

BRIL Joanna, ŁUKASIK Zbigniew

## ODWZOROWANIE STRUKTURY SIECI TRANSPORTOWEJ NA PRZYKŁADZIE BADANEGO CENTRUM RECYKLINGU

### Streszczenie

*W artykule Autorzy przedstawili strukturę przestrzenną sieci transportowej określającą istnienie i charakter połączeń transportowych. Struktura charakteryzuje powiązania elementów punktowych między sobą w przestrzeni geograficznej.*

### WSTĘP

Problematyka optymalizacji obsługi transportowej przez przedsiębiorstwa jest podejmowana przede wszystkim ze względu na minimalizację kosztów prowadzenia działalności. Oczywiście konieczne jest, aby opracowane plany obsługi transportowej były także dopuszczalne pod względem zgodności z normami prawnymi oraz maksymalnie wykorzystywały możliwości optymalizacji kosztów obsługi transportowej wynikające z aktualnych rozwiązań legislacyjnych.

Dla potrzeb optymalizacji obsługi transportowej danej już lokalizacji centrum recyklingu przyjmujemy, że w sieci transportowej wyróżniony jest zbiór węzłów transportowych.

Indeksem  $w$  zanumerujemy te węzły. Niech  $W$  będzie zbiorem numerów wyróżnionych węzłów, tj.:

$$W = \{1, \dots, w, \dots, W\} \quad (1)$$

gdzie  $W$  jest liczbą wyróżnionych węzłów transportowych,  $w \in W$ .

Autorzy zakładają ponadto, że część z tych węzłów odwzorowuje lokalizację producentów, odbiorcę, a pozostałe stanowią potencjalne miejsca lokalizacji centrum logistycznego.

Niech  $I$  będzie zbiorem numerów producentów zdefiniowanym następująco:

$$I = \{1, 2, \dots, i, \dots, I\} \quad (2)$$

gdzie  $I$  jest liczebnością zbioru  $I$  oraz  $i \in I$ .

Indeksem  $j$  natomiast, zanumerujemy odbiorcę. Zbiór odbiorcy oznaczymy przez  $J$ , stąd:

$$J = \{1\} \quad (3)$$

gdzie  $J$  jest liczebnością zbioru  $J$ , a więc liczbą odbiorcy  $j$ , przy czym  $j \in J$ .

Niech  $M$  będzie zbiorem numerów potencjalnych lokalizacji lokalnego centrum zdefiniowanego następująco:

$$M = \{1, 2, \dots, m, \dots, M\} \quad (4)$$

gdzie  $M$  jest liczebnością zbioru  $\mathbf{M}$  i  $m \in \mathbf{M}$  co oznacza, że mamy  $M$  możliwych wariantów lokalizacji centrum logistycznego. [18, 19]

Biorąc pod uwagę powyższe, zbiór  $\mathbf{W}$  możemy zapisać, jako:

$$\mathbf{W} = \mathbf{I} \cup \mathbf{J} \cup \mathbf{M} \quad (5)$$

Między parą sąsiednich węzłów odwzorowujących producentów oraz miejsce lokalizacji centrum recyklingu, tj. między, węzłem transportowym o numerze  $i$ ,  $i \in \mathbf{I}$  oraz węzłem o numerze  $m$ ,  $m \in \mathbf{M}$ ,  $i \neq m$ , istnieją bezpośrednie połączenia transportowe, tzn.

$$U_1 \subset \mathbf{I} \times \mathbf{M} = \{(i, m) : i \in \mathbf{I}, m \in \mathbf{M}\} \quad (6)$$

gdzie  $(i, m)$  jest bezpośrednim połączeniem transportowym między  $i$ -tym producentem, a  $m$ -tym miejscem lokalizacji centrum recyklingu.

Podobnie między parą sąsiednich węzłów odwzorowujących miejsca lokalizacji centrum recyklingu oraz odbiorców, tj. między, węzłem transportowym o numerze  $m$ ,  $m \in \mathbf{M}$  oraz węzłem o numerze  $j$ ,  $j \in \mathbf{J}$ ,  $j \neq m$ , mogą istnieć bezpośrednie połączenia transportowe, tzn.

$$U_2 \subset \mathbf{J} \times \mathbf{M} = \{(j, m) : m \in \mathbf{M}, j \in \mathbf{J}\} \quad (7)$$

gdzie  $(j, m)$  jest bezpośrednim połączeniem transportowym między  $m$ -tym miejscem lokalizacji centrum recyklingu, a  $j$ -tym odbiorcą.

Między parą sąsiednich węzłów odwzorowujących dwa miejsca lokalizacji centrum recyklingu, tj. między, węzłem transportowym o numerze  $m$ ,  $m \in \mathbf{M}$  oraz węzłem o numerze  $m'$ ,  $m' \in \mathbf{M}$ ,  $m \neq m'$ , istnieją bezpośrednie połączenia transportowe, tzn.

$$U_3 \subset \mathbf{M} \times \mathbf{M} = \{(m, m') : m \in \mathbf{M}, m' \in \mathbf{M}\} \quad (8)$$

gdzie  $(m, m')$  jest bezpośrednim połączeniem transportowym między  $m$ -tym miejscem lokalizacji centrum recyklingu, a  $m'$ -tym miejscem lokalizacji centrum recyklingu. [18, 19]

Biorąc pod uwagę powyższe, zbiór bezpośrednich połączeń transportowych dla badanego obszaru oznaczymy przez  $\mathbf{U}$ , przy czym:

$$\mathbf{U} = U_1 \cup U_2 \cup U_3 \quad (9)$$

A zatem struktura sieci transportowej w obszarze lokalnego centrum recyklingu przedstawiona jest grafem:

$$G = (\mathbf{I} \cup \mathbf{J} \cup \mathbf{M}, \mathbf{U}) \quad (10)$$

dla którego:

$i \in \mathbf{I}$ ,  $\mathbf{I} = \{1, 2, \dots, i, \dots, I\}$  - zbiór numerów producentów;

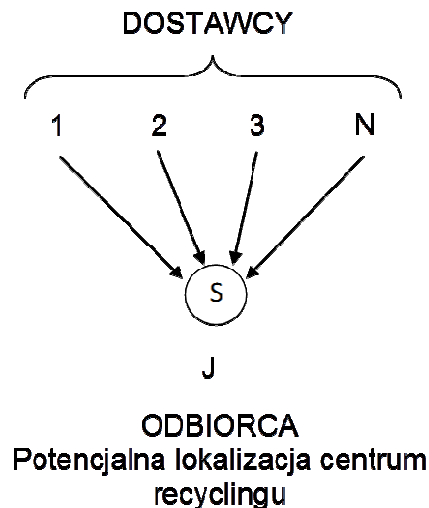
$j \in \mathbf{J}$ ,  $\mathbf{J} = \{1\}$  - zbiór numerów odbiorcy;

$m \in \mathbf{M}$ ,

$\mathbf{U}$  - zbiór bezpośrednich połączeń transportowych.

Zakładamy, że na zbiorze węzłów  $\mathbf{I} \cup \mathbf{J} \cup \mathbf{M}$  i zbiorze bezpośrednich połączeń transportowych  $\mathbf{U}$ , określony jest zbiór funkcji, każda o określonej interpretacji.

Graficznie strukturę badanej sieci transportowej możemy przedstawić schematycznie jak na rys. 1.



**Rys. 1.** Struktura sieci transportowej  
Źródło: opracowanie własne

Zakładamy, że na iloczynie kartezjańskim  $I \times M$  zadane jest odwzorowanie  $d$  przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich  $\mathfrak{R}^+$ , tj.:

$$d : I \times M \rightarrow \mathfrak{R}^+ \quad (11)$$

wielkość  $d(i, m) \in \mathfrak{R}^+$  ma interpretację odległości  $i$ -tego dostawcy od  $m$ -tego magazynu, przyjmujemy następującą notację  $d(i, m) \equiv d_{i,m}$ .

Analogicznie zakładamy, że na iloczynie kartezjańskim  $J \times M$  zadane jest odwzorowanie  $d$  przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich  $\mathfrak{R}^+$ , tj.:

$$d : J \times M \rightarrow \mathfrak{R}^+ \quad (12)$$

wielkość  $d(j, m) \in \mathfrak{R}^+$  ma interpretację odległości od  $j$ -tego odbiorcy do  $m$ -tego magazynu, przyjmujemy następującą notację  $d(j, m) \equiv d_{j,m}$ .

Analogicznie zakładamy, że na iloczynie kartezjańskim  $M \times M$  zadane jest odwzorowanie  $d$  przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich  $\mathfrak{R}^+$ , tj.:

$$d : M \times M \rightarrow \mathfrak{R}^+ \quad (13)$$

wielkość  $d(m, m') \in \mathfrak{R}^+$  ma interpretację odległości od  $m$ -tego magazynu do  $m'$ -tego magazynu, przyjmujemy następującą notację  $d(m, m') \equiv d_{m,m'}$ , gdzie  $m \in M$ ,  $m' \in M$ ,  $m \neq m'$ . [18,19]

## 1. ODWZOROWANIE DOSTAWCÓW

Zakładamy, że każda miejscowość charakteryzuje się bądź intensywnością produkcji różnorodnych towarów, bądź intensywnością zużycia różnorodnych towarów. Zmienną  $r$ , numerujemy towary różnych rodzajów produkowane (zużywane) w obszarze działania centrum logistyczno-dystrybucyjnego tak, że  $R = \{1, 2, \dots, r, \dots, R\}$  jest zbiorem numerów rodzajów towarów, gdzie  $R$  jest liczbą różnych rodzajów towarów. [5]

Zakładamy, że dla każdego  $i \in I$  określony jest zbiór numerów rodzajów towarów produkowanych w tej miejscowości, a więc dla każdego  $i \in I$  określony jest zbiór  $R_i$ . Analogicznie dla każdej miejscowości  $j \in J$  określony jest zbiór numerów rodzajów towarów zużywanych w tej miejscowości, a więc dla każdego  $j \in J$  określony jest zbiór  $R_j$ .

W myśl poczynionego wyżej założenia spełniony jest warunek:  $I \cap J = \emptyset$ .

Z punktu widzenia przydatności danej  $m$ -tej miejscowości jako potencjalnego centrum zakładamy, że tę miejscowość będą charakteryzowały następujące wielkości:

- koszt przejścia jednostki ładunku (dobra)  $r$ -tego rodzaju przez LCL w  $m$ -tej miejscowości na jednostkę czasu, gdzie  $m \in \mathbf{M}$ ,  $r \in \mathbf{R}$ ;
- koszt stały utrzymania magazynu w  $m$ -tej miejscowości na jednostkę czasu,  $m \in \mathbf{M}$ ;
- koszt związany budową lub rozbudową centrum logistycznego w  $m$ -tej miejscowości,  $m \in \mathbf{M}$ .

Zakładamy, że na iloczynie kartezjańskim  $M \times R$  zadane jest odwzorowanie przeprowadzające elementy iloczynu kartezjańskiego w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich  $\mathfrak{R}^+$ , tj.:

$$k : M \times R \rightarrow \mathfrak{R}^+ \quad (14)$$

wielkość  $k(m, r) \in \mathfrak{R}^+$  interpretujemy, jako koszt przejścia jednostki ładunku (dobra)  $r$ -tego rodzaju przez LCL w  $m$ -tej miejscowości na jednostkę czasu, przyjmujemy następującą notację:  $k(m, r) \equiv k_m^r$ .

Zakładamy ponadto, że na zbiorze  $\mathbf{M}$  określone jest odwzorowanie przeprowadzające elementy zbioru  $\mathbf{M}$  w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich  $\mathfrak{R}^+$ , tj.:

$$\kappa : M \rightarrow \mathfrak{R}^+ \quad (15)$$

wielkość  $\kappa(m) \in \mathfrak{R}^+$  interpretujemy, jako koszt stały utrzymania magazynu w  $m$ -tej miejscowości na jednostkę czasu, przyjmujemy następującą notację:  $\kappa(m) \equiv k_m$

Zakładamy jednocześnie, że na zbiorze  $\mathbf{M}$  określone jest odwzorowanie  $P$  przeprowadzające elementy zbioru  $\mathbf{M}$  w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich  $\mathfrak{R}^+$ , tj.:

$$P : M \rightarrow \mathfrak{R}^+ \quad (16)$$

wielkość  $P(m) \in \mathfrak{R}^+$  interpretujemy, jako koszt związany budową lub rozbudową centrum logistycznego w  $m$ -tej miejscowości, przyjmujemy następującą notację  $P(m) \equiv P_m$ .

Założymy ponadto, że na iloczynie kartezjańskim  $I \times M \times R$  zadane jest odwzorowanie  $T$  przeprowadzające elementy iloczynu kartezjańskiego w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich  $\mathfrak{R}^+$ , tj.:

$$T : I \times M \times R \rightarrow \mathfrak{R}^+ \quad (17)$$

wielkość  $T(i, m, r) \in \mathfrak{R}^+$  ma interpretację czasu transportu dóbr  $r$ -tego rodzaju z miejscowości nr  $i$  do miejscowości nr  $m$ , w którym należy wykonać usługę przewozową, przyjmujemy następującą notację:  $T(i, m, r) \equiv T_{i,m}^r$ .

Jednocześnie zakładamy, że na iloczynie kartezjańskim  $J \times M \times R$  zadane jest odwzorowanie  $T$  przeprowadzające elementy iloczynu kartezjańskiego w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich  $\mathfrak{R}^+$ , tj.:

$$T : J \times M \times R \rightarrow \mathfrak{R}^+ \quad (18)$$

wielkość  $T(j, m, r) \in \mathfrak{R}^+$  ma interpretację czasu transportu dóbr z miejscowości nr  $m$  do miejscowości nr  $j$ , w którym należy wykonać usługę przewozową, przyjmujemy następującą notację:  $T(j, m, r) \equiv T_{j,m}^r$ .

Jednocześnie zakładamy, że na iloczynie kartezjańskim  $I \times S \times R$  zadane jest odwzorowanie  $\Delta$  przeprowadzające elementy iloczynu kartezjańskiego w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich  $\mathfrak{R}^+$ , tj.:

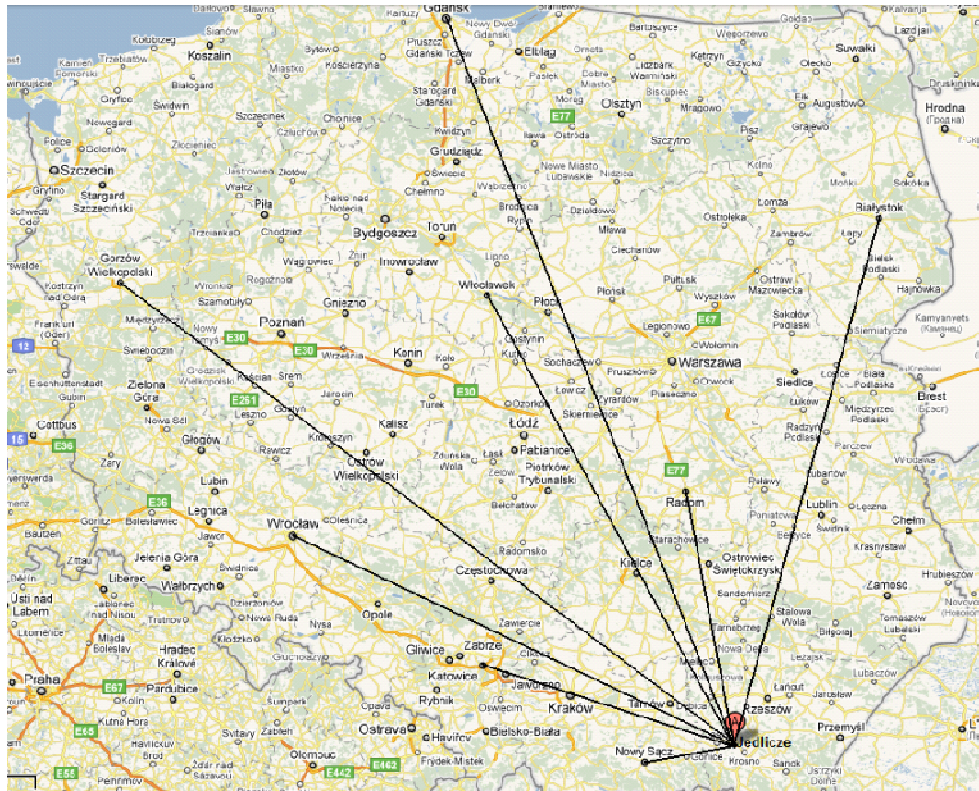
$$\Delta : I \times S \times R \rightarrow \mathfrak{R}^+ \quad (19)$$

wielkość  $\Delta(i, s, r) \in \mathfrak{R}^+$  ma interpretację czasu załadunku jednostki transportowej  $s$ -tego typu dobrem  $r$ -tego rodzaju w miejscowości o numerze  $i$ , przyjmujemy następującą notację:  $\Delta(i, s, r) \equiv \Delta_i^{s,r}$ .

Jednocześnie zakładamy, że na iloczynie kartezjańskim  $J \times S \times R$  zadane jest odwzorowanie  $\Delta$  przeprowadzające elementy iloczyn kartezjańskiego w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich  $\mathfrak{R}^+$ , tj.:

$$\Delta : J \times S \times R \rightarrow \mathfrak{R}^+ \quad (20)$$

wielkość  $\Delta(j, s, r) \in \mathfrak{R}^+$  ma interpretację czasu postępu jednostki transportowej  $s$ -tego typu w miejscowości o numerze  $j$ , przyjmujemy następującą notację:  $\Delta(j, s, r) \equiv \Delta_j^{s,r}$ . [18, 19]



**Rys. 2.** System dystrybucji badanej firmy (RAF- EKOLOGIA) dla stanu istniejącego

Źródło: <http://maps.google.pl/>

Na rysunku 2 przedstawiono odwzorowanie otoczenia centrum recyklingu i główne punkty, z których dostarczane są odpady do utylizacji.

*Optymalizacja systemu przewozowego obsługi transportowej badanej firmy polega na doborze takiej organizacji przewozów oraz takiej liczby środków transportowych, aby koszt wykonania określonych zadań przewozowych był minimalny oraz czas przewozów jak najkrótszy.* Organizacja przewozów jest określana zawsze za pomocą planu ruchu jednostek transportowych na danej sieci drogowej. [7, 16]

## 2. OPIS ŚRODKÓW TRANSPORTOWYCH

Transport odpadów z miejsc wytwarzania do miejsc ich odzysku lub unieszkodliwiania realizowany jest z wykorzystaniem środków transportu o różnym tonażu i konfiguracji (kontener, naczepa).

Strukturę przestrzenną sieci transportowej określa istnienie i charakter połączeń transportowych. Struktura charakteryzuje powiązania elementów punktowych między sobą w przestrzeni geograficznej. [8]

Dla potrzeb optymalizacji centrum recyklingu przyjmujemy, że w sieci transportowej wyróżniony jest zbiór węzłów transportowych.

Niech  $S$  będzie zbiorem numerów środków transportowych różnego typu stosowanych do transportu (przewozu) w obszarze centrum recyklingu. Zmienną  $s$  zanumerujemy typy środków transportowych w taki sposób, że  $S$  jest zbiorem o elementach zdefiniowanych następująco:

$$S = \{1, 2, \dots, s, \dots, S\} \quad (21)$$

gdzie  $S$  jest liczebnością zbioru  $S$ , tzn., że dysponujemy  $S$  różnymi typami środków transportowych, które możemy wykorzystywać w obszarze działania centrum logistycznego.

Zakładamy, że każdy typ środka transportu jest scharakteryzowany za pomocą wielu parametrów.

Na zbiorze  $S$  zadane jest odwzorowanie  $q$  przeprowadzające elementy zbioru  $S$  w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich  $\mathfrak{R}^+$ , tj.:

$$q : S \rightarrow \mathfrak{R}^+ \quad (22)$$

wielkość  $q(s) \in \mathfrak{R}^+$  ma interpretację ładowności środka transportowego  $s$ -tego typu, przyjmuje następującą notację:  $q(s) \equiv q^s$ .

Zakładamy jednocześnie, że na iloczynie kartezjańskim  $I \times M \times S$  zadane jest odwzorowanie  $V^{\max}$  przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich  $\mathfrak{R}^+$ , tj.:

$$V^{\max} : I \times M \times S \rightarrow \mathfrak{R}^+ \quad (23)$$

wielkość  $V^{\max}(i, m, s) \in \mathfrak{R}^+$  ma interpretację prędkości maksymalnej środka transportowego  $s$ -tego typu stosowanego w relacji przewozu  $(i, m)$ ,  $(i, m) \in U$ , przyjmujemy następującą notację:  $V^{\max}(i, m, s) \equiv V_{i, m}^{s, \max}$ .

Ponadto na iloczynie kartezjańskim  $J \times M \times S$  zadane jest odwzorowanie  $V^{\max}$  przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich  $\mathfrak{R}^+$ , tj.:

$$V^{\max} : J \times M \times S \rightarrow \mathfrak{R}^+ \quad (24)$$

wielkość  $V^{\max}(j, m, s) \in \mathfrak{R}^+$  ma interpretację prędkości maksymalnej środka transportowego  $s$ -tego typu stosowanego w relacji przewozu  $(j, m)$ ,  $(j, m) \in U$ , przyjmujemy następującą notację:  $V^{\max}(j, m, s) \equiv V_{j, m}^{s, \max}$ .

Na zbiorze  $S$  zadane jest odwzorowanie  $\beta$  przeprowadzające elementy zbioru  $S$  w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich  $\mathfrak{R}^+$ , tj.:

$$\beta : S \rightarrow \mathfrak{R}^+ \quad (25)$$

wielkość  $\beta(s) \in \mathfrak{R}^+$  ma interpretację kosztu utrzymania środka transportowego  $s$ -tego typu w jednostce czasu niezależnym od liczby przejechanych kilometrów przyjmujemy następującą notację:  $\beta(s) \equiv \beta^s$ .

Zakładamy jednocześnie, że na iloczynie kartezjańskim  $I \times M \times S$  zadane jest odwzorowanie  $b_{\max}$  przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich  $\mathfrak{R}^+$ , tj.:

$$b_{\max} : I \times M \times S \rightarrow \mathfrak{R}^+ \quad (26)$$

wielkość  $b_{\max}(i, m, s) \in \mathfrak{R}^+$  ma interpretację maksymalnego kosztu pracy (koszt kilometra, koszt godziny pracy) środka transportowego  $s$ -tego typu przy przejazdach załadowanych („pełnych”) w relacji przewozu  $(i, m)$  z prędkością  $V_{i, m}^{s, \max}$ , przyjmujemy następującą notację:  $b_{\max}(i, m, s) \equiv b_{i, m, \max}^s$ .

Ponadto na iloczynie kartezjańskim  $J \times M \times S$  zadane jest odwzorowanie  $b_{\max}$  przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich  $\mathfrak{R}^+$ , tj.:

$$b_{\max} : J \times M \times S \rightarrow \mathfrak{R}^+ \quad (27)$$

wielkość  $b_{\max}(j, m, s) \in \mathfrak{R}^+$  ma interpretację maksymalnego kosztu pracy (koszt kilometra, koszt godziny pracy) środka transportowego  $s$ -tego typu przy przejazdach załadowanych („pełnych”) w relacji przewozu  $(j, m)$  z prędkością  $V_{j,m}^{s,\max}$ , przyjmujemy następującą notację:

$$b_{\max}(j, m, s) \equiv b_{j,m,\max}^s.$$

Zakładamy jednocześnie, że na iloczynie kartezjańskim  $I \times M \times S$  zadane jest odwzorowanie  $V_E$  przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich  $\mathfrak{R}^+$ , tj.:

$$V_E : I \times M \times S \rightarrow \mathfrak{R}^+ \quad (28)$$

wielkość  $V_E(i, m, s) \in \mathfrak{R}^+$  ma interpretację prędkości ekonomicznej (tj. prędkości przy której zużycie paliwa jest najmniejsze) środka transportowego  $s$ -tego typu przy przejazdach „pełnych” w relacji przewozu  $(i, m)$ ,  $(i, m) \in U$ , przyjmujemy następującą notację  $V_E(i, m, s) \equiv V_{i,m,E}^s$ .

Ponadto na iloczynie kartezjańskim  $J \times M \times S$  zadane jest odwzorowanie  $V_E$  przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich  $\mathfrak{R}^+$ , tj.:

$$V_E : J \times M \times S \rightarrow \mathfrak{R}^+ \quad (29)$$

wielkość  $V_E(j, m, s) \in \mathfrak{R}^+$  ma interpretację prędkości ekonomicznej (tj. prędkości, przy której zużycie paliwa jest najmniejsze) środka transportowego  $s$ -tego typu przy przejazdach „pełnych” w relacji przewozu  $(j, m)$ ,  $(j, m) \in U$ , przyjmujemy następującą notację:  $V_E(j, m, s) \equiv V_{j,m,E}^s$ .

Zakładamy jednocześnie, że na iloczynie kartezjańskim  $I \times M \times S$  zadane jest odwzorowanie  $b_{\min}$  przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich  $\mathfrak{R}^+$ , tj.:

$$b_{\min} : I \times M \times S \rightarrow \mathfrak{R}^+ \quad (30)$$

wielkość  $b_{\min}(i, m, s) \in \mathfrak{R}^+$  ma interpretację minimalnego kosztu pracy (koszt kilometra, koszt godziny pracy) środka transportowego  $s$ -tego typu przy przejazdach załadowanych („pełnych”) w relacji przewozu  $(i, m)$  z prędkością ekonomiczną  $V_{i,m,E}^s$ ,  $(i, m) \in U$ , przyjmujemy następującą notację:  $b_{\min}(i, m, s) \equiv b_{i,m,\min}^s$ .

Ponadto na iloczynie kartezjańskim  $J \times M \times S$  zadane jest odwzorowanie  $b_{\min}$  przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich  $\mathfrak{R}^+$ , tj.:

$$b_{\min} : J \times M \times S \rightarrow \mathfrak{R}^+ \quad (31)$$

wielkość  $b_{\min}(j, m, s) \in \mathfrak{R}^+$  ma interpretację minimalnego kosztu pracy (koszt kilometra, koszt godziny pracy) środka transportowego  $s$ -tego typu przy przejazdach załadowanych („pełnych”) w relacji przewozu  $(j, m)$  z prędkością ekonomiczną  $V_{j,m,E}^s$ ,  $(j, m) \in U$ , przyjmujemy następującą notację:  $b_{\min}(j, m, s) \equiv b_{j,m,\min}^s$ .

Zakładamy jednocześnie, że na iloczynie kartezjańskim  $I \times M \times S$  zadane jest odwzorowanie  $b'_{\max}$  przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich  $\mathfrak{R}^+$ , tj.:

$$b'_{\max} : I \times M \times S \rightarrow \mathfrak{R}^+ \quad (32)$$

wielkość  $b'_{\max}(i, m, s) \in \mathfrak{R}^+$  ma interpretację maksymalnego kosztu pracy (koszt kilometra, koszt godziny pracy) środka transportowego s-tego typu przy przejazdach nie załadowanych („pustych”) w relacji przewozu (i,m) z prędkością  $V_{i,m}^{s,\max}$ , przyjmujemy następującą notację  $b'_{\max}(i, m, s) \equiv b'_{i,m,\max}{}^{ts}$ . [10]

Ponadto na iloczynie kartezjańskim  $J \times M \times S$  zadane jest odwzorowanie  $b'_{\max}$  przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich  $\mathfrak{R}^+$ , tj.:

$$b'_{\max} : J \times M \times S \rightarrow \mathfrak{R}^+ \quad (33)$$

wielkość  $b'_{\max}(j, m, s) \in \mathfrak{R}^+$  ma interpretację maksymalnego kosztu pracy (koszt kilometra, koszt godziny pracy) środka transportowego s-tego typu przy przejazdach niezaładowanych („pustych”) w relacji przewozu (j,m) z prędkością  $V_{j,m}^{s,\max}$ , przyjmujemy następującą notację:  $b'_{\max}(j, m, s) \equiv b'_{j,m,\max}{}^{ts}$ .

Zakładamy, że na iloczynie kartezjańskim  $I \times M \times S$  zadane jest odwzorowanie  $V'_E$  przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich  $\mathfrak{R}^+$ , tj.:

$$V'_E : I \times M \times S \rightarrow \mathfrak{R}^+ \quad (34)$$

wielkość  $V'_E(i, m, s) \in \mathfrak{R}^+$  ma interpretację prędkości ekonomicznej (tj. prędkości, przy której zużycie paliwa jest najmniejsze) środka transportowego s-tego typu przy przejazdach „pustych” w relacji przewozu (i,m),  $(i,m) \in U$ , przyjmujemy następującą notację:  $V'_E(i, m, s) \equiv V'_{i,m,E}{}^{ts}$ .

Ponadto na iloczynie kartezjańskim  $J \times M \times S$  zadane jest odwzorowanie  $V'_E$  przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich  $\mathfrak{R}^+$ , tj.:

$$V'_E : J \times M \times S \rightarrow \mathfrak{R}^+ \quad (35)$$

wielkość  $V'_E(j, m, s) \in \mathfrak{R}^+$  ma interpretację prędkości ekonomicznej (tj. prędkości, przy której zużycie paliwa jest najmniejsze) środka transportowego s-tego typu przy przejazdach „pustych” w relacji przewozu (j,m),  $(j,m) \in U$ , przyjmujemy następującą notację:  $V'_E(j, m, s) \equiv V'_{j,m,E}{}^{ts}$ . [11]

Zakładamy jednocześnie, że na iloczynie kartezjańskim  $I \times M \times S$  zadane jest odwzorowanie  $b'_{\min}$  przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich  $\mathfrak{R}^+$ , tj.:

$$b'_{\min} : I \times M \times S \rightarrow \mathfrak{R}^+ \quad (36)$$

wielkość  $b'_{\min}(i, m, s) \in \mathfrak{R}^+$  ma interpretację minimalnego kosztu pracy (koszt kilometra, koszt godziny pracy) środka transportowego s-tego typu przy przejazdach załadowanych („pełnych”) w relacji przewozu (i,m) z prędkością ekonomiczną  $V'_{j,m,E}$ ,  $(i,m) \in U$ , przyjmujemy następującą notację:  $b'(i, m, s) \equiv b'_{i,m,\min}{}^{ts}$ .

Ponadto na iloczynie kartezjańskim  $J \times M \times S$  zadane jest odwzorowanie  $b'_{\min}$  przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich  $\mathfrak{R}^+$ , tj.:

$$b'_{\min} : J \times M \times S \rightarrow \mathfrak{R}^+ \quad (37)$$

wielkość  $b'_{\min}(j, m, s) \in \mathfrak{R}^+$  ma interpretację minimalnego kosztu pracy (koszt kilometra, koszt godziny pracy) środka transportowego s-tego typu przy przejazdach załadowanych



(„pełnych”) w relacji przewozu  $(j,m)$  z prędkością ekonomiczną  $V_{j,m,E}^{s}$ ,  $(j,m) \in U$ , przyjmujemy następującą notację:  $b'(j,m,s) \equiv b_{j,m,\min}^s$ .

Jednocześnie zakładamy, że na zbiorze  $S$  zadane jest odwzorowanie  $z$  przeprowadzające elementy zbioru  $S$  w zbiór liczb naturalnych  $N$ , tj.:

$$z : S \rightarrow N \quad (38)$$

wielkość  $z(s) \in N$  ma interpretację liczby środków transportowych  $s$ -tego typu znajdujących się w dyspozycji centrum logistycznego  $s \in S$ , przyjmujemy następującą notację  $z(s) \equiv z^s$ . [11, 12]

### 3. PLANOWANIE TRAS PRZEWOZOWYCH - MARSZRUT

Transport stanowi dynamiczny aspekt dystrybucji (magazynowanie statyczne). Aby możliwe było zminimalizowanie składowania, konieczne jest zwiększenie liczby transportów. Celem jest oczywiście zredukowanie kosztów globalnych, przy jednoczesnym utrzymaniu zsynchronizowania z czasem i popytem strumienia materiałowego. Można, więc powiedzieć, że transporty w tym przypadku funkcjonują, jako ruchome składy. Aby transport mógł spełniać takie funkcje, musi sprostać wymogom w zakresie szybkości, elastyczności, precyzji dostaw, wiarygodności, czyli temu wszystkiemu, co reprezentuje sobą koncepcja JiT. Ekonomia transportu wymaga, by nośniki były zawsze załadowane, co zderza się z problemem, że ładunki stały się obecnie znacznie mniejsze, lecz jest ich więcej. W rezultacie na drogach znajduje się obecnie wiele samochodów prawie pustych lub załadowanych do połowy. [5]

Decydujące dla efektywności transportów jest oczywiście ich racjonalne zaplanowanie i zorganizowanie. W znacznym stopniu ułatwia to technologia informatyczna. Skomputeryzowany system planowania tras zawiera dane o parku samochodowym, klientach i sieci dróg, a także o obecnych operacjach. Umożliwia on ciągłą łączność pomiędzy kontrolą ruchu, pojazdami, dostawcami i klientami. Dzięki niemu z dużą precyzją można planować, gdzie towary mają być odebrane, jakimi samochodami, jaką pojadą trasą i kiedy mają przybyć. [22] Ponadto pojazdy wyposażone są w elektroniczne karty satelitarne, informujące, gdzie się aktualnie znajduje samochód, jakie jest natężenie ruchu. Można też kontaktować się z kierowcą zarówno w trakcie jazdy, jak i w czasie, kiedy oddalił się od samochodu, przekazywać mu instrukcje oraz polecenia dotyczące nowych zleceń do wykonania.

Źródłem planowania tras przewozowych są zlecenia na usługi. Dzięki marszrutom uzyskuje się obniżenie kosztów poprzez grupowanie klientów, rodzajów prac w trasy, do których przypisani są klienci, przy uwzględnieniu kolejności obsługi, a także zdolności przewozowych pojazdów (nie można przekroczyć ładowności, czasu obsługi, pojemności, odległości). [15]

Planowanie tras przewozowych ma dwa podstawowe cele: obsługę zleceń i minimalizację kosztów.

Poziom obsługi zapisany jest w zleceniu. W tym celu wykorzystuje się obecnie techniki komputerowe, dzięki którym osiąga się efektywne dopasowanie posiadanego parku maszynowego, infrastruktury magazynowej do, wymagań klientów. Można, więc powiedzieć, że planowanie tras przewozowych prowadzi do obniżenia kosztów transportu, zwiększenia wydajności pracy pojazdów, odciążenia dróg i ochrony środowiska naturalnego. [22]

#### 3.1. Przykłady - planowanie przewozów

##### Założenia:

- Klienci „ $i$ ” mający potrzeby „ $q_i$ ” ( $i=1, \dots, n$ ), przy czym jest „ $n$ ” klientów, którzy są znani, bo złożyli zamówienia.

- Baza transportowa  $i=0$ , pojazdy o ładowności  $Q$ .
- Odległość pomiędzy poszczególnymi klientami a bazą „ $d_{ij}$ ”.
- Czas przejazdu „ $t_{ij}$ ” ( $i, j = 0, 1, \dots, n$ ).
- Szukany jest plan tras przewozowych, który swój początek i koniec jazdy ma w bazie transportowej przy uwzględnieniu następujących wymagań: każdy klient musi być przypisany do trasy, inaczej nie jest obsługiwany; trasę obsługuje pojazd, który ma odpowiednią zdolność przewozową.

### **Kryteria wyboru:**

- całkowita odległość (suma odległości baza - klient - baza),
- całkowity czas przejazdu,
- koszt zmienny (opłata za przejazd) może być liczony w stosunku do jednego kilometra lub w stosunku do jednej godziny pracy pojazdu,
- liczba użytych pojazdów - związana jest z produktywnością.

Kryteria te są ze sobą powiązane. Przy określeniu tras przewozowych przyjmuje się hierarchię kryteriów.

### **Podstawowe problemy planowania:**

Przyporządkowanie klientów do danej trasy. Celem podstawowym jest minimalizacja użytych pojazdów.

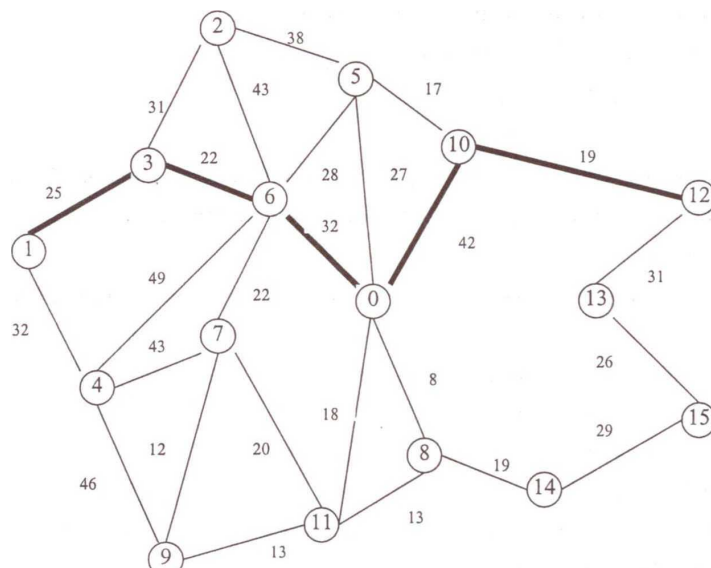
Określenie kolejności obsługi klientów w ramach danej trasy. Jest to problem komiwojażera - jako kryterium może służyć całkowity koszt przejazdu lub całkowita odległość.

Podczas planowania mogą wystąpić dwie sytuacje, które wymagają odrębnego podejścia:

- codzienne zaplanowanie przewozów (codzienne formułowanie planów tras przewozowych). Trasy są zmieniane każdego dnia, zmieniają się koszty transportu oraz czas obsługi poszczególnych klientów,
- planowanie standardowych tras przewozowych – możliwa jest optymalizacja, terminy obsługi są ściśle określone. [15]

### **Wymagania uzupełniające:**

- ograniczenia dotyczące ładowności pojazdów,
- ograniczenia wynikające z prawa pracy, z możliwości stosowania przyczep, prawa postoju,
- różnorodność taboru:  $V$  pojazdów, każdy o ładowności  $Q_v \in V$ ,
- „okna” czasowe obsługi klienta (przedział czasu - wykonanie zlecenia)  $[a_i, b_i]$   $i=1, \dots, n$ ; dodatkowe wymagania dotyczące na przykład pory dnia,
- przedziały czasowe dotyczące gotowości pojazdów:  $[A_v, B_v]$ ,  $v \in V$ . Obsługa podlega prawu pracy, rozpatrywać należy dostępność pojazdu i kierowcy,
- wielokrotne użytkowanie pojazdu w ciągu dnia. [15]



**Rys. 3.** Sieć powiązań w logistyce dostaw. O - Węzły sieci - magazyny, składy, położenie klientów, ważniejsze skrzyżowania, mosty, wiadukty - Krawędzie (gałęzie) - bezpośrednie połączenia, powiązania odległości partnerów przewoźu

Źródło: [20]

### Trudności w węzłach w obszarach dużych miast:

Klienci położeni są bardzo blisko siebie. Jednemu węzłowi trzeba by przypisać wielu klientów i obraz byłby zamazany. Można wyróżnić dwa modele:

- model sieci dróg - otrzymuje go kierowca,
- model współrzędnych klientów dla poszczególnych węzłów.

### Określenie trasy:

Do wyboru trasy optymalnej wykorzystuje się kryterium czasu. Aby je wykorzystać do planowania tras przewozowych, należy znać dokładny czas przejazdu poprzez stosowanie urządzeń kontrolnych zwanych telhometrami i stosowanie ewidencji po wykonaniu zlecenia lub w trakcie wykonania zlecenia. [12]

Najkrótsza droga w planowaniu tras przewozowych:

Pojęcie to może być używane, jako:

- odległość = czas przejazdu \* prędkość,
- czas przejazdu = droga / prędkość,
- stosowanie tych kryteriów pozwala na poprawienie wykorzystania posiadanych pojazdów, na zapewnienie lepszego jakościowo serwisu dostaw, zmniejszenie liczby pojazdów,
- dane o zleceniach,
- zlecenia przekazywane są od klienta do przewoźnika; dodatkowe wymagania dotyczyć mogą:
  - miejsca wyładowania i pobrania towaru,
  - przedziału „okna” czasu dostaw,
  - przewożonej masy  $q_i$ ,
  - liczby palet, kontenerów.

Zlecenie nie zawiera czasu postoju. Czas postoju  $S_i = \alpha + \beta \cdot q_i$  jest wprost proporcjonalny do przewożonej masy.

**Tab. 1.** Przykład struktury zleceń przewozowych

Zlecenie (klient)	Potrzeby $q_i$ [t]	Czas przejazdu [min]	Okna dostaw [h]	
			$a_i$ (od)	$b_i$ (do)
1	28	32	7 <sup>30</sup>	10 <sup>30</sup>
2	42	44	10 <sup>00</sup>	12 <sup>00</sup>
3	15	22	12 <sup>00</sup>	14 <sup>00</sup>
4	35	38	13 <sup>00</sup>	16 <sup>00</sup>
5	23	28	7 <sup>30</sup>	10 <sup>30</sup>
6	29	33	10 <sup>00</sup>	12 <sup>00</sup>
7	24	29	12 <sup>00</sup>	14 <sup>00</sup>
8	21	27	13 <sup>00</sup>	16 <sup>00</sup>
9	22	28	7 <sup>30</sup>	10 <sup>30</sup>
10	37	40	10 <sup>00</sup>	12 <sup>00</sup>
11	15	22	7 <sup>30</sup>	14 <sup>00</sup>
12	23	28	13 <sup>00</sup>	16 <sup>00</sup>
13	18	24	7 <sup>30</sup>	10 <sup>30</sup>
14	29	33	10 <sup>00</sup>	12 <sup>00</sup>
15	20	26	13 <sup>00</sup>	16 <sup>00</sup>

Źródło: Opracowanie własne

**Dane o pojazdach:**

W bazie jest do dyspozycji zbiór pojazdów  $v \in V$  każdy o ładowności  $Q$ , czas użytkowania  $[A, B]$ , czas przekazania - czas pomiędzy jednym a drugim użytkowaniem pojazdu.

**Tab. 2.** Park pojazdów do dyspozycji przewoźnika

Pojazd $v$	Ładowność $Q$ [t]	Czas użytkowania [h]		Czas przekazania [min]
		A (od)	B (do)	
1	120	7 <sup>30</sup>	16 <sup>00</sup>	30
2	80	7 <sup>30</sup>	16 <sup>00</sup>	30
3	80	7 <sup>30</sup>	16 <sup>00</sup>	30
4	70	7 <sup>30</sup>	16 <sup>00</sup>	30
5	60	7 <sup>30</sup>	16 <sup>00</sup>	30

Źródło: [4]

Przykładowe rozwiązanie zagadnienia:

- Droga przelotowa 60 km/h - dozwolona prędkość.
- Drogi pozostałe 40 km/h - dozwolona prędkość.
- Czas przejazdu.

**Tab. 3.** Minimalne czasy przejazdów (prawa górna część), odległości w dziesiątych km (lewa dolna część)

$i/j$ [10 km/min]	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0		790	965	540	1055	405	320	555	120	465	420	270	610	1075	405	840
1	790		715	250	480	890	470	800	910	980	1145	1060	1335	1800	1195	1630
2	750	560		465	1195	570	645	975	1085	1155	825	1235	1015	1480	1370	1805
3	540	250	310		730	640	220	550	660	730	895	810	1085	1555	945	1380
4	810	320	880	570		1155	735	645	1080	690	1410	885	1600	2065	1365	1800
5	270	750	380	500	770		420	750	525	870	255	675	445	910	810	1245
6	320	470	430	220	490	280		330	440	510	675	590	865	1330	725	1160
7	370	690	650	440	430	500	220		495	180	975	300	1165	1605	780	1215
8	80	870	830	620	720	350	400	330		390	540	195	730	1110	285	720
9	310	810	770	560	460	580	340	120	260		885	195	1075	1500	675	1110
10	420	920	550	670	940	170	450	790	500	730		690	190	655	825	1045
11	180	970	930	720	590	450	500	200	130	130	600		880	1305	480	915
12	610	1110	740	860	1130	360	640	980	690	920	190	790		465	1015	855
13	920	1420	1050	1170	1440	670	950	1070	740	1000	500	870	310		825	390
14	270	1060	1020	810	910	540	590	520	190	450	690	320	880	550		435
15	560	1350	1310	1100	1200	830	880	810	480	740	760	610	570	260	290	

### 3.2. Techniki planowania tras przewozowych:

#### Podział metod heurystycznych:

Dla otwartego problemu jednostopniowego jako klasyczne wykorzystuje się następujące metody:

- a) metodę jednostopniową SM (saving methods),
- b) metodę dwustopniową SWM (sweep methods).

1. Otwarte zagadnienia transportowe pozwalają zaprojektować dopuszczalny plan przewozu w oparciu o posiadane dane: [18, 19]
  - metody jednostopniowe - polegają na rozwiązywaniu dwóch problemów. Posługują się symulacją, jako metodą rozwiązania. Pierwszy problem to przyporządkowanie klientów do danej trasy w oparciu o określone kryteria, drugi problem to kolejność obsługi klientów w obrębie tej trasy;
  - metody dwustopniowe - polegają na rozwiązaniu w pierwszym kroku problemu przyporządkowania klienta do trasy, a w drugim na rozwiązaniu zadania komiwojażera dla każdej trasy.
2. Metody doskonalenia planów przewozowych mają za zadanie racjonalizację procesów wewnątrz trasy przewozowej.

#### Zastosowanie metody SM dla problemu podstawowego. Oznaczenia:

$D_{\max}$  – maksymalny czas przewozu,

$d_{ij}$  – odległość  $i, i=0, \dots, n,$

$t_{ij}$  – czas przejazdu,

$Z_e$  zleceń:

$q_i$  – wielkość zleceń,

$s_i$  – czas postoju  $i$ -tego klienta,

$Q$  – ładowność pojazdów.

#### Założenie:

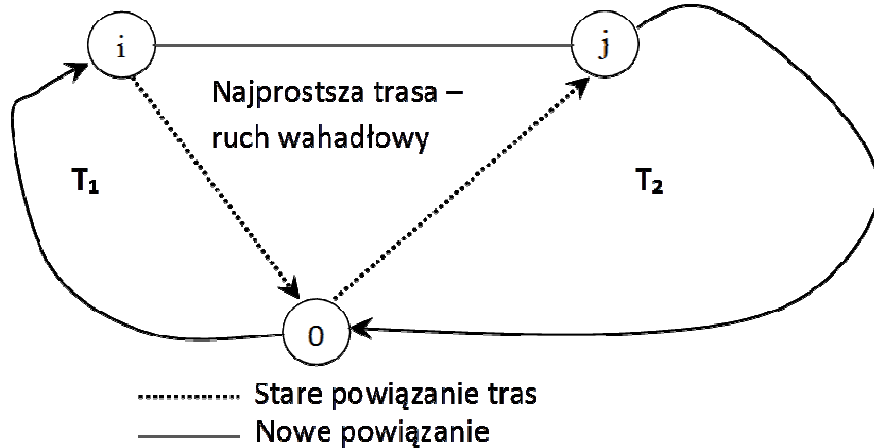
Trasa jest symetryczna (ten sam czas z bazy do klienta  $i$  z powrotem);  $q \leq Q$ ;

$2t_{0i} + S_i \leq D_{\max}$  jeżeli te dwa założenia są spełnione, to można przyporządkować klienta do trasy  $T = (i_1, \dots, i_n)$ .

**Rozwiązanie:**

$q(T)$  – suma masy przewozowej,  
 $d(T)$  – całkowita odległość,  
 $t(T)$  – całkowity czas przejazdu,

Jeśli zostaną równocześnie spełnione warunki (wielkość przewozowa i czas), to można mówić, że taka trasa jest dopuszczalna (P - dopuszczalny plan trasy).



**Rys. 4.** Plan trasy od bazy do i-tego klienta i z powrotem  
 Źródło: opracowanie własne

$$PT_i = m(i) \tag{39}$$

dla  $i=1, \dots, n$  (dla trasy wahadłowej),

- $T^*$  – kombinacja  $T_1$  i  $T_2$ , tak że  $i$  - to ostatni klient trasy  $T_1$ ,  $j$  - to ostatni klient trasy  $T_2$ ,
- $T_1 = (n, \dots, i)$
- $T_2 = (j, \dots, k)$
- $T^* = T_1 + T_2 = (n, \dots, i, j, \dots, k)$
- $q(T^*) = q(T_1) + q(T_2)$
- $d(T^*) = d(T_1) + d(T_2) + d_{ij} - d_{0i} - d_{0j}$
- $t(T^*) = t(T_1) + t(T_2) + t_{ij} - t_{0i} - t_{0j}$
- $q(T^*) \leq Q \quad t(T^*) \leq D_{\max}$

Poprzez połączenie tych dwóch tras uzyskano skrócenie odległości:

$$S_{ij} = d_{0i} + d_{0j} - d_{ij} \tag{40}$$

**Procedura metody SM:**

- Start: wyznacza się dla pary  $S_{ij}$  maksymalną korzyść.
- Sortować  $\{i, j\}$  według malejącej wartości  $S_{ij}$
- $P = \{PT_i: i=1, \dots, n\}$
- $q(PT_i) = q_i$
- $d(PT_i) = 2d_{0i}$
- $t(PT_i) = 2t_{0i} + S_i \quad (i=1, \dots, n)$

Iteracja:

- a) szukać następnej pary  $\{i, j\}$  - Stop, gdy nie można znaleźć,
- b) sprawdzić dopuszczalność kombinacji  $T^* = T_1 + T_2$  według wzorów (1), (2), gdy  $T^*$  niedozwolona, idź do a,
- c) aktualizacja planu.

Jest to przykład wykorzystywania metody iteracyjnej, która polega na szukaniu najlepszej korzyści (w tym przypadku skracaniu drogi) i sortowaniu  $S_{ij}$ , gdzie:  $S_{ij}$  = liczba sortowań, n-liczba klientów.

Metoda ta opiera się na parametryzacji zależności, co oznacza, że niespełnienie jednego warunku kończy trasę. Aby przeprowadzić optymalizację klientów ze względu na trasę, należy znaleźć  $D_{max}$  oraz  $S_{ij} = d_{0i} + d_{0j} + f^{|d_{0i}-d_{0j}|} - qd_{0j}$

Jeżeli  $f = 0$  i  $q = 1$ , to równanie przechodzi do równania  $S_{ij} = d_{0i} + d_{0j} - d_{ij}$ . [3]

Wyznaczamy minimalną liczbę użytkowanych pojazdów, Za pomocą metod heurystycznych można znaleźć parametr, który wpływa na  $t_{ij}$  (minimalny czas przejazdu) oraz  $d_{ij}$ . [4] Wykorzystując algorytm i parametryzację (udoskonalenie trasy) dokonano przeliczeń (tabela 4).

**Tab. 4.** Przegląd uzyskanych wyników

Park pojazdów	Przedział dostaw	Wielokrotne dostawy	(t,q)	Pojazdy [szt.]	Trasy [szt.]	Odległości [Km]	Czas [min]	Wykorzystanie ładowności [%]	Wykorzystanie czasu [%]	Parametr
5'90	Nie	Nie	(0,1)	5	5	703	1348,5	84,7%	52,9%	Jednostopniowe
5'90	Nie	Nie	(0,1.6)	5	5	685	1342,5	84,7%	52,7%	Jednostopniowe
3'90	Nie	Tak	(0.4,1.2)	3	6	750	1403,0	70,6%	97,6%	Parametryzacja
5'90	Tak	Nie	(0.2,0.4)	5	5	870	1584,0	84,7%	62,1%	Wielokrotne użycie pojazdów, przedziały
120/80/80/70/60	Tak	Nie	(0,1)	5	5	869	1582,5	92,9%	62,1%	Niejednoznaczność
120/80/70/60	Tak	Tak	(0.6,1.6)	4	6	902	1579,0	82,8%	82,3%	Najbardziej ogólne

Źródło: opracowanie własne

#### I wiersz tablicy:

- $Q = 90$  (czas użytkowania 8,5h -  $D_{max}$ )
- $S_{ij} = S_{1,4}$  (największa wartość  $S_{ij}$ ) = 128 (z zależności (3))
- $S_{12,13} = S_{12,15} = 122$
- $S_{1,3} = 108$
- I trasa obejmuje klientów (14, 15, 13, 12)
- II trasa obejmuje klientów (4, 1, 3)
- III trasa obejmuje klientów (2, 5, 8)
- IV trasa obejmuje klientów (6, 9, 11, 7)
- V trasa obejmuje klientów (10)
- Ogólna długość wszystkich tras = 703 km
- Całkowity czas przejazdu = 1348,5 min

#### II wiersz tablicy:

Poprawienie wyników poprzez uwzględnienie parametru  $f$  (od 0 co 2,5 do 1)

$$\left. \begin{array}{l} f = 0(0,2)1 \\ q = 0(0,2)3 \end{array} \right\} (f, q) = (0,1.6) \quad (40)$$

Lepszy plan przewozów:

- I trasa obejmuje klientów (14, 15, 13, 12)
- II trasa obejmuje klientów (4, 1, 3)
- III trasa obejmuje klientów (2, 6)
- IV trasa obejmuje klientów (8, 11, 9, 7)

- V trasa obejmuje klientów (5, 10)
- Ogólna długość wszystkich tras = 685 km
- Całkowity czas przejazdu = 1342,5 min
- Ładowność = 84,7%
- Czas 52,6%

### III wiersz tablicy:

Plan uzupełniony jest o przedziały czasowe dostawy zawarte w zleceniach.

Start: znane są przedziały czasu dostawy dla poszczególnych klientów. Dla każdej trasy można znaleźć taki czas  $a(T)$  i  $b(T)$ , który będzie najwcześniejszym i najpóźniejszym czasem obsługi.  $K(T)$  - czas, jaki upływa od przybycia do pierwszego klienta aż do wyjazdu od ostatniego klienta. Dla trasy wahadłowej otrzymujemy rozwiązanie:

$$\begin{aligned} & [a(T) - d_{0i}; b(T) - d_{0i}]; a(T), b(T); K(T) \\ & a(pT_i) = a_i; b(pT_i) = b_i; K(pT_i) = S_i \\ & \text{dla } T^*: a(T^*) = \max \{ a(T_1); a(T_2) - K(T_1) - t_{ij} \} \\ & b(T^*) = \min \{ b(T_1); b(T_2) - K(T_1) - t_{ij} \} \\ & K(T^*) = K(T_1) + K(T_2) + t_{ij} \end{aligned} \quad (41)$$

Jeśli  $a(T^*) \leq b(T^*)$ , to trasa jest asymetryczna np.  $(f,q) = (0.2,0.4)$ .

Tab. 5. Przegląd marszrut

Trasy [l.p.]	Najwcześniejsze [hh:mm]	Najpóźniejsze [hh:mm]	Odległości [Km]	Czas [min]
(1, 2, 3)	7:30	8:57	220	349
(9, 6, 12)	8:55	9:43	190	334
(5, 13, 10)	7:30	7:50	186	331
(11, 7, 14)	10:41	10:44	162	316
(14, 15, 8)	11 :03	11:19	112	254
<b>Suma</b>			870	1584

Źródło: opracowanie własne

### IV wiersz tablicy:

Wielokrotne wykorzystanie pojazdów. Uwzględniono ograniczenia wynikające z niejednorodnego parku maszynowego:  $v \in V, P, T \in P$ . Każda trasa jest dozwolona dla maksymalnego trwania i przedziału czasu obsługi klienta:  $T \in P$ . Znane są:  $T; V(T) \in V$ , czas startu  $S(T)$ , a także przyporządkowanie tras oraz czasy startowe dla tras.

$$\begin{aligned} & q(T) \leq Q_v(T) \quad T \in P \\ & A_{vcT} \leq S(T) \leq B_{vT} - t(T) \quad \text{dla } T \in P \\ & a(T) \leq S(T) + d_{0i} \leq b(T) \quad \text{dla } T \in P \quad \text{oraz } i \\ & S(T) + t(T) + K_v \leq S(U) \quad \text{dla } U \in P \quad V(T) = V(U) \\ & S(T) \leq S(U) \end{aligned} \quad (42)$$

Po spełnieniu wyżej wymienionych ograniczeń może się okazać, że plan początkowy jest niedozwolony, posiadany park pojazdów jest niewystarczający do obsługi wybranych tras wszystkich klientów. Tę trudność pokonuje się wprowadzając fikcyjny pojazd U, tak by plan początkowy był dozwolony. W trakcie przeprowadzania obliczeń, kombinacji poszczególnych tras przeprowadza się zmiany, tak by fikcyjny pojazd został skreślony. [4]

Przy prostym użytkowaniu otrzymujemy:

$$V(T) \neq V(U) \quad \text{dla } T, U \in P \quad (43)$$

Plan początkowy okazuje się niedozwolony, konieczne jest wprowadzenie fikcyjnych pojazdów:

- a) START: szukać dla początkowego  $P - V(T); S(T) \quad T \in P$  spełniające ograniczenia 5, 7; w razie konieczności wprowadzać fikcyjne pojazdy.



- b) sprawdzić dopuszczalność  $T^*$ : szukać  $P^* = P \{T^*\} / \{T_1, T_2\}$
- c)  $V^*(T); S^*(T) T \in P$ , gdy się nie znajdzie, idź do a
- d)  $P = P^* V(T) = V^*(T)$
- e)  $S(T) = S^*(T) T \in P$   
Wykreślić fikcyjne pojazdy.

#### 4. KONFIGURACJA SIECI TRANSPORTOWO-MAGAZYNOWEJ

Konfiguracja sieci to taka struktura punktów węzłowych i dróg, przez którą od źródeł wydobywania surowców poprzez miejsca podaży, skończywszy na miejscach popytu, przepływają produkty logistyczne. Wymaga to zestawienia zadań transportowych z lokalizacją magazynów, a więc prowadzi do ustalenia, ile wystąpi punktów węzłowych i dróg, gdzie będą zlokalizowane, jaki rodzaj transportu będzie używany, jakie wykorzystane będą magazyny i które produkty będą przemieszczane. Problem konfiguracji sieci zawiera dwa aspekty: przestrzenny i czasowy. [23]

*Przestrzenny aspekt* dotyczy geograficznie wyznaczonych miejsc lokalizacji fabryk, magazynów i detalu, a *czasowy* oznacza czas dostawy produktu logistycznego do odbiorcy. Celami konfiguracji sieci są: [2]

- Minimalizowanie wszystkich istotnych kosztów logistycznych związanych z przemusem usług logistycznych, tzn. z sytuacją, w której usługi te albo są świadczone na podstawie tradycji określonego regionu, albo są nierozwojowe w wyniku znaczącej konkurencji na rynku. W systemie logistycznym ten poziom usług związany jest z minimalizacją kosztów ich świadczenia.
- Maksymalizowanie poziomu obsługi klientów - odbiorców produktu logistycznego, kiedy ocenie podlegają całkowite koszty logistyczne, a nie jego poszczególne składniki.
- Maksymalizacja zysku wypracowanego przez logistykę przy maksymalizowaniu rozpiętości pomiędzy dochodami generowanymi przez świadczenie usług logistycznych a kosztami świadczenia tych usług.

Warunkiem koniecznym modelowania konfiguracji sieci jest zebranie rzetelnych danych źródłowych. Do takich danych zalicza się: [16]

- wykaz produktów określonej linii produkcyjnej,
- podaż każdego z produktów w miejscach lokalizacji odbiorców,
- lokalizacja źródeł surowca, miejsc magazynowania i miejsc odbioru produktów logistycznych,
- koszty transportu, stawek przewozowych,
- koszty magazynowania i stawki opłat za powierzchnię magazynową,
- koszty zaopatrzenia i reprodukcji,
- wielkość i kształt produktu, jako ładunku,
- czas przygotowania zamówień, czas realizacji zamówień oraz częstotliwość zamówień i koszty procesu zamówień.

Jednym z najistotniejszych problemów konfiguracji sieci jest obliczenie odległości przewozu, jako bezpośrednio oddziałującej na koszty transportu pomiędzy punktami nadania a punktami odbioru ładunku. E. Gołomska przedstawia trzy metody obliczania odległości pomiędzy punktami nadania i odbioru produktu logistycznego: [9]

- a) Odległość między punktami A i B ma charakter linii prostej (taka sytuacja w praktyce jest rzadko spotykana). W takim specyficznym przypadku odległość między punktem A i B oblicza się ze wzoru:

$$D_{AB} = K \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2} \quad (44)$$

gdzie:  $D_{AB}$  - odległość pomiędzy punktami A i B,

$X_A, Y_A$  - współrzędne punktu A,

$X_B, Y_B$  - współrzędne punktu B,

K - współczynnik zmieniający miarę współrzędnej na miarę odległości.

- b) Określenie odległości w układzie współrzędnych prostokątnych z uwzględnieniem współczynnika wydłużenia drogi (stosunek odległości komunikacyjnej do odległości liniowej), który na obszarze o dobrze rozwiniętej sieci transportowej wynosi dla dróg kołowych  $w=1,17$ , a dla dróg kolejowych  $p=1,20$ . Stąd wzór na obliczenie praktycznej odległości pomiędzy punktami A i B:

$$D_{AB} = w \cdot [(X_B - X_A)^p + (Y_B - Y_A)^p]^{\frac{1}{p}} \quad (45)$$

- c) Formuła (opracowana przez R. Love), w której używa się szerokości i długości geograficznej. Można ją stosować nie tylko w odniesieniu do odległości pomiędzy punktami A i B wyznaczonej na podstawie mapy, ale także uwzględniając krzywiznę ziemi. Autor uwzględnił ten wzór, jako formułę wielkiego koła i przedstawił ją następująco:

$$D_{AB} = 3959 \cdot \{\arccos[\sin(LAT_A) \cdot \sin(LAT_B) + \cos(LAT_A) \cdot \cos(LAT_B) \cdot \cos(LONG_B - LONG_A)]\} \quad (46)$$

gdzie:

$D_{AB}$  - odległość między punktami A i B,

$LAT_A$  - szerokość geograficzna punktu A,

$LONG_A$  - długość geograficzna punktu A,

$LAT_B$  - szerokość geograficzna punktu B,

$LONG_B$  - długość geograficzna punktu B.

Zdaniem R. Love metoda ta jest często wykorzystywana w programach komputerowych w planowaniu logistycznym, ponieważ jest uniwersalna i może być wykorzystywana na całym świecie, mogą być w niej wykorzystywane różne źródła (mapy nawigacyjne, publikacje rządowe, encyklopedie), a przede wszystkim zapewnia dokładność obliczeń.

## PODSUMOWANIE

W artykule podjęto próbę wskazania uwarunkowania dla funkcjonowania centrum recyklingu, ze szczególnym uwzględnieniem uwarunkowań kryterialnych dla lokalizacji badanego centrum recyklingu. Wzięte zostały pod uwagę takie uwarunkowania, jak: stopień recyklingu, granice ekologiczne, granice ekonomiczne.

## BIBLIOGRAFIA

1. Abt S., *Centra dystrybucji ogniwami w logistycznych łańcuchach dostaw*. Materiały konferencyjne, V Międzynarodowa Konferencja Naukowa, Ustroń 2001.
2. Abt S., *Gdzie lokalizować centra dystrybucji*. Logistyka a jakość, nr 1, 2002.
3. Abt S., *Potrzeba budowy logistycznych centrów dystrybucji w Polsce*. Przegląd Komunikacyjny 1996, nr 7-8.
4. Ambroziak T., Żak J., *Metoda wyznaczenia optymalnej liczby środków transportowych dla realizacji określonego zadania transportowego*. Politechnika Śląska, Zeszyty Naukowe 2004, nr 1621.
5. Blaik P., *Logistyka*. PWE, Warszawa 2010.
6. Burnewicz J., *Centra logistyczne – brakujące ogniwa polskiego systemu transportowego*. Przegląd Komunikacyjny 1996, nr 7-8.
7. Całczyński A., *Metody optymalizacyjne w obsłudze transportowej rynku*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 1992.

8. Christopher M., *Logistyka i zarządzanie łańcuchem dostaw*, Polskie Centrum Doradztwa Logistycznego, Warszawa 2000.
9. Gołębska E., *Kompendium wiedzy o logistyce*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa-Poznań 2010.
10. Gutenbaum J., *Modelowanie matematyczne systemów*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa-Łódź 2003.
11. Ignasiak E. (red). *Badania operacyjne*. Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 2001.
12. Jacyna M., *Modelowanie i ocena systemów transportowych*. Warszawa 2009.
13. Krawczyk S., *Metody ilościowe w logistyce (przedsiębiorstwa)*. Wydawnictwo C. H. Beck, Warszawa 2001.
14. Kryński H., Badach A., *Zastosowanie matematyki do podejmowania decyzji ekonomicznych, zagadnienia wybrane*. PWN, Warszawa 1976.
15. Kubicki J., Kuriata A., *Problemy logistyczne w modelowaniu systemów transportowych*. WKŁ, Warszawa 2000.
16. Łukasik Z., Bril J., *Efektywna obsługa transportowa – modelowanie systemów transportowych*. Materiały konferencyjne, VIII Konferencja Naukowo – Techniczna LOGITRANS, Szczyrk 2011.
17. Mindur L., *Proces tworzenia warunków do funkcjonowania w Polsce zintegrowanych łańcuchów dostaw*. Problemy Ekonomiki Transportu, Warszawa 2002, nr 1/2.
18. Piasecki S., *Optymalizacja systemów przewozowych*. WKŁ, Warszawa 1973.
19. Piasecki S., *Optymalizacja systemów transportowych*. Wydział Wydawniczy WAT, Warszawa 1971.
20. Rutkowski K. (red.), *Logistyka dystrybucji*. Wydawnictwo Difin, Warszawa 2010.
21. Sawik T., *Badania operacyjne dla inżynierów zarządzania*. Wydawnictwo Akademii Górniczo- Hutniczej, Kraków 1998.
22. Skowronek Cz., Sarjusz-Wolski Z., *Logistyka w przedsiębiorstwie*. Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa 2012.
23. Wiśnicki B., *Wyznaczanie lokalizacji logistycznego centrum dystrybucji w węźle transportowym (cz. II)*. Logistyka 2003, nr 4.

## **MAPPING THE STRUCTURE OF TRANSPORT NETWORK BASED ON TESTED RECYCLING CENTER**

### *Abstract*

*In the article authors present the spatial structure of the transport network determining the existence and nature of the transport links. The structure is characterized by elements point connections between each other in geographic space.*

### **Autorzy:**

dr inż. **Joanna Bril** – Podkarpacka Szkoła Wyższa im. bł. ks. Władysława Findysza w Jaśle  
 prof. dr hab. inż. **Zbigniew Łukasik** – Uniwersytet Technologiczno-Humanistyczny im. Kazimierza Pułaskiego w Radomiu