

## **Wpływ warunków obciążenia powierzchni gleby i współczynnika koncentracji naprężeń na zasięg naprężeń dopuszczalnych**

### **Streszczenie**

Analizowano jak warunki obciążenia powierzchni gleby, tj. siła, nacisk jednostkowy i współczynnik koncentracji naprężeń wpływają na zasięg w glebie izobar naprężeń dopuszczalnych 30 i 50 kPa. Określono zasięg izobar jak i powierzchnię objętą tymi izobarami. Stwierdzono, że wraz z wzrostem nacisków powierzchniowych przy stałej sile zasięg izobar w głąb wzrastał, lecz ich szerokość malała. Występowało także przesuwanie się w dół punktu największej szerokości izobary.

**Słowa kluczowe:** zagęszczenie, naprężenie dopuszczalne, koncentracja naprężeń.

### **Wstęp i cel pracy**

Problem ochrony gleb przed nadmiernym zagęszczeniem pozostaje w ścisłym związku z ograniczaniem naprężeń rozwijanych pod wpływem sił obciążających powierzchnię gleby przez ciągniki, maszyny i pojazdy rolnicze. Istniejące w innych krajach zalecenia i normy podają dopuszczalne wartości tych naprężeń na określonych głębokościach i w określonych warunkach. Ponieważ propagacja naprężeń w glebie według znanej formuły Boussinesqu'a, uzupełnionej przez Fröhlich'a o współczynniki koncentracji naprężeń, zależy również od warunków glebowych, ujętych w odpowiednich wartościach tych współczynników, interesujące jest w jakim stopniu zmienia się kształt i zasięg izobary wyznaczającej poziom dopuszczalnego naprężenia, wraz z zmianą ich wartości. Poza samym polem jej powierzchni oraz zasięgiem, zarówno w głąb profilu glebowego, jak i w szerokość, ważne jest też jaka jej część znajduje się w warstwach głębszych, położonych poniżej warstwy ornej, a więc poniżej działania

---

narzędzi niwelujących w pewnym stopniu szkodliwe działania nacisków w warstwie uprawianej. Jeżeli jednocześnie izobara ta ma znaczną szerokość, to przy dużej intensywności ruchu sprzętu rolniczego po polu znaczne objętości gleby poddane są kilkukrotnemu działaniu dużych naprężeń, a więc ich niekorzystne działania są spotęgowane. Ma to miejsce szczególnie intensywnie w sezonie jesiennym podczas prac związanych ze zbiorem, np. buraków, gdzie tzw. współczynnik pokrycia pola śladem kół może osiągać wartość ponad 5 [Walczyk, 1995]. Równocześnie do tych prac używane są pojazdy o bardzo dużych obciążeniach przypadających na koło, sięgających 100 kN, jak w przypadku wielorzędowych kombajnów buraczanych [Szeptycki 2003].

Celem pracy było wyznaczenie następujących parametrów, charakteryzujących obszar działania naprężeń dopuszczalnych: głębokości, szerokości i powierzchni objętej izobarą omawianych naprężeń.

## **Materiał i metody**

W obliczeniach założono, że kształt powierzchni kontaktu koła z glebą jest eliptyczny, a obciążenie zewnętrzne rozkłada się na niej zgodnie z paraboloidą o stopniu zależnym od współczynnika koncentracji naprężeń [Söhne 1958].

Tak więc, w sytuacji gdy na powierzchnię gleby działa obciążenie ciągłe  $p$ , wartość składowej pionowej  $\sigma_z$  naprężenia w punkcie  $M$ , o współrzędnych  $(x_M, y_M, z_M)$ , obliczana jest poprzez całkowanie po powierzchni kontaktu  $A$  elementarnej siły skupionej  $dP$ , zawartej w następującym wyrażeniu:

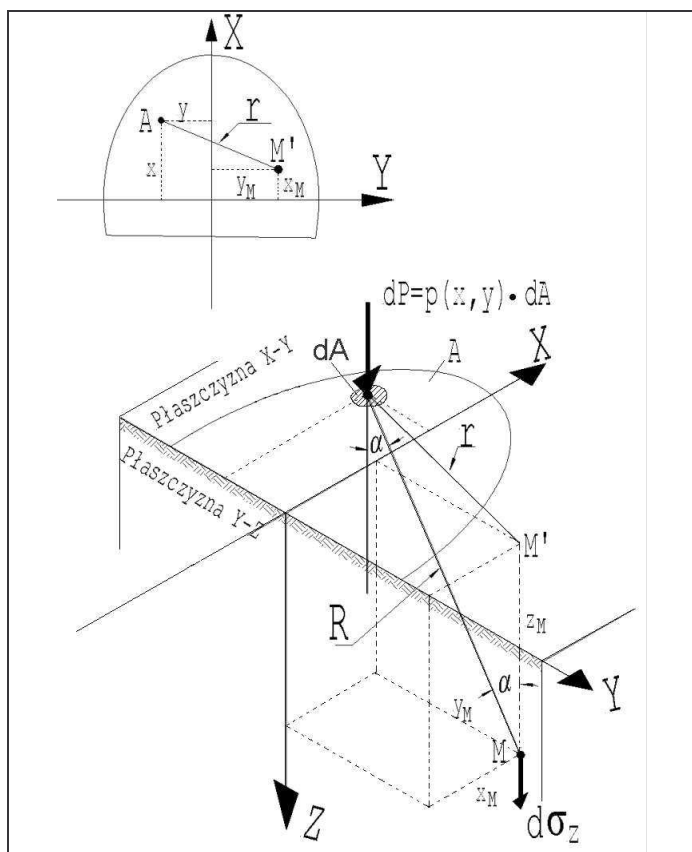
$$\sigma_z = \int_A \frac{\nu \cdot dP}{2\pi \cdot R^2} \cdot \cos^{\nu} \alpha dA, \quad (1)$$

gdzie:  $\nu$  - współczynnik koncentracji naprężeń,

$dP$  – elementarna siła skupiona działająca na element powierzchni  $dA$ ,

$R$  - promień łączący rozpatrywany punkt w glebie z punktem przyłożenia siły na powierzchni styku koła z glebą,

$\alpha$  - kąt zawarty pomiędzy linią działania siły  $dP$  a promieniem  $R$  (rys. 1).



Rys. 1. Półprzestrzeń glebowa poddana obciążeniu ciągłemu  $p(x,y)$  na powierzchni A

Fig. 1. Soil semi-space subjected to continuous load  $p(x,y)$  at the surface A

W przypadku punktów leżących na płaszczyźnie Y-Z, dla których  $x_M = 0$ , wyrażenie (1) przyjmuje następującą postać:

$$\sigma_z = \int_{-a-\phi(x)}^a \int_{\phi(x)}^{\phi(x)} p(x,y) \cdot \frac{\nu}{2\pi} \cdot \frac{1}{z_M} \left[ \frac{z_M}{(y_M + y)^2 + x^2 + z_M^2} \right]^{\nu+2} dx dy, \quad (2)$$

gdzie:  $\phi(x) = \frac{b}{a} \cdot \sqrt{-x^2 + a^2}$  - równanie górnej gałęzi elipsy;

$a, b$  – półosie elipsy odwzorowującej powierzchnię kontaktu A (rys. 1).

Określenie współrzędnych kolejnych punktów  $M_i$  izobary (rys. 2a). odbywało się poprzez numeryczne znalezienia rozwiązania względem  $y_M$  następującego równania (będącego przekształconą i rozwiniętą wersją formuły Boussinesqu'a), dla kolejno przyjmowanych wartości  $z_M$ :

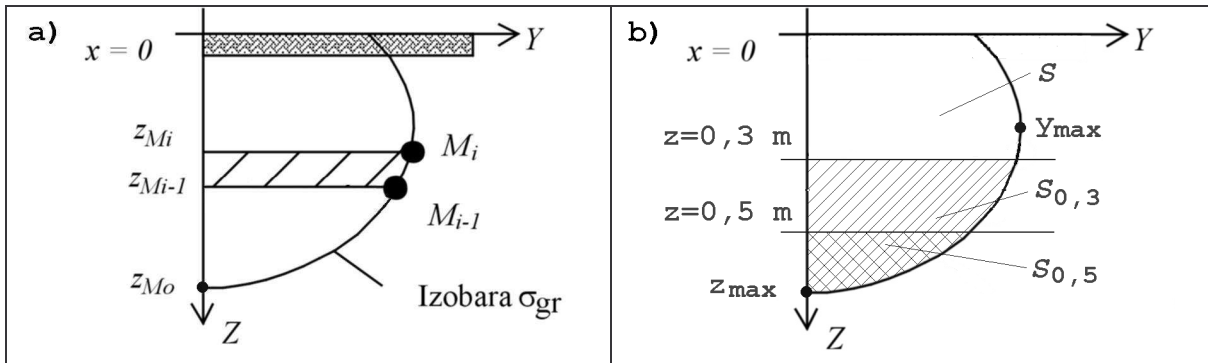
$$\int_{-a-\phi(x)}^a \int_{\phi(x)}^{\phi(x)} p(x,y) \cdot \frac{\nu}{2\pi} \cdot \frac{1}{z_M} \left[ \frac{z_M}{(y_M + y)^2 + x^2 + z_M^2} \right]^{\nu+2} dx dy - \sigma_{dop} = 0 \quad (3)$$

gdzie:  $\sigma_{dop}$  – wartość naprężenia granicznego (dopuszczalnego).

Całkowita powierzchnia  $S$ , objęta izobarą  $\sigma_{gr}$ , równa jest podwojonej sumie powierzchni elementarnych trapezów  $\Delta S_i$  utworzonych przez sąsiadujące ze sobą

punkty  $M_i$  i  $M_{i-1}$ , o uprzednio obliczonych współrzędnych oraz odpowiadające im punkty na osi  $Z$  (rys. 2a).

$$S = 2 \cdot \sum \Delta S_i; \quad \Delta S_i = \frac{1}{2} \cdot (y_{M_i} + y_{M_{i-1}}) \cdot (z_{M_{i-1}} - z_{M_i}) \quad [m^2] \quad (2)$$



Rys. 2. Schemat oznaczeń punktów na izobarze  $\sigma_{dop}$

Fig. 2. The scheme of denoting points on the isobar  $\sigma_{dop}$

## Wyniki

Obliczenia przeprowadzono dla sił o wartościach zawartych w przedziale 20-120 kN oraz nacisków jednostkowych na powierzchni kontaktu z przedziału 50-250 kPa.

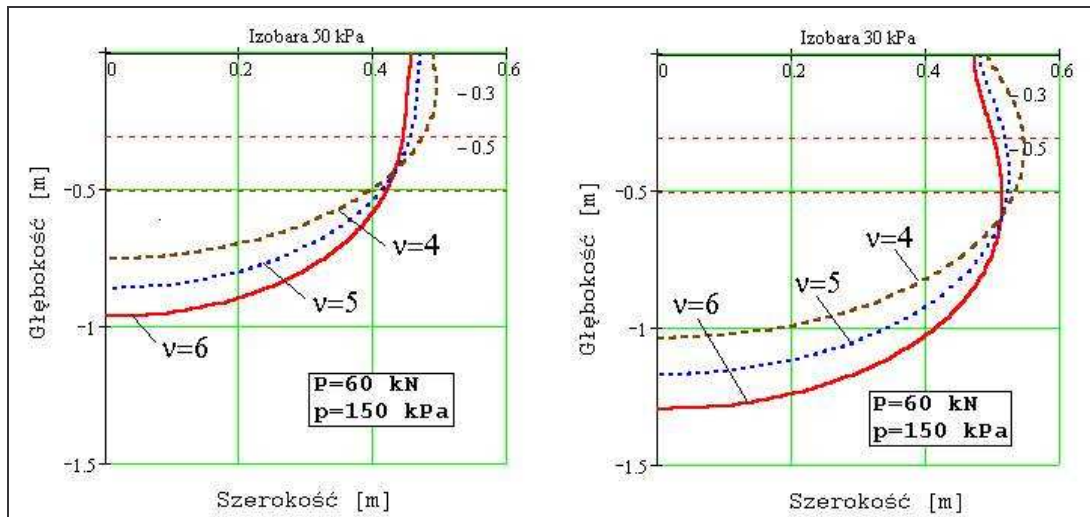
Za rosyjską normą GOST 26955-86, często cytowaną w literaturze światowej, przyjęto wartości naprężeń dopuszczalnych 30 i 50 kPa [Rusanov, 1994]. Wartości te wspomniana norma przewiduje jako dopuszczalne na głębokości 0,5 m odpowiednio dla sezonu wiosennego i letnio-jesienniego. Dla każdej pary siła-nacisk z przyjętego obszaru ich wartości oraz dla współczynników koncentracji  $\nu = 4, 5$  i  $6$  wyznaczono takie parametry izobary naprężeń dopuszczalnych jak: jej powierzchnia całkowita  $S$  i powierzchnie tych jej części, które znajdują się poniżej głębokości 0,3 m i 0,5 m, oznaczone odpowiednio jako  $S_{0,3}$  i  $S_{0,5}$  oraz współrzędne punktów o największej głębokości  $z_{max}$  i największej szerokości  $y_{max}$  (rys. 2b). Wyniki obliczeń dla wybranej pary wartości siły  $P$  i nacisku  $p$  zawarte są w tabeli 1.

Tabela 1. Parametry izobary  $\sigma_{dop}$  dla wybranej pary wartości  $P-p$ .

Table 1. Parameters of the isobar  $\sigma_{dop}$  for chosen pair of values  $P-p$ .

P = 60 kN p = 150 kPa						
$\sigma_{dop}$ [kPa]	30			50		
$\nu$ [-]	4	5	6	4	5	6
$z_{max}$ [m]	1,039	1,171	1,298	0,752	0,862	0,964
$S$ [m <sup>2</sup> ]	0,962	1,053	1,153	0,609	0,668	0,731
$S_{0,3}$ [%]	67,9	72,1	75,2	52,6	59,0	63,7
$S_{0,5}$ [%]	45,3	52,2	57,6	23,6	32,8	39,9
$y_{max}$ [m]	0,547	0,524	0,514	0,493	0,469	0,456
$z$ [m]	0,345	0,425	0,515	0,125	0,130	0,135

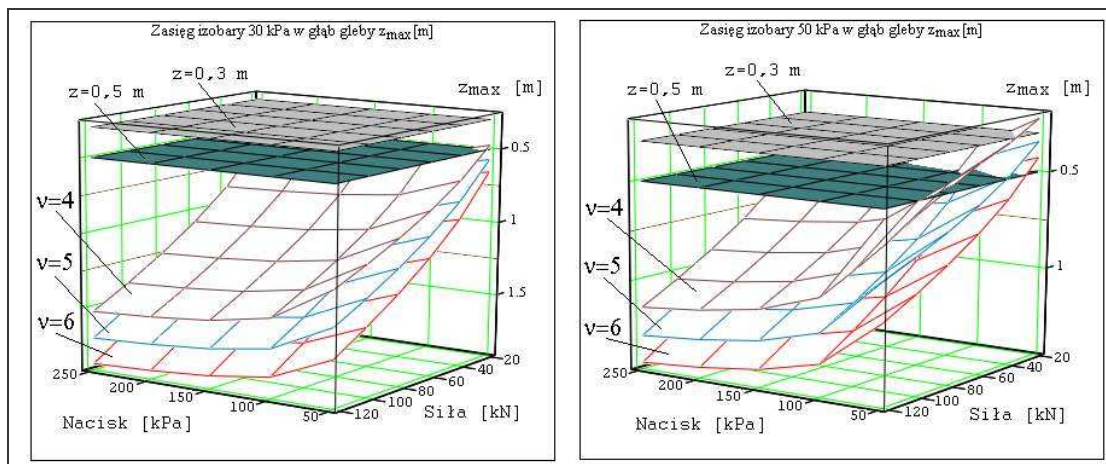
Z kolei rysunek 3 przedstawia wykresy izobar naprężeń dopuszczalnych wykonane dla powyższej pary wartości  $P-p$ .



Rys. 3. Izobary 50 i 30 kPa dla współczynników koncentracji naprężeń  $v=4, 5$  i  $6$  oraz wartości pary siła-nacisk  $60 \text{ kN}$  i  $150 \text{ kPa}$

Fig. 3. Isobars 50 and 30 kPa for stress concentration coefficients  $v=4, 5, 6$  as well for pair of values force–pressure  $60 \text{ kN}$  and  $150 \text{ kPa}$

Z wartości zamieszczonych w tabeli 1 oraz wykresów na rys. 3 wynika, że przy warunkach obciążenia koła, typowych dla ciężkich pojazdów rolniczych, jak np. rozlewacze i roztrząsacze nawozu, izobary naprężeń dopuszczalnych sięgają głęboko w głąb gleby, nie tylko poniżej warstwy ornej lecz także poniżej poziomu  $0,5 \text{ m}$ , dla którego określane są wartości dopuszczalne naprężeń. Zjawisko to występuje niemal w całym zakresie badanych wartości siły i nacisku (rys. 4). W przypadku gleby wilgotnej, określanej przez Smith'a (1995) jako miękka, podatnej na penetrację naprężeń w głąb gleby ( $v = 6$ ), maksymalny zasięg badanych izobar sięga głębokości ponad  $1,42$  i  $1,87 \text{ m}$ , odpowiednio dla izobar  $50$  i  $30 \text{ kPa}$ . Dla gleby suchej, jako twarda ( $v = 4$ ), głębokości te są również znaczne, przyjmując wartości  $1,14$  i  $1,52 \text{ m}$ .

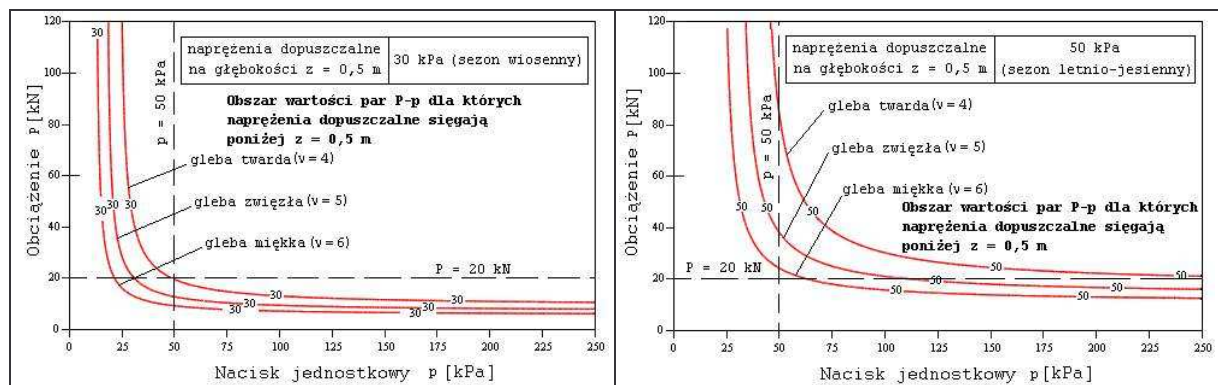


Rys. 4. Zasięg w głąb izobar  $30$  i  $50 \text{ kPa}$  w badanym zakresie siły i nacisku dla różnych wartości współczynnika koncentracji naprężeń

Fig. 4. Extent into the depth of isobars  $50$  and  $30 \text{ kPa}$  within the investigated range of values of force and stress for various stress concentration coefficients



Linia przecięcia płata powierzchni, obrazującego zasięg naprężeń dopuszczalnych w głąb gleby dla danego współczynnika z płaszczyzną poziomą  $z = 0,5$  m, rozdziela obszar zawarty we współrzędnych  $P$ - $p$  na dwie części. Rysunek 5 przedstawia wykresy takich krzywych wykonanych dla naprężeń dopuszczalnych 30 i 50 kPa oraz różnych współczynników koncentracji naprężeń. Punkty leżące powyżej krzywej odpowiadają wartościom par siła-nacisk, wywołującym naprężenia sięgające poniżej głębokości 0,5 m. Jak widać, w badanych zakresach wartości siły i nacisku ( $P > 20$  kN;  $p > 50$  kPa), krzywe dla 30 kPa (sezon wiosenny) znajdują się całkowicie poza rozpatrywanymi zakresami. Natomiast dla krzywych 50 kPa, tzn. dla sezonu letnio-jesiennego, obszary wartości dopuszczalnych (ograniczone tymi krzywymi oraz prostymi 50 kPa i 20 kN) są niewielkie i w miarę wzrostu wartości współczynnika koncentracji znacznie malejące.



Rys. 5. Obszary dopuszczalnych i niedopuszczalnych wartości par siła-nacisk dla naprężeń dopuszczalnych 30 i 50 kPa oraz różnych współczynników koncentracji naprężeń

Fig. 5. Areas of admissible and inadmissible values of the force-pressure pairs for allowable soil stress 30 and 50 kPa as well for various coefficients of soil stress concentration

Oczywistym jest, że w rzeczywistych warunkach, spośród rozważanych powyżej wartości współczynnika koncentracji naprężeń, sens mają tylko te, które oddają w pewnym stopniu stan gleby. Przykładem sezon wiosenny, dla którego naprężenia dopuszczalne wynoszą 30 kPa. Oznacza to, że gleba traktowana jest jako plastyczna, podatna na odkształcenia. Tak więc, logiczne jest przyjmowanie dla tych warunków najwyższej wartości współczynnika koncentracji naprężeń, tj. 6. Analogicznie dla sezonu letnio-jesiennego, w przypadku braku opadów, przyjęte wartości współczynnika mogą być niższe. Problem doboru wartości współczynnika koncentracji stwarza jednakże znaczne trudności i nie jest dotychczas jednoznacznie i wystarczająco opisany w dostępnej literaturze przedmiotu. Horn i Wiermann [1998] stwierdzają, że wartości tego współczynnika mogą osiągać wartość równą 9, dla wilgotnych i luźnych gleb.

Stwierdzić należy także, że wraz ze wzrostem wartości współczynnika koncentracji, co oznacza zmianę stanu gleby od konsystencji zwartej ( $v=4$ ) do konsystencji plastycznej ( $v=6$ ), następuje, poza zwiększeniem zasięgu izobary, zwiększanie jej powierzchni całkowitej oraz tej jej części, która leży poniżej warstwy ornej. Wartości te są bardzo znaczne osiągając maksymalnie 85% powierzchni całkowitej izobary dla gleby miękkiej ( $v = 6$ ), w przypadku izobary 30 kPa, której powierzchnia całkowita wynosi  $2,18 \text{ m}^2$ . Ma to miejsce dla  $P=120$  kN i  $p=250$  kPa. Największą powierzchnię izobara ta ma przy

naciskach znacznie mniejszych, tj. 50 kPa i wynosi 2,51 m<sup>2</sup>, a ponad 76% tej powierzchni znajduje się poniżej warstwy ornej.

Dla izobary 50 kPa oraz  $v = 4$  maksymalna jej powierzchnia wynosi 1,24 m<sup>2</sup>, przy  $P = 120$  kN i  $p = 100$  kPa. Ponad 61% tej powierzchni jest poniżej 0,3 m. Maksymalną wartość parametru  $S_{0,3} = 71\%$  izobara ta osiąga przy naciskach powierzchniowych  $p = 250$  kPa. Wtedy powierzchnia całkowita ma wartość 1,15 m<sup>2</sup>.

Powyżej przedstawione wyniki uzyskane zostały dla eliptycznej powierzchni kontaktu usytuowanej poprzecznie do kierunku jazdy, tzn. półoś  $b$  leżąca w płaszczyźnie  $Y-Z$ , na której znajdują się rozpatrywane izobary, jest dłuższą półosią elipsy. Dla przypadku przeciwnego, izobara 30 kPa przy  $v=6$  największą powierzchnię równą 1,8 m<sup>2</sup> osiąga dla  $P=120$  kN i  $p=250$  kPa, z czego ponad 89% tej powierzchni znajduje się poniżej głębokości 0,3 m. Dla izobary 50 kPa i  $v=4$  wartości te wynoszą  $S = 0,83$  m<sup>2</sup> i  $S_{0,3} = 76\%$ .

Szerokość izobary rośnie wraz ze wzrostem nacisków jednostkowych i maleje wraz ze wzrostem wartości siły. Wzrost współczynnika koncentracji naprężeń powoduje zmniejszanie się szerokości. Interesujące jest jak przedstawia się stosunek tej szerokości do szerokości powierzchni kontaktu koła z glebą, tzn. stosunek  $y_{max}/b$ . Charakterystycznym jest, że jego wartość jest niezależna od wartości siły. Natomiast wraz z wzrostem nacisku jednostkowego wartość ta wzrasta. Wartości stosunku  $y_{max}/b$  dla obydwu przypadków usytuowania elipsy przedstawia tabela 2.

Tabela 2. Stosunek szerokości izobary do szerokości śladu koła w zakresie wartości nacisku jednostkowego na powierzchni kontaktu koło-gleba  $p = 50 \div 250$  kPa

Table 2. The ratio of width of the isobars to width of the trace of the wheel within the range of values of pressure on the wheel-soil contact surface  $p = 50 \div 250$  kPa

	Położenie elipsy powierzchni kontaktu względem kierunku jazdy			
	poprzeczne		wzdłużne	
Izobara	30 kPa ( $v = 6$ )	50 kPa ( $v = 4$ )	30 kPa ( $v = 6$ )	50 kPa ( $v = 4$ )
$y_{max}/b$	0,84÷1,25	0,88÷1,1	0,45÷1,11	0,44÷0,81

## Wnioski

1. W przypadku oddziaływania na glebę cięższych pojazdów rolniczych o obciążeniach na koło przekraczających 20 kN i naciskach jednostkowych na powierzchni kontaktu koła z glebą powyżej 50 kPa, praktycznie dla każdej kombinacji wartości siły i nacisku, naprężenia na poziomie 0,5 m przekraczają wartości dopuszczalne, określone dla sezonu wiosennego. W sezonie letnio-jesiennym naprężenia nie zostaną przekroczone w przypadku gleby o konsystencji zwartej, mało podatnej na odkształcenia.
2. Rozwijanie się nadmiernych naprężeń w warstwie podornej stanowi istotne niebezpieczeństwo, szczególnie w sezonie wiosennym, dla którego, w rozpatrywanych zakresach siły i nacisku powierzchniowego, część izobary dopuszczalnych naprężeń, znajdująca się poniżej warstwy ornej, stanowi od 44 do ok. 90% całkowitej powierzchni tej izobary.
3. Przekroczenie szerokości śladu koła przez szerokość izobary dopuszczalnych naprężeń ma miejsce jedynie dla największych wartości nacisków powierzchniowych, w przypadku koła szerokiego o małej średnicy. Z tego punktu widzenia przemawia to za stosowaniem w pojazdach rolniczych raczej kół węższych o większych średnicach.



## **Bibliografia**

Horn R., Wierman C. 1998. Input Parameters for Soil Mechanical Properties – Theory and First Approach. Proceedings of the 1<sup>st</sup> workshop of the Concerted Action “Experiences with the impact of subsoil compaction on soil, crop growth and environment and ways to prevent subsoil compaction”, 28-30 May 1998, Wageningen, 132-155.

Rusanov V.A. 1994. USSR standards for agricultural mobile machinery: permissible influences on soils and methods to estimate contact pressure and stress at a depth of 0.5 m.. Soil & Tillage Research, 29(1994): 249-252.

Söhne, W. 1958. Fundamentals of pressure distribution and soil compaction under tractor tyres. Agric. Eng., 39. 276-281, 290.

Smith D.L. 1985. Compaction by wheels: a numerical model for agricultural soils. Journal of Soil Science, 1985, 36, 621-632

Szeptycki A. 2003. Wpływ ciężkich maszyn rolniczych na fizykomechaniczne właściwości gleby. Journal of Research and Applications in Agricultural Engineering, 2003, Vol.48(3).

Walczyk M. 1995: Wybrane techniczne i technologiczne aspekty ugniatania gleb rolniczych agregatami ciągnikowymi. Zesz. Nauk. AR Krak. Rozpr., t. 202, 1-107.

---

Praca naukowa finansowana ze środków Komitetu Badań Naukowych w latach 2002-2004 jako projekt badawczy 3 P06R 23

## **Influence of soil surface load conditions and of the stress concentration coefficient on the range of admissible stress**

### **Summary**

It was analysed how the conditions of soil surface load i.e. force, unit pressure and stress concentration coefficient, influence the range of the isobars of admissible stress of 30 and 50 kPa. The range of stress as well as the area of soil affected by these stresses was determined. It was found that the isobars penetrated deeper into

soil but their width was getting smaller along with growing surface unit pressure at constant force. The point of the greatest width of the isobar shifted down.

**Key words:** compaction, admissible stress, stress concentration