



## Zastosowanie metody elementów spektralnych do określania drgań gruntu od wstrząsów górniczych

### Simulation of ground motion from mining-induced tremors upon the Spectral-Element Method

Dr inż. Jacek Chodacki\*)

**Treść:** Wstrząsy górnicze od wielu lat towarzyszą eksploatacji węgla kamiennego w Górnośląskim Zagłębiu Węglowym w Polsce. Stanowią one zagrożenie dla ludzi pracujących pod ziemią, a także powodują uszkodzenia w obiektach budowlanych na powierzchni. Możliwe jest prognozowanie drgań sejsmicznych od wstrząsów górniczych przy zastosowaniu obliczeń numerycznych. Jedną z takich metod jest Metoda Elementów Spektralnych (SEM). W metodzie tej obliczane są sejsmogramy syntetyczne, które umożliwiają obrazowanie pełnego przebiegu falowego. W obliczeniach przyjmuje się złożony mechanizm ogniska wstrząsu poprzez zastosowanie tensora momentu sejsmicznego, który w najlepszym stopniu oddaje układ sił w źródle. W artykule przedstawiono wyniki modelowań metodą SEM drgań gruntu od wstrząsu o magnitudzie 3,8 w skali Richtera, który wystąpił w dniu 08.11.2018 na terenie kopalni Budryk. Wyniki modelowań pokazują, że nawet jeżeli obliczone sejsmogramy syntetyczne nie w pełni pokrywają się z rzeczywistymi rejestracjami drgań, to na ich podstawie możliwe jest określanie szczytowych wartości drgań sejsmicznych w dowolnym punkcie modelu. Metoda ta może więc być, dobrym uzupełnieniem metod analitycznych, stosowanych do oceny zagrożenia sejsmicznego od wstrząsów górniczych.

**Abstract:** Mining tremors have been associated with the mining of hard coal in the Upper Silesian Coal Basin in Poland for many years. They pose a threat to people working underground, and also cause damage to construction facilities on the surface. It is possible to predict seismic vibrations from mining tremors using numerical calculations. One of such methods is the Spectral Element Method (SEM). In this method, synthetic seismograms which enable the imaging of the full waveform are calculated. A complex mechanism of the tremor source is assumed by applying the seismic moment tensor, which best reflects the balance of forces in the source. This paper presents the results of SEM modelling of ground motions of the tremor with magnitude of 3,8 on the Richter scale, which occurred on November 8, 2018 in the Budryk mine. The results of modelling show that even if the calculated synthetic seismograms do not fully correlate with real vibration registrations, it is possible to determine the peak values of seismic vibrations at any point in the model. This method can be a good complement to the analytical methods used to assess the seismic hazard caused by mining tremors.

#### Słowa kluczowe:

sejsmologia górnicza, drgania gruntu, Metoda Elementów Spektralnych

#### Keywords:

ground motion, mining seismicity, Spectral Element Method

## 1. Wprowadzenie

Górnośląskie Zagłębie Węglowe (GZW) jest obszarem, na którym od wielu lat prowadzona jest intensywna eksploatacja węgla kamiennego. Towarzyszą jej wstrząsy sejsmiczne, indukowane działalnością górniczą. Sejsmiczność ta jest dwójakiego rodzaju. Pierwszy obejmuje wstrząsy typowo górnicze, bezpośrednio związane z prowadzoną działalnością górniczą w rejonie czynnych wyrobisk podziemnych, natomiast drugi wynika z nałożenia się naprężeń pochodzących od prac górniczych z naprężeniami występującymi w strefach czynnych tektonicznie. I właśnie ten drugi rodzaj wstrząsów, górniczo-tektonicznych, jest szczególnie niebezpieczny dla ludzi pracujących pod ziemią, a także uciążliwy dla mieszkańców terenów górniczych. Są to bowiem wstrząsy wysokoenergetyczne o magnitudzie nawet powyżej 4 w skali Richtera. Mimo, że w całej liczbie zjawisk sejsmicznych jest ich stosunkowo niewiele (w 2018 r. wstrząsów o magnitudzie powyżej 3 było 29, przy ogólnej liczbie wstrząsów o ma-

gnitudzie powyżej 1,7 wynoszącej około 1500 zjawisk), to powodują one najwięcej uszkodzeń w obiektach budowlanych.

Modelowania Metodą Elementów Spektralnych (SEM) pierwotnie zostały opracowane do obliczeń dynamiki płynów, ale z powodzeniem są stosowane również do rozwiązywania problemów związanych z propagacją fal sejsmicznych w ośrodkach skalnych. Wykorzystywane są głównie w sejsmologii globalnej do modelowania propagacji fal po silnych trzęsieniach ziemi (Komatitsch i in. 2004, Maheshreddy, Raghukanth 2017), ale istnieją również publikacje prezentujące wyniki obliczeń dla wstrząsów górniczych w kopalniach, np. rudy cynku i miedzi (Gharti i in. 2017). W Polsce metoda ta nie była dotychczas stosowana do badania efektów sejsmicznych pochodzących od wstrząsów górniczych, jednak może się okazać bardzo użytecznym narzędziem służącym do określania wpływu drgań wywołanych wstrząsami górniczymi na obiekty budowlane na powierzchni. W ich wyniku uzyskujemy pełne przebiegi falowe, pozwalające skutecznie oceniać ryzyko sejsmiczne w strefach występowania wstrząsów górniczych.

W artykule przedstawiono wyniki modelowań przeprowadzonych przy użyciu oprogramowania SpecFEM3D (www.

\*) Główny Instytut Górnictwa w Katowicach

geodynamics.org/cig/software/specfem3d). Pierwszymi autorami byli Dimitri Komatitsch i Jean-Pierre Vilotte (1995-1997), a następnie Dimitri Komatitsch and Jeroen Tromp. Wszystkie programy SpecFEM3D są napisane w języku Fortran 2003 i wykorzystują programowanie równoległe w oparciu o protokół komunikacyjny MPI (*Message Passing Interface*). Oprogramowanie jest wydane na licencji wolnego oprogramowania GNU (Komatitsch i in. 2018).

## 2. Wstrząs o magnitudzie 3.8 z dnia 08.11.2018 r.

W dniu 08.11.2018 r. na obszarze górniczym kopalni KWK Budryk położonej w zachodniej części GZW wystąpił wstrząs o magnitudzie 3,8 w skali Richtera. Współrzędne geograficzne epicentrum zostały wyznaczone na podstawie kopalnianej podziemnej sieci sejsmologicznej i wyniosły:  $50^{\circ}18'55''N$  i  $18^{\circ}75'40''E$ . Wstrząs został zlokalizowany w bezpośrednim sąsiedztwie uskoku „Barbara”, którego powierzchnia uskoka wa rozciąga się na kierunku W-E z upadem na S.

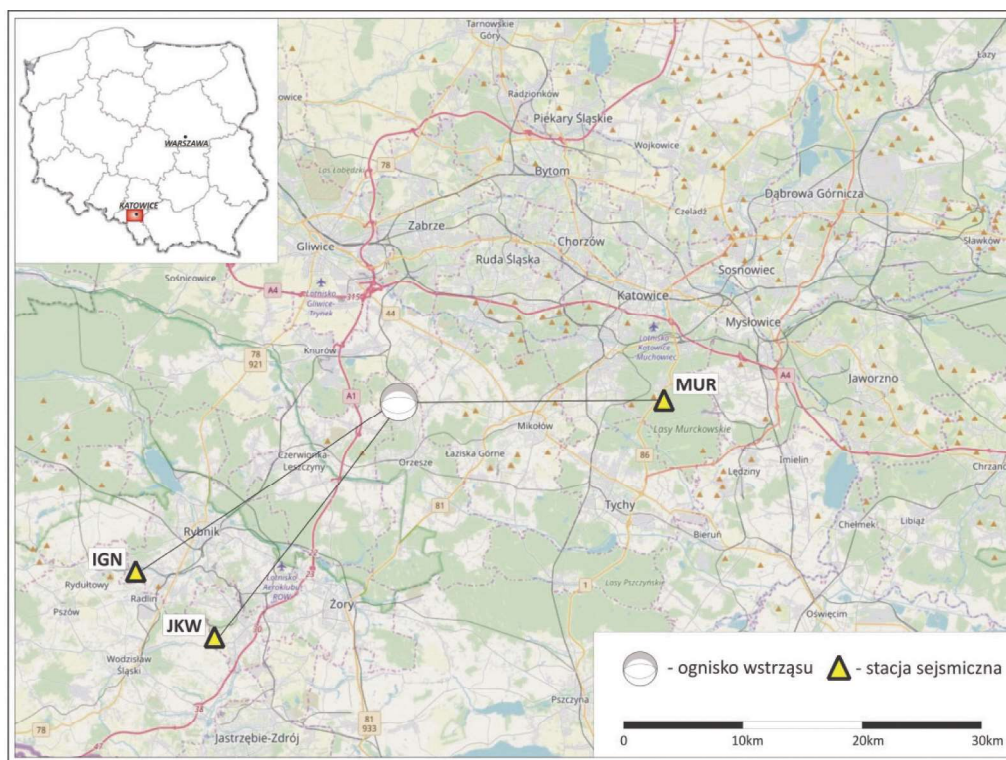
Dla wstrząsu został obliczony tensor momentu sejsmicznego, który opisuje rozkład sił w źródle sejsmicznym, jako kombinację par sił z momentem. Przemieszczenia w dalekim polu falowym wywołane przez układ sił w źródle są sumą przemieszczeń wywołanych przez poszczególne pary sił (Aki, Richards 1980). Obliczenia tensora momentu sejsmicznego wykonano przy użyciu programu Foci (Kwiatk 2009). Na podstawie mechanizmu ogniska ze stosunkowo dużym udziałem składowej ścinania można wnioskować, że przyczyną zaistniałego wstrząsu mogło być odprężenie mas skalnych w warunkach występujących naprężeń tektonicznych w rejonie uskoku „Barbara”, na które nałożyły się naprężenia wywołane bieżącą eksploatacją górniczą w tym rejonie. Parametry mechanizmu ogniska wstrząsu zostały określo-

ne na podstawie sejsmogramów zarejestrowanych przez Górnośląską Regionalną Sieć Sejsmologiczną ([www.grss.gig.eu](http://www.grss.gig.eu)). Rejestracje z trzech wybranych stanowisk (MUR, JKW i IGN) posłużyły do porównania obliczonych sejsmogramów syntetycznych z rzeczywistymi drganiami gruntu. Rysunek 1 przedstawia analizowany obszar, wraz z naniesionym położeniem ogniska wstrząsu oraz stanowiskami sejsmologicznymi uwzględnionymi w analizie.

## 3. Metoda Elementów Spektralnych

Metoda SEM jest rozwinięciem klasycznej metody elementów skończonych. Umożliwia ona przeprowadzenie modelowań numerycznych pełnych przebiegów falowych. Wykorzystuje wielowęzłowe elementy skończone, jednak w metodzie tej, w odróżnieniu od metody elementów skończonych, stosuje się nierówno odległy rozkład węzłów w elementach, a do przybliżenia wartości międzywęzłowych wykorzystuje wielomiany Lagrange’a wyższego stopnia. Takie podejście pozwala na zmniejszenie liczby węzłów na długości fali do około 5, a także gwarantuje, że otrzymana macierz mas przyjmuje formę diagonalną. Modelowanie sygnałów czasowych prędkości fal sejsmicznych odbywa się na podstawie tensora momentu sejsmicznego, opisującego układ sił w źródle sejsmicznym.

Podstawy matematyczne metody zostały przedstawione w pracach (Komatitsch, Tromp 1999, Komatitsch, Tromp 2002a, 2002b), a w przedmiotowym artykule pokazano tylko ogólny jej zarys. Pierwszym etapem modelowań jest dyskretyzacja ośrodka ciągłego do postaci nienakładających się elementów sześciennych. Każdy element jest zdefiniowany przez węzły i funkcje kształtu. Funkcje kształtu aproksymują pole przemieszczeń wewnątrz elementu, natomiast układ równań,



Rys. 1. Mapa omawianego obszaru wraz z położeniem ogniska wstrząsu i powierzchniowych stanowisk sejsmologicznych

Fig. 1. A map of the discussed area together with the location of the tremor source and surface seismological stations



który należy rozwiązać w celu wyznaczenia przemieszczeń w węzłach są obliczane na podstawie równania ruchu, które można zapisać jako:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = F$$

gdzie:

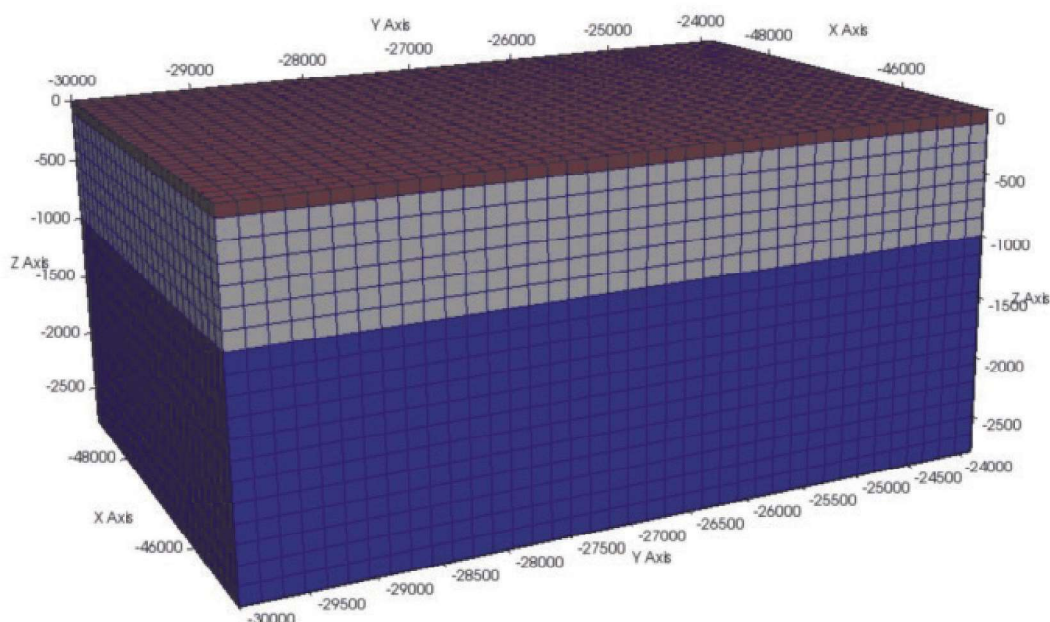
- $u$  oznacza globalny wektor przemieszczenia,
- $M$  globalną macierz mas,
- $C$  globalną macierz absorpcji brzegowej (tłumienia),
- $K$  globalną macierz sztywności,
- $F$  wektor sił.

#### 4. Budowa modelu

Rysunek 2 przedstawia fragment siatki punktów skonstruowanej do obliczeń przebiegów falowych. Siatka modelu pokrywa obszar, w przybliżeniu o wymiarach 49x49 km, ograniczony współrzędnymi geograficznymi od 49°96'96"N

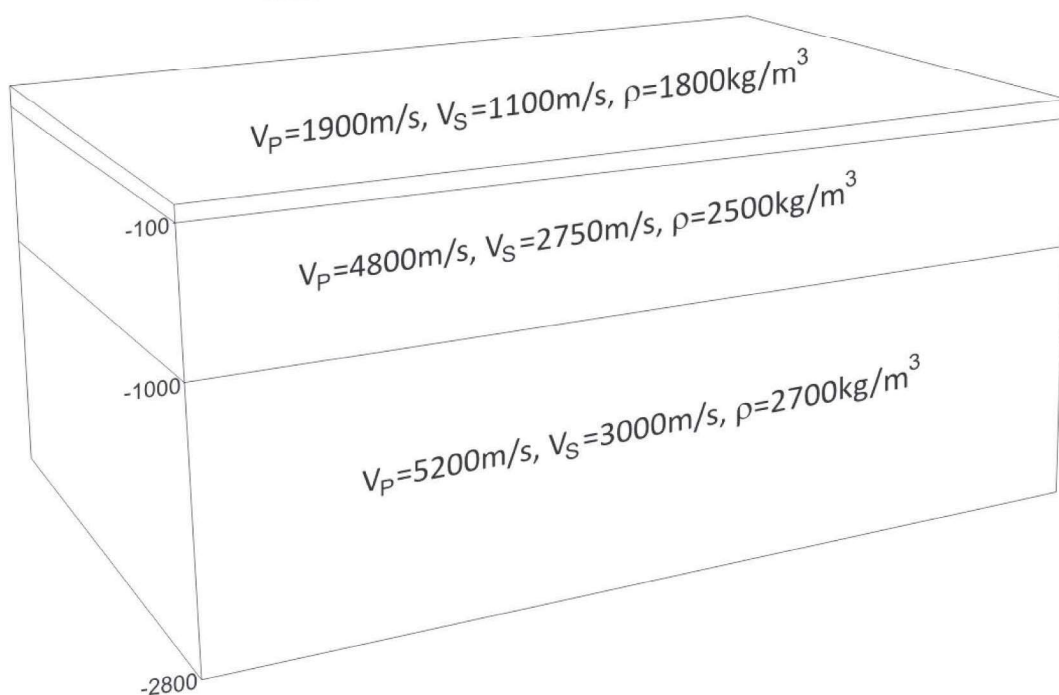
do 50°41'05"N i od 18°45'71"E do 19°14'25"E. Głębokość modelu wynosi 2800 m. Siatka pomiarowa składa się z 1 849 536 elementów, a każdy z nich posiada 125 punktów węzłowych. Po odjęciu punktów wspólnych, leżących na brzegach elementów daje to liczbę 121 857 120 węzłów w całym modelu (365 571 360 stopni swobody, ponieważ dla każdego punktu siatki są poszukiwane składowe przemieszczeń w trzech kierunkach). Najmniejsza i największa odległość pomiędzy węzłami wynosi odpowiednio 17 m i 51 m. Przyjmując, że dla pełnego odtworzenia przebiegu falowego wystarczy pięć próbek na długość fali (Seriani, Priolo 1994) otrzymujemy, że dla zastosowanego modelu możemy uzyskać rozwiązania dla fal o częstotliwości do 5,6 Hz.

W obliczeniach przyjęto płasko-równoległy model prędkościowy z trzema warstwami. Każda warstwa ośrodka jest opisana przez prędkość propagacji fal sejsmicznych P i S oraz gęstość. Na rysunku 3 pokazano wartości tych parametrów dla poszczególnych warstw modelu.



Rys. 2. Fragment (4 km x 6 km) siatki pomiarowej użytej do obliczeń numerycznych

Fig. 2. Fragment (4 km x 6 km) of the measuring grid used for numerical calculations



Rys. 3. Model gęstościowo-prędkościowy przyjęty w obliczeniach

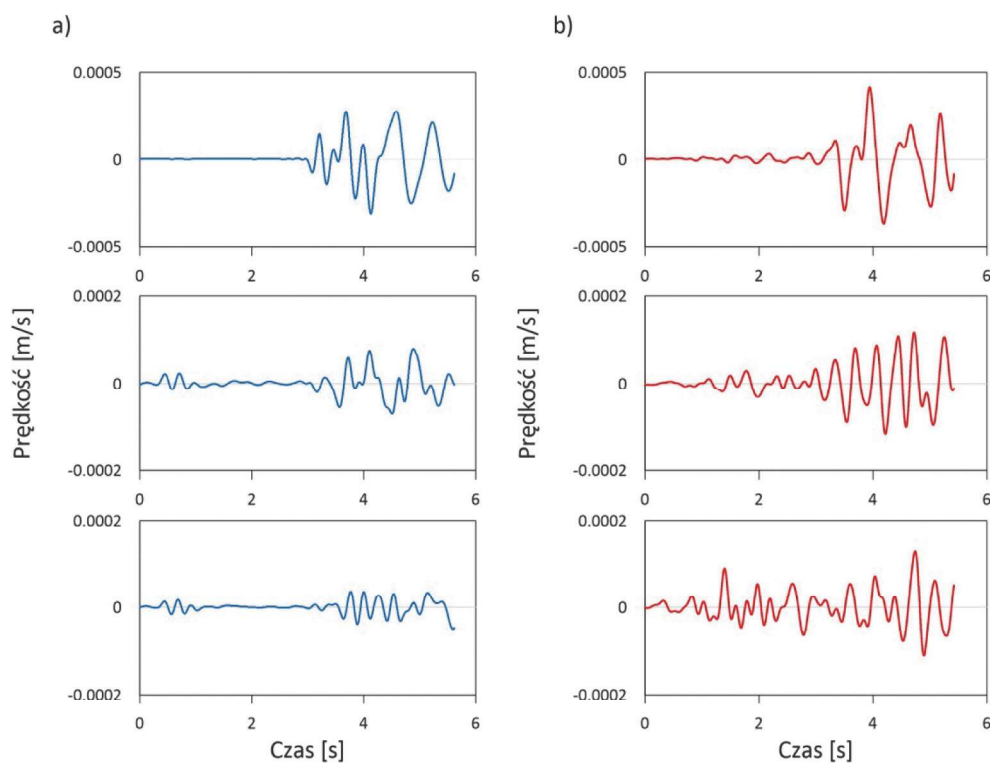
Fig. 3. The density-velocity model adopted in the calculations

Ognisko wstrząsu jest zlokalizowane w centralnej części modelu, na głębokości 1200 m. Do obliczeń użyto funkcji źródłowej Gaussa z czasem trwania równym 0,3s. Gęstość próbkowania wynosiła 625Hz, a długość zapisu sejsmogramów syntetycznych 35,2 s, co daje 22 000 próbek dla każdego sygnału.

Obliczenia wykonano na superkomputerze Prometheus, będącym w posiadaniu Akademickiego Centrum Komputerowego AGH w Krakowie. Do modelowań wykorzystano 4 węzły obliczeniowe. Każdy węzeł wyposażony był w 24 procesory z przydzieloną pamięcią 5 GB, co w sumie daje 480 GB pamięci obliczeniowej.

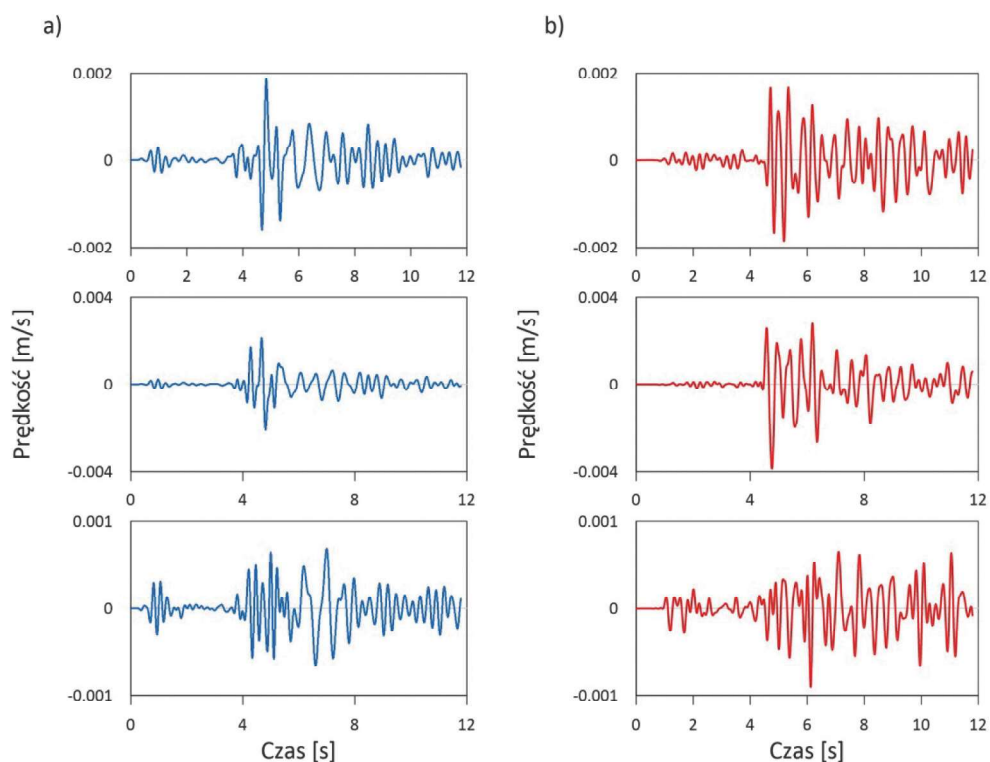
## 5. Wyniki modelowań dla wstrząsu z dnia 08.11.2018 r.

Na rysunkach 4-6 przedstawiono wyniki obliczeń sejsmogramów syntetycznych metodą SEM w trzech wybranych punktach modelu i porównano je z rzeczywistymi drganiami, zarejestrowanymi przez powierzchniowe stacje sejsmologiczne MUR, JKW i IGN. Odległość epicentralna dla poszczególnych stanowisk wynosi od 20,7 km do 24,7 km. Są one zlokalizowane na różnych kierunkach względem ogniska wstrząsu, a ich położenie pokazano na rys. 1.



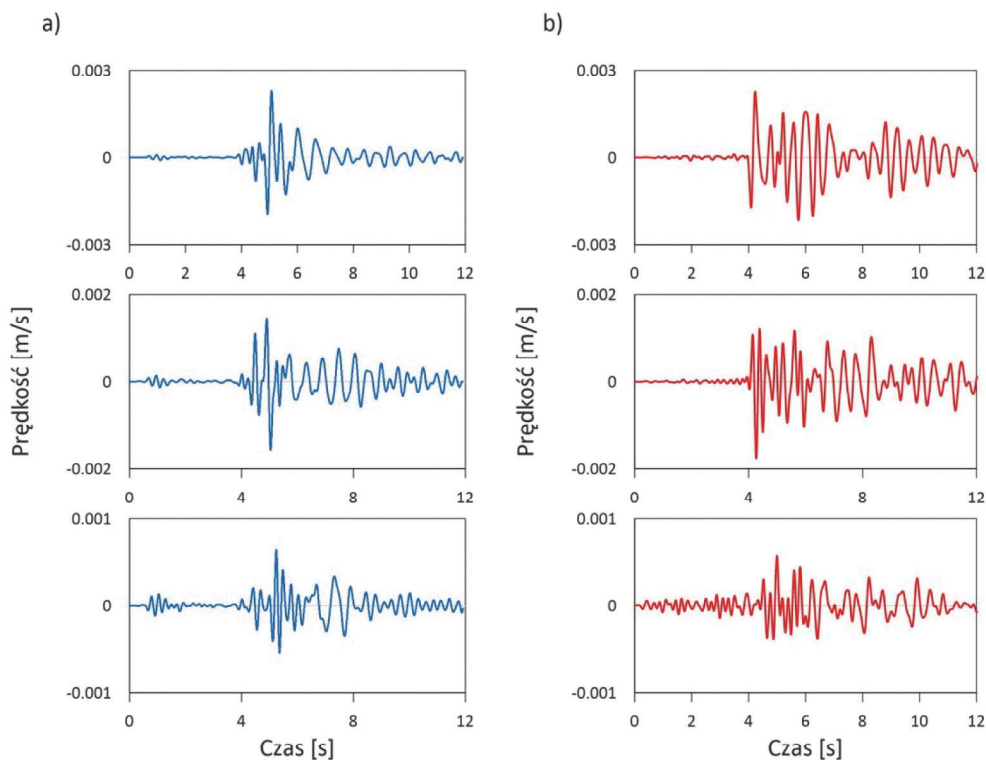
Rys. 4. Wynik modelowań w programie SpecFEM3D dla stanowiska MUR (a) oraz rzeczywiste drgania, zarejestrowane na tym stanowisku (b)

Fig. 4. The result of modelling in the SpecFEM3D program for the MUR station (a) and the actual vibrations registered at this station (b)



Rys. 5. Wynik modelowań w programie SpecFEM3D dla stanowiska JKW (a) oraz rzeczywiste drgania, zarejestrowane na tym stanowisku (b)

Fig. 5. The result of modelling in the SpecFEM3D program for the JKW station (a) and the actual vibrations registered at this station (b)



**Rys. 6.** Wynik modelowań w programie SpecFEM3D dla stanowiska IGN (a) oraz rzeczywiste drgania, zarejestrowane na tym stanowisku (b)

**Fig. 6.** The result of modelling in the SpecFEM3D program for the IGN station (a) and the actual vibrations registered at this station (b)

Wszystkie zapisy zostały przefiltrowane przy użyciu filtra Butterwortha w paśmie częstotliwości od 0Hz do 6Hz. Na badanym obszarze ukształtowanie powierzchni terenu zmienia się w niewielkim stopniu, dlatego w obliczeniach nie uwzględniono wpływu topografii. Jak widać w zapisach dominuje fala S, ale fala P i fale powierzchniowe są również bardzo wyraźnie widoczne. Czas trwania sygnału dla fali S wynosi około 2,0s na stanowiskach JKW i IGN i około 1.0s na stanowisku MUR, co wynika z mniejszej odległości tego stanowiska od ogniska wstrząsu. Szczytowe wartości drgań dla stanowisk JKW i IGN są podobne i wahają się od 1,58 mm/s do 2,28 mm/s dla składowych poziomych i od 0,64 mm/s do 0,68 mm/s dla składowych pionowych (przy odległościach epicentralnych równych odpowiednio 22,9 km i 24,7 km). Stanowisko MUR, pomimo że położone najbliżej (w odległości 20,7 km na wschód od ogniska wstrząsu) charakteryzuje się znacznie niższymi wartościami drgań. Dla składowych poziomych wynoszą one 0,08 mm/s i 0,31 mm/s, a dla składowej pionowej 0,05 mm/s. Wynika to z mechanizmu ogniska wstrząsu i co za tym idzie kierunków radiacji fali sejsmicznej w górotworze.

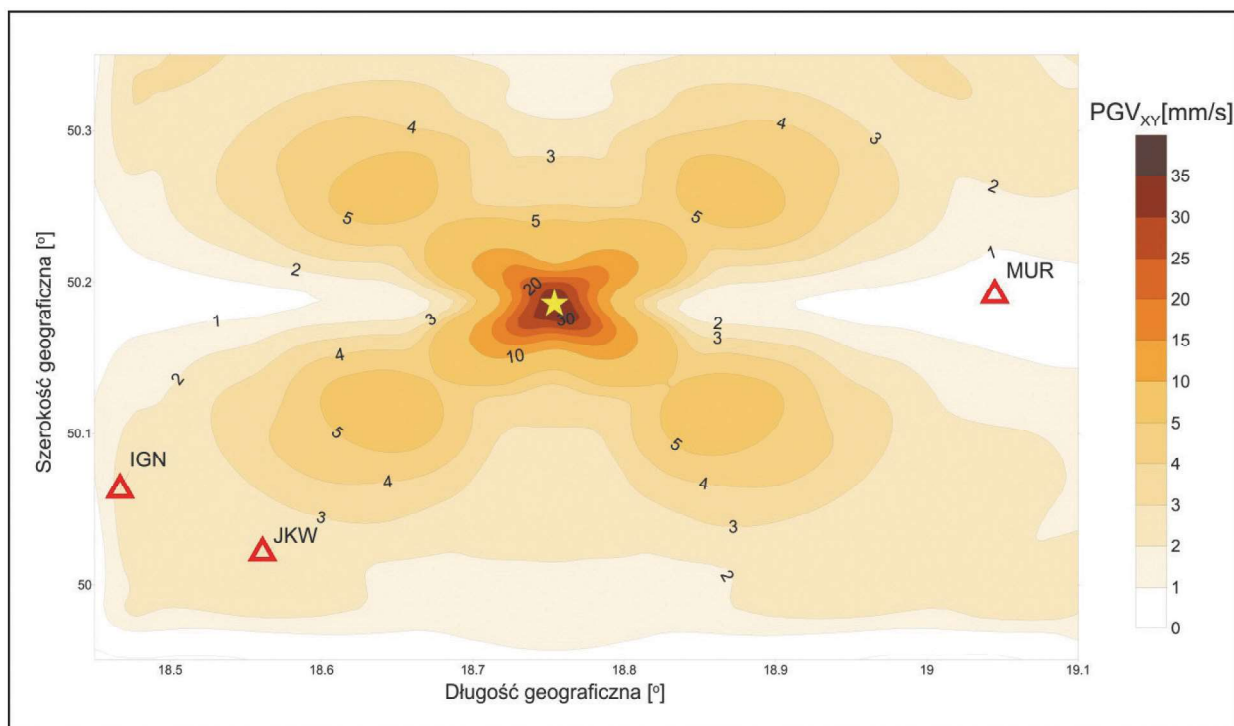
Zapisy rzeczywistych drgań zostały zarejestrowane na trzech wybranych stacjach pomiarowych, zainstalowanych w budynkach na powierzchni terenu. Identyfikacja poszczególnych grup falowych nie jest trudna. Amplitudy fali S są zdecydowanie wyższe niż fali P i szczególnie na stanowiskach JKW i IGN granica pomiędzy nimi jest bardzo wyraźna. Na wszystkich zapisach zaznacza się również fala powierzchniowa, choć jej amplituda nie przekracza amplitudy fali S. Co zrozumiałe, obliczone sejsmogramy syntetyczne i rzeczywiste rejestracje drgań różnią się od siebie. Wynika to z wielu przyczyn. Najważniejsza z nich to taka, że rejestracje miały miejsce w stosunkowo dużej odległości od ogniska wstrząsu, gdzie

drgania gruntu w skutek występowania zjawisk falowych takich jak dyspersja, czy interferencja mają złożony charakter. Innym czynnikiem wpływającym na charakter zapisu może być sposób instalacji sejsmometrów - na analizowanych stanowiskach zostały one zainstalowane na fundamencie budynku i w zapisie zaznacza się reakcja całego budynku na propagującą falę sejsmiczną. Jednak, co najistotniejsze, wartości rejestrowanych drgań są zbliżone do wartości obliczonych sejsmogramów syntetycznych i nawet jeżeli obliczone sygnały nie w pełni oddają przebiegi rzeczywiste, to mogą być bardzo użyteczne w określaniu szczytowych wartości drgań (PGV) w dowolnym punkcie modelu. To z kolei może być bardzo pomocne przy określaniu skutków drgań od wstrząsów na terenach objętych eksploatacją górnictwa.

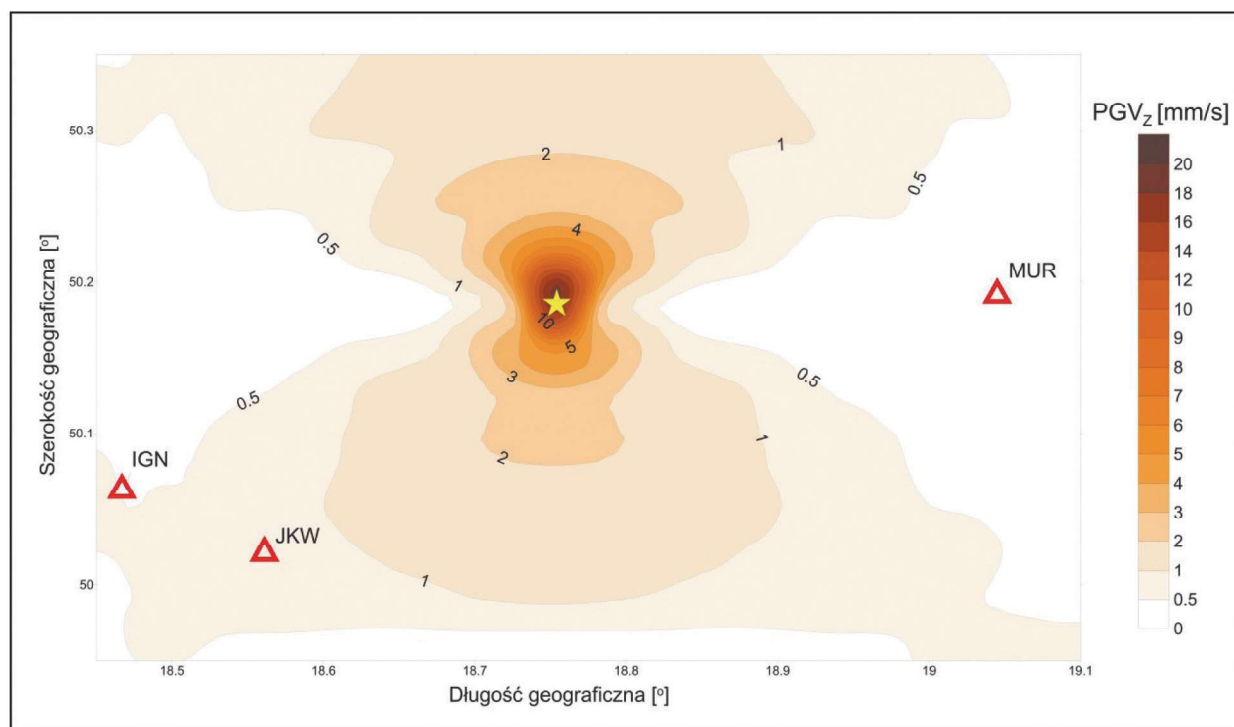
Na rys. 7 pokazano rozkład szczytowych wartości wypadkowej składowej poziomej prędkości drgań gruntu ( $PGV_{xy}$ ), a na rys. 8 składowej pionowej ( $PGV_z$ ), obliczone metodą SEM. Ognisko znajduje się w centrum pokazanego obszaru. Widoczne rozkłady wartości szczytowych wynikają z przyjętego modelu ogniska wstrząsu i w epicentrum wynoszą ponad 35 mm/s dla składowej poziomej i około 20 mm/s dla pionowej. Wraz ze wzrostem odległości epicentralnej wartości szczytowe składowej poziomej układają się wzdłuż osi NW-SE i NE-SW, a składowej pionowej wzdłuż osi N-S.

W programie SpecFEM3D nie ma możliwości uwzględnienia amplifikacji drgań przez warstwy przypowierzchniowe, a ta, jak wiadomo z literatury (Olszewska, Mutke 2018) może powodować nawet kilkukrotne wzmocnienie amplitud drgań, a więc w sposób decydujący wpływać na prognozowane wielkości drgań gruntu i ocenę wpływu wstrząsów na obiekty budowlane na powierzchni. Wartość współczynnika amplifikacji drgań można określać na kilka sposobów: w sposób analityczny, metodą bezpośredniego pomiaru efektu





Rys. 7. Rozkład szczytowych wartości wypadkowej składowej poziomej prędkości drgań gruntu PGVXY  
 Fig. 7. Distribution of the peak values of the horizontal component of the ground motion velocity PGVXY



Rys. 8. Rozkład szczytowych wartości składowej pionowej prędkości drgań gruntu PGVZ  
 Fig. 8. Distribution of the peak values of the horizontal component of the ground motion velocity PGVZ

amplifikacji, bądź poprzez badanie właściwości spektralnych rejestrowanych sygnałów sejsmometrycznych. Najczęściej stosowaną metodą w GZW jest metoda analityczna zaproponowana przez Savarienskigo ([Savarienskij 1959](#)). Model przyjęty w tej metodzie to model jednowymiarowy, a do rozwiązania konieczna jest znajomość takich parametrów

ośrodka jak: prędkość fali podłużnej w podłożu skalnym i w nadkładzie, gęstość podłoża i nadkładu, miąższość nadkładu oraz współczynnik tłumienia. W wyniku otrzymujemy rozkład współczynnika amplifikacji drgań w funkcji częstotliwości. Znając częstotliwości dominujące drgań dochodzących do warstw nadkładu możemy tworzyć mapy rozkładu współ-

czynnika amplifikacji, a następnie mnożąc współczynnik amplifikacji i wartości drgań obliczone metodami numerycznymi, uzyskiwać ostatecznie prognozowane drgania na całym badanym obszarze.

## 6. Wnioski

1. Pokazano możliwości zastosowania modelowań numerycznych metodą SEM do wyznaczania parametrów drgań gruntu od wstrząsów indukowanych działalnością górniczą. Dla obszaru GZW modelowania takie zostały przeprowadzone po raz pierwszy.
2. Zastosowanie modelowań numerycznych pozwala na uwzględnienie w obliczeniach złożonego mechanizmu ogniska wstrząsu poprzez zastosowanie w obliczeniach tensora momentu sejsmicznego, który w najlepszym stopniu oddaje rozkład sił w źródle.
3. Sejsmogramy syntetyczne obliczane są w oparciu o równania falowe i umożliwiają obrazowanie pełnego przebiegu falowego, podczas gdy relacje tłumienia bazują na podejściu statystycznym.
4. Uzyskane sejsmogramy syntetyczne nie w pełni oddają ruch falowy zarejestrowany przez powierzchniowe stacje sejsmologiczne. Szczególnie dotyczy to zapisów ze stacji zlokalizowanych w znacznej odległości od ogniska wstrząsu, gdzie drgania gruntu mają złożony charakter.
5. Dają jednak możliwość określania szczytowych wartości drgań i dzięki temu mogą stać się uzupełnieniem dla metod analitycznych przy rozwiązywaniu zagadnień związanych z prognozowaniem efektów sejsmicznych na obszarach objętych działalnością górniczą.
6. Zastosowanie modelowań numerycznych metodą SEM może pozytywnie wpływać na poprawę skuteczności prognozy efektów sejsmicznych powodowanych wstrząsami górniczymi, a przez to przyczyniać się do lepszej oceny zagrożenia sejsmicznego oraz dynamicznych skutków planowanej eksploatacji.

*Praca została wykonana w Głównym Instytucie Górnictwa w Katowicach z wykorzystaniem Infrastruktury PLGrid*

## Literatura

- AKI K., RICHARDS P.G. 1980 - Quantitative Seismology - Theory and Methods, vol. 1, 2, San Francisco, W.H. Freeman and Co..
- GHARTI H.N., OYE V., ROTH M., KÜHN D. 2017 - Wave propagation modelling in various microearthquake environments using a spectral-element method, Research Gate June 2017.
- KOMATITSCH D., TROMP J. 1999 - Introduction to the spectral-element method for 3-D seismic wave propagation", Geophysical Journal International 139(3):806–822.
- KOMATITSCH D., TROMP J. 2002a - Spectral-element simulations of global seismic wave propagation-I. Validation", Geophysical Journal International 149, 390-412.
- KOMATITSCH D., TROMP J. 2002b - Spectral-element simulations of global seismic wave propagation-II. Three-dimensional models, oceans, rotation and self-gravitation", Geophysical Journal International. 150, 303–318.
- KOMATITSCH D., LIU Q., TROMP J., SÜSS P., STIDHAM Ch., SHAW J.H. 2004 - Simulations of Ground Motion in the Los Angeles Basin Based upon the Spectral-Element Method", Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 94, No. 1, pp. 187–206.
- KOMATITSCH D., VILOTTE J.P., TROMP J. (I zespół) 2018 - SPECFEM 3D Cartesian User Manual Version 3.0", CNRS (France), Princeton University (USA) iETH Zürich (Switzerland).
- KWIATEK G. 2009 - Foci - Tensor momentu sejsmicznego - Parametry Spektralne, opis programu (publikacja internetowa [www.sejsmologia-gornicza.pl/foci/](http://www.sejsmologia-gornicza.pl/foci/)).
- MAHESHREDDY G., RAGHUKANTH S. T. G. 2017 - Simulation of strong ground motion for a  $M_w$  8.5 hypothetical earthquake in central seismic gap region, Himalaya", Bulletin of Earthquake Engineering, Vol 15, Issue 10, pp. 4039–4065.
- OLSZEWSKA D., MUTKE G. 2018 - A study of site effect using surface-downhole seismic data in a mining area, 16th European Conference on Earthquake Engineering, 18-21 June 2018, Thessaloniki, Greece.
- SAVARIENSKI, E.F. 1959 - Evaluation of the impact of near surface layer on the amplitude of ground motion, Izv. Akad. Nauk SSSR Geofizyka 10, 1441-1447 (w języku rosyjskim).
- SERIANI G., PRIOLO E. 1994 - Spectral element method for acoustic wave simulation in heterogeneous media", Finite Elements in Analysis and Design 16 (1994) 337-348.

Artykuł wpłynął do redakcji – czerwiec 2019  
Artykuł akceptowano do druku 14.08.2019

**FTT WOLBROM®**

Twój wypróbowany partner!

**Innowacyjna  
droga  
rozwoju**

[www.fttwolbrom.com.pl](http://www.fttwolbrom.com.pl)