n} \right)^\delta} \quad (1)$$

gdzie  $I_n$  - natężenie prądu ogniwa w danym zastosowaniu [A],  $T_z$  - temperatura zamarzania elektrolitu - przyjęto  $-40$  °C [12], natomiast współczynniki:  $K_c$ ,  $C_0$ ,  $\varepsilon$ ,  $\delta$  są to stałe wyznaczone na podstawie zależności pojemności akumulatora od temperatury otoczenia oraz natężenia pobieranego prądu (rys. 2).



Rys. 2. Wykres zmian pojemności akumulatora w funkcji temperatury otoczenia dla prądów rozładowania 1C, 0,25C, 0,1C, 0,05C [7]

Wartości pozostałych elementów wyznaczone za pomocą wzorów [4]:

$$E_m = E_{m0} - K_E (273 + T_e) (I - SOC) \quad (2)$$

$$R_0 = R_{00} (I + A_0 (I - SOC)) \quad (3)$$

$$R_I = -R_{I0} \ln(DOC) \quad (4)$$

$$C_I = \frac{R_I}{\tau} \quad (5)$$

$$R_2 = R_{20} \frac{\exp(A_{21} (I - SOC))}{I + \exp\left(\frac{A_{22} I_m}{I_n}\right)} \quad (6)$$

gdzie SOC - stan naładowania akumulatora, DOC - poziom naładowania,  $I_m$  - natężenie prądu płynącego przez obwód główny [A],  $T_e$  - temperatura elektrolitu [°C] określona w zależności od czasu następująco [12]:

$$T_e(t) = \int_0^t \frac{I}{C_I} \left( P_s - \frac{T_e - T_a}{R_I} \right) d\tau \quad (7)$$

gdzie  $P_s$  - moc strat na rezystancjach  $R_0$  i  $R_2$ ,  $T_a$  - temperatura otoczenia [°C]. Natężenie prądu płynącego przez obwód pasożytniczy wynosi [4]:

$$I_{PN} = U_{pn} G_{p0} \exp\left(\frac{U_{pn}}{U_{p0}} + A_p \left( I + \frac{T_e}{-T_z} \right)\right) \quad (8)$$

gdzie  $U_{pn}$  – napięcie na obwodzie pasywnym [V]. Stan naładowania oraz poziom naładowania wyznaczono za pomocą wzorów [4]:

$$SOC = 1 - \frac{Q_e}{C(0, T_e)} \quad (9)$$

$$DOC = 1 - \frac{Q_e}{C(I_{avg}, T_e)} \quad (10)$$

gdzie  $Q_e$  to ładunek zgromadzony lub pobrany z ogniwa [Ah] określony wzorem [12]:

$$Q_e = \int_0^t I_m(\tau) d\tau \quad (11)$$

Pozostałe parametry występujące w powyższych równaniach przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Parametry akumulatora kwasowo – ołowiowego VRLA

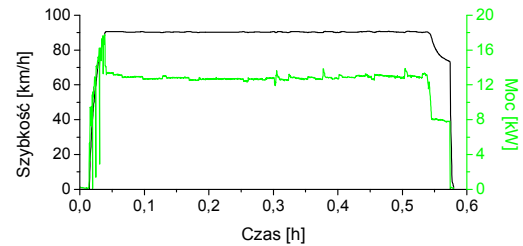
$E_{m0}=2,21V$ ; $K_E=1,52mV/^\circ C$ ; $R_{00}=2m\Omega$ ; $A_0=-8,45$ ; $R_{10}=134,23\Omega$ ; $R_{20}=76,81 m\Omega$ ; $A_{21}=-11,69$ ; $A_{22}=-3,8$ ; $\tau=77066s$ ; $T_a=25^\circ C$
$I_n=10 A$ ; $C_0=83,74 Ah$ ; $K_c=1,20$ ; $T_f=-40^\circ C$ ; $\epsilon=0,40$ ; $\delta=0,67$
$V_{p0}=-1,63 V$ ; $G_{p0}=72,40 mS$ ; $A_p=2,09$
$R_f=0,7 ^\circ C/W$ ; $C_i=12 Wh/^\circ C$

Napięcie wyjściowe wyznaczono ze wzoru:

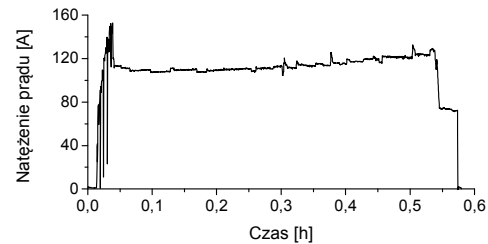
$$U_{wy} = E_m - I \cdot Z \quad [V] \quad (12)$$

gdzie  $I$  – natężenie prądu pobieranego lub dostarczanego do ogniwa [A],  $Z$  – impedancja zastępcza ogniwa [ $\Omega$ ].

Kalibrację modelu akumulatora trakcie rozładowania wykonano na podstawie pomiarów charakterystyki rozładowania pakietu 10 akumulatorów trakcyjnych (120 V/110 Ah) zastosowanych w samochodzie marki Zilent Courant [13, 14]. Pomiar napięcia i natężenia prądu pobieranego z akumulatorów został wykonany w trakcie jazdy samochodem ze stałą prędkością równą 90 km/h (rys. 3 i 4). Badania zostały przeprowadzone na hamowni podwoziowej firmy AVL-Zoellner. W czasie pomiaru rejestrowano z częstotliwością 1 Hz prędkość jazdy, napięcie na akumulatorach trakcyjnych oraz natężenie prądu pobieranego z zasobnika energii.

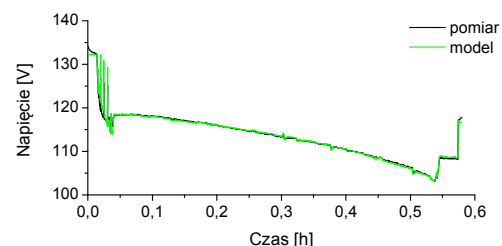


Rys. 3. Przebieg szybkości samochodu oraz mocy pobieranej z akumulatorów w trakcie jazdy z zadaną szybkością

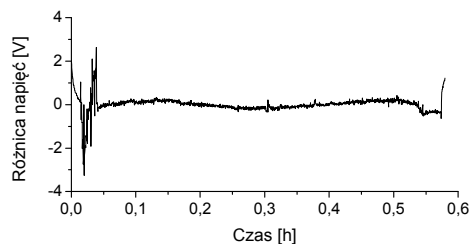


Rys. 4. Wykres natężenia prądu pobieranego z akumulatorów w trakcie jazdy z prędkością 90 km/h

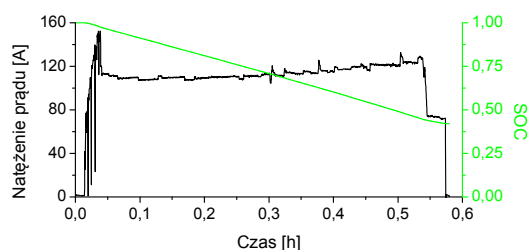
Na rysunku 5 przedstawiono porównanie napięcia zmierzonego (pomiar) z napięciem uzyskanym za pomocą modelu akumulatora (model) przy zadanym natężeniu prądu pobieranym z akumulatorów (rys. 4). Błąd bezwzględny dopasowania wynosi około 0,2%. Na rysunku 6 wykreślono różnicę między napięciem zmierzonym a napięciem obliczonym za pomocą modelu. Największe różnice (rzędu 2 V) występują w trakcie ruszania, gdy pobór prądu z akumulatorów był najwyższy. W pozostałym zakresie różnica między napięciami jest bliska 0 (około 0,05V). Rysunek 7 przedstawia stan naładowania akumulatora w trakcie jazdy z prędkością 90 km/h.



Rys. 5. Porównanie przebiegów napięcia na zaciskach akumulatorów VRLA

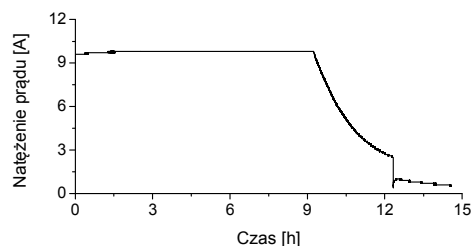


Rys. 6. Różnica między zmierzonymi i obliczonymi wartościami napięcia na zaciskach akumulatorów w trakcie rozładowywania

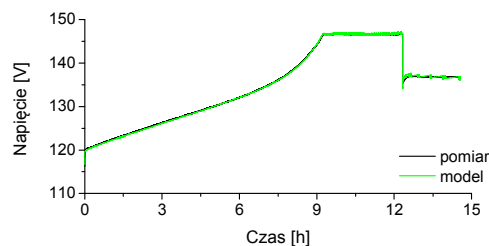


Rys. 7. Przebieg natężenia prądu oraz stanu naładowania akumulatora w funkcji czasu podczas rozładowywania akumulatora

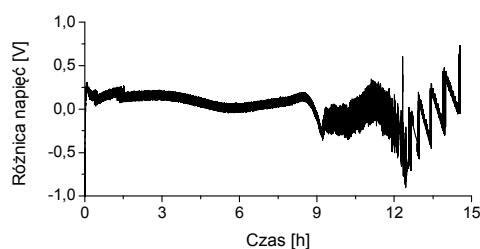
Model akumulatora w trakcie ładowania został opracowany na podstawie zmierzonej charakterystyki ładowania pakietu 10 akumulatorów VRLA. Natężenie prądu dostarczonego do akumulatora w trakcie ładowania zostało przedstawione na rysunku 8, natomiast porównanie zmierzonego napięcia na zaciskach akumulatorów i uzyskanego w symulacji napięcia przedstawiono na rysunku 9. Różnice między napięciem zmierzonym i obliczonym są rzędu 1V (rys. 10), bezwzględny błąd dopasowania wynosi 0,1%. Stan naładowania akumulatora w trakcie ładowania zaprezentowano na rysunku 11.



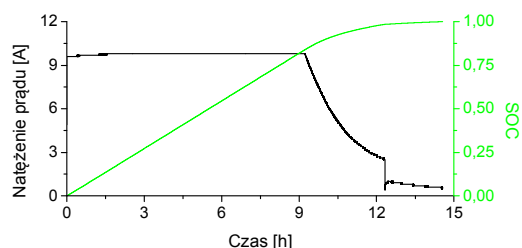
Rys. 8. Wykres natężenia prądu dostarczanego w trakcie ładowania kompletu 10 akumulatorów trakcyjnych VRLA



Rys. 9. Porównanie przebiegów napięcia na zaciskach kompletu 10 akumulatorów VRLA: zmierzonego oraz uzyskanego z modelu w trakcie ładowania



Rys. 10. Różnica między zmierzonymi i obliczonymi wartościami napięcia na zaciskach akumulatorów w trakcie ładowania

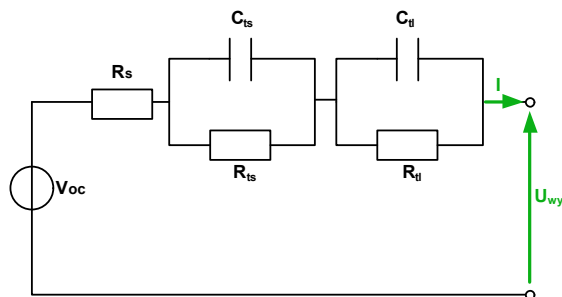


Rys. 11. Przebieg natężenia prądu oraz stanu naładowania akumulatora w funkcji czasu trakcie ładowania akumulatora

### 3. Model ogniwa litowo – jonowego

Schemat zastępczy ogniwa litowo – jonowego znajduje się na rysunku 12. Równania opisujące poszczególne elementy obwodu opracowano dla ogniwa litowo – jonowego firmy E-One Moli Energy - model IMR 26700A [15] (napięcie znamionowe - 3,8 V, pojemność – 2,9 Ah).

Poniżej przedstawiono równania [16] opisujące poszczególne elementy obwodu (rys. 12) w zależności od stanu naładowania akumulatora. Wartości parametrów i stałych (tabela 2) występujących w równaniach opracowano na podstawie danych katalogowych producenta [15].



Rys. 12. Schemat zastępczy ogniwa litowo-jonowego [16]

$$V_{OC} = V_{OC0} + V_{OC1} \cdot e^{A_1 \cdot SOC} + V_{OC2} \cdot SOC + V_{OC3} \cdot SOC^2 + V_{OC4} \cdot SOC^3 \quad (13)$$

$$R_S = R_{S0} + R_{S1} \cdot e^{A_2 \cdot SOC} \quad (14)$$

$$R_{TS} = R_{TS0} + R_{TS1} \cdot e^{A_3 \cdot SOC} \quad (15)$$

$$R_{TL} = R_{TL0} + R_{TL1} \cdot e^{A_4 \cdot SOC} \quad (16)$$

$$C_{TS} = C_{TS0} + C_{TS1} \cdot e^{A_5 \cdot SOC} \quad (17)$$

$$C_{TL} = C_{TL0} + C_{TL1} \cdot e^{A_6 \cdot SOC} \quad (18)$$

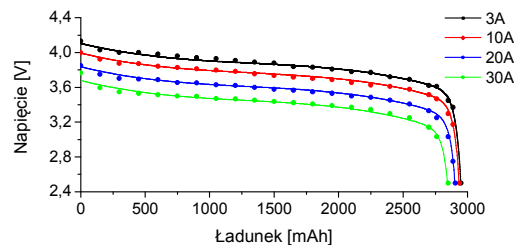
Stan naładowania akumulatora litowo-jonowego obliczono za pomocą wzoru (9).

Tabela 2. Parametry akumulatora litowo - jonowego

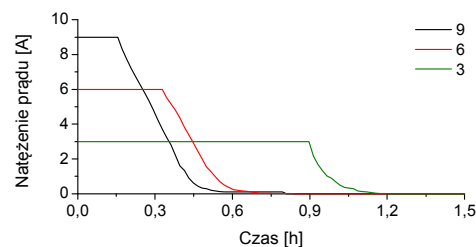
$V_{oc0}=3,57 \text{ V}; V_{oc1}=-1,06 \text{ V}; V_{oc2}=1,5 \text{ V}; V_{oc3}=-2,32 \text{ V};$ $V_{oc4}=1,4 \text{ V}; A_1=-69,62$
$R_{S0}=15 \text{ m}\Omega; R_{S1}=-0,02 \Omega; A_2=-70,13; R_{TS0}=19,09 \Omega;$ $R_{TS1}=-19,08 \Omega; A_3=-27,63; R_{TL0}=30,25 \Omega;$ $R_{TL1}=718,10 \Omega; A_4=-869,68$
$C_{TS0}=926,59 \text{ F}; C_{TS1}=-920,08 \text{ F}; A_5=-31,42,$ $C_{TL0}=4,42 \cdot 10^3 \text{ F}; C_{TL1}=-3,78 \cdot 10^3 \text{ F}; A_6=-10,45$
$I_n=3 \text{ A}; C_0=2,65 \text{ Ah}; K_c=1,01; T_f=-40^\circ \text{ C}; \epsilon=-0,50;$ $\delta=1,08$

Poniżej (rys. 13) przedstawiono porównanie charakterystyk rozładowania dla różnych prądów uzyskane w trakcie symulacji (linie ciągłe) oraz dane przez producenta. Bezwzględny błąd dopasowania napięcia obliczonego do zmierzonego wynosi 0,4%. Charakterystyki ładowania w zależności od ładunku dostarczonego do ogniwa oraz natężenia prądu ładowania (rys. 14) przedstawiono na rysunku 15 – bezwzględny błąd dopasowania modelu do danych wynosi około 0,5%.

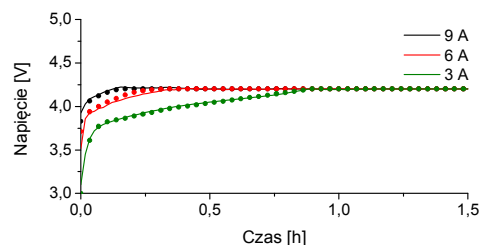
Zarówno w modelu akumulatora litowo-jonowego jak i akumulatora kwasowo-ołowiowego pominięto rezystancję połączeń ogniw, a także nie uwzględniono zjawiska samorozładowania się,



Rys. 13. Charakterystyki rozładowania ogniwa litowo-jonowego w temperaturze 23°C dla różnych prądów (3A, 10A, 20A, 30A), linia ciągła – model, punkty – dane katalogowe



Rys. 14. Przebiegi prądu dostarczonego do akumulatora w trakcie ładowania w funkcji czasu



Rys. 15. Charakterystyki ładowania ogniwa litowo-jonowego w temperaturze 23°C dla różnych prądów (3A, 6A, 9A), linia ciągła – model, punkty – dane katalogowe

#### 4. Podsumowanie

W niniejszej pracy przedstawiono modele matematyczne akumulatorów oparte na zastępczych schematach elektrycznych dwóch rodzajów ogniw: kwasowo – ołowiowego VRLA oraz litowo – jonowego. Przedstawione modele charakteryzują się dużą dokładnością oraz zbieżnością zarówno z wynikami badań akumulatorów zastosowanych w praktyce, jak i danymi pozyskanymi z not aplikacyjnych. Różnica między napięciem na zaciskach akumulatorów: zmierzonym lub pozyskanym z danych producenta, a obliczonym za pomocą

modelu była mniejsza niż 0,5%. Opracowany model może być stosowany w analizie właściwości trakcyjnych, zużycia energii oraz procesu ładowania i rozładowania akumulatorów trakcyjnych podczas eksploatacji samochodu elektrycznego.

**Niniejsza praca była częściowo finansowana przez NCBiR (numer projektu: NR10-0020-10)**

## 5. Literatura

- [1]. Moćko W., Wojciechowski A., Staniak P., *Zastosowanie odnawialnych źródeł energii w transporcie*, Zeszyty Problemowe - Maszyny Elektryczne, vol. 2, 2012, s. 99-105.
- [2]. Staniak P., Moćko W., Wojciechowski A., *Application of Green Energy for EC Battery Charging Station*, Journal of Kones, vol. 19, 2012, s. 371-376.
- [3]. Staniak P., Moćko W., Wojciechowski A., *Well-To-Wheel CO2 Emmision of electric Vehicle in Poland*, Journal of Kones, vol. 19, 2012, s. 139-148.
- [4]. Ceraolo M.: *New Dynamical Models Of Lead-Acid Batteries*, IEEE Transactions On Power Systems, vol. 15, 2000, s. 1184-1190.
- [5]. Erdinc O., Vural B.: Uzunoglu M.: *A dynamic lithium-ion battery model considering the effects of temperature and capacity fading*, IEEE, 2009, s. 383-386.
- [6]. Einhorn M., Conte V., Kral C., Fleig J., *Comparison of Electrica; Battery Models using a Numerically Optimized Parametrization Method*, IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference, 2011, s. 1-7.
- [7]. Vicron Energy, Gel and AGM Batteries, www.vicronenergy.com, nota aplikacyjna.
- [8]. Rand D.A.J., Woods R., Dell R. M., *Batteries for Electric Vehicles*, Research Studies Press Ltd., 1998.

- [9]. Moćko W., Kowalewski Z.L., *Dynamic Properties of Aluminium Alloys Used in Automotive Industry*, Journal of KONES, vol. 19/2, 2012, s. 345-352.
- [10]. Broussely M., Pistoia G., *Industrial Applications of Batteries - From Cars to Aerospace and Energy Storage*, Elsevier, 2007.
- [11]. Linden D., Reddy T. B., *Handbook of batteries*, McGraw-Hill, 2002.
- [12]. Barsali S., Ceraolo M.: *Dynamical Models Of Lead-Acid Batteries; Implementation Issues*, IEEE Transactions On Energy Conversion, vol. 17, 2002, s. 16-23.
- [13]. Chłopek Z., Gis W., Żółtowski A., Bocheńska A., Taubert S., Majerczyk A., Dziolał P., *Praca ITS nr 6110/COS/2011-2012*.
- [14]. Gis W., Żółtowski A., Bocheńska A., *Testing of the Electric Vehicle in Driving Cycles*, Journal of KONES, vol. 19/4, 2012, s. 207-221.
- [15]. E-One Moli Energy, model IMR 26700A, nota aplikacyjna.
- [16]. Chen M., Rincon-Mora G.A.: *Accurate electrical battery model capable of predicting runtime and I-V performance*, IEEE Transactions On Energy Conversion, vol. 21, 2002, s. 504-511.

## Autorzy

dr inż. Wojciech Moćko  
Instytut Transportu Samochodowego  
ul. Jagiellońska 80, 03-301 Warszawa  
Instytut Podstawowych Problemów Techniki  
ul. Pawińskiego 5B, 02-106 Warszawa  
e-mail: wojciech.moćko@its.waw.pl  
inż. Magdalena Szymańska  
Instytut Mikroelektroniki i Optoelektroniki  
ul. Koszykowa 75, 00-662 Warszawa  
e-mail: M.Szymanska.1@stud.elka.pw.edu.pl  
dr inż. Andrzej Wojciechowski  
ul. Jagiellońska 80, 03-301 Warszawa  
e-mail: andrzej.wojciechowski@its.waw.pl