

Aleksander Kazimierz Gąsior
 Politechnika Częstochowska, Częstochowa

OD MAGNETYTU I JANTARU DO FAL ELEKTROMAGNETYCZNYCH

FROM MAGNETITE AND AMBER TO ELECTROMAGNETIC WAVES

Streszczenie: W pracy przedstawiono historię rozwoju teorii rozprzestrzeniania się fal elektromagnetycznych jako następujące kolejne działania wielu ludzi zajmujących się fizyką przez ponad trzy wieki. Opisano osiągnięcia badaczy, których wpływ na rozwój elektrotechniki, a w zasadzie na jej część zwaną dziś teorią pola elektromagnetycznego, wydawał się autorowi istotny. Ze względu na szczupłość miejsca autor był zmuszony do pominięcia osiągnięć tych, którzy nie wpłynęli w sposób zasadniczy lub bardziej widoczny na rozwój tej części elektryki. Podano kształtowanie się kolejnych praw, twierdzeń i zależności które w ostatecznej postaci pozwoliły na jakościowe opisanie fal elektromagnetycznych i sformułowanie przez J. C. Maxwella zależności, które od prawie półtora wieku stanowią podstawę do analitycznego lub numerycznego rozwiązywania problemów pola elektromagnetycznego.

Abstract: The paper presents the history of the development of the theory of electromagnetic waves propagation as the following successive actions of many physicists for more than three centuries. The achievements of researchers, whose influence on the development of electrical engineering, and, in fact, a part of electromagnetic field theory today, seemed to be important to the author. Due to the slimness of space, the author was forced to ignore the achievements of those who did not substantially or more prominently influence the development of this part of the electrics. The development of further laws, theorems and dependencies has finally been made, which in the final form allowed the qualitative description of electromagnetic waves and the formulation of J. C. Maxwell's dependencies, which for almost a century and a half formed the basis for analytical or numerical solving of electromagnetic field problems.

Słowa kluczowe: historia elektryki, odkrycia badaczy, pole elektryczne i magnetyczne, równania Maxwella
Keywords: history of electrics, discoverers, electric and magnetic fields, Maxwell's equations

1. Wstęp

Większość publikacji dotyczących historii elektryki omawia odkrycia stwarzające materialną podstawę dalszego rozwoju tej dziedziny wiedzy człowieka. Rzadziej w publikacjach omawia się wpływ tych odkryć na rozwój teorii, tworzenie praw i równań oraz pisanie zależności. Praca ta stara się uzupełnić te luki w zakresie historii budowania teorii rozprzestrzeniania się fal elektromagnetycznych jako następujące po sobie kolejne działania wielu ludzi zajmujących się elektryką przez ponad trzy wieki.

W celu określenia podstawowych danych biograficznych uczonych pokazanych w tej pracy wykorzystano encyklopedię [21] potwierdzając uzyskane tam informacje w słownikach [14] i [18]. Odkrycia dotyczące fizyki, elektryczności oraz zdarzeń z nimi powiązanych podano na podstawie książek [1, 5, 7, 8, 19, 20]. Jeżeli wyżej podana literatura nie wymieniała zdarzeń istotnych dla przedstawianej tu historii, wówczas w tekście zostały podane pozycje literatury ją uzupełniające.

2. Magnetyt, jantary i elektryczność

Ponad dwa i pół tysiąca lat przed Chrystusem skonstruowano w Chinach pierwszy kompas używając na wykonanie igły żelaza magnetytu (tlenku żelaza Fe_3O_4). Oszlifowany magnetyt, noszony blisko ciała, w starożytnej Grecji zrobił oszałamiającą karierę leczniczą na wszelkie przypadłości. Jego nazwa „*magnes*” wywodzi się prawdopodobnie od miasta Magnesii w Azji Mniejszej gdzie wydobywano i obrabiano ten skalny materiał.

Już starożytni zauważyli, że przywożony przez karawany kupieckie z nad Morza Bałtyckiego żółty kamień zwany po słowiańsku „*jantar*”, potarty przyciąga niewielkich przedmiotów takie jak słomki, włosy i małe ptasie piórka. William Gilbert (1540-1603) lekarz królowej Elżbiety I, oraz prezes angielskiego *Royal College of Physicians*, prowadził badania nad elektryzowaniem się jantaru przez tarcie, a samo zjawisko: elektryzowania się ciał nazwał „*electrics*” od greckiej nazwy jantaru (bursz-

tynu) „elektron” (ηλεκτρον). Zaobserwował on również inne ciała elektryzujące się, co opisał w wydanej krótko przed śmiercią pracy, w której wprowadził pojęcie elektryczności („*electricity*”) [7].

3. Kształtowanie się elektrostatyki

W 1662 roku niemiecki fizyk Otto von Guericke (602-1686), skonstruował maszynę elektrostatyczną. Podstawowym elementem maszyny była topiona siarka uformowana w kulę umieszczona między deskami, którą można było obracać za pomocą korby. Pocieranie obracającej się kuli wytwarzało potencjał elektryczny a kula posiadała właściwość przyciągania lekkich, małych przedmiotów, jak papier, słomki, suche łodygi traw, małe cząsteczki złota, płatki srebra. Za pomocą lnianej nici, nie dłuższej od trzech stóp dotykającej kuli, właściwość ta mogła być przekazywana na odległość. Był to pierwszy przypadek celowego przekazywania energii elektrycznej (w zasadzie elektrostatycznej) na odległość [22]. W styczniu 1746 roku Pieter van Musschenbroek (1692-1761) w miejscowości Leyden w Holandii zbudował z folii metalowej przedzielonej dielektrykiem umieszczonym w słoiku szklanym przypominającym kształtem butelkę, pierwszy kondensator zwany „butelką lejdejską” („*Leyden jar*”). Kondensator można było napełnić ładunkiem elektrostatycznym za pomocą wirującej maszyny elektrostatycznej a doświadczenia z jej udziałem były niebezpieczne dla życia je wykonujących. Butelki lejdejskie mogły tworzyć „*baterie*”, połączone szeregowo, albo równolegle. W listopadzie 1745 roku podobne urządzenie zbudował niemiecki uczone Ewald Jürgen Georg von Kleist (1700-1748) mieszkający w Kamieniu Pomorskim, jednak eponim związany został z Leyden miastem pierwszego z wymienionych wynalazców.

W latach 1746-1752 Benjamin Franklin (1706-1790), jeden z ojców założycieli Stanów Zjednoczonych, zajmował się badaniem natury pioruna i jako pierwszy doświadczalnie wykazał, że piorun jest zjawiskiem elektrycznym (forma wyładowania elektrostatycznego) zachodzącym w atmosferze. Był konstruktorem piorunochronu, który jest od tego czasu powszechnie stosowany. Sformułował jedno z podstawowych praw elektrostatyki zwane *zasadą zachowania ładunku*, które mówi, że wypadkowy ładunek w układzie zamkniętym jest zawsze stały a układ zamknięty to taki układ,

który nie może dokonywać wymiany ładunku z otoczeniem. Jest on również pomysłodawcą określenia *dodatniego „+” i ujemnego „-” biegunu napięcia*.

Po wielu precyzyjnych eksperymentach przeprowadzonych za pomocą skonstruowanej przez siebie wagi skręceń, fizyk francuski Charles Augustin de Coulomb (1736-1806), w 1785 roku sformułował prawo nazywane jego nazwiskiem, będące podstawowym prawem elektrostatyki. Mówi ono, że siła wzajemnego oddziaływania dwóch elektrycznych ładunków punktowych jest wprost proporcjonalna do iloczynu tych ładunków i odwrotnie proporcjonalna do kwadratu odległości między nimi. W 1786 roku Ch. A. de Coulomb odkrył zjawisko ekranowania elektrycznego, a w latach następnych wprowadził pojęcie „*momentu magnetycznego*”.

4. Poszukiwanie związku między elektrycznością i magnetyzmem

Od przełomu osiemnastego i dziewiętnastego wieku wykształceni ludzie zajmujący się fizyka podejrzewali, że między elektrycznością a magnetyzmem istnieją jakiś związek. Z przeprowadzonych doświadczeń wiadano, że przepływająca energia rozładowania pioruna magnetyzuje żelazne elementy, ale nie udawało się takiego magnesowania żelaza otrzymać sztucznie, za pomocą elektryczności wytworzonej sztucznie. Włoch Luigi Galvani (1737-1798) w 1780 roku po serii doświadczeń z udziałem żab i reakcji ich systemów nerwowego i mięśniowego na obecność napięcia elektrycznego, odkrył *akcję galwaniczną*. Dwaście lat później, inny włoski fizyk Alessandro Volta (1745-1827) wynalazł *ogniwo* zdolne do wytworzenia napięcia stałego o niewielkiej wartości. Wynalazek ten, który umożliwił w sposób prosty wytwarzanie napięcia źródłowego i przepływ prądu elektrycznego po zamknięciu obwodu, spowodował w następnych kilkudziesięciu latach lawinę odkryć związanych z elektrycznością, a czas ten stał się okresem istotnych osiągnięć fizyków mających bezpośredni wpływ na powstanie nauki o polach elektrycznych i magnetycznych.

Duńczyk Hans Christian Ørsted (1777-1851) pracujący w Kopenhadze, w roku 1820 wykazał, że prąd elektryczny przepływający przez przewód umieszczony nad igłą kompasu powoduje zmianę jej wychylenia, rosnącego wraz ze wzrostem wartości tego prądu.

W roku 1820, francuscy fizycy: Jean-Baptiste Biot (1774-1862) i Félix Savart (1791-1841), badając wpływ pola magnetycznego na natężenia prądu elektrycznego opublikowali prawo rządzące tym zjawiskiem, zwane od ich nazwisk prawem Biota-Savarta. Prawo to pozwala na określenie w dowolnym punkcie przestrzeni wartość indukcji pola magnetycznego, wygenerowanej przez prąd elektryczny przepływający przez przewodnik.

4.1 Prawo Ampera

W roku 1821 matematyk i fizyk francuski André Marie Ampère (1775-1836) (rys. 1) odkrył, przyciąganie się dwóch równoległych przewodów wiodących tak samo skierowane prądy elektryczne oraz odpychanie się tych przewodów wiodących prądy przeciwnie skierowane. Doszedł również do wniosku, że prąd płynący w przewodniku wytwarza wokół niego pole magnetyczne, które w postaci różniczkowej można zapisać (prawo Ampère'a):

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} \quad (1)$$

przy czym: \vec{H} [A/m] jest natężeniem pola magnetycznego, \vec{J} [A/m²] jest to gęstość prądu przewodzenia, rot jest operatorem różniczkowym działającym na pole wektorowe \vec{H} .

Dokładne badania tych zjawisk doprowadziły do zbudowania teorii oddziaływania prądów elektrycznych przepływających przez przewody a sama dziedzina wiedzy otrzymała nazwę „elektrodynamika”.

4.2 Prawo Ohma

W 1826 roku na podstawie szeregu pomiarów, niemiecki badacz Georg Simon Ohm (1789-1854) (rys. 1) wyznaczył zależność pomiędzy rezystancją, napięciem a prądem elektrycznym zwane Prawem Ohma. Prawo to można przedstawić w tak zwanej postaci różniczkowej:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (2)$$

wtedy to wiąże ono wektor gęstość prądu \vec{J} z wektorem natężeniem pola elektrycznego w przewodniku \vec{E} [V/m] poprzez konduktywność (stałą materiałową) σ [Sm].

4.3 Prawo Faradaya

Genialny angielski samouk i eksperymentator Michael Faraday (1791-1867) (rys. 1) w 1831 roku dowiódł doświadczalnie i opisał analitycznie, że zmienne pole elektryczne, może wywoływać prąd w znajdującym się w pobliżu obwo-

dzie zamkniętym, co znalazło odbicie w prawie nazwanym Jego nazwiskiem.



Rys. 1. Od góry i od lewej: M. Faraday, A.M. Amper, G.S. Ohm, H. Lenz [23]

Prawo indukcji magnetycznej (Prawo Faradaya) można zdefiniować w następujący sposób: w zamkniętym obwodzie znajdującym się w zmieniającym się polu magnetycznym indukuje się siła elektromotoryczna równa szybkości zmian strumienia indukcji magnetycznej przechodzącego przez powierzchnię rozpiętą na tym obwodzie, przy czym strumień indukcji magnetycznej wywołany jest przez źródła zewnętrzne oraz prąd płynący w przewodniku. W postaci różniczkowej prawo można wyrazić zależnością:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3)$$

gdzie: \vec{B} [T] - wektor indukcji magnetycznej, przy czym $\frac{\partial}{\partial t}$ reprezentuje pochodną po czasie.

Pomiędzy wektorami indukcji magnetycznej \vec{B} i natężenia pola magnetycznego \vec{H} zachodzi ogólny związek

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (4)$$

gdzie: μ [H/m] jest przenikalnością magnetyczną środowiska [7].

Faraday wprowadził również pojęcie „pola” jako obszaru działania sił elektrycznych i magnetycznych.

Odkrycie Faradaya miało ogromne znaczenie dla rozwoju teorii pola elektromagnetycznego bo wskazuje, że poruszający się magnes może być wykorzystany do wytwarzania przemiennego prądu elektrycznego, co zademonstrował sam budując pierwszą prądnicę. Faraday zbudował również cewkę indukcyjną pozwalającą na wytworzenie z prądu wywołanego niskim napięciem wysokiego napięcia zmiennego [3].

4.4 Prawo Lenza

W roku 1834 fizyk rosyjski pochodzenia niemieckiego Heinrich Friedrich Emil Lenz (1804-865) (rys. 1) sformułował prawo zwane dziś jego imieniem (*Prawo Lenza*) stwierdzające, że prąd indukcyjny wzbudzany w przewodniku, pod wpływem zmieniającego się pola magnetycznego, ma zawsze taki kierunek, że wytworzy wtórne pole magnetyczne przeciwdziałające przyczynie czyli zmianie pierwotnego pola magnetycznego, która go wywołała.

4.5 Prawa Kirchhoffa

Fizyk niemiecki Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887) (rys. 2), na podstawie przeprowadzonych badań, wpisując się we wcześniej opracowane zasady: zachowania energii oraz zachowania ładunku, w roku 1845 opracował dwa prawa określające zachowanie się obwodów elektrycznych zwane *Prawami Kirchhoffa*. Pierwsze z nich bilansuje prądy wpływające i wypływające do dowolnego punktu obwodu, drugie bilansuje źródła sił elektromotorycznych i spadki napięć na elementach w zamkniętym oczku obwodu elektrycznego. Obok prawa Ohma stanowią one fundament elektrotechniki.

4.6 Prądy wirowe

W roku 1855, fizyk francuski Jean Bernard Léon Foucault (1819-1868) (rys. 2) odkrył prądy wirowe (zwane również „*prądami Foucaulta*”) to znaczy prądy indukcyjne, pojawiające się w przewodnikach znajdującym się w zmieniającym się w czasie polu magnetycznym lub poruszającym się w poprzek stałego pola magnetycznego. Prąd wirowe powodowały powstawanie indukowanego pola magnetycznego, przeciwdziałającego zmianom pierwotnego pola magnetycznego zgodnie z Prawem Lenza. Wraz ze wzrostem natężenia pola magnetycznego, przewodności właściwej lub szybkości ruchu przewodnika, wzrastała wartość indukowanych prądów wirowych.

4.7 Eksperyment Hughesa

Eksperymentator David Edward Hughes (1831-1900) (rys. 2), badając w roku 1878 obwód złożony z ogniwa, słuchawki i mikrofonu węglowego zamienianego rurą szklaną wypełnioną opiłkami cynku, zakończoną z obu końców elektrodami, zauważył że wyładowania elektryczne mające miejsce w dużej odległości od tego obwodu wywołują w nim zauważalne zmiany. Był on przekonany, że zaobserwował jakiś specjalny sposób przekazywania energii tych wyładowań ale nie potrafił go wyjaśnić. Zaprosił on do udziału w eksperymentach kilku członków londyńskiego *Royal Society* ale ci orzekli, że występuje tutaj zwyczajne zjawisko indukcji, co doprowadziło do przerwania dalszych badań.



Rys. 2. Od góry i od lewej: G.R. Kirchhoff, J.B. Foucault, D.E. Hughes, C.F. Gauss [23]

4.8 Twierdzenie i Prawo Gaussa

Genialny niemiecki matematyk i fizyk Carl Friedrich Gauß (Gauss) (1777-1855) (rys. 2) w roku 1826 udowodnił tzw. „*twierdzenie Gaussa*”, wiążące pole elektryczne z jego źródłem, czyli ładunkiem elektrycznym oraz podał „*prawo Gaussa*” mówiące, że strumień indukcji magnetycznej przenikający przez dowolną zamkniętą powierzchnię jest zawsze równy zeru [22].

5. Pole i fale elektromagnetyczne

5.1 Równania Maxwella

Do połowy lat sześćdziesiątych dziewiętnastego wieku większość fizyków uważała, że teoria pola opracowana przez M. Faraday'a, jest niepraktycznym wymysłem. Szkołki matematyk, profesor fizyki brytyjskich uczelni, James Clerk Maxwell (1831-1879) (rys. 3) zinterpretował wcześniejsze dokonania M. Faraday'a i innych fizyków oraz wykonał unifikację oddziaływań elektrycznych i magnetycznych, to znaczy udowodnił teoretycznie, że *elektryczność i magnetyzm są dwoma rodzajami elektromagnetyzmu* [4]. J. C. Maxwell rozszerzył prawo Ampère'a dla prądów przemiennych o prądy przesunięcia, przy czym wektor gęstości prądu przesunięcia \vec{J}_D [A/m²] zdefiniował jako szybkość zmiany w czasie t wektora indukcji elektrycznej \vec{D} [C/m²]:

$$\vec{J}_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{dla} \quad \vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (5)$$

gdzie: ϵ [F/m] jest przenikalnością elektryczną ośrodka, w którym poruszają się fale [7]. Wprowadzone przez niego w 1861 roku 20 równań wykazało, że pola elektryczne i magnetyczne rozchodzą się w próżni z prędkością światła w postaci fali [11]. Doprowadziło go to do wniosku, że światło jest również falą elektromagnetyczną. Przedstawił on swoją teorię pola elektromagnetycznego londyńskiej *Royal Society* w 1864 roku. Teoria ta szybko rozprzeczniła się wśród ludzi zajmujących się elektryką i magnetyzmem. W 1865 roku J. C. Maxwell opublikował pracę formalizującą teorię pola elektromagnetycznego. Książkę w dwóch tomach opisującą tą teorię wydał w 1873 roku [12]. Zawarł w niej równania opisujące zależności między składowymi: Elektryczną i magnetyczną pola elektromagnetycznego.

(Jules) Henri Poincaré (1854-1912) francuski inżynier górnictwa, matematyk, fizyk, astronom i filozof nauki twierdził, że „*równania Maxwella nie tłumaczą odkrycia Faradaya, dowodzą jedynie, że ich wyjaśnienie matematyczne jest możliwe*” [13]. Teoria J. C. Maxwella dotycząca pola elektromagnetycznego uważana jest za jeden z największych przełomów w historii fizyki.

5.2 Praktyczne potwierdzenie istnienia fal elektromagnetycznych

Niemiecki fizyk Hermann von Helmholtz (1821-1894) w roku 1870 przedstawił *prawa dotyczące odbicia i załamania fal elektromagnetycznych* wynikające z równań J. C. Maxwella a w 1886 roku jego uczeń fizyk niemiecki Heinrich Rudolf Hertz (1857-1894), (rys. 3) jako pierwszy wytworzył praktycznie fale elektromagnetyczne posługując się skonstruowanym przez siebie oscylatorem elektrycznym, zwanym od jego nazwiska „*oscylatorem Hertza*”. Eksperymentalnie zademonstrował on *promieniowanie elektromagnetyczne*, pokazując, że jak przewidywali to M. Faraday i J. C. Maxwell, sygnały elektryczne mogą przemieszczać się w powietrzu [4]. Podczas swoich eksperymentów wywoływał przeskok iskry w iskierniku oscylatora, czyli obwodu nadawczego, rezultatem czego był przeskok mniejszej iskry między kulkami umieszczonego w pobliżu obwodu odbiorczego. Potwierdził on tożsamość fizyczną fal elektromagnetycznych i fal świetlnych oraz ich jednakową prędkość rozchodzenia się [9]. Hertz stworzył podstawy przesyłu energii wielkiej częstotliwości za pomocą fal elektromagnetycznych oraz przyczynił się do powstania i rozwoju radiokomunikacji.

5.3 Przekształcenie równań Maxwella do współczesnej postaci

Równania J.C. Maxwell, przez wprowadzenie do nich rachunku wektorowego, rozwinął i uwspółcześnił genialny samouk angielski, fizyk i elektryk Oliver Heaviside (1850-1925) (rys. 3). Zostały one zapisane w postaci układu czterech równań różniczkowych z dwoma niewiarygodnymi wektorami: natężenia pola elektrycznego \vec{E} i natężenia pola magnetycznego \vec{H} przyjmując najczęściej współcześnie stosowaną postać różniczkową:

• równanie pierwsze wynikające z *prawa Ampère'a* (1):

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{J} + \vec{J}_D = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (6)$$

• równanie drugie wynikające z *prawa indukcji Faraday'a* (3):

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (7)$$

• równanie trzecie wynikające z *prawa Gaussa*:

$$\text{div} \vec{D} = \text{div}(\epsilon \vec{E}) = \rho \quad (8)$$

- równanie czwarte wskazujące na jednorodność pola magnetycznego:

$$\operatorname{div} \vec{B} = \operatorname{div}(\mu \vec{H}) = 0 \quad (9)$$

w których: $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$, zgodnie z postacią różniczkową *prawa Ohma* $\vec{J} = \sigma \vec{E}$, natomiast ρ [C/m³] jest gęstością objętościową ładunku.

Należy dodać, że O. Heaviside jest również autorem terminów: „*impedancja*”, „*admitancja*”, „*konduktancja*”, „*reluktancja*”. Opracował też *równania telegrafistów* będące podstawą współczesnej telekomunikacji przewodowej. John Henry Poynting (1852-1914) (rys. 3) oraz O. Heaviside byli niezależnym współodkrywcami zależności na wektor strumienia energii przenoszonej przez pole elektromagnetyczne \vec{P} [W/m²] (zwanym *wektorem Poyntinga*) określanym przez natężenia pola elektrycznego \vec{E} i natężenia pola magnetycznego \vec{H} :

$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$$

(10)

gdzie: \times oznacza iloczyn wektorowy.

5.4 Równania falowe

Fale elektromagnetyczne poruszają się w przestrzeni w sposób określony *równaniami falowymi*. Można wykazać, że dla ośrodka jednorodnego i izotropowego $\mu = \text{const.}$, $\epsilon = \text{const.}$

w którym występują prądy przewodzenia $\vec{J} \neq 0$ przy braku elektrycznych ładunków objętościowych ($\operatorname{div} \vec{E} = 0$) przyjmują one postać [2]:

- dla składowej elektrycznej pola elektromagnetycznego

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (11)$$

- dla składowej magnetycznej pola elektromagnetycznego

$$\nabla^2 \vec{H} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (12)$$

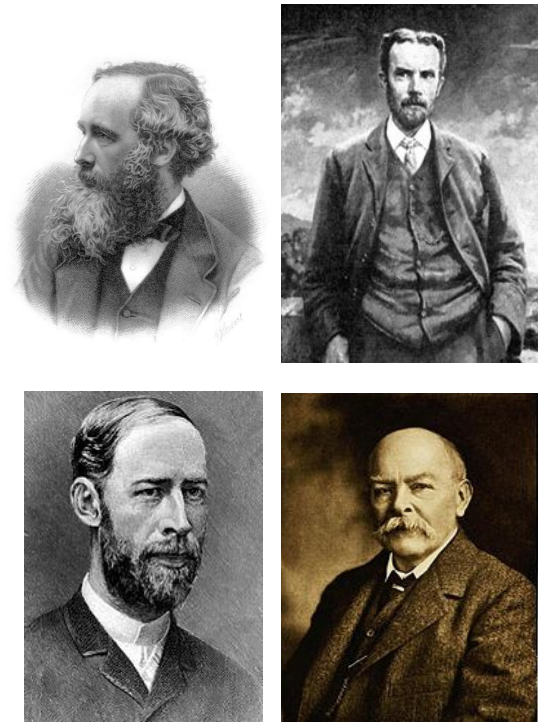
gdzie ∇^2 jest laplasjanem wektorowym.

5.5 Możliwość zastosowania rachunku różniczkowo-całkowego niecałkowitego rzędu do równań Maxwella i równań falowych

Wszystkie równania fizyki w tej pracy zostały zapisane za pomocą równań różniczkowych całkowitego rzędu, a otrzymane wyrażenia były

zgodne z powszechnie obowiązującymi prawami fizyki oraz zasadami zapisywania równań fizyki przy ich wymiarowej jednorodności. Jako oznaczenie pochodnych stosowano tu te wprowadzone przez niemieckiego matematyka, fizyka, prawnika, inżyniera-mechanika i dplomaty Gottfrieda Wilhelma Leibniza'a, (1646-1716) (rys.4). Dla wielu działań techniki i fizyki, przez 3/4 XX wieku wystarczający był rachunek różniczkowo-całkowy całkowitego rzędu. Rachunek ten był również wystarczający dla powiązanych ze sobą równań teorii obwodów elektrycznych i teorii pola elektromagnetycznego.

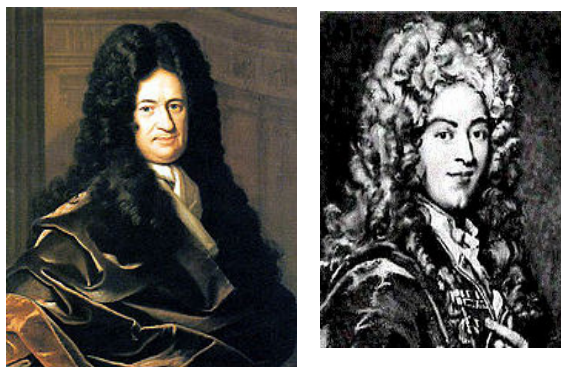
Powszechne zastosowanie komputerów do obliczeń oraz nadzwyczaj częste stosowanie w obliczeniach polowych metod numerycznych opartych o rachunek różniczkowy spowodowało, że używany dziś do tych obliczeń rachunek różniczkowo-całkowy w końcowym efekcie obliczeniowym ma charakter dyskretny.



Rys. 3. Od góry i od lewej: J.C. Maxwell, O. Heaviside, H.R. Hertz, J.H. Poynting [23]

Te, czasem bardzo skomplikowane dyskretne numeryczne metody modelowania zjawisk fizycznych, mogą utrudnić zrozumienie samego zjawiska, lecz nie powinny go całkowicie zamazywać, co jest szczególnie ważne w naukach technicznych. Poszukiwane są metody matematyczne, które mogą w jakiś sposób uprościć te skomplikowane działania dyskretne. Jeśli

jednokrotnie obliczymy klasyczną pochodną funkcji to pochodna ta jest rzędu pierwszego. I analogicznie, jednokrotne całkowanie oznacza zastosowanie całkowania rzędu pierwszego. Jedną z możliwości jest uogólnienie klasycznych pochodnych oraz całek (bezpośrednio związanych z pochodnymi) tak, aby obejmowało ono rzędy ułamkowe. Jest to początkowo kłopotliwe do zaakceptowania oraz wyobrażenia i bywa krytykowane. Jednak kiedyś nie wyobrażano sobie potęgowania z niecałkowitym wykładnikiem, a dziś stosuje się potęgi z wykładnikami niecałkowitymi, a nawet zespolonymi. Rachunek różniczkowo-całkowy, w którym rozpatruje się nie tylko całkowite rzędy pochodnych i całek, w języku angielskim określany jest sformułowaniem „fractional calculus” i nie posiada w języku polskim dosłownego odpowiednika, dlatego stosuje się swobodne logiczne tłumaczenie „rachunek różniczkowo-całkowy niecałkowitego (cząstkowego) rzędu”, a ograniczając się tylko do równań różniczkowych – określenie „pochodne ułamkowe” [16].



Rys. 4 Od lewej G. W. Leibniz, G. F. A. L'Hospital [23]

Za symboliczny początek pochodnych ułamkowych uznaje się pisemną odpowiedź G. W. Leibniz'a skierowaną w dniu 30 września 1695 roku do francuskiego matematyka Guillaume François Antoine'a, markiza de l'Hospital'a (1661- 1704) (rys.4), który na zadane przez tego ostatniego listownie pytanie dotyczące pochodnych „What if the order will be $\frac{1}{2}$?” (w wolnym tłumaczeniu „Co zrobić jeżeli rząd będzie $\frac{1}{2}$?”), odpowiedział: „It will lead to a paradox (...), from which one day useful consequences will be drawn” (w wolnym tłumaczeniu „Doprowadzi to do paradoksu (...), którego użyteczne konsekwencje ujawnią się pewnego dnia”) [15]. Ta treść listu pobudziła do działań

wielu matematyków następnych pokoleń, między innymi takich jak: francuski matematyk Joseph Liouville (1809-1882) (rys. 5) [10], matematyk z Pragi Anton Karl Grünwald (1838–1920) [6], rosyjski matematyk Aleksy Vasilievicz Letnikov (1837-1888) (rys.5) z Moskwy [24, 25], niemiecki matematyk i fizyk Georg Friedrich Bernhard Riemann (1826-1866) (rys. 5) [17], którzy w drugiej połowie XIX wieku stworzyli podstawy rachunku różniczkowo-całkowego ułamkowego rzędu.



Rys. 5. Od lewej J. Liouville, A.V. Letnikov, G.F.B. Riemann [23]

Stosując do klasycznych równań fizyki rachunek różniczkowo-całkowy ułamkowego rzędu należy uwzględnić:

- obowiązujące prawa fizyki,
 - zasady zapisu równań fizycznych
 - wymiarową jednorodność tych równań.
- Wprowadzając do równań Maxwella oraz równań falowych rachunek różniczkowo-całkowy niecałkowitego rzędu, należałoby gruntownie zmienić cały opis zjawisk fizycznych dotyczących zmiennego pola elektromagnetycznego oraz powiązany z nim opis matematyczny teorii obwodów. Należy też pamiętać, że zastosowanie pochodnych ułamkowych wiąże się z pewnymi trudnościami interpretacyjnymi, mogącymi prowadzić do nieporozumień.

6. Zakończenie

Równania falowe są równaniami różniczkowymi cząstkowymi typu hiperbolicznego, po ich uściśleniu warunkami brzegowymi (określającymi zachowanie wektora na brzegu analizowanego obszaru działania pola) i początkowymi (określającymi wartości składowych wektora w chwili rozpoczęcia obliczeń) w sposób dokładny lub przybliżony rozwiązywane są metodami analitycznymi lub numerycznymi. Wraz z równaniami Maxwella stanowią one podstawę wszelkiego typu obliczeń w polu elektromagnetycznym.

7. Literatura

- [1]. Crombie A. C.; Nauka średniowieczna i początki nauki nowożytnej. T. 1, Nauka w średniowieczu w okresie V-XIII w. s. 319, T. 2, Nauka w późnym średniowieczu i na początku czasów nowożytnych w okresie XIII-XVII w. s. 471, Instytut Wydawniczy „Pax”, Warszawa 1960.
- [2]. Drożdż T., Gąsiorowski A., Posyłek Z.; Wykorzystanie fal elektromagnetycznych do określania wilgotności biosurowców nieżywnościowych metodą falowodową, Monografia, Wydawnictwo WIR, Kraków 2016, s.134, ISBN 978-83-64377-17-4.
- [3]. Duda M., Krawczyk A.; Wielcy badacze elektromagnetyzmu, Polskie Towarzystwo Zastosowań Elektromagnetyzmu, Warszawa 2003, s. 43, ISBN 83-916065-8-9.
- [4]. Forbest N., Mahon B.; Faraday, Maxwell and the magnetic field; How two men revolutionized physics, Prometheus Books 2014, p. 320, ISBN 1616149426, ISBN 978-1616149420.
- [5]. Gierlotka S.; Historia elektrotechniki, „Śląsk” Wydawnictwo Naukowe, Katowice 2012, s. 252, ISBN 978-83-7164-714-7.
- [6]. Grünwald A.K.; Über „begrenzte” Derivationen und deren Anwendung, Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik, 1867, 12, p. 441–480.
- [7]. Hammond P.; Od Gilberta do Einsteina, Krótka historia elektromagnetyzmu, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 1999, s. 42, ISBN 83-7193-072-0.
- [8]. Heilbron J.L.; Electricity in the 17th and 18th centuries: A Study of Early Modern Physics, University of California Press, Berkeley 1979, p. 606, ISBN 0520034783.
- [9]. Hertz H.; Electric waves: Being researches on the propagation of electric action with finite velocity through space, Macmillan and Company, London and New York 1893, p. 310, reprinted by Dover Publications, New York, 1962, ISBN 0486600572.
- [10]. Liouville J.; Mémoire Sur le Calcul des Différentielles á Indices Quelconques, Journal de l'École Polytechnique, 1832, 13, Sec. 21, p.71-162.
- [11]. Maxwell J. C.; On physical lines of force, *Philosophical Magazine*, Serie 4: Volume 21, 1861, Part I, II, III, 1861 p. 161-175, 281-191, 834-849; Volume 23, 1862, p. 13-25, 85-95.
- [12]. Maxwell J. C.; A treatise on electricity and magnetism, vol.1+vol.2, Clarendon Press, Oxford 1873, p. 880.
- [13]. Messami G.; 120 odkryć, które zmieniły świat – leksykon, Wydawnictwo Opus, Łódź, 1995, s. 242, ISBN 83-7089-028-8.
- [14]. Oksfordzki słownik biograficzny, Świat Książki, Bertelsmann Media, Warszawa 1999, s. 477, ISBN 83-7227-109-7.
- [15]. Oldham K. B., Spanier J.; The Fractional Calculus, Theory and Applications of Differentiation and Integration to Arbitrary Order, Academic Press, New York, 1974, p. 254, ISBN 0486450015.
- [16]. Ostalczyk P.; Zarys rachunku różniczkowo-całkowego ułamkowych rzędów. Teoria i zastosowanie w automatyce. Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź 2008, ISBN 978-83-7283-245-0.
- [17]. Riemann B.; Versuch einer allgemeinen Auffassung der Integration und Differentiation, Ch.19, p. 353-366, in: W: H. Weber (ed.); The Collected Works of Bernhard Riemann, Series Dover Books on Mathematics, New York, Dover 1953, p. 704.
- [18]. Słownik uczonych, Wyd. Horyzont, Grupa Wydawnicza Bertelsmann Media, Warszawa 2001, s. 631, ISBN 83-7311-430-0.
- [19]. Weinfeld S.; Elektryczność włada światem, Wiedza Powszechna, Warszawa 1968, s.456.
- [20]. Whittaker, E.T.: A history of the theories of aether and electricity: Pt.1 The classical theories, Revised and enlarged ed., Thomas Nelson and Son, London 1951, p. 429.
- [21]. Wielka Encyklopedia PWN, 30 tomów + 1 tom suplementu, (redaktor naczelny Jan Wojnowski), Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2001–2005, ISBN: 8391686809.
- [22]. Wróblewski A.K.; Historia fizyki, od czasów najdawniejszych do współczesności, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2006, stron 620, ISBN 83-01-14635-4.
- [23]. Wikipedia, wolna encyklopedia (rysunki do biogramów uczonych).
- [24] Лѣтниковъ А. В.; Теорія дифференцированія съ произвольнымъ указателемъ, Матем. сб., 1868, том 3, номер 1 с.1–68.
- [25] Лѣтниковъ А. В.; Объ историческомъ развитіи теоріи дифференцированія съ произвольнымъ указателемъ, Матем. сб., 1868, том 3, номер 2, с. 85–112.

Autor

Dr inż. Aleksander Kazimierz Gąsiorowski
 Oddział Częstochowski SEP,
 Miejsce pracy: Politechnika Częstochowska,
 Wydział Elektryczny, Katedra Elektrotechniki,
 ul.J.H. Dąbrowskiego 69, 42-200 Częstochowa,
 e-mail: alekg@el.pcz.czest.pl