

ZAAWANSOWANE TECHNIKI GEOSTATYSTYCZNE WE WSTĘPNYM ETAPIE PROJEKTOWANIA ZAGOSPODAROWANIA ZŁOŻA

ADVANCED GEOSTATISTICAL TECHNIQUES IN THE PRELIMINARY STAGE OF THE DESIGN OF DEPOSIT DEVELOPMENT

Monika Wasilewska-Błaszczyk, Wojciech Naworyta - AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków

W artykule przedstawiono zastosowanie trzech metod geostatystycznych do wyznaczenia granic złoża przyjmując jako kryterium wartość brzeżną miąższości pokładu. Do modelowania zastosowano kriging zwyczajny (OK), kriging indyktorowy (IK) oraz warunkową sekwencyjną symulację Gaussa (SG). Studium przypadku wykonano na podstawie danych z otworów wiertniczych jednego z polskich złóż węgla brunatnego. Przedstawiono główne założenia wymienionych metod oraz główne etapy przeprowadzania procedury modelowania. Wykonano modele złoża w postaci map izoliniowych metodą krigingu (OK) i (SG) zwracając szczególną uwagę na różnice w mapach odchylenia standardowego obydwu modeli. Stosując metodę krigingu indyktorowego (IK) oraz symulacji (SG) wykonano modele probabilistyczne przedstawiające mapy prawdopodobieństwa przekroczenia założonej wartości brzeżnej. We wnioskach podkreślono różnice w wynikach zastosowanych metod oraz konieczność interpretacji map izoliniowych wraz z mapami odchylenia standardowego. Wykonanie modeli złoża metodami geostatystycznymi wymaga większych umiejętności metodycznych i interpretacyjnych, te jednak w stosunku do modeli deterministycznych mają znaczącą przewagę i lepiej oddają rzeczywiste własności modelowanego złoża.

Słowa kluczowe: modelowanie złóż, kriging zwyczajny, kriging indyktorowy, symulacja geostatystyczna, węgiel brunatny

This paper presents the application of three geostatistical methods to determine boundaries of the deposit on the basis of the criterion adopted by the established minimal value of the seam thickness. The models of the lignite deposit has been made using methods: ordinary kriging (OK), an indicator kriging (IK) and a conditional sequential Gaussian simulation (SG). A case study was performed using data from boreholes of one Polish lignite deposits. The main assumptions of the methods and the main steps of the modeling procedure has been presented. The models of the deposit has been made in the form of contour maps (OK) and (SG), paying particular attention to the differences in the maps of the standard deviation of the two models.

Using the method of the indicator kriging (IK) and Gaussian sequential simulation (SG) the probabilistic models has been made which present the exceeding probability of predetermined marginal value of seam thickness.

In the conclusion the differences in the results of the methods were highlighted. The need for more appropriate interpretation of models together with their standard deviation maps were underlined. The modeling of deposits with geostatistical methods requires more methodological and interpretative skills, however in relation to deterministic models they have a significant advantage and better reflect the actual properties of a modeled deposit.

Keywords: deposit's modeling, ordinary kriging, indicator kriging, geostatistical simulation, lignite

Wstęp

W procesie projektowania eksploatacji złoża projektant w oparciu o dane z dokumentacji geologicznej wykonuje model złoża, czyli zbiór map zmienności wybranych parametrów z uwzględnieniem kryteriów górniczych. Podobieństwo modelu do rzeczywistego złoża zależy przede wszystkim od jakości informacji geologicznej - ilości otworów, gęstości sieci rozpoznawczej, jakości opróbowania ale również od charakteru zmienności parametrów złoża. Niebagatelną rolę odgrywają zastosowane do modelowania złoża metody.

Szybki rozwój geomatyki w działalności geologicznej i górniczej stwarza możliwość stosowania zaawansowanych technik do wizualizacji przestrzennej parametrów złoża i szacowania jego zasobów, co znakomicie ułatwia projektowanie górniczego zagospodarowania złoża. Różne metody stosowane w procesie interpolacji, dostarczają różnych obrazów złoża. Na ich podstawie projektant może dojść do różnych wniosków. Nie ma obiektywnie doskonałych metod modelowania. Modele trudno porównać i ocenić pod względem wiarygodności. Na etapie modelowania złoża i projektowania eksploatacji

weryfikacja wiarygodności zastosowanych metod jest bardzo ograniczona.

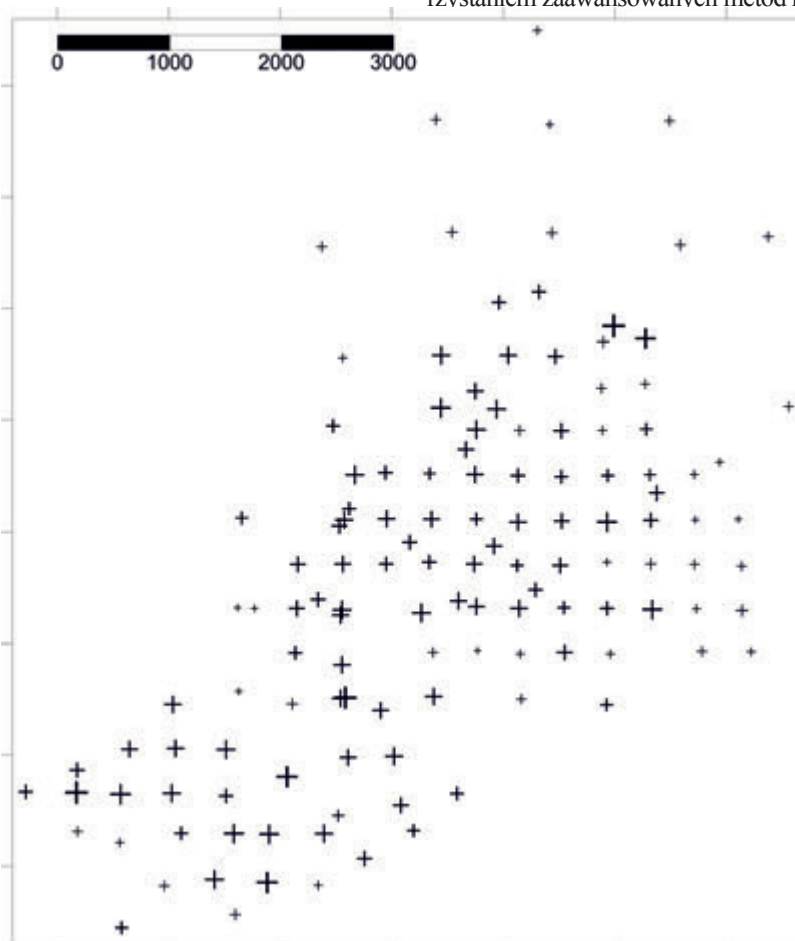
W programach komputerowych umożliwiających interpolację danych przestrzennych dostępne są metody wykorzystujące różne algorytmy określające wpływ obserwacji z otoczenia na szacowaną wielkość parametru w węzłach siatki interpolacyjnej. Wśród nich popularne są: metoda odwrotności odległości do potęgi, metoda minimalnej krzywizny, najbliższego sąsiedztwa i inne. Osobną grupę stanowią metody geostatystyczne, które bazują na przestrzennych zależnościach pomiędzy obserwacjami. O ile trudno stwierdzić czy model wykonany metodami deterministycznymi czy geostatystycznymi lepiej oddaje właściwości rzeczywistego a nieznanego w pełni złoże, to jednak te ostatnie mają znaczną przewagę nad metodami deterministycznymi - dostarczają dodatkowej, ważnej informacji o stopniu wiarygodności modelu.

W artykule przedstawiono przykład zastosowania trzech geostatystycznych metod modelowania – krigingu zwykłego (OK), krigingu indykatorkowego (IK) oraz warunkowej symulacji sekwencyjnej Gaussa (SG). Wskazano różnice pomiędzy wynikami otrzymanymi za pomocą wymienionych metod oraz zaproponowano sposoby interpretacji wyników. Analizy wykonano na przykładzie miąższości pokładu M_w jednego z nieeksploatowanych dotychczas polskich złóż węgla brunatnego. Od interpretacji tej cechy złoże zależy w znacznej mierze sposób jego okonturowania, określenie wielkości zasobów przemysłowych i w konsekwencji ocena ekonomiczna projektowanego przedsięwzięcia górniczego.

Material badawczy

Material badawczy stanowią dane ze 131 otworów rozpoznawczych, w których stwierdzono występowanie węgla brunatnego. Do analiz wybrano miąższość pokładu. Przy niewielkiej zmienności wartości opałowej węgla i małej głębokości zalegania pokładu, miąższość pokładu węgla M_w jest tym parametrem, który w przypadku analizowanego złoże decyduje o wyborze jego części do eksploatacji. Otwory wiertnicze rozmieszczone są w nieregularnej siatce. W części centralnej i południowej otwory oddalone są średnio o 400 m, w części północnej, gdzie miąższości pokładu nie wykraczają ponad 2 metry, otwory oddalone są średnio o 1 km. W kilku miejscach rozwiercono otwory w mniejszych odstępach między 200, 100 a nawet 50 m. Rozmieszczenie otworów rozpoznawczych pokazano na rysunku 1.

Osady węgla brunatnego w analizowanym złoże nie należą do szczególnie zasobnych. Miąższość pokładu przyjmuje wartości od 0,2 do 8,5 m, średnio 3,9 m. Statystyczny rozkład wartości tego parametru w złoże ilustrowany przez histogram cechuje się dwumodalnością (rys. 2A). Pod względem miąższości M_w złoże ma bardzo zróżnicowaną budowę. Potwierdza to współczynnik zmienności przyjmujący wartość na poziomie 53%. Trudno jest w sposób jednoznaczny wykreślić granice złoże, w których pokład charakteryzowałby się grubością decydującą o jego przemysłowym wykorzystaniu, mając na uwadze wymagania technologii wydobycia węgla brunatnego z wykorzystaniem maszyn układu KTZ. Z tych względów przykładowe złoże doskonale nadaje się do zilustrowania problemu okonturowania zasobów pod kątem eksploatacji z wykorzystaniem zaawansowanych metod modelowania.



Rys. 1. Lokalizacja otworów wiertniczych w złoże węgla brunatnego z informacją o miąższości pokładu (M_w). Rozmiary symboli są proporcjonalne do stwierdzonej miąższości pokładu węgla

Fig. 1. Location of boreholes on the lignite deposit. Sizes of symbols are proportional to the observed thickness of the lignite seam (M_w)

Metodyka

Zastosowane do modelowania miąższości pokładu węgla brunatnego M_w metody geostatystyczne (kriging zwyczajny (OK), kriging indyktorowy (IK) oraz sekwencyjną symulację warunkową Gaussa (SG)) znacznie się różnią. Łączy je jednak wykorzystanie informacji o składniku nielosowym występującym w strukturze zmienności parametru M_w . W przedstawionym studium przypadku wykonano kilka modeli miąższości pokładu, omówiono wyniki modelowania, wskazano główne różnice pomiędzy metodami i zasugerowano sposoby interpretacji wyników. Przykładowe modele wykonano w jednolitej punktowej siatce interpolacyjnej o odstępach między węzłami 50 m.

Kriging zwyczajny (ordinary kriging)

Kriging zwyczajny to wśród metod geostatystycznych najbardziej popularna metoda predykcji wartości średniej. Oszacowania wartości parametru dokonuje się w oparciu o algorytm obliczeniowy oparty na średniej ważonej. Współczynniki wagowe dla punktów opróbowań wykorzystanych w obliczeniach wartości średniej ustala się w oparciu o układ równań krigingu [6]. Podstawę do wyliczenia współczynników wagowych stanowi informacja o strukturze zmienności parametru w postaci modelu teoretycznego dopasowanego do semiwariogramu empirycznego. Uwzględniana jest również wzajemna konfiguracja punktów opróbowań biorących udział w szacowaniu oraz usytuowanie tych punktów względem węzła sieci interpolacyjnej. Informacją uzupełniającą do oszacowanej wartości parametru w metodzie krigingu zwyczajnego jest błąd standardowy krigingu, stanowiący miarę prognozowanego błędu interpolacji.

Mapa izoliniiowa modelowanego parametru powinna być każdorazowo interpretowana wraz z mapą prognozowanego teoretycznego błędu krigingu. Ta druga wskazuje na stopień wiarygodności oszacowanej wartości w każdym węzle interpolacyjnym. Model wykonany metodą krigingu wskazuje najbardziej prawdopodobny przebieg modelowanego zjawiska.

Kriging indyktorowy (indicator kriging)

Metoda krigingu indyktorowego pozwala oszacować wielkość prawdopodobieństwa P występowania w danym punkcie interpolacji A wartości parametru złożowego wyższej od zadanej wartości progowej t_{zn} . $I_{KA}^* = P_A^*(np.M \geq 4m)$ [7, 9].

Wartość parametru z_i pomierzona w punkcie opróbowania podlega nieliniowej, binarnej transformacji według następującej zasady:

$$I_i(c_l) = 0 \quad \text{gdy} \quad z_i < c_l$$

$$I_i(c_l) = 1 \quad \text{gdy} \quad z_i \geq c_l$$

gdzie:

c_l – przyjęta wartość brzeżna parametru.

Tak przetransformowane do układu (0,1) wartości parametru w podstawowym zbiorze danych, wykorzystywane są do obliczenia semiwariogramu wskaźnikowego. Model geostatystyczny dopasowany do semiwariogramu empirycznego wykorzystany jest w procedurze krigingu zwyczajnego wykonanej dla przetransformowanych binarnie wartości

szacowanego parametru. Określona z procedury krigingu zwyczajnego dla danej wartości brzeżnej wartość wskaźnika $I_{KA}^*(c_l)$ wyraża prawdopodobieństwo występowania w danym punkcie złoża A wartości parametru złożowego niższej od danej wartości brzeżnej.

Symulacja geostatystyczna

W odróżnieniu od krigingu zwyczajnego symulacja geostatystyczna wskazuje możliwy przebieg modelowanego parametru w przestrzeni złoża, a więc przebieg prawdopodobny ale nie najbardziej prawdopodobny. Jest szczególnie przydatna do oceny ryzyka przekroczenia przyjętej wartości progowej. Idea symulacji warunkowej, która po raz pierwszy została przedstawiona przez Matherona [6, 8], bazuje na ogólnej zasadzie symulacji Monte-Carlo. Przy jej zastosowaniu można uzyskać dowolną ilość modeli tzw. realizacji parametru złoża w oparciu o dostępne obserwacje. Podobnie jak w metodzie krigingu zwyczajnego podstawą przeprowadzenia symulacji geostatystycznej jest znajomość modelu teoretycznego aproksymującego semiwariogram empiryczny, który oddaje charakter przestrzennej zmienności badanej cechy. Każda z realizacji jest niepowtarzalna. Realizacje symulacji warunkowej odtwarzają wartości parametrów złożowych w punktach obserwacji, w oparciu o które wykonano procedurę modelowania.

Wnioskowanie na podstawie zbioru pojedynczych realizacji jest mało wiarygodne, dlatego konieczne jest arytmetyczne ich uśrednienie dla otrzymania modelu będącego średnią wszystkich realizacji, modelu odchylenia standardowego z realizacji, a także mapy prawdopodobieństwa przekroczenia założonej wartości progowej.

Metody symulacyjne oddają statystyczne i strukturalne właściwości parametrów, czyli statystyczny rozkład prawdopodobieństwa parametru i charakter zmienności, obrazowane przez histogram i model geostatystyczny. Lokalne, często znaczące różnice pomiędzy poszczególnymi realizacjami wskazują na miarę niepewności estymacji parametru złożowego. W artykule przedstawiono przykład zastosowania symulacji warunkowej sekwencyjnej Gaussa [2, 3, 5].

Dyskusja wyników

W przedstawionym studium przypadku wykonano model miąższości złoża metodą krigingu zwyczajnego wraz z mapą odchylenia standardowego krigingu (rys. 4). Metodą krigingu indyktorowego wykonano mapę prawdopodobieństwa przekroczenia przyjętej wartości progowej $M_w = 4$ m (rys. 6). Metodą symulacji wykonano 100 realizacji miąższości pokładu złoża. Na rysunku 4 przedstawiono średnią ze 100 realizacji wraz z odchyleniem standardowym. Metodą symulacji wykonano również mapę prawdopodobieństwa przekroczenia wartości progowej $M_w = 4$ m.

Nieodzownym elementem poprzedzającym wykorzystanie krigingu zwyczajnego i indyktorowego do szacowania miąższości złoża było zbadanie struktury zmienności za pomocą semiwariogramu empirycznego. Modele teoretyczne dopasowane do semiwariogramów miąższości pokładu wykonane dla podstawowego (rys. 2B) oraz przetransformowanego do układu (0,1) (rys. 2C) zbioru danych cechują się wyraźnie zaznaczonym występowaniem nielosowego składnika w zmienności tego parametru (wskaźnik maksymalnego udziału nielosowego składnika około 50%). Stwierdzona na semiwa-

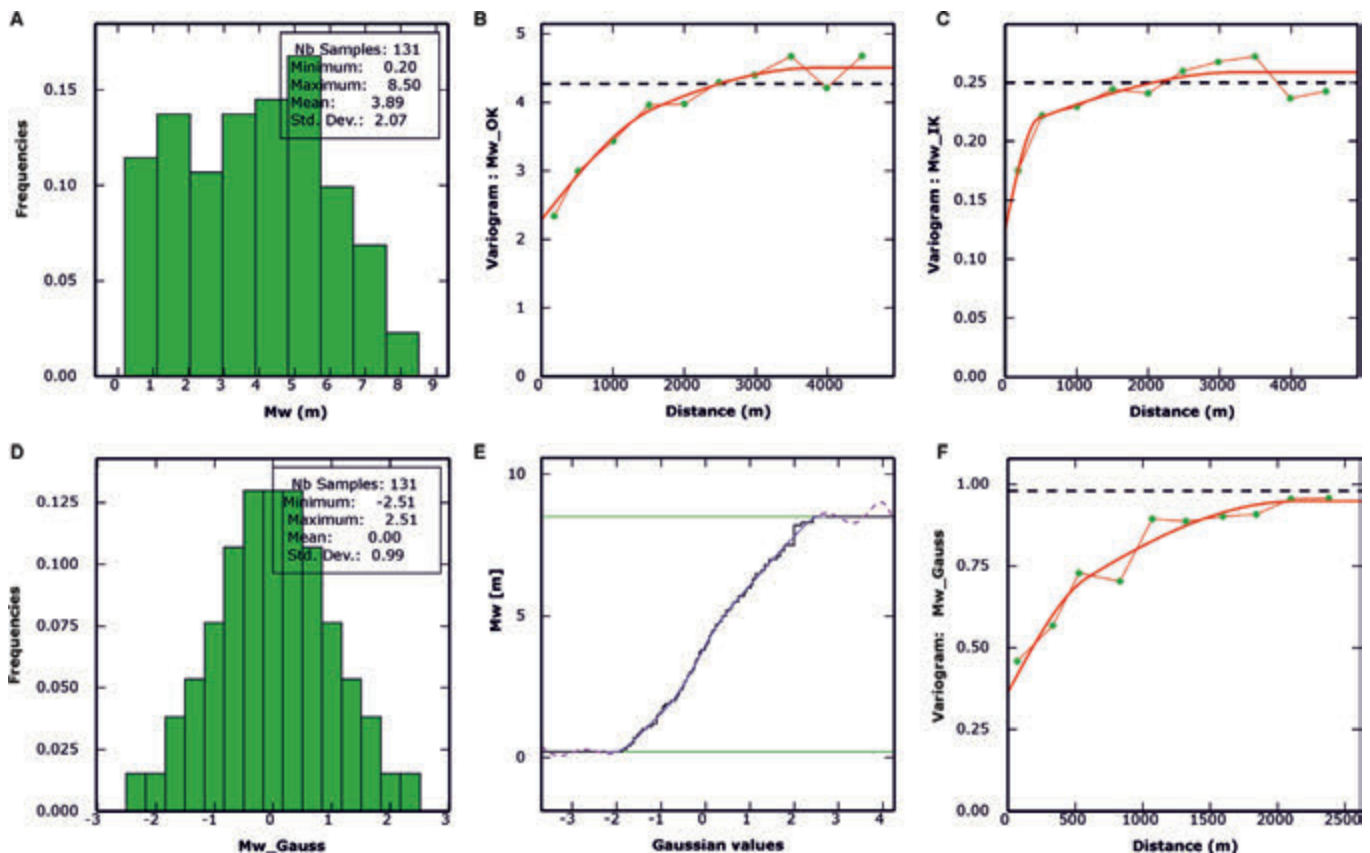
riogramie autokorelacja pomiędzy wartościami parametru w punktach opróbowań węgla na odległościach rzędu 3,3 i 3,9 km. Zasadne jest zatem zastosowanie metod geostatystycznych do zobrazowania przestrzennej zmienności miąższości pokładu (metodą kriginu zwyczajnego) oraz do wyznaczenia zasięgu występowania pokładu o założonej miąższości powyżej 4 m (metodą kriginu indyktorowego).

Procedurę symulacji Gaussa przeprowadzono na danych znormalizowanych, których rozkład cechuje średnia $m=0$ i odchylenie standardowe $s=1$. Na rysunku 2 pokazano dwa histogramy – oryginalnego zbioru obserwacji (2A) oraz zbioru obserwacji znormalizowanych – przekształconych w procesie tzw. anamorfozy Gaussa (2D). Na rysunku 2E pokazano wykres zależności pomiędzy obserwacjami i rozkładem znormalizowanym. Do wykresu na rysunku 2E dopasowano model anamorfozy w postaci funkcji. Model ten wykorzystany jest w ostatnim kroku symulacji sekwencyjnej Gaussa, czyli w procesie odwróconej anamorfozy wyników symulacji [1]. Aby symulowane realizacje odtwarzały charakter zmienności zbioru obserwacji znormalizowanych w procedurze symulacji Gaussa stosuje się znormalizowany model semiwariogramu. Na rysunku 2F przedstawiono semiwariogram miąższości pokładu sporządzony na podstawie danych znormalizowanych.

Jednym z kryteriów klasyfikacji geologicznych zasobów złóż węgla brunatnego jest minimalna miąższość pokładu wynosząca 3 m [4]. W przedstawionym studium przypadku dla ilustracji problemu okonturowania złoża jako brzeżną wartość miąższości, która uzasadnia opłacalną eksploatację złoża, przyjęto hipotetyczną grubość pokładu węgla równą $M_w=4$ m. Na

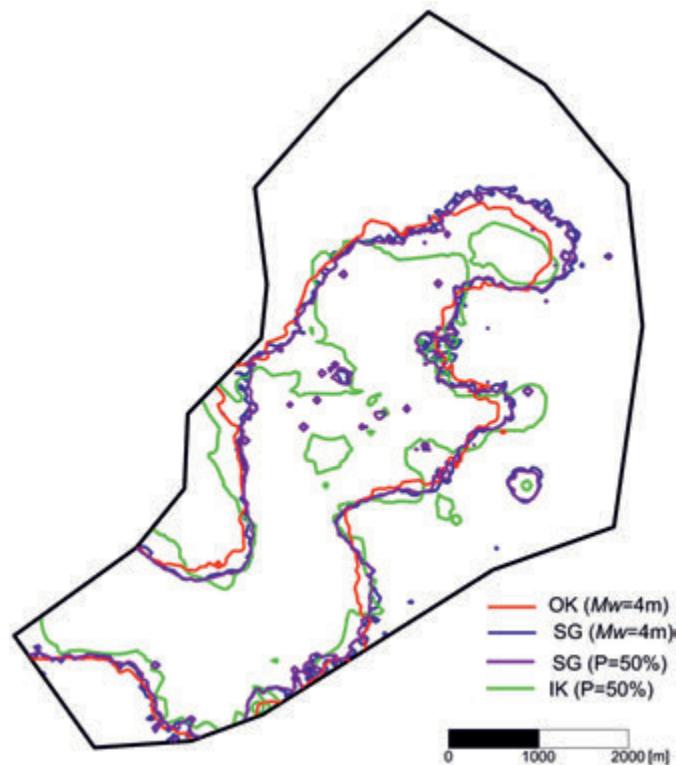
rysunku 3 przedstawiono granice pokładu węgla spełniającego przyjęte kryterium. Cztery metody interpolacji dają różny obraz zarówno zasięgu, powierzchni występowania pokładu jak również wielkości zasobów węgla w wyznaczonych granicach. Powierzchnia obszaru z miąższością pokładu większą od 4 metrów waha się od 11,3 do 13,2 km². Zdecydowanie najmniejszą powierzchnię prognozuje metoda kriginu indyktorowego. Dla jej wyznaczenia przyjęto izolinię prawdopodobieństwa wystąpienia miąższości większej od 4 m równą $P=50\%$. Największą powierzchnię prognozuje natomiast metoda kriginu zwyczajnego. Pośrednie i jednocześnie bardzo do siebie zbliżone wielkości powierzchni (12,7 km²) daje metoda symulacji geostatystycznej (zarówno na podstawie średniej z realizacji jak i izolinii prawdopodobieństwa $P=50\%$). Choć z matematycznego punktu widzenia pokrywanie się linii wyznaczonych metodą symulacji (średniej z realizacji i prawdopodobieństwa) nie jest zaskoczeniem, to jednak zjawisko to uzmysławia niski stopień wiarygodności izolinii wyznaczonej na podstawie uśrednienia wszystkich realizacji.

Na podstawie modeli wykonanych metodą kriginu zwyczajnego (OK) i średniej z symulacji (SG) obliczono zasoby złoża dla różnych wartości brzeżnych miąższości pokładu węgla M_w . Zależność tę wskazano na rysunku 4. Zasoby obliczone metodą symulacji geostatystycznej są każdorazowo wyższe od oszacowań metodą kriginu (rys. 5). Procentowe różnice w obliczonych wielkościach zasobów wynoszą od 1,4% ($M_w>1$ m) do nawet 83% dla najwyższych miąższości ($M_w>6$ m). Duże różnice w oszacowaniach dla wyższych wartości brzeżnych miąższości ($M_w>4-7$ m) związane są ze zjawiskiem wygładzania (smoothing effect) występującym



Rys. 2. Histogram miąższości pokładu M_w (A), semiwariogramy miąższości pokładu wykorzystane w metodzie kriginu zwyczajnego (B) i indyktorowego (C), histogram znormalizowany miąższości pokładu M_w_Gauss (D), wykres anamorfozy Gaussa (E), semiwariogram znormalizowany wykorzystany w procesie symulacji (F)

Fig. 2. The histogram of the lignite seam thickness M_w (A), the variograms of the lignite seam thickness used in the ordinary kriging (B) and in the indicator kriging (C), normalized histogram of the seam thickness M_w_Gauss (D), Gaussian anamorphosis (E), the normalized variogram used in the process of simulation (F)



Rys. 3. Zasięg pokładu węgla o miąższości M_w powyżej 4 m według metod krzygu zwyczajnego (OK), symulacji geostatystycznej (SG) (wartość średnia z realizacji i wg prawdopodobieństwa $P=50\%$) i krzygu indykatorowego (IK) (P – prawdopodobieństwo 50%)
 Fig. 3. The range of the coal deposit M_w with the thickness greater than 4 m according to the methods of ordinary kriging (OK), geostatistical simulation (SG) (mean value of realizations and by the probability $P = 50\%$) and the indicator kriging (IK) (probability $P=50\%$)

w metodzie krzygu. Obserwowana różnica na poziomie około 3% w wielkości zasobów geologicznych (dla miąższości powyżej 3 m) jest jeszcze akceptowalna. Blisko 7% różnica zasobów przy miąższości brzeżnej $M_w > 4$ m, czy 24% przy $M_w > 5$ m jest już znacząca i wymaga kompleksowej analizy wiarygodności obu zastosowanych do szacowania zasobów metod. W ocenie wiarygodności może pomóc analiza map prognozowanego błędu krzygu oraz odchylenia standardowego z wszystkich realizacji wykonanych metodą symulacji (rys. 4B). Obydwe mapy różnią się w zakresie wartości prognozowanych błędów modeli oraz w ich przestrzennym rozkładzie (rys. 6). Wielkość odchylenia standardowego krzygu zależy od charakteru zmienności, który wyraża się kształtem semiwariogramu, a nie bezpośrednio od wartości parametru w punktach opróbowań. Na wielkość błędu krzygu wpływa ponadto konfiguracja punktów opróbowań wykorzystywanych w interpolacji względem siebie i względem punktu interpolacji. Dlatego najwyższe wartości błędu krzygu obserwuje się w miejscach, gdzie otwory rozpoznawcze występują w dużej odległości od siebie, a także w skrajnych obszarach udokumentowanego złoża. W przypadku symulacji geostatystycznej wielkość odchylenia standardowego modelu poza wymienionymi wyżej czynnikami zależy przede wszystkim od lokalnej zmienności obserwacji. W obszarach, gdzie sąsiadujące obserwacje mają bardzo zbliżone wartości poszczególne realizacje symulacji przyjmują również wartości podobne i w efekcie odchylenie standardowe realizacji jest na niskim poziomie. I odwrotnie, w obszarach, w których obserwacje wykazują duże lokalne zróżnicowanie, niezależnie od gęstości sieci otworów, poszczególne realizacje znacznie się od siebie różnią co ma swój wyraz w wyższych wartościach odchylenia standardowego (rys. 4B). Zależność pomiędzy wartościami prognozowanych błędów metodą symulacji geostatystycznej (SG) i oszacowanymi miąższościami pokładu ilustruje rysunek 6. W

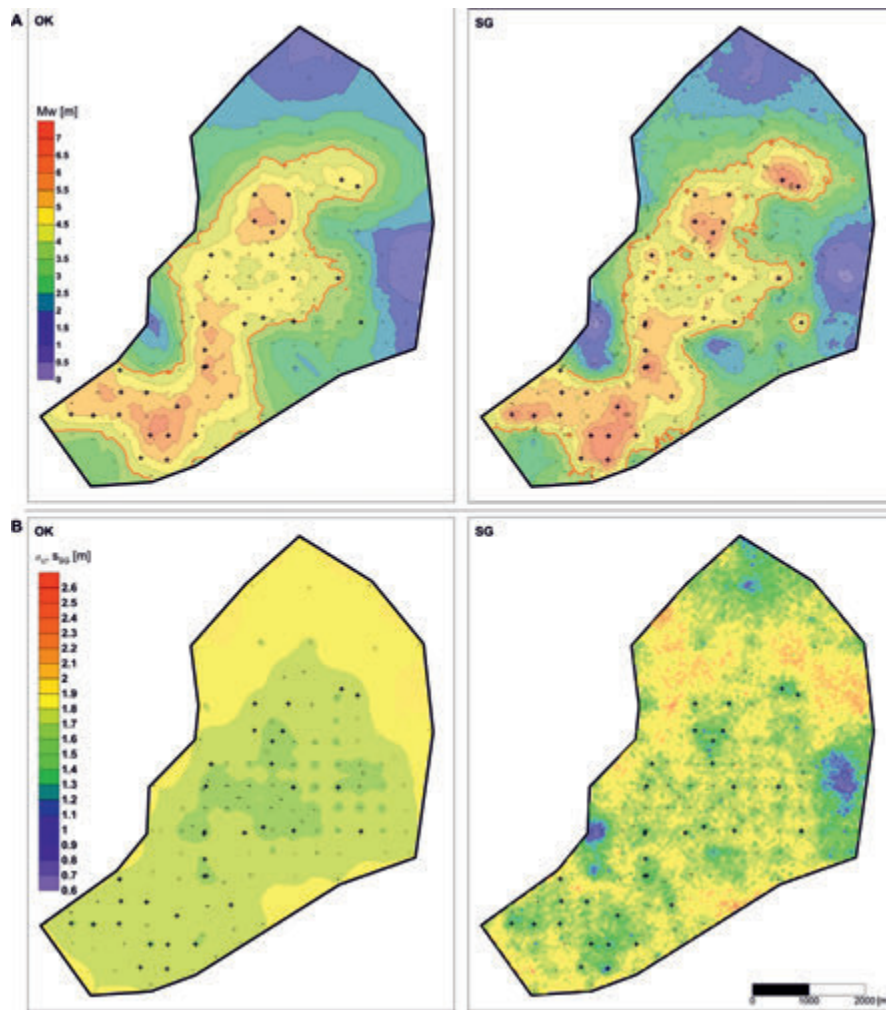
odróżnieniu od symulacji zakres wartości prognozowanego błędu krzygu jest znacznie węższy, zależy głównie od konfiguracji sieci otworów i nie koreluje z wielkością miąższości. W efekcie tego w obszarach, gdzie otwory są rozmieszczone w odległości ok. 1 km, a miąższość złoża przyjmuje wartości między 1 a 2 m, prognozowany błąd oszacowania metodą krzygu osiąga wartość od 1,7 do 1,9 m, co wskazuje na ograniczoną wiarygodność oszacowania miąższości w tych częściach złoża.

Interesujące jest porównanie dwóch rysunków, które obrazują probabilistyczne podejście do wyznaczenia granic złoża, spełniającego założone kryterium $M_w > 4$ m (rys. 7). Dwie spośród analizowanych metod umożliwiają takie analizy – symulacja geostatystyczna oraz krzyg indykatorowy. Za minimalny poziom prawdopodobieństwa, na podstawie którego wyznaczono granice spełnienia kryterium miąższości przyjęto $P=50\%$. Przedstawione na rysunku 7 obrazy wyraźnie się od siebie różnią. Gdyby na podstawie granic wyznaczonych metodą prawdopodobieństwa obliczyć zasoby złoża to w przypadku krzygu indykatorowego będą one znacznie niższe niż w przypadku symulacji. Różnice w obydwu obrazach wynikają z różnic w kształtach semiwariogramów wykorzystanych do modelowania (rys. 2C i 2F).

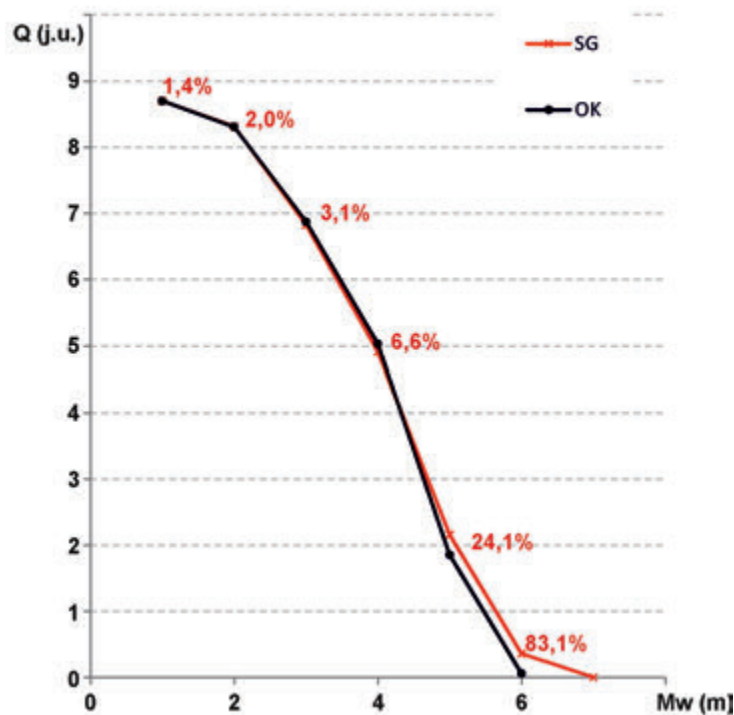
Wnioski

Przedstawione analizy upoważniają do sformułowania następujących wniosków:

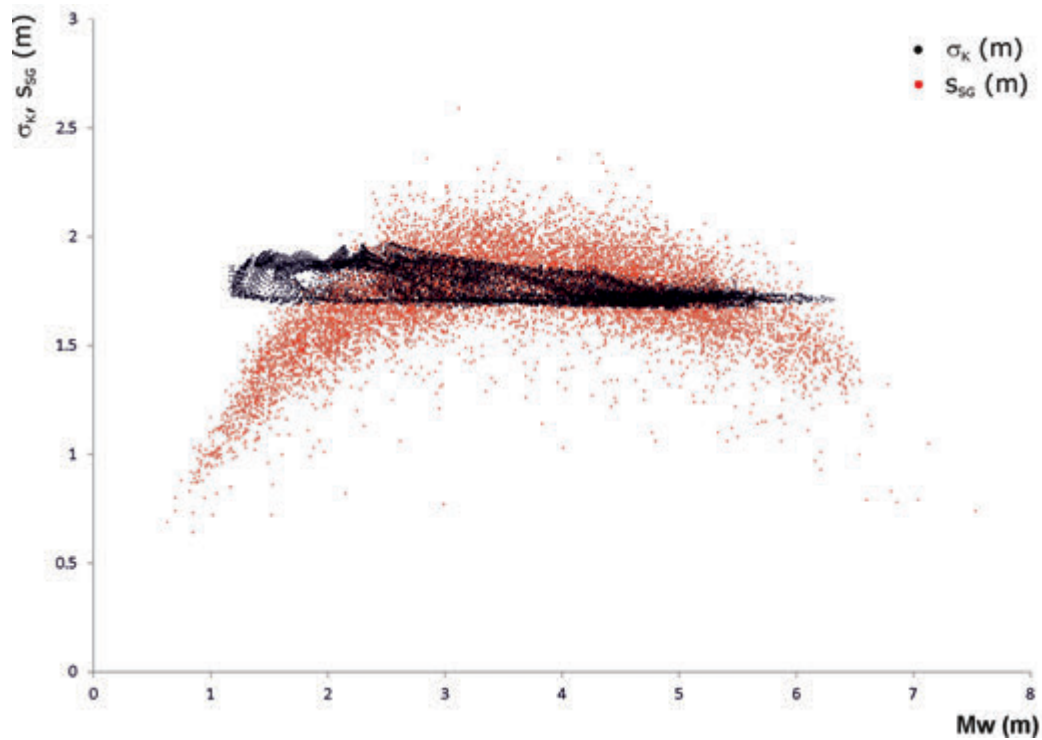
1. Wszystkie trzy metody OK, IK i SG wykorzystane do wykreślenia granicy złoża dają różne wyniki. Na etapie projektowania trudno jest ocenić, która z tych granic w sposób bardziej wiarygodny oddaje rzeczywiste izoliny przyjętej wartości brzeżnej $M_w=4$ m. Wskazuje to na dużą złożoność problemu modelowania złóż.



Rys. 4. Mapy izoliniowe miąższości pokładu węgla M_w (A) oraz standardowych błędów oszacowania miąższości (B) wykonane metodami kriginu zwyczajnego (OK) i średniej ze 100 realizacji symulacji geostatystycznej (SG); σ_k – błąd kriginu, s_{SG} – odchylenie standardowe z realizacji
 Fig. 4. Contour maps of lignite seam thickness M_w (A) and the standard error of models (B) using ordinary kriging (OK) and the average of the 100 realizations of geostatistical simulation (SG); σ_k - kriging standard error, s_{SG} - the standard deviation of the simulation



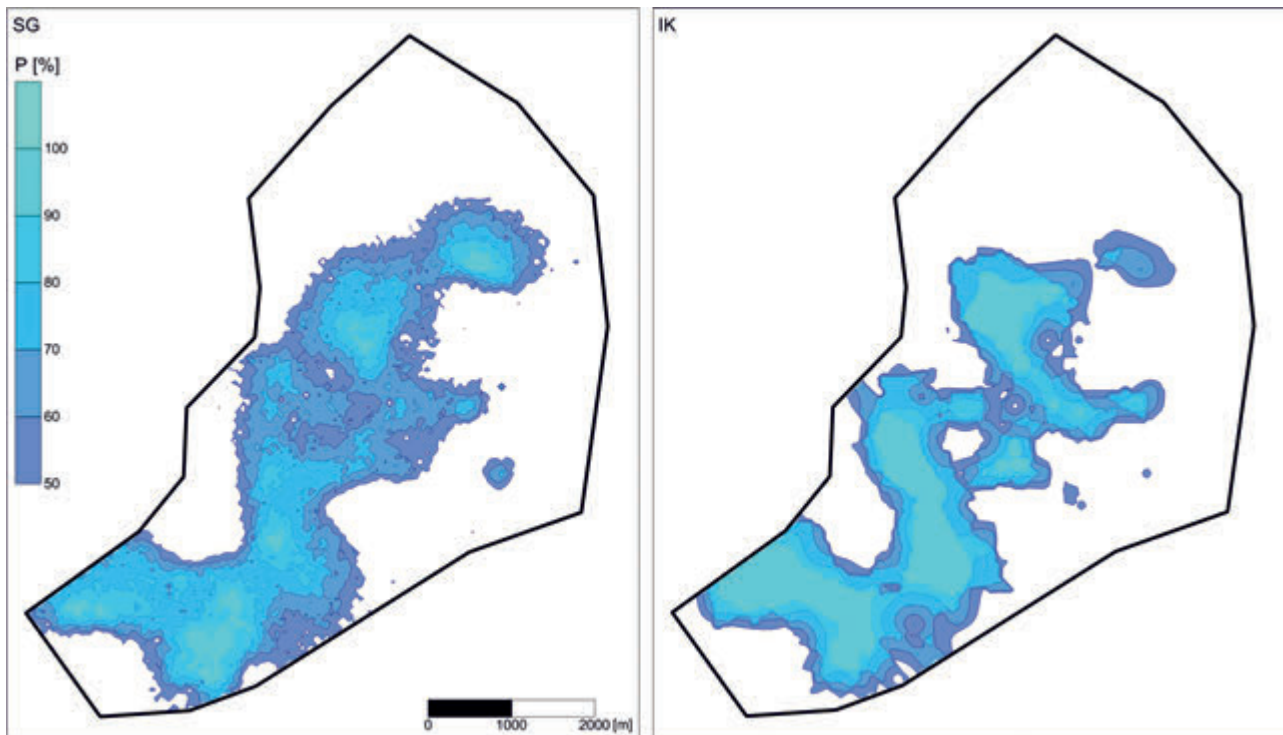
Rys. 5. Zależność wielkości zasobów węgla brunatnego (w jednostkach umownych) od przyjętych brzeżnych miąższości pokładu węgla dla metody kriginu zwyczajnego punktowego (OK) i symulacji geostatystycznej (SG); podano procentową różnicę w zasobach dla SG i OK
 Fig. 5. The dependence of the lignite resources (in conventional units) from the assumed marginal seam thickness for ordinary kriging (OK) and geostatistical simulation (SG); the percentage difference in resources for the SG and OK was shown



Rys. 6. Wykresy rozrzutu pomiędzy oszacowanymi miąższościami pokładu Mw i prognozowanymi błędami oszacowań metodami kriginu zwyczajnego i symulacji sekwencyjnej Gaussa

Objaśnienia: σ_k – błąd standardowy kriginu, S_{SG} – odchylenie standardowe symulacji

Fig. 6. Scatter plots for estimated lignite seam thickness Mw and predicted errors of the ordinary kriging model and sequential Gaussian simulation model
Explanation: σ_k - kriging standard error, S_{SG} - the standard deviation of the simulation



Rys. 7. Izolinie prawdopodobieństwa ($P=50-100\%$) wystąpienia miąższości pokładu $Mw > 4$ m według metod symulacji geostatystycznej (SG) i kriginu indykatorowego (IK)

Fig. 7. The probability isolines ($P = 50-100\%$) of the lignite seam thickness $Mw > 4$ m made using geostatistical simulation method (SG) and the indicator kriging (IK)

2. Granice złoża, w których pokład węgla osiąga miąższość równą i wyższą niż założona wartość brzeżna $Mw=4$ m, wyznaczone metodą średniej z wszystkich realizacji symulacji SG oraz prawdopodobieństwa $P=50\%$ przekroczenia wartości brzeżnej $Mw=4$ m również na bazie realizacji SG są niemal tożsame. Oznacza to, że granica złoża

wykreślona na podstawie średniej SG charakteryzuje się wiarygodnością na poziomie 50%.

3. Mapy izoliniowe wykonane metodami geostatystycznymi (OK, SG) należy każdorazowo interpretować wraz z odpowiednimi mapami odchylenia standardowego. Wielkość odchylenia standardowego w punkcie wyznacza po-

- ziom wiarygodności wartości oszacowanej.
4. Modele miąższości pokładu wykonane metodą krigingu zwyczajnego (OK) i symulacji geostatystycznej (SG) wykazują znaczne podobieństwo dla niskich wartości brzeżnych miąższości pokładu (od 1 do 3 m), czego efektem są zbliżone zasoby węgla. Przy założonych wyższych wartościach brzeżnych $M_w > 5$ m, obliczenia zasobów wykonane metodą krigingu są w stosunku do symulacji znacznie zaniżone; rozbieżności sięgają nawet kilkudziesięciu procent. Wynika to z efektu wygładzania charakterystycznego dla metody krigingu zwyczajnego.
 5. Zasadnicze różnice ujawniają się w mapach odchylenia standardowego dla metod krigingu zwyczajnego i symulacji geostatystycznej. W przypadku symulacji odchylenie standardowe przyjmuje wartości z szerszego zakresu niż kriging i uzależnione jest od lokalnej zmienności obserwacji.
 6. W procesie projektowania kopalń bazowanie na modelach złoża przez opisanie cech złożowych wartościami prawdopodobieństwa jest trudne, jednak dotychczasowe doświadczenia autorów wskazują, że wobec niedoskonałej informacji o złożu takie właśnie modele w sposób najbardziej rzetelny, chociaż niejednoznaczny, opisują złożo. Na ich podstawie nie tylko można projektować eksploatację ale również można opierać wycenę projektów górniczych uwzględniając ryzyko geologiczne wpływające z niepełnej informacji o złożu.

Praca zrealizowana została w ramach badań statutowych Katedry Geologii Złożowej i Górniczej (WGGiOŚ, AGH, umowa nr 11.11.140.320) oraz Katedry Górnictwa Odkrywkowego (WGiG, AGH, umowa nr 11.11.100.597) w 2015 roku.

Literatura

- [1] Bleines C., Perseval S., Rambert F., Renard D., Touffait Y. *Isatis. Isatis software manual*, Geovariances & Ecole Des Mines, Paris, s. 710, 2004
- [2] Chiles C., V., Delfiner P., *Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty*, New York: John Wiley&Sons, 449-471, 1999
- [3] Dietrich, C.R., Newsam G., N., *A fast and exact method for multidimensional Gaussian stochastic simulations*, Water Resources Research 29 (8): 2861-2899, 1993
- [4] Rozporządzenie Ministra Środowiska z dnia 22 grudnia 2011 r. w sprawie dokumentacji geologicznej złoża kopaliny, Dz. U. 2011 nr 291 poz. 1712
- [5] Journel A., G., *Geostatistics for conditional simulation of ore bodies*, Economic Geology 69: 673-687, 1974
- [6] Journel A. G., Huijbregts C. J., *Mining geostatistics*: Academic Press, London, s. 600, 1974
- [7] Journel A. G., *Nonparametric estimation of spatial distribution*. Mathematical Geology, 15, 3: 445 – 468, 1983
- [8] Matheron G., *The intrinsic random functions and their application: Advances in Applied Probability*, v. 5, s. 439-468, 1973
- [9] Mucha J., Wasilewska M., Strzelska-Smakowska B., Krak M., *Wyznaczanie pól anomalii gochemicznych {Zn} w dolomitach kruszonośnych metodą krigingu indykatorowego*. Biuletyn Państwowego Instytutu Geologicznego, nr 429 s. 113–116, 2008