

Wpływ zmiany temperatury na rozkład naprężeń w powłoce naprawianej i w cienkiej warstwie naprawczej

Dr hab. inż. Jakub Marcinowski, prof. UZ, Uniwersytet Zielonogórski

1. Wprowadzenie

W ściśle zespolonych warstwach materiału naprawczego i podłoża naprawianego mogą powstawać naprężenia wywołane zmianą temperatury, a przyczyną tego niekorzystnego zjawiska jest różnica w wartościach współczynnika rozszerzalności termicznej zespolonych warstw. W używanych do napraw materiałach kompozytowych współczynnik CTE zależy od udziału procentowego włókien w kompozycie, parametrów mechanicznych i termicznych poszczególnych frakcji oraz od orientacji włókien w danym punkcie. Niezbędna w obliczeniach nawet szacunkowa wartość współczynnika rozszerzalności termicznej jest więc trudna do ustalenia, szczególnie w przypadku powłok nakładanych manualnie „in situ”.

W artykule zostaną zaprezentowane wzory pomocne do określenia współczynnika CTE kompozytu. Przedstawiono wzory, które mogą być wykorzystane do szacowania naprężeń w obu warstwach. Zaprezentowano rozwiązanie numeryczne problemu rozkładu naprężeń wywołanych zmianą temperatury w powłoce realnej konstrukcji oraz w kompozytowej warstwie zewnętrznej.

2. Współczynniki CTE kompozytów

Względnie łatwo można znaleźć w literaturze wartości współczynników CTE włókien i matryc z żywic poliestrowych czy epoksydowych. Dostępność współczynników CTE kompozytu wytworzonego ze wspomnianych składników nie jest już tak łatwa, a wynika to z zależności właściwości termicznych włóknokompozytu od udziału poszczególnych frakcji, od parametrów mechanicznych i termicznych matrycy i włókien, a także od orientacji włókien.

W pracach [1] i [2] można znaleźć propozycje wzorów teoretycznych na współczynniki CTE. Zostały one wyprowadzone na gruncie rozważań właściwości mikromechanicznych włóknokompozytów.

Wzory (1) i (2) przedstawiają propozycje Schapery (por. [1]):

$$\alpha_c^L = \frac{\alpha_f^L E_m V_f + \alpha_m E_m (1 - V_f)}{E_f V_f + E_m (1 - V_f)}, \quad (1)$$

1 Dalej określane skrótem CTE od terminu angielskiego: *coefficient of thermal expansion*.

$$\alpha_c^T = (1 + \nu_f) \alpha_f^L V_f + (1 + \nu_m) \alpha_m (1 - V_f) - \alpha_c^L \nu_c. \quad (2)$$

Wzór (3) wynika z propozycji Hopkinsa-Chamisa, a wzór (5) zaproponował Geier (por. [1]).

$$\alpha_c^T = \frac{E_m}{E_c} \left[(1 - V_f) \alpha_m + \frac{\alpha_m \sqrt{V_f} - V_f (\alpha_m - \alpha_f^T)}{1 - \sqrt{V_f} \left(1 - \frac{E_m}{E_c}\right)} \right], \quad (3)$$

gdzie:

$$E_c^T = E_m \left[(1 - \sqrt{V_f}) + \frac{\sqrt{V_f}}{1 - \sqrt{V_f} \left(1 - \frac{E_m}{E_f}\right)} \right], \quad (4)$$

$$\alpha_c^T = \alpha_f^T V_f + (1 - V_f) \left[\alpha_m + (\alpha_m - \alpha_f^L) \frac{\nu_m + \nu_f \frac{E_m}{E_f}}{V_f + (1 - V_f) \frac{E_m}{E_f}} \right]. \quad (5)$$

We wzorach tych: α – współczynnik CTE, E oznacza moduł Younga, ν – współczynnik Poissona, V_f – udział objętościowy frakcji włóknistej, indeksy górne: L – kierunek wzdłużny, T – kierunek poprzeczny, indeksy dolne: c – kompozyt, f – włókno, m – matryca.

Prosty wzór wynikający z teorii mieszanin zamieścili autorzy pracy [2]:

$$\alpha_c = \alpha_f V_f + \alpha_m (1 - V_f). \quad (6)$$

Wzory te pozwalają oszacować współczynnik CTE dla kompozytu pod warunkiem, że wszystkie wielkości w nich występujące są znane. W tabeli 1 podano wartości parametrów materiałowych dla włókien i matrycy. Przytoczone wyżej wzory pozwalają określić parametry CTE dla kompozytu o ustalonym udziale objętościowym V_f fazy włóknistej w objętości kompozytu.

Tabela 1. Parametry materiałowe włókien i matrycy²

Materiał	Gęstość [kg/m ³]	Moduł Younga [GPa]	CTE °C ⁻¹ ·10 ⁻⁶	Współczynnik Poissona
Epoksyd	1200	3,5	57,5	0,33
Poliester	1030	2,5	56	0,33
Carbon HMS	1940	385	-1 (10) ³	0,2
Szkło	2450	71	5	0,22
Kevlar (49)	1470	154	-4 (54)	0,35

² Dane ze strony Michigan Technological University: <http://www.mse.mtu.edu/~drjohn/my4150/props.html>
³ w nawiasie podano wartości dla kierunku poprzecznego

Warto też dodać, że przytoczone wzory nie dotyczą sytuacji chaotycznego ułożenia włókien. Właściwości takiego kompozytu musiałyby być zbadane doświadczalnie.

Firmy oferujące gotowe wyroby włóknokompozytowe (np. taśmy karbonowe) podają w specyfikacjach produktu wartości współczynnika CTE. W takim przypadku oczywiście znika konieczność zastosowania przytoczonych wzorów.

3. Uprozczone wzory szacowania naprężeń w elementach dwuwarstwowych

Rozważmy deformacje dwóch cienkich warstw oznaczanych dalej literami *l* i *s*, trwale ze sobą zespolonych (rys. 1a) w formie wąskiego pasma i poddanych zmianie temperatury. Krawędzie zewnętrzne pasma nie mają żadnych więzów blokujących swobodę deformacji w płaszczyźnie warstw. Względnie proste rozważania stanu deformacji tego układu (rys. 1a) poddanego zmianie temperatury, prowadzą do następujących wzorów na naprężenia:

$$\sigma_s = -(\alpha_s - \alpha_l)\Delta T \frac{E_l E_s t_l}{E_s t_s + E_l t_l} \tag{7}$$

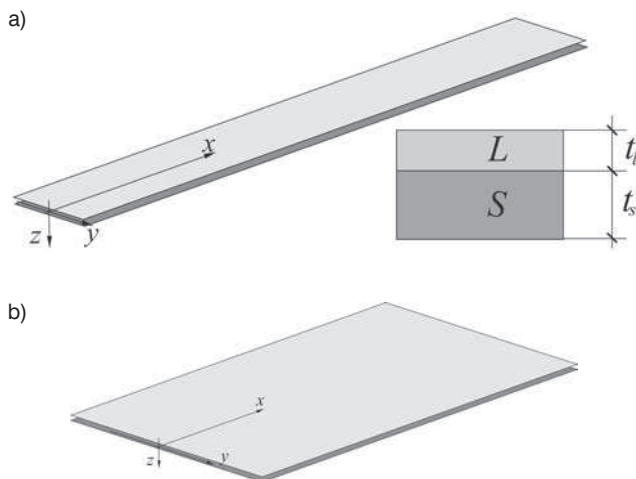
$$\sigma_l = (\alpha_s - \alpha_l)\Delta T \frac{E_l E_s t_s}{E_s t_s + E_l t_l} \tag{8}$$

Warto zwrócić uwagę, że poza różnicą wartości współczynników CTE o wartości naprężeń decyduje zmiana temperatury ΔT , a także sztywność osiowa poszczególnych części. Nieco bardziej złożone wzory otrzymuje się, rozpatrując układ dwuwarstwowy złożony z cienkich płyt. Wzory te przyjmują postać następującą:

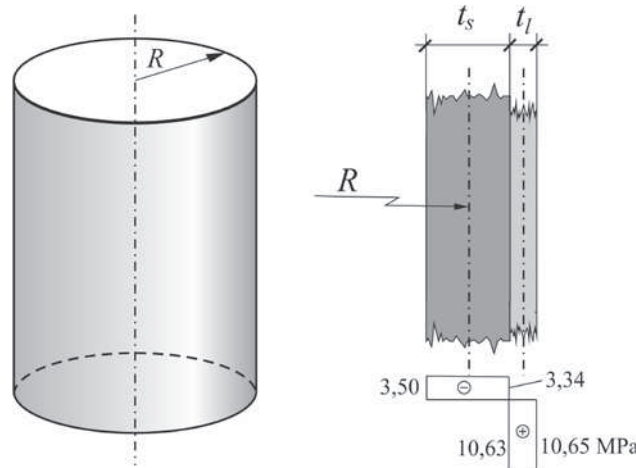
$$\sigma_{xs} = \sigma_{ys} = -(\alpha_s - \alpha_l)\Delta T \frac{E_l E_s t_l}{E_s t_s (1 - \nu_l) + E_l t_l (1 - \nu_s)} \tag{9}$$

$$\sigma_{xl} = \sigma_{yl} = (\alpha_s - \alpha_l)\Delta T \frac{E_l E_s t_s}{E_s t_s (1 - \nu_l) + E_l t_l (1 - \nu_s)} \tag{10}$$

Wzory od (7) do (10) zostały wyprowadzone przy założeniu upraszczającym, że naprężenia są stałe na grubości każdej z warstw. Mimo tego założenia upraszczającego można je wykorzystać do bezpiecznego oszacowania naprężeń w każdej z warstw.



Rys. 1. Wąskie pasmo dwuwarstwowe (a) oraz płyta dwuwarstwowa (b)



Rys. 2. Cylinder dwuwarstwowy

Warto zauważyć, że tylko w przypadku równych wartości współczynników CTE zmiana temperatury nie będzie skutkowałą pojawieniem się naprężeń w obu warstwach, oczywiście pod warunkiem zapewnienia swobody deformacji krawędzi analizowanego fragmentu konstrukcji.

Aby się przekonać o poprawności wyprowadzonych wzorów, rozważmy dwuwarstwową powłokę walcową (rys. 2) o następujących danych geometrycznych i materiałowych: $R=6$ m, $t_s=12$ mm, $E_s=210$ GPa, $\alpha_s=12 \cdot 10^{-6}$ °C⁻¹, $\nu_s=0,3$, $t_l=4$ mm, $E_l=50$ GPa, $\alpha_l=4 \cdot 10^{-6}$ °C⁻¹, $\nu_l=0,3$, $\Delta T=+20$ °C. Przyjęto do obliczeń cylinder o długości 2 m i w analizie numerycznej zapewniono warunki brzegowe gwarantujące swobodę deformacji cylindra w kierunku osiowym. Analizę przeprowadzono w systemie COSMOS/M [3], wykorzystując przy tym elementy skończone rodziny SHELL4L (powłokowe, warstwowe).

Otrzymany rozkład naprężeń obwodowych pokazano na rysunku 2. Naprężenia południkowe w tym samym miejscu powłoki przyjmują wartości maksymalne $\sigma_l=11,07$ MPa oraz $\sigma_s=-3,83$ MPa, odpowiednio w skrajnych włóknach powłoki laminatowej i stalowej.

Ze wzorów (7) i (8) otrzymujemy $\sigma_s=-2,47$ MPa i $\sigma_l=7,41$ MPa.

Wzory (9) i (10) dają odpowiednio $\sigma_s = -3,53$ MPa i $\sigma_l = 10,59$ MPa. Porównanie tych wartości z rozwiązaniem numerycznym (rys. 2) potwierdza poprawność szacowania naprężeń od zmian temperatury za pomocą względnie prostych wzorów (9) i (10). Oczywiście należy mieć na uwadze fakt, że w rozważanym przykładzie warunki były zbliżone do tych, dla których wprowadzono wzory (9) i (10).

4. Analiza numeryczna przykładowej konstrukcji kubaturowej

Faktyczny kształt i związana z nim sztywność obu zespolonych warstw, a także wpływ pozostałych fragmentów konstrukcji, można w pełni uwzględnić jedynie w symulacjach numerycznych.

Jako przykład praktyczny rozważmy konstrukcję kubaturową, wewnątrz stalową, a z zewnątrz pokrytą cienką warstwą kompozytu na bazie włókien szklanych. Zamodelowano jedynie dwumetrowy odcinek konstrukcji, zastępując wewnętrzne struktury prętowe (2) stalowymi powłokami o ekwiwalentnej grubości (rys. 3). Pręty (3) łączą konstrukcję wewnętrzną z powłokowym płaszczem zewnętrznym. Powierzchnia zewnętrzna (1), faktycznie wykonana z ortogonalnej siatki prętów okrągłych, została w modelu zastąpiona powłoką stalową o grubości 5 mm. Do tej powłoki przylega włóknokompozyt o grubości 4 mm. Parametry materiałowe przyjęte w analizie są następujące: $E_s = 210$ GPa, $\alpha_s = 12 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $\nu_s = 0,3$, $E_l = 50$ GPa, $\alpha_l = 4 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $\nu_l = 0,3$, gdzie indeksy oznaczają odpowiednio stal (s) i laminat (l).

Parametry materiałowe włóknokompozytu złożonego z żywicy poliestrowej i mat z włókien szklanych przyjęto, zakładając, że manualnie układana powłoka włóknokompozytowa może lokalnie przyjmować takie właśnie właściwości.

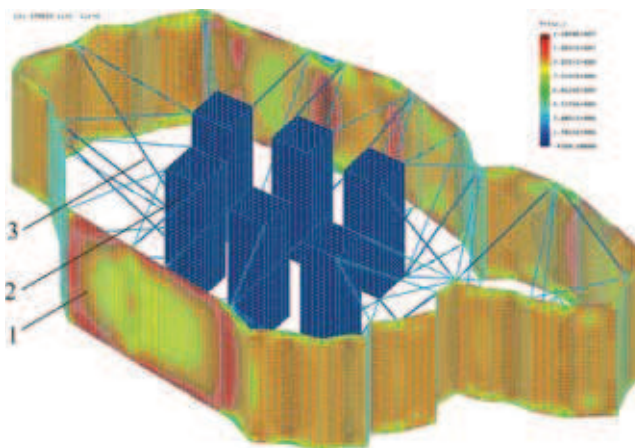
W wykonanych symulacjach numerycznych wykorzystano program COSMOS/M [3] bazujący na metodzie elementów skończonych. W modelu numerycznym dopuszczono swobodę deformacji wzdłużnych rozważanego fragmentu konstrukcji, a przedmiotem analiz były naprężenia w obu warstwach powłoki (1). Dwuwarstwową powłokę zewnętrzną (1) zamodelowano elementami warstwowymi SHELL4L, przypisując każdej warstwie odpowiednie parametry materiałowe. Część (2) zamodelowano, używając elementów SHELL4, a pręty (3) za pomocą elementów BEAM3D (por. [3]).

Rozkład naprężeń głównych σ , w kompozytowej powłoce zewnętrznej, wywołany zmianą temperatury $\Delta T = +20^\circ\text{C}$, pokazano na rysunku 3. Maksymalne naprężenia rozciągające w laminacie osiągają wartość ok. 12 MPa, a maksymalne naprężenia ściskające w powłoce stalowej są rzędu 5 MPa.

Sprawdzenie naprężeń w obu warstwach za pomocą wzorów (9) i (10) prowadzi do całkiem dobrego (jak na złożoność przykładu) oszacowania: $\sigma_s = -7,68$ MPa i $\sigma_l = 9,6$ MPa.

5. Podsumowanie

Naprężenia w kompozytowej warstwie naprawczej oblicza się często jedynie na podstawie typowych czynników wpływających na wyętie konstrukcji naprawianej, a mianowicie:



Rys. 3. Fragment obiektu kubaturowego. Rozkład naprężeń głównych σ_1

ciężar własny, obciążenia użytkowe, obciążenia od wiatru i ewentualnie od wymuszonych przemieszczeń fragmentów konstrukcji. Przyrost naprężeń w warstwie naprawczej spowodowany zmianą temperatury i istotną różnicą współczynników CTE powłoki naprawczej i materiału naprawianego jest najczęściej pomijany, choć jak pokazały rozważania zawarte w pracy, może być istotny.

Przytoczone w pracy wzory na współczynniki CTE mogą być wykorzystane wszędzie tam, gdzie zastosowano dwufazowe kompozyty do wykonania fragmentu konstrukcji czy też użyto takiego materiału do napraw powierzchniowych. Dodatkowe naprężenia w obu warstwach mogą być oszacowane za pomocą wzorów na naprężenia wywołane zmianą temperatury. Proste wzory analityczne dla wąskiego pasma warstwowego mogą mieć jedynie ograniczone zastosowanie. Wzory na naprężenia dla płyty warstwowej można z powodzeniem stosować wszędzie tam, gdzie występują w miarę gładkie płyty powierzchniowe.

Pełną odpowiedź na pytanie o naprężenia w konstrukcyjnych układach warstwowych o różnych wartościach współczynników CTE można otrzymać jedynie drogą symulacji numerycznych. Zaprezentowany w pracy przykład z praktyki inżynierskiej pokazuje, że w pewnych okolicznościach nawet zmiana temperatury wynikająca z termiki typowej dla naszej strefy klimatycznej może doprowadzić do powstania znaczących naprężeń, które mogą skutkować uszkodzeniem (spękaniem) warstwy naprawczej.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Luca Motoc D., Ivens J., Dadirlat N., Coefficient of thermal expansion evolution for cryogenic preconditioned hybrid carbon fiber/glass fiber-reinforced polymeric composite materials, *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, czerwiec 2013, tom 112, wydanie 3, str. 1245–1251
- [2] La Carrubba V., Bulters M., Zoetelief W., Dependence of Coefficient of volumetric thermal expansion (CVTE) of glass fiber reinforced (GFR) polymers on the glass fiber content, *Polymer Bulletin*, styczeń 2008, tom 59, wydanie 6, str. 813–824
- [3] COSMOS/M. Finite Element Analysis System, Version 2.5, Structural Research and Analysis Corporation, Los Angeles, California 1999