

# Pomiary i obliczanie odchyłek wykonania szablonu profilu łopaty turbiny skanowanego na WMP głowicą sztywną z trzpieniem walcowym

RYSZARD FILIPOWSKI, JÓZEF ZAWORA\*

Szablon profilu aerodynamicznego wykonano metodą wycinania WEDM na wycinarce Robofil 440 SLP. Profil mierzono metodą skanowania na współrzędnościowej maszynie pomiarowej (WMP) sztywną głowicą z trzpieniem walcowym. Wynikiem pomiaru jest zbiór tekstowy współrzędnych punktów środka trzpienia walcowego przesuwającego się wzdłuż zamkniętego wewnętrznego profilu w szablonie. Opracowano oprogramowanie, które oblicza: odległości punktów o tym samym indeksach leżących w dwóch równolicznych zbiorach, po skanowaniu i w zbiorze offsetowym zbioru zadanego RDTW. Ponadto, oblicza odchyłki graniczne minimalne, maksymalne, ich indeksy oraz współrzędną wzdłuż mierzonego profilu.

## Wprowadzenie

Obserwowany obecnie trend do zwiększenia udziału źródeł odnawialnych w produkcji energii co generuje potrzebę poprawienia efektywności we wszystkich fazach cyklu istnienia obiektów ją wytwarzających. Jednym ze sposobów wytwarzania energii, wykorzystującym do tego celu źródła odnawialne są turbiny wiatrowe. W zakresie zwiększenia efektywności ich eksploatacji bardzo istotna jest dokładność wykonania profilu śmigła turbiny. W artykule przedstawiono procedurę pomiarową dokładności wykonania takich profili, która może przyczynić się do zapewnienia oczekiwanej efektywności wytwarzania energii przez siłownie wiatrowe.

## Charakterystyka profilu aerodynamicznego łopaty turbiny wiatrowej

Profil aerodynamiczny łopaty zadany jest w formie pliku tekstowego będącego ciągiem współrzędnych  $\langle x_i, y_i \rangle$  dla  $x_i \in [0; 1]$ . Wymiary profilu są funkcją długości cięciwy profilu  $l_c = 238$  mm. W tabelicy 1 przedstawiono w skrószycie programu Excel współrzędne profilu łopaty RDTW. W kolumnach A, B podane są współrzędne punktów profilu  $(x_i, y_i)$   $0 \leq i \leq n$ , zaś w kolumnach D, E iloczyny współrzędnych kolumn A, B pomnożone odpowiednio przez funkcje:  $=A1*G$1$ , oraz  $=B2*G$1$ . W komórce  $G$1$  podana jest długość cięciwy  $l_c = 238$  mm. Ilozyny komórek w kolumnach A, B

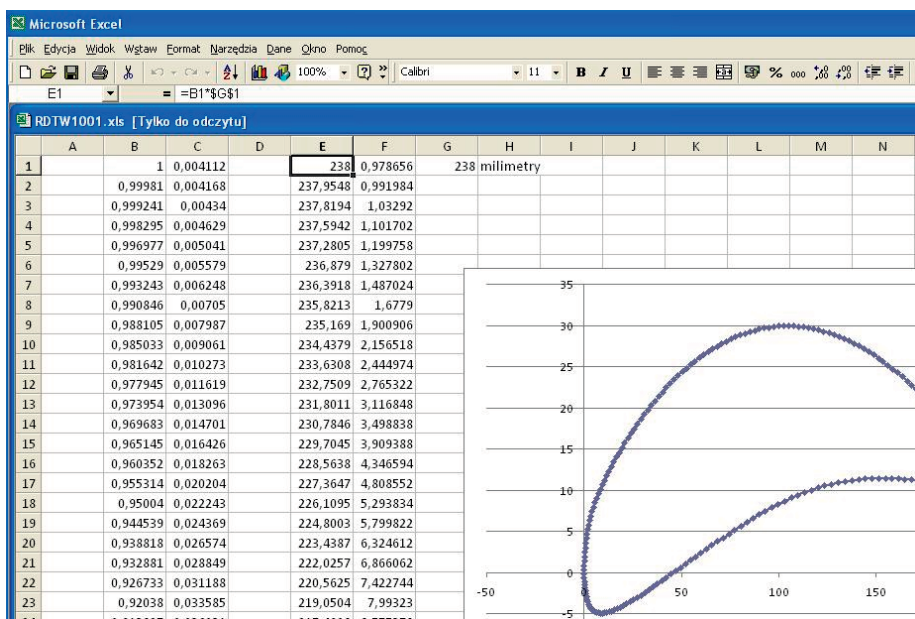
przez długość cięciwy  $l_c$  w komórce G1, są to tzw. odwołania względne i bezwzględne w programie Excel [1]. Po prawej stronie w tabelicy 1 pokazany jest w skali zarys profilu RDTW, zdefiniowany przez ciągi współrzędnych zawartych w kolumnach E i F.

## Pomiar profilu aerodynamicznego w szablonie metodą skanowania na koordynatometrze XYZ

Szablon profilu aerodynamicznego wykonano z płaskiej blachy o grubości 3 mm, metodą wycinania WEDM na wycinarce Robofil 440 SLP, w Instytucie ITW Politechniki Warszawskiej [4]. Program obróbki profilu opracowano w systemie PEPS CAD/CAM SYSTEM [6]. Wykonany szablon pomierzono na Koordynatometrze XYZ metodą skanowania głowicą sztywną z trzpieniem walcowym.

\* Dr inż. Ryszard Filipowski, rfilipowski@meil.pw.edu.pl, dr hab. inż. Józef Zawora, Politechnika Warszawska, Instytut Technik Wytwarzania, Warszawa

Tablica 1. Współrzędne punktów profilu RDTW zadane i obliczone w skoroszybie Excel przez odwołania względne i bezwzględne



**Układ współrzędnych pomiaru profilu w szablonie**

Profil aerodynamiczny w szablonie, przedstawiony na rys. 1, mierzono w układzie pomiarowym profilu ( $O_p X_p Y_p$ ), bazowanym na dwóch, dokładnie wykonanych trójkątnych zamkach.

Układ pomiarowy ( $O_p X_p Y_p$ ) jest przesunięty względem układu globalnego ( $OXY$ ) o wektor o składowych ( $TRX, TRY$ ).

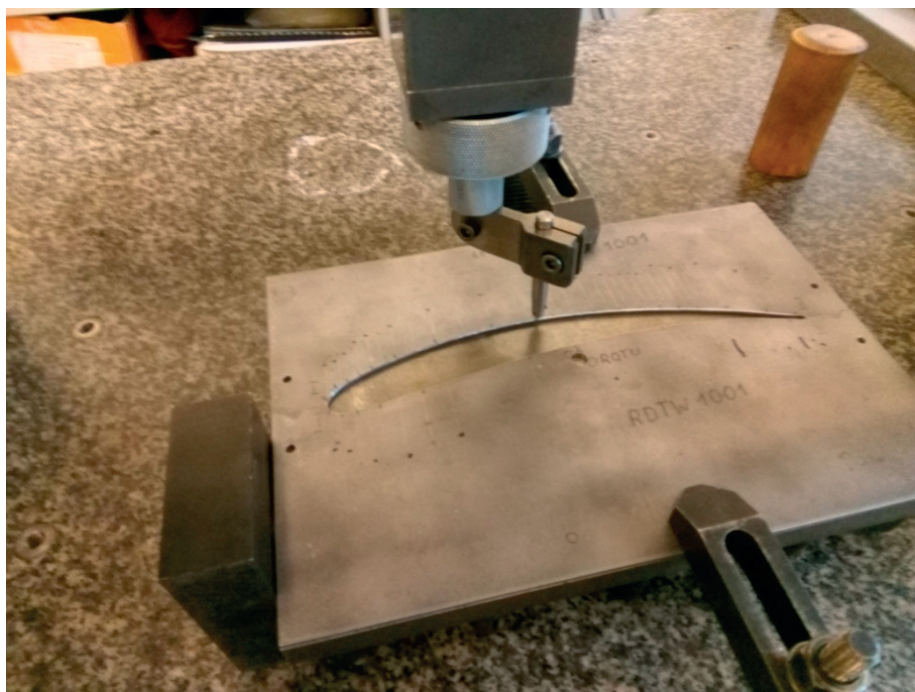
**Pomiar profilu skanowaniem na koordynatometrze XYZ**

Pomiar skanowaniem profilu wykonano na *Koordinatometrze XYZ* [5] głowicą sztywną z trzpieniem walcowym wg schematu przedstawionego na rys. 2. Pomiar końcówką SN zaczyna się od krawędzi spływu profilu, dalej wzdłuż grzbietu profilu, krawędzi natarcia, dolnej części profilu, aż do końcowego punktu na krawędzi spływu. Podczas ruchu sondy pomiarowej zapisywane są współrzędne środka walcowego trzpienia sondy pomiarowej z częstotliwością 10 Hz do zespołu przeliczników elektronicznych [8] i następnie transmitowane do zbioru o nazwie ustalonej przez operatora do komputera PC sprzężonego z *Koordinatometrem XYZ*. Współrzędne punktów pomiarowych są przesunięte względem punktów profilu w układzie globalnym o promień trzpienia walcowego względem prostych normalnych do zarysu profilu RDTW.

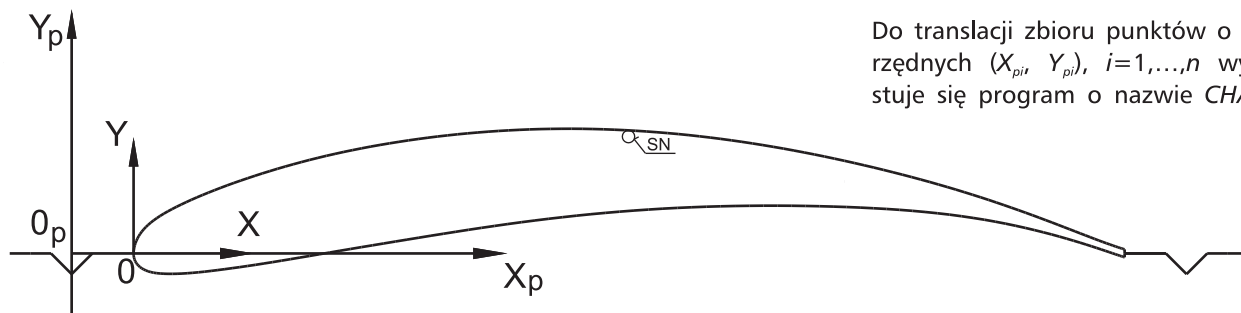
Punkty o współrzędnych ( $X_{pi}, Y_{pi}$ ),  $i=1, \dots, n$ , w układzie pomiarowym ( $O_p X_p Y_p$ ), zapisane w zbiorze, po skanowaniu, będą przekształcane przez translację do układu globalnego ( $OXY$ ), w którym będzie zdefiniowany profil offsetowy względem profilu RDTW.

**Algorytm programu translacji punktów do układu globalnego**

Do translacji zbioru punktów o współrzędnych ( $X_{pi}, Y_{pi}$ ),  $i=1, \dots, n$  wykorzystuje się program o nazwie *CHANTRL*,



Rys. 1. Pomiar profilu RDTW na Koordinatometrze XYZ



Rys. 2. Układ pomiarowy profilu ( $O_p X_p Y_p$ ) ustalonego przez dwa trójkątne zamki ( $OXY$  – globalny układ,  $SN$  – trzpień walcowy głowicy sztywnej)

bazujący na współrzędnych *jednorodnych* o zapisie  $(X_i, Y_i, 1), i=1, \dots, n$  [9]. Program przekształca współrzędne pomiarowe  $(X_{pi}, Y_{pi}), i=1, \dots, n$  na współrzędne *jednorodne*  $(X_i, Y_i, 1), i=1, \dots, n$ . Na bazie współrzędnych *jednorodnych* program *CHANTRL* wykonuje translację punktów z układu  $(O_p, X_p, Y_p)$  o składowe wektora  $[TRX, TRY]$  do układu globalnego  $(OXY)$  (rys. 2). Składowe wektora translacji zostały pobrane z pliku po skanowaniu, wynoszą:  $TRX=15,411451$  mm,  $TRY=-0,083220$  mm. Translację i generację punktów *jednorodnych*  $(X_i, Y_i, 1), i=1, \dots, n$  program *CHANTRL* wykonuje przez operacje macierzowe. Wprowadzono następujące wektory i macierze:

– wektor współrzędnych *jednorodnych* po skanowaniu  $X_p$ :

$$X_p = [X_{pi}, Y_{pi}, 1] \quad (1)$$

– macierz translacji  $TXY$ :

$$TXY = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -TRX \\ 0 & 1 & -TRY \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

– wektor współrzędnych po translacji  $X^*$ :

$$X^* = [X_{pi}, Y_{pi}, 1]^T \quad (3)$$

Obliczenie składowych wektora po translacji  $X^*$  program wykonuje według równania:

$$X^* = TXY * X_p \quad (4)$$

Składowe wektora  $X^*$ : są następujące:

$$X^* = \begin{bmatrix} X_i + TRX \\ Y_i + TRY \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Do wykonania mnożenia macierzowego wg równania (4) posłużono się podprogramem *GMPRD* [10].

W tabelicy 2 przedstawiono wybrane punkty pliku w układzie pomiarowym  $(O_p, X_p, Y_p)$  leżące wzdłuż profilu od krawędzi splywu wzdłuż grzbietu profilu, krawędzi natarcia do krawędzi splywu (rys. 2), wprowadzane do programu *CHANTRL*.

W tabelicy 3 przedstawiono współrzędne punktów w układzie globalnym  $(O, X, Y)$  po translacji o składowe wektora  $(TRX, TRY)$ .

**Tabela 2. Współrzędne punktów  $(X_{pi}, Y_{pi}), i=1, \dots, n$  w układzie pomiarowym  $(O_p, X_p, Y_p)$  po skanowaniu i sortowaniu zbioru**

PROGRAM 19			
PL.XY METODA M 1,675, 0 PUNKTOWA			
WYNIKI W MM SONDA 1.050 MM			
LICZBA POWTORZEN POMIAROW LP = 0			
WYNIKI W/G KROKU POMIAROWEGO			
Współrzędne Punktów Pomiarowych			
NP =254	PL =XY	NKOL = 3	MCP = 1 Pomiar ciagly
Nr	Wspol.X	Wspol.Y	Wspol.Z
1	254.621445	0.242338	0.000096
2	253.961682	0.533486	-0.000922
3	253.332480	0.688693	-0.000929
4	252.631052	0.873351	-0.000937
5	251.926319	1.097985	-0.000948
6	251.339590	1.322518	-0.000959
7	250.834248	1.496671	-0.000967
.....			
240	16.028418	2.415557	-0.001356
241	15.802351	1.898818	-0.001327
242	15.641618	1.338576	-0.002295
243	15.501097	0.750488	-0.002262
244	15.425803	0.132896	-0.002227
.....			
13	15.411451	-0.083220	-0.001215
14	15.422434	-0.999162	-0.001164
15	15.449090	-1.740981	-0.000122
16	15.709085	-2.264014	-0.001094
.....			
206	250.986485	0.416800	0.000093
207	251.477660	0.264540	0.000100
208	252.351006	-0.039810	0.000115
209	253.156026	-0.301681	0.000127
210	253.724473	-0.489352	0.000136
211	254.621445	-0.676199	0.000145
ANP=	254.621	ANK= 254.621	SN = 1.050 DAK =.003 DAR =.003 GM =1

**Tabela 3. Współrzędne punktów *jednorodnych*  $(X_i, Y_i, 1), i=1, \dots, n$  w układzie globalnym  $(OXY)$ , po translacji o wektor  $[TRX, TRY]$**

PROGRAM 19			
PL.XY METODA M 1,675, 0 PUNKTOWA			
WYNIKI W MM SONDA 1.050 MM			
LICZBA POWTORZEN POMIAROW LP = 0			
WYNIKI W/G KROKU POMIAROWEGO			
Współrzędne Punktów Pomiarowych			
NP =254	PL =XY	NKOL = 3	MCP = 1 Pomiar ciagly
Nr	Wspol.X	Wspol.Y	Wspol.Z
Liczba rekordow w pliku NN = 453			
Wartosci wspolrzednych w plikach po translacji			
3	237.921029	0.771913	-0.000929
4	237.219601	0.956571	-0.000937
.....			
5	236.514868	1.181205	-0.000948
6	235.928139	1.405738	-0.000959
7	235.422797	1.579891	-0.000967
8	234.761856	1.831859	-0.001979
9	233.859504	2.136988	-0.001994
10	233.159458	2.402659	-0.002007
.....			
241	0.390900	1.982038	-0.001327
242	0.230167	1.421796	-0.002295
243	0.089646	0.833708	-0.002262
244	0.014352	0.216116	-0.002227
245	0.000000	0.000000	-0.001215
246	0.010983	-0.915942	-0.001164
247	0.037639	-1.657761	-0.000122
248	0.297634	-2.180794	-0.001094
249	0.757738	-2.717302	-0.001065
.....			
443	232.438944	1.549141	-0.000957
444	233.180783	1.310790	-0.000946
445	233.853517	1.085912	-0.000935
446	234.474146	0.874638	0.000075
447	235.051600	0.686035	0.000084
448	235.575034	0.500020	0.000093
449	236.066209	0.347760	0.000100
450	236.939555	0.043410	0.000115
451	237.744575	-0.218461	0.000127
ANP=	239.210	ANK= 239.210	SN = 1.050 DAK =1.00 DAR =1.00 GM =0

Współrzędne punktu nr 13, z tabl. 2. (15.411451, -0.083220) po translacji tabl. 3, punkt nr 245, wynoszą: (0.000000, 0.000000).

### Program zagęszczający liczbę punktów na profilu oraz tworzący plik punktów offsetowych

Program o nazwie *PRFFRF* [3] bazowany na krzywych parametrycznych kubicznych Fergusona [7] przeznaczony jest do obliczenia punktów wzdłuż krzywej kubicznej ze stałym krokiem parametrycznym (*DAK*), oraz punktów offsetowych przesuniętych po normalnej do krzywej o promień walcowego trzpienia sztywniej głowicy. Dla profilu *RDTW* (tabl. 1) przyjęto krok parametryczny  $DAK=0.003$ , co skutkuje obliczeniem 334 punktów wzdłuż profilu i punktów offsetowych dla  $R=0,525$  mm. Współrzędne obliczonych punktów są zapisywane przez program do dwóch zbiorów o ustalonych przez użytkownika nazwach, z rozszerzeniem *.t* dla punktów wzdłuż profilu oraz z rozszerzeniem *.k* dla punktów offsetowych. Współrzędne punktów offsetowych profilu *RDTW* przedstawiono w tabl. 4.

Podobnie, dla zbioru po skanowaniu tabl. 3, przyjęto krok parametryczny  $DAK=0.003$  oraz  $R=0.0$  mm, co powoduje, że wartości współrzędnych punktów w deklarowanych zbiorach wzdłuż profilu *.t* oraz zbiorze offsetowym *.k* są takie same. Współrzędne 334 punktów obliczonych wzdłuż profilu skanowanego przedstawiono w tabl. 5.

### Program obliczania odległości między punktami w dwóch równolicznych zbiorach

Opracowano program o nazwie *DSTCUR*, który oblicza odległość między dwoma punktami o tych samych indeksach zawartych w dwóch równolicznych zbiorach. Pierwszy zbiór (tabl. 4) zawiera współrzędne punktów offsetowych profilu *RDTW* ( $XCP_i, YCP_i$ ),  $i=1, \dots, 334$ , drugi zbiór (tabl. 5) zawiera współrzędne punktów ( $XSK_i, YSK_i$ ),  $i=1, \dots, 334$ , po skanowaniu. Program *DSTCUR* wczytuje oba pliki i sprawdza liczbę wczytanych punktów w obu zbiorach. Dla równolicznych zbiorów program oblicza odległości między punktami o tych samych indeksach wg zależności:

$$DST(i) = \sqrt{((XCP(i)-XSK(i))^2 + (YCP(i)-YSK(i))^2)} \quad (5)$$

Tablica 4. Współrzędne 334 punktów offsetowych względem profilu *RDTW* dla promienia offsetu  $R=0,525$  mm

Liczbę iteracji NIT= 333				
INTERPOLACJA				
Pomiar krzywej				
Wyniki w/g kroku interpolacyjnego				
Współrzędne Punktów Konturu				
NP =	333	PL = 0	NKOL = 0	MCP = 0
Nr	Wspol.X	Wspol.Y	Wspol.Z	Par.P(i)
1	237.800197	0.490258	0.000000	0.000000
2	236.404044	0.930080	0.000000	0.003000
3	234.947425	1.424050	0.000000	0.006000
4	233.578907	1.905634	0.000000	0.009000
5	232.199621	2.409185	0.000000	0.012000
105	88.043757	28.896712	0.000000	0.312000
106	86.569846	28.800577	0.000000	0.315000
107	85.099036	28.697698	0.000000	0.318000
108	83.623841	28.585138	0.000000	0.321000
109	82.153175	28.464723	0.000000	0.324000
110	80.681235	28.336906	0.000000	0.327000
327	227.776437	2.991430	0.000000	0.978000
328	229.302276	2.510197	0.000000	0.981000
329	230.712198	2.057299	0.000000	0.984000
330	232.113042	1.598056	0.000000	0.987000
331	233.493992	1.138191	0.000000	0.990000
332	234.885077	0.669533	0.000000	0.993000
333	236.161600	0.239194	0.000000	0.993000
334	238.167135	-0.427738	0.000000	
ANP= 237.955 ANK= 238.000 SN = 1.050 DAK = .0030DAR = .0030GM =1				

Ponadto program znajduje graniczne parametry odległości:

- indeks minimum IMN, współrzędna minimum XMN, odległość minimum DSTMN,
- indeks maksimum IMX, współrzędna maksimum XMX, odległość maksimum DSTMX.

W tablicy 6 przedstawiono wybrane wyniki obliczeń odległości między punktami, o tym samych indeksach, offsetowymi profilu *RDTW* (tabl. 4) i punktami po skanowaniu (tabl. 5).

Odległości między punktami w dwóch równolicznych zbiorach są analogiem odchyłek wykonania profilu.

Tablica 5. Współrzędne 334 punktów wzdłuż profilu po skanowaniu dla promienia offsetu  $R=0,0$  mm

Liczbę iteracji NIT= 333				
INTERPOLACJA				
Pomiar krzywej				
Wyniki w/g kroku interpolacyjnego				
Współrzędne Punktów Toru				
Nr	Wspol.X	Wspol.Y	Wspol.Z	Par.P(i)
1	237.921029	0.771913	-0.000929	0.000000
2	236.521195	1.210627	-0.000959	0.003000
3	235.107450	1.705330	-0.001979	0.006000
4	233.736215	2.195066	-0.002007	0.009000
5	232.372630	2.693489	-0.002037	0.012000
:				
:				
105	88.152427	28.806275	-0.003071	0.312000
106	86.677137	28.713942	-0.003062	0.315000
107	85.203110	28.599046	-0.003053	0.318000
108	83.731309	28.492695	-0.003034	0.321000
109	82.259978	28.366452	-0.003024	0.324000
110	80.783962	28.236039	-0.003013	0.327000
:				
327	227.449847	3.110286	-0.001025	0.978000
328	228.853828	2.693122	-0.001010	0.981000
329	230.280542	2.240640	-0.000982	0.984000
330	231.693369	1.789292	-0.000957	0.987000
331	233.065329	1.348932	-0.000946	0.990000
332	234.475249	0.879600	0.000084	0.993000
333	236.067627	0.347286	0.000084	0.993000
334	237.744575	-0.218461	0.000127	
ANP= 0.000 ANK= 0.993 SN = 0.000 DAK = .0030DAR = .0030GM =1				

**Analiza dokładności wykonania profilu**

Dokładność wykonania profilu określa się przez analizę odległości między punktami zbioru offsetowego (tabl. 4) i punktami po skanowaniu na Koordynatometrze XYZ (tabl. 5). W wyniku analizy stwierdzono:

– największa odległość (odpowiednik odchyłki największej) między obydwoma profilami wynosi  $DSTMX=0,7901$  mm, przy indeksie  $IMX=171$  oraz współrzędnej  $XMN=0,0253$  mm (nosek profilu),

– najmniejsza odległość (odpowiednik odchyłki najmniejszej) między obydwoma profilami wynosi  $DSTMN=0,0132$  mm, przy indeksie  $IMN=161$  oraz współrzędnej  $XMN=8,2487$  mm.

Odchyłki wykonania profilu były mierzone przez zamawiającego, tj. Instytut ITLiMS Politechniki Warszawskiej metodą trasowania z zastosowaniem szczelinomierzy. Wartości odchyłek obliczone przez program *DSTCUR* odpowiadają odległościom między odpowiadającymi punktami wzdłuż profilu mierzonego.

Przedstawiona metoda pomiaru odchyłek wykonania profilu metodą skanowania na WMP jest metodą ekonomiczną i dokładniejszą w porównaniu do metody trasowania wcześniej stosowanej do odbioru wykonanych profili na wycinarce WEDM.

**Podsumowanie i wnioski**

Opracowane oprogramowanie w języku Fortran jest uniwersalne, pozwala przetwarzać na komputerach PC zbiory tekstowe z wynikami pomiarów uzyskanymi metodą skanowania na WMP lub za pomocą ramion pomiarowych.

W przypadku pomiaru profilu w pomiarowym układzie współrzędnych  $(O_p, X_p, Y_p)$ , należy współrzędne punktów z układu pomiarowego przekształcić przez translację do układu globalnego  $(OXY)$ . Odległości między punktami obliczonymi, przez przedstawione oprogramowanie, między punktami offsetowymi względem profilu i punktami po skanowaniu są porównywalne z pomiarami odchyłek wykonania profilu uzyskanymi metodą trasowania z wykorzystaniem do pomiarów szczelinomierzy. Metoda trasowania wprowadza do niepewności pomiaru dodatkowo błędy trasowania. Metoda z użyciem szczelino-

**Tablica 6. Odległości między punktami o tych samych indeksach w dwóch równolicznych zbiorach, offsetowym (tabl. 4) i po skanowaniu (tabl. 5)**

```

rdtw_E.k
Mich3_1_E.k
20-Aug-19
20:16:375

Wydruki kontrolne odleglocci DIST(I)
Nr XCP(I) XSK(I) YCP(I) YSK(I) DIST(I)
1 237.800 237.921 0.490 0.772 0.306
2 236.404 236.521 0.930 1.211 0.304
3 234.947 235.107 1.424 1.705 0.324
4 233.579 233.736 1.906 2.195 0.329
5 232.200 232.373 2.409 2.693 0.333
.
.
168 1.127 0.700 2.758 2.675 0.436
169 0.698 0.199 1.449 1.308 0.519
170 0.513 -0.034 0.131 -0.144 0.612
171 0.689 0.025 -1.197 -1.625 0.790
172 1.353 0.912 -2.327 -2.824 0.664
173 2.285 2.015 -3.144 -3.746 0.660
174 3.504 3.363 -3.740 -4.307 0.584
175 4.883 4.850 -4.100 -4.627 0.528
.
.
290 173.815 173.552 11.559 11.283 0.381
291 175.295 175.026 11.492 11.222 0.381
292 176.775 176.504 11.421 11.158 0.377
293 178.254 177.982 11.344 11.087 0.375
.
.
330 232.113 231.693 1.598 1.789 0.461
331 233.494 233.065 1.138 1.349 0.478
332 234.885 234.475 0.670 0.880 0.461
333 236.162 236.068 0.239 0.347 0.143
334 238.167 237.745 -0.428 -0.218 0.472

Indeks IMN, współrzędna XMN, odleglosc Minimum DSTMN=
IMN = 161 XMN= 8.2487 DSTMN = 0.0132
Indeks IMX, współrzędna XMX, odleglosc Maximum DSTMX=
IMX = 171 XMX= 0.0253 DSTMX = 0.7901
    
```

mierzy posiada tę wadę, że grubości płytek mierniczych szczelinomierzy są stopniowane z określonym przedziałem, np.: 0,05 mm. Dodatkowo operowanie płaskimi płytkami pomiarowymi szczelinomierzy w przypadku dużych krzywizn w stosunkowo małej przestrzeni jest znacznie utrudnione, a nawet niemożliwe. W przypadku wymagań większych dokładności wykonania profilu szablonów lepiej stosować skanowanie.

**Literatura**

1. Bourg D.: Excel w nauce i technice. Receptury. Wydawnictwo Helion S.A, Gliwice 2006.
2. CHANTRL, Program translacji współrzędnych punktów na płaszczyźnie, Instytut TW, PW, rfilipowski@meil.pw.edu.pl.
3. FERPRF, Program splajnowy obliczania punktów offsetowych na płaszczyźnie, Instytut TW, PW, rfilipowski@meil.pw.edu.pl.
4. Marczak M., Filipowski R.: A Method of Manufacturing Template of the Airfoil Section for the Wind Turbine by the Wire EDM. AIP Conference Proceedings 2017,

02016(2018), DOI: 10.1063/1.5056279, <https://doi.org/10.1063/1.5056279>.

5. Łazuchiewicz A., Kotnowski M.: Koordynatometr XYZ, Ośrodek Badawczo-Rozwojowy Narzędzi VIS, Warszawa 1988.
6. PEPS CAD/CAM SYSTEM, Germany: Camtek GmbH, Oberer Wasen 16-20, D-73630 Remschalden-Geradstetten, www.PEPS.de; UNITED KINGDOM, Vero UK Limited, e-mail: info@verosoftware.com. Importowanie danych CAD.
7. Pressman R.S., Williams J.N.: Numerical Control and Computer-Aided Manufacturing. John Wiley & Sons Ed., New York 1977.
8. Ratajczyk E.: Współrzędnościowa technika pomiarowa. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2005.
9. Rogers F.D, Adams A.J.: Mathematical Elements for Computer Graphics, Copyright 1990 by Mc Graw Hill, Inc.
10. Sbornik Naučných Program na Fortranie 2, Rukavodstvo dla Programista, Vypusk 2, Matričnaja Algebra Linijnaja Algebra, Moskva <STATISTICA> 1974. ■