



Badanie gradientu pionowego przyspieszenia siły ciężkości na terenie WAT

MAREK WEIS, ARTUR LEŃCZUK, JAN MIKOCKI, JANUSZ BOGUSZ

Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Inżynierii Lądowej i Geodezji,
Instytut Inżynierii Geoprzestrzennej i Geodezji, ul. gen. S. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa,
marek.weis@student.wat.edu.pl, artur.lenczuk@wat.edu.pl, jan.mikocki@wat.edu.pl,
janusz.bogusz@wat.edu.pl

Streszczenie. Na każdy obiekt znajdujący się na kuli ziemskiej poza siłą grawitacyjną działa siła związana z ruchem obrotowym Ziemi, tj. siła odśrodkowa, razem definiują siłę ciężkości. Ze względu na różne czynniki, zarówno zewnętrzne (oddziaływanie innych ciał niebieskich), jak i wewnętrzne (niejednorodna budowa wewnętrzna Ziemi) przyspieszenie siły ciężkości zależy od miejsca i czasu obserwacji. Badanie zmian wartości tej siły umożliwiają niezwykle czułe urządzenia pomiarowe zwane grawimetrami. Analiza i interpretacja wyników tych pomiarów to domena działu geodezji fizycznej zwanego grawimetrią geodezyjną. Ma ona szerokie zastosowanie w geodezji do badania przebiegu geoidy oraz realizacji osnów grawimetrycznych czy w geofizyce poszukiwawczej do wykrywania m.in. złóż minerałów, podziemnych cieków wodnych czy jaskiń. Jednak w celu uzyskania wiarygodnych wyników konieczny jest nie tylko precyzyjny pomiar wartości przyspieszenia siły ciężkości, lecz także odpowiednia jego redukcja. Jest to możliwe przez wyznaczenie m.in. gradientu pionowego przyspieszenia siły ciężkości, który wykorzystywany jest do zredukowania pomierzonych wartości przyspieszenia na dowolny poziom odniesienia. W badaniach skupiono się na analizie zmiany wartości gradientu pionowego na terenie zamkniętym Wojskowej Akademii Technicznej (WAT). Do pomiarów wybrano 33 punkty istniejącej sieci wysokościowej i sieci poziomej WAT. Obserwacje przeprowadzono, wykorzystując grawimetr sprężynowy firmy ZLS typu Burris model B-67 na kilku wysokościach w zakresie od 0,1 do 1,3 m przy użyciu specjalnie skonstruowanego statywu. Pokazano, że wartości gradientu pionowego wahają się na wybranym obszarze od $-0,2534$ do $-0,3917$ mGal/m. Otrzymane wyniki pokazują spójność z rozkładem przestrzennym zmian wysokości terenu, gęstości skorupy ziemskiej oraz rodzaju utworów geologicznych występujących pod powierzchnią terenu. W badaniach pokazano również istotność wykorzystania rzeczywistych wartości gradientów do analizy odstępu geoidy od quasi-geoidy. Wykazano, że przyjęcie rzeczywistych wartości gradientu zamiast ich wartości średniej powoduje odchyłki w modelowaniu przebiegu obu geodezyjnych powierzchni odniesienia nawet do 2 mm na badanym terenie.

Słowa kluczowe: przyspieszenie siły ciężkości, gradient pionowy, grawimetria, odstęp geoidy od quasi-geoidy
DOI: 10.5604/01.3001.0054.3652

1. Wprowadzenie

Jednym z podstawowych oddziaływań występujących w przyrodzie jest grawitacja, która powoduje wzajemne przyciąganie obiektów posiadających masę lub energię [1]. Wielkość opisywanej siły wzajemnego przyciągania obiektów (siły grawitacji) definiujemy jako iloczyn przyspieszenia grawitacyjnego przy powierzchni i masy obiektu. Siła przyciągania Ziemi różni się w poszczególnych jej miejscach z uwagi na nieregularny, spłaszczony na biegunach (elipsoidalny) kształt naszej planety, a także niejednorodną dystrybucję mas w jej wnętrzu [2]. Na obiekty znajdujące się na powierzchni Ziemi działa kolejna siła – odśrodkowa, której wartość zależna jest od prędkości kątowej ruchu obrotowego Ziemi oraz odległości od osi obrotu: największa wartość występuje na równiku, a w miejscu przecięcia osi obrotu z powierzchnią Ziemi wynosi zero. Istnienie siły odśrodkowej powoduje występowanie m.in. zmniejszania ciężaru ciała czy powstawanie siły Coriolisa [3]. Ostatecznie suma siły przyciągania i siły odśrodkowej określa siłę ciężkości, która definiuje siłę, z jaką Ziemia lub inne ciało niebieskie przyciąga inne ciało w układzie odniesienia związanym z jego powierzchnią. Inaczej możemy ją również określić jako siłę zintegrowanych mas rotującej Ziemi, działającą na mechanizm przyrządu pomiarowego. W przypadku Ziemi dla punktów obserwacyjnych na jej powierzchni wartości parametrów pola siły ciężkości są zależne przede wszystkim od budowy jej skorupy, miejsca na powierzchni Ziemi oraz otoczenia punktu [4].

Badanie zmian wartości przyspieszenia siły ciężkości, czyli pochodnej pionowej potencjału siły ciężkości, jest domeną działu geodezji fizycznej zwanego grawimetrią [2], który opiera się na analizie i interpretacji wyników uzyskanych przy pomocy niezwykle czułych urządzeń pomiarowych, tzw. grawimetrów. Instrumenty te umożliwiają pomiar absolutnych (bezwzględnych) i względnych wartości przyspieszenia siły ciężkości. Pomiar absolutny dostarcza bezpośrednio wartość przyspieszenia siły ciężkości (g) w miejscu obserwacji. Z kolei pomiary względne określają zmianę przyspieszenia (Δg) pomiędzy co najmniej dwoma stanowiskami, tj. punktem bazowym (referencyjnym) oraz punktem, na którym mierzona jest wartość przyspieszenia (punktem pomiarowym) [5]. Obecnie do grawimetrii zaczęto również zaliczać pomiary drugich pochodnych potencjału siły ciężkości (gradiometria), których sześć niezależnych wartości tworzy tzw. tensor Eötvösa [2]. Jedną z nich jest wielkość W_{zz} określająca gradient pionowy przyspieszenia siły ciężkości o postaci:

$$W_{zz} = \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = \frac{\partial g}{\partial z}, \quad (1)$$

gdzie W to potencjał, a g przyspieszenie siły ciężkości, natomiast z opisuje współrzędną pionową w układzie topocentrycznym. Wartością teoretyczną (normalną) W_{zz} jest $-0,3086$ mGal/m.

Pomiary grawimetryczne szeroko wykorzystuje się w naukach o Ziemi do badań pływowych [6], oceny wpływu efektów środowiskowych (atmosfera, ocean i hydrosfera lądowa) na zmiany przyspieszenia siły ciężkości [7], jak również do badań zmian wielkości mas spowodowanych m.in. wybuchami wulkanów [8], zmianą poziomu oceanów [9], topnieniem lodowców [10], [11], do badań ruchów izostatycznych [12] czy tektonicznych deformacji skorupy ziemskiej [13]. Magnitudy tych efektów w zarejestrowanych sygnałach grawitacyjnych wahają się od kilkuset nGal (1 Gal = 1 cm/s² według układu SI) (np. wzrost poziomu morza) do kilkuset μGal (np. duże erupcje wulkaniczne) i zmieniają się czasowo od sekund do lat [14]. Dzięki dużej czułości grawimetrów są one również szeroko wykorzystywane do rejestrowania zmian natężenia siły ciężkości wywołanych m.in. sztucznymi zbiornikami wodnymi, osuwiskami czy budynkami, znajdują wykorzystanie m.in. w ocenie zagrożenia powierzchni deformacjami występującymi na terenach pogórnicznych, wykrywaniu pustek antropogenicznych oraz zlikwidowanych wyrobisk (szybów), poszukiwaniu złóż kopalin użytecznych, lokalizacji uskoków skalnych oraz podziemnych pomieszczeń (piwnic, korytarzy, grobowców), rozpoznawaniu budowy geologicznej czy projektowaniu dróg i autostrad. Jest to możliwe dzięki zastosowaniu tych instrumentów w pomiarach morskich, lotniczych i satelitarnych [5]. Pomiary drugich pochodnych potencjału siły ciężkości z powodzeniem wykorzystuje się natomiast do badania kontrastów gęstości płytkich utworów podpowierzchniowych [15].

W geodezji podstawowe zadanie grawimetrii sprowadza się do wyznaczenia kształtu zerowej powierzchni ekwipotencjalnej (tzw. geoidy), do okresowego wyznaczania samych wartości przyspieszenia siły ciężkości, jak również ich różnic na punktach sieci grawimetrycznych (w Polsce jest to podstawowa osnowa grawimetryczna kraju realizowana na podstawie rozporządzenia Ministra Rozwoju, Pracy i Technologii w sprawie osnów geodezyjnych, grawimetrycznych i magnetycznych — najnowsze z dnia 6 lipca 2021 r., Dz.U. 2021, poz. 1341) oraz dostarczania danych do korekcji precyzyjnie wyznaczonych różnic wysokości do obowiązującego w danym kraju systemu (w Polsce jest to system wysokości normalnych).

Dokładność pomiarów przyspieszenia siły ciężkości zależy od przyjętych metod pomiarów oraz typu wykorzystanych instrumentów [16], [17], [5]. Od ponad stu lat szeroko wykorzystywanym przyrządem pomiarowym jest grawimetr sprężynowy, w którym wartość przyspieszenia siły ciężkości mierzy się, analizując zmiany położenia obciążnika (tzw. masy próbnej) zawieszzonego na sprężynie. Proces pomiaru polega na doprowadzeniu sprężyny do położenia równowagi, działając na nią siłą równą co do wartości sile ciężkości, ale o przeciwnym zwrocie [16].

Właściwa interpretacja obserwacji grawimetrycznych jest możliwa po wyznaczeniu poprawek do pomiarów, do których zaliczamy m.in. poprawkę pływową określającą wpływ oddziaływania ciał niebieskich, poprawkę ze względu na dryft (chód) grawimetru będący efektem zmniejszania się siły sprężystości głównego

układu mierzącego, powodującą zmianę odczytów grawimetru z upływem czasu, czy poprawkę ze względu na wysokość nad stanowiskiem pomiarowym, która jest funkcją gradientu pionowego przyspieszenia siły ciężkości [18]. Ostatnia z wymienionych poprawek umożliwia zredukowanie pomierzonej wartości przyspieszenia siły ciężkości na dowolną powierzchnię odniesienia i jest niezwykle istotna do wprowadzenia redukcji zaobserwowanych zmian przyspieszenia siły ciężkości wyznaczonych za pomocą grawimetrów absolutnych do poziomu znaku geodezyjnego [19]. Znajomość dokładnych wartości gradientu pionowego wykorzystywana jest też do wprowadzania korekcji do innych pomiarów inżynierskich, m.in. w pomiarach niwelacyjnych, do wyznaczenia lub przeliczenia przewyższeń w systemach wysokości stosowanych w geodezji lub do modelowania przebiegu geoidy poprzez wyznaczenie odstępów geoidy od quasi-geoidy [20]. Gradienty te są również szeroko wykorzystywane do redukcji obserwowanego przyspieszenia siły ciężkości z fizycznej powierzchni Ziemi na geoidę [21], [22].

Celem badań opisanych w tym artykule jest wyznaczenie wartości gradientów pionowych przyspieszenia siły ciężkości w wybranych punktach osnowy oraz określenie jego rozkładu przestrzennego na terenie zamkniętym Wojskowej Akademii Technicznej (WAT). Pomiarów wykonano łącznie na 33 punktach istniejącej osnowy poziomej i osnowy wysokościowej WAT, wykorzystując statyw skonstruowany na Wydziale Inżynierii Lądowej i Geodezji. W badaniach przeanalizowano charakter zmian wartości gradientu pionowego łącznie na trzynastu poziomach wysokości statywu (tabela 1). Przestrzenny rozkład wartości gradientu wyznaczono, stosując interpolację metodą krigingu. Wyniki porównano z rozkładem przestrzennym wartości wysokości terenu, gęstości skorupy ziemskiej pod danym obszarem oraz budową geologiczną utworów podpowierzchniowych, wykazując spójność z wyznaczonym gradientem pionowym przyspieszenia siły ciężkości. Na koniec przeanalizowano wpływ anomalii gradientu pionowego na zmiany odstępów geoidy od quasi-geoidy, uzyskując wartości maksymalne równe 2 mm na terenie WAT. Wyniki wskazują na konieczność wyznaczania gradientów pionowych w punktach pomiarowych, pokazując również istotny wpływ na wyznaczenie modelu tzw. geoidy subcentymetrowej, zwłaszcza w regionach górskich, gdzie spodziewamy się nawet kilkunastokrotnie większego wpływu anomalii gradientu pionowego niż na nizinym terenie WAT [23].

2. Sprzęt pomiarowy i metodyka

Wykonując względne pomiary grawimetryczne, dąży się do uzyskania dokładności pomiarowej na poziomie od jednego do przynajmniej 10 μGal , co jest możliwe dzięki nowoczesnemu sprzętowi grawimetrycznemu [24]. Taką dokładność pomiaru przez dziesięciolecia zapewniają grawimetry sprężynowe, z których szeroko wykorzystywane są instrumenty bazujące na tzw. sprężynie o zerowej długości. Po raz pierwszy zostały one wykorzystane do pomiarów grawimetrycznych w 1939 roku przez Luciena LaCoste'a oraz Arnolda Romberga [16]. Koncepcja ta przyczyniła się do skonstruowania przez firmę ZLS w pełni zautomatyzowanego grawimetru z metalową sprężyną o nazwie „Burris” [25], model o numerze B-67 będący własnością WAT wykorzystano w trakcie pomiarów. Grawimetr Burris zaliczany jest do grupy instrumentów względnych sprężynowych, w których idea konstrukcji systemu pomiarowego jest zaczerpnięta z koncepcji budowy poziomego sejsmometru Golicyna. W tych instrumentach sprężyna jest przymocowana do ramienia dźwigni, a na jej końcu znajduje się obciążenie w postaci masy próbnej. W celu wykonania odczytu przyspieszenia siły ciężkości układ pomiarowy doprowadzany jest do położenia równowagi z wykorzystaniem śruby mikrometrycznej [17] lub przy pomocy układu sprzężenia zwrotnego (ang. *feedback*) [25]. Główne parametry techniczne tego instrumentu to:

- zakres śruby mikrometrycznej: 7000 mGal,
- dopuszczalny zakres temperatury: od -15°C do $+50^{\circ}\text{C}$,
- rozdzielczość odczytu: 0,1 μGal ,
- odchylenie standardowe: $< 5 \mu\text{Gal}$,
- precyzja kalibracji: 15 μGal ,
- dryft: w przybliżeniu 1 mGal/miesiąc,
- układ sprzężenia zwrotnego o zakresie 50 mGal.

Zapewnia to dużą niezawodność grawimetru Burris w trakcie pomiarów terenowych [26], [27], wykazując również nieznaczną przewagę (m.in. charakteryzuje się mniejszym dryftem) nad innymi grawimetrami (np. Autograv) [28].

W badaniach pionowy gradient przyspieszenia siły ciężkości wyznaczono jako iloraz przyrostu przyspieszenia siły ciężkości oraz przyrostu wysokości wyznaczonych pomiędzy różnymi poziomami platformy pomiarowej:

$$W_{zz} = \frac{\Delta g}{\Delta z}. \quad (2)$$

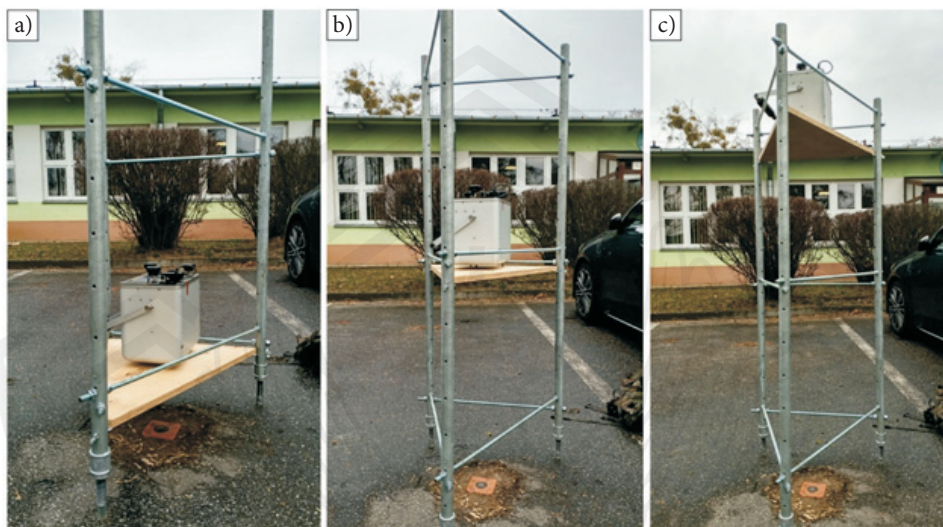
W trakcie pomiarów zmianę poziomu wysokości (z) umożliwiło zastosowanie statywu skonstruowanego na potrzeby grawimetrycznych prac badawczych wykonywanych na Wydziale Inżynierii Lądowej i Geodezji WAT (rys. 1). Statyw dopuszcza pomiar wartości przyspieszenia na trzynastu różnych poziomach wysokości rozpoczynających się od wysokości 0,1 m i oddalonych co 0,1 m.

Tabela 1 przedstawia sekwencję pomiarową wykonaną na punkcie Rp 105 (rys. 2). W kolejnych kolumnach znajdują się: numer poziomu platformy pomiarowej statywu, wysokość platformy od reperu odniesienia, wysokość górnej pokrywy grawimetru (płaszczyzna odniesienia dla redukcji do środka masy próbника), parametr *duty cycle* opisujący w procentach położenie masy próbnej w stosunku do okładzin kondensatora (50% oznacza dokładnie środek), wartość względna g w jednostkach przyspieszenia siły ciężkości, odchylenie standardowe tej wartości wyliczane automatycznie przez oprogramowanie sterujące grawimetru na podstawie próbkowania w czasie pojedynczego pomiaru oraz średniej epoki pomiaru. Sekwencja pomiarowa zawsze jest rozpoczynana i kończona na poziomie pierwszym w celu wyznaczenia dryftu grawimetru.

TABELA 1

Sekwencja pomiarowa wykonana na punkcie Rp 105

Poziom	Wysokość platformy statywu (z) [m]	Wysokość górnej pokrywy grawimetru [m]	<i>Duty cycle</i> [%]	$g(z)$ [mGal]	$s_{g(z)}$ [mGal]	Czas UTC
1	0,2	0,44	45,3	-2,744	0,0057	07:20
2	0,3	0,54	45,4	-2,771	0,0063	07:28
3	0,4	0,64	50,6	-2,820	0,0032	07:32
4	0,5	0,74	45,3	-2,872	0,0076	07:36
5	0,6	0,84	45,2	-2,845	0,0038	07:39
6	0,7	0,94	45,2	-2,957	0,0083	07:50
7	0,8	1,04	45,1	-2,939	0,0041	07:53
8	0,9	1,14	48,7	-2,963	0,0042	07:56
9	1,0	1,24	45,0	-3,027	0,0067	08:00
10	1,1	1,34	44,6	-3,235	0,0085	08:04
11	1,2	1,44	44,9	-3,029	0,0082	08:08
12	1,3	1,54	44,8	-3,083	0,0035	08:16
13	1,4	1,64	44,8	-3,094	0,0015	08:21
1	0,2	0,44	45,3	-2,749	0,0074	08:31



Rys. 1. Pomiar przyspieszenia siły ciężkości na wysokości: (a) 0,1 m, (b) 0,7 m i (c) 1,3 m nad punktem W100 poziomej osnowy geodezyjnej Wojskowej Akademii Technicznej

Obserwacje skorygowane otrzymano przez wprowadzenie poprawki pływowej do każdej obserwacji oraz poprawki ze względu na dryft wyznaczonej dla każdej sekwencji pomiarowej oddzielnie. Z uwagi na relatywnie krótki czas pomiaru na każdym punkcie nie wprowadzano korekty ze względu na ruch bieguna ani na zmiany ciśnienia atmosferycznego czy lokalnego lustra wody. Do obliczenia wartości gradientu pionowego wykorzystano aproksymację liniową realizowaną za pomocą metody najmniejszych kwadratów (MNK) o postaci:

$$g(z) = a \cdot z + b, \quad (3)$$

gdzie $g(z)$ to skorygowana o pływy i dryft wartość odczytana z grawimetru, z określa wysokość poziomu pomiarowego, natomiast za a i b przyjmujemy odpowiednio współczynnik kierunkowy prostej i wyraz wolny. Po zastosowaniu przekształceń wzoru (3) wyznaczono gradient pionowy, wykorzystując MNK na wszystkich pomierzonych punktach osnowy jako współczynnik kierunkowy prostej ($a = W_{zz}$) wraz z jego błędem średnim.

Do określenia zmian przestrzennych gradientu liniowego przyspieszenia siły ciężkości zastosowano metodę krigingu, która jest wykorzystywana do szacowania trendu zmian zjawisk geodynamicznych i charakteryzuje się odpornością na lokalne zakłócenia [29]. Kriging to metoda interpolacji oparta na estymacji liniowej [30].

Estymowana wartość V w interpolowanym punkcie jest sumą iloczynów wagi λ_i i wartości v_i w punktach danych:

$$V = \sum_i^n \lambda_i \cdot v_i. \quad (4)$$

W metodzie kriginu wagi są obliczane na podstawie równań kriginu:

$$\lambda = A^{-1} \cdot b, \quad (5)$$

gdzie:

$$A = \begin{bmatrix} \gamma(d_{1,1}) & \gamma(d_{1,2}) & \dots & \gamma(d_{1,n}) & 1 \\ \gamma(d_{2,1}) & \gamma(d_{2,2}) & \dots & \gamma(d_{2,n}) & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma(d_{n,1}) & \gamma(d_{n,2}) & \dots & \gamma(d_{n,n}) & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

jest macierzą semiwariancji i jest zależna od odległości pomiędzy punktami danych,

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \dots \\ \lambda_n \\ \psi \end{bmatrix} \quad (7)$$

jest wektorem wag, ψ jest mnożnikiem Lagrange'a, natomiast

$$b = \begin{bmatrix} \gamma(d_{i,1}) \\ \gamma(d_{i,2}) \\ \dots \\ \gamma(d_{i,n}) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

jest wektorem semiwariancji zależnym od odległości pomiędzy punktem interpolowanym a punktem z przypisanymi wartościami pomierzonymi. Ostatecznie wariację estymacji można uzyskać z wykorzystaniem równania:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot \gamma(d_i) + \psi. \quad (9)$$

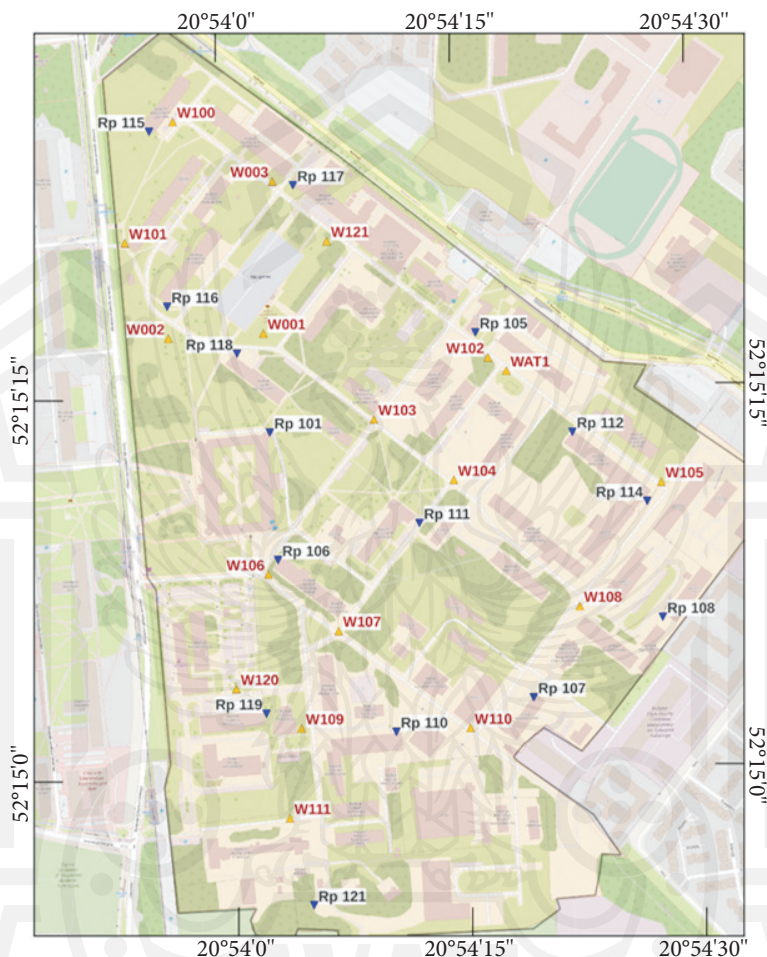
Do najpopularniejszych metod kriginu zaliczamy: kriging prosty, kriging odwrotny do odległości i kriging uniwersalny [31]. W niniejszych badaniach zastosowano metodę kriginu prostego opartą na wartościach gradientu pomierzonych i oszacowanych dla wyselekcjonowanych punktów osnowy WAT. Wykorzystano do tego celu programu ArcGIS w wersji 10.7.1.

Wyinterpolowane wartości gradientu pionowego porównano z parametrami określającymi właściwości Ziemi, tj. topografią terenu, gęstością skorupy ziemskiej oraz utworami geologicznymi na rozpatrywanym obszarze. Do pozyskania informacji dotyczących rzeźby terenu wykorzystano model topografii etopo1-2250 o rozdzielczości $1' \times 1'$, którego wartości zostały obliczone w odniesieniu do geoidy. Model udostępniany jest przez serwis ICGEM (ang. *International Centre for Global Earth Models*, <http://icgem.gfz-potsdam.de/>) [32]. Do określenia gęstości skorupy ziemskiej wykorzystano anomalie grawimetryczne: Bouguera (A_B) i wolnopowietrzną (A_{wp}), wyznaczone z globalnego modelu pola grawitacyjnego XGM2019e [33]. Obecnie model opisuje zmiany pola grawitacyjnego do największego stopnia rozwinięcia harmonik sferycznych, tj. do 5540. XGM2019e jest oparty na kombinacji danych z modelu GOCO06s [34] i pomiarów naziemnych. Dane naziemne obejmują anomalie grawimetryczne nad lądem i oceanem dostarczone przez NGA (ang. *National Geospatial-Intelligence Agency*). Nad oceanami wykorzystywane są anomalie grawitacyjne pochodzące z altymetrii satelitarnej. Co prawda sami autorzy modelu XGM2019e zwracają uwagę, że wyniki uzyskiwane na jego podstawie mogą być inne (na lądach minimalnie gorsze) niż z modeli EGM/EIGEN, ze względu na to, że anomalie grawimetryczne od 719 d/o są wyznaczone syntetycznie, a dane z NGA zostały włączone jako zbiór o rozdzielczości 15', jednak dla naszych badań różnice te pozostają nieistotne. Opisany model pola grawitacyjnego oraz program do wyznaczenia anomalii grawimetrycznych udostępniane są przez serwis ICGEM. Wykorzystując wartości anomalii grawimetrycznych, gęstość skorupy ziemskiej określono za pomocą wzoru [35]:

$$\rho_{(i)} = \frac{A_{B(i)} - A_{wp(i)}}{-0,0419 \cdot H_{(i)}}, \quad (10)$$

gdzie $A_{B(i)}$ i $A_{wp(i)}$ definiuje odpowiednio wartości anomalii Bouguera i anomalii wolnopowietrznej w punkcie i , zaś $H_{(i)}$ określa wysokość ortometryczną punktu i zdefiniowaną w modelu etopo1-2250.

Ostatecznie rozkład przestrzenny zmian pionowego gradientu przyspieszenia siły ciężkości porównano z mapą geologiczną oraz mapą litogenetyczną udostępnioną przez Państwowy Instytut Geologiczny (PIG, <https://www.pgi.gov.pl/>). Mapa litogenetyczna przedstawia litologię (zbiór cech i właściwości skał obserwowany makroskopowo) i genezę utworów występujących na powierzchni terenu oraz wybrane zjawiska geodynamiczne, antropogeniczne i hydrogeologiczne. W pracy wykorzystano mapy w skali 1 : 50 000 (obecnie jedyna dostępna skala na badanym terenie) dostarczające informacje o miejscach występowania poszczególnych typów gleby.



Rys. 2. Mapa lokalizacji punktów poziomej osnowy geodezyjnej (prefiks „W”) oraz wysokościowej osnowy geodezyjnej (prefiks „Rp”) na terenie zamkniętym Wojskowej Akademii Technicznej (szara linia); mapę opracowano na podstawie osnowy geodezyjnej udostępnionej na stronie Wydziału Inżynierii Lądowej i Geodezji WAT

W ostatnim etapie badań wyznaczone gradienty pionowe przyspieszenia siły ciężkości wykorzystano do określenia wielkości odstępów geoidy od quasi-geoidy (*funkcję liniową anomalii Bouguera*) na podstawie wzoru [36]:

$$N - \zeta = -\frac{H^2}{2\gamma} \left(\frac{\partial A_{wp}}{\partial h} \right) + \frac{H}{\gamma} A_B, \quad (11)$$

gdzie H określa wysokość ortometryczną punktu z modelu etopo1-2250, γ przyspieszenie normalne na elipsoidzie dla szerokości geodezyjnej danego punktu,

A_B wartość anomalii grawimetrycznej Bouguera wyznaczoną z modelu XGM2019e do stopnia i rzędu rozwinięcia harmonik sferycznych równego

5540 oraz $\frac{\partial A_{wp}}{\partial h}$ zdefiniowaną jako różnica między normalnym gradientem pionowym (równym $-0,3086$ mGal/m) a rzeczywistym gradientem pionowym uzyskanym w trakcie pomiarów. N i ζ to odpowiednio odstęp geoidy od elipsoidy oraz anomalia wysokości.

3. Obszar badań

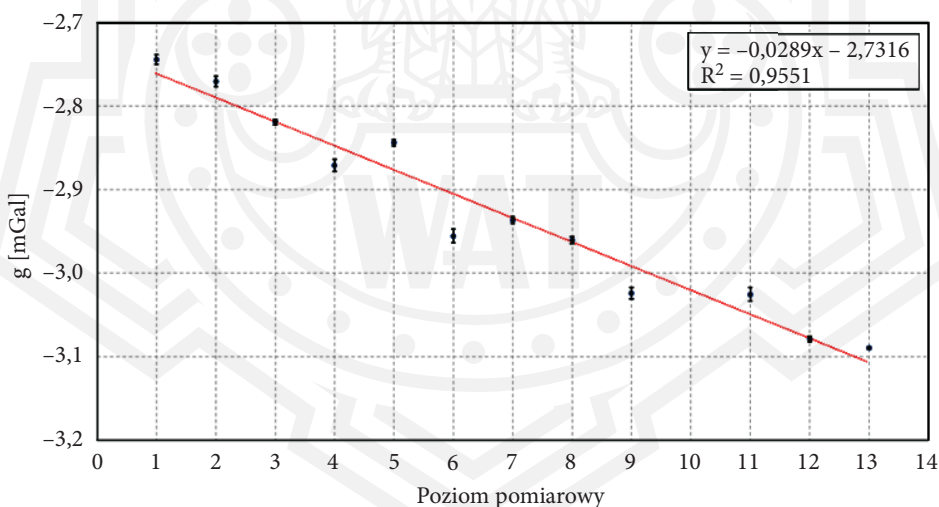
Obszar badań obejmował teren zamknięty WAT o zasięgu od $52^{\circ}14'53''N$ do $52^{\circ}15'29''N$ szerokości geograficznej oraz od $20^{\circ}53'53''E$ do $20^{\circ}54'29''E$ długości geograficznej. Gradienty pionowego przyspieszenia siły ciężkości wyznaczono dla lokalizacji 18 punktów poziomej osnowy geodezyjnej oraz 15 punktów wysokościowej osnowy geodezyjnej. W przypadku punktów osnowy wysokościowej 12 punktów ma stabilizację ścienną (punkty Rp 105, Rp 110 i Rp 111 są punktami naziemnymi). Wybrane punkty obu typów osnowy usytuowane są w każdej części badanego terenu, jednak ich rozmieszczenie jest nieregularne (rys. 2). Najwięcej punktów występuje w północnej i wschodniej części analizowanego obszaru, natomiast najmniej w części południowej. Gęstość punktów osnowy wynosi ok. 1 pkt/1,7 ha.

4. Wyniki i dyskusja

W pierwszym etapie badań sprawdzono charakter zmian wartości gradientu pionowego w zależności od wysokości pomiaru przyspieszenia siły ciężkości nad wybranym punktem pomiarowym. W tym celu wykonano pomiar przyspieszenia siły ciężkości na punkcie Rp 105 na każdym z trzynastu dostępnych poziomów wysokości statywu. Punkt Rp 105 wybrano z uwagi na jego lokalizację w centralnej części badanego obszaru WAT oraz jego naziemną stabilizację. Metoda pomiaru opierała się na wyznaczeniu gradientu pionowego przyspieszenia pomiędzy kolejnymi poziomami statywu oddalonymi o 0,1 m. Ostatecznie w obliczone wartości gradientu wpasowano prostą najlepszego dopasowania za pomocą MNK (rys. 3).

Wyniki na rysunku 3 pokazują, że wartości gradientu pionowego przyspieszenia siły ciężkości zmieniają się w przybliżeniu liniowo (współczynnik determinacji R^2 wynoszący ponad 80%). W poprzednich badaniach (m.in. [2], [37], [19]) udowodniono, że zmiana pionowego gradientu przyspieszenia siły ciężkości wraz z wysokością (np. pod wpływem lokalnej topografii) jest największa na wysokości kilkudziesięciu centymetrów nad ziemią i może być traktowana również jako funkcja drugiego rzędu, podczas gdy około 40 m nad ziemią nieliniowość pionowego gradientu zanika.

Większość pomiarów przedstawionych na rysunku 3 zlokalizowana jest w pobliżu najlepiej wpasowanej prostej, wyjątkiem jest pomiar na poziomie 10 (przedstawiony w tabeli 1, lecz nieuwzględniony graficznie na rysunku 3 ani w procesie wyliczania współczynnika kierunkowego prostej metodą najmniejszych kwadratów), najbardziej odstający od pozostałych, dla którego uzyskaliśmy również największe odchylenie standardowe (0,0085 mGal przy medianie wszystkich trzynastu błędów pomiarowych równej 0,0057 mGal, a minimalnej wartości na poziomie 13 równej 0,0015 mGal). Prawdopodobnie jest to związane z chwilowymi warunkami zewnętrznymi wokół stanowiska pomiarowego, tj. zaburzeniami spowodowanymi przez osoby trzecie, obiekty przemieszczające się w trakcie pomiaru (np. samochody), lub błędem obserwatora. Współczynnik kierunkowy zdefiniowanej prostej jest równy $-0,0289$, co w omawianym przypadku daje zmiany gradientu pionowego równe $-0,2890$ mGal/m. Dla kontroli uzyskanych wyników obliczono gradient pionowy pomiędzy pierwszym i ostatnim poziomem wysokości statywu. W rezultacie uzyskano gradient równy $-0,2880$ mGal/m. Obie wartości różnią się w granicach mediany dokładności wyznaczenia gradientu, wynoszącej $0,0212$ mGal/m (tabela 2). Z tego względu na pozostałych punktach wykonano pomiary jedynie na trzech poziomach wysokości statywu, tj. poziomie najbliższym i najdalszym od punktu pomiarowego oraz wybranym pomiędzy nimi poziomie środkowym (rys. 1). Po opracowaniu odczytów z grawimetru wyznaczono pionowy gradient przyspieszenia siły ciężkości łącznie na 33 punktach osnowy WAT, których wartości przedstawiono w tabeli 2.



Rys. 3. Wykres pomierzonych wartości przyspieszenia siły ciężkości na punkcie Rp 105 (niebieskie koła) wraz z błędami pojedynczych pomiarów, prostą najlepszego dopasowania (czerwona linia) wyznaczoną metodą najmniejszych kwadratów oraz wartością współczynnika determinacji R^2 . Na osi pionowej przedstawiono względną wartość g w jednostkach przyspieszenia siły ciężkości

TABELA 2

Wartości gradientu pionowego przyspieszenia siły ciężkości pomierzone na 33 punktach osnowy geodezyjnej WAT. W kolejnych kolumnach podano odchylenie standardowe wyznaczonego gradientu, współczynnik determinacji R^2 opisujący odchylenie punktów od prostej oraz procentowe odchylenie od wartości normalnej gradientu równej $-0,3086$ mGal/m

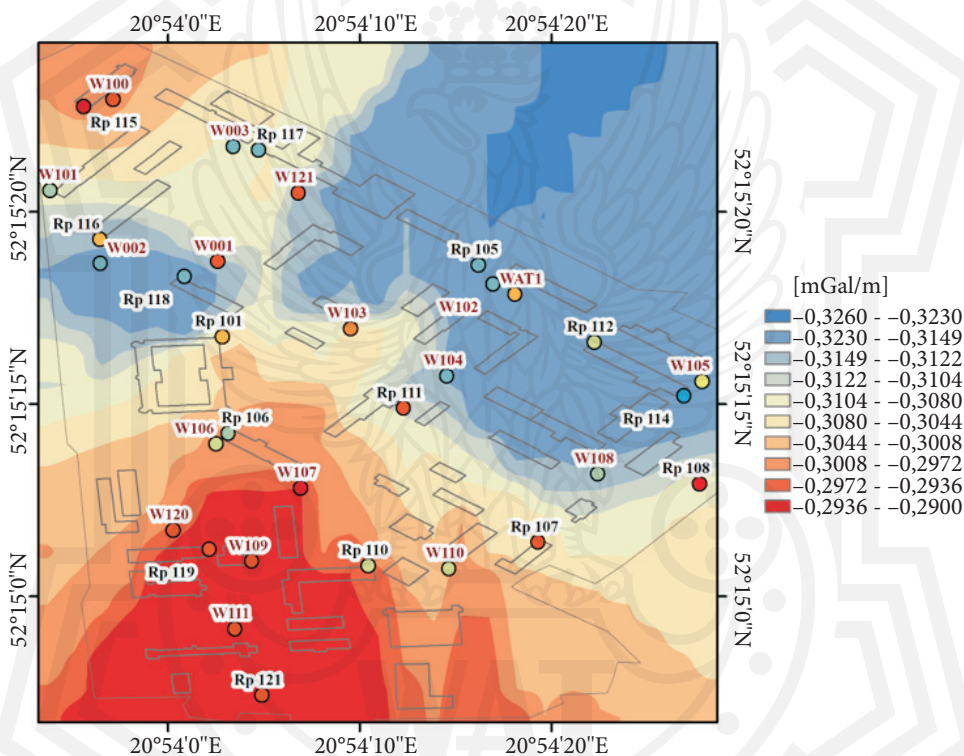
Punkt	Wzz [mGal/m]	sWzz [mGal/m]	R^2	Odchylenie od wartości normalnej [%]
Rp 101	-0,2978	0,0706	0,9822	3,5
Rp 105	-0,2890	0,0234	0,9551	6,4
Rp 106	-0,3249	0,0118	0,9994	-5,3
Rp 107	-0,2897	0,0000	1,0000	6,1
Rp 108	-0,2534	0,0196	0,9973	17,9
Rp 110	-0,3085	0,0008	1,0000	0,0
Rp 111	-0,2889	0,0212	0,9970	6,4
Rp 112	-0,3054	0,0784	0,9786	1,0
Rp 114	-0,3917	0,0269	0,9973	-26,9
Rp 115	-0,2558	0,0398	0,9907	17,1
Rp 116	-0,2983	0,0043	0,9999	3,3
Rp 117	-0,3397	0,0285	0,9971	-10,1
Rp 118	-0,3638	0,0419	0,9919	-17,9
Rp 119	-0,2882	0,0384	0,9932	6,6
Rp 121	-0,2835	0,0101	0,9994	8,1
W001	-0,2754	0,0202	0,9976	10,8
W002	-0,3602	0,0565	0,9839	-16,7
W003	-0,3357	0,0063	0,9998	-8,8
W100	-0,2747	0,0150	0,9984	11,0
W101	-0,3239	0,0273	0,9969	-5,0
W102	-0,3353	0,0124	0,9993	-8,7
W103	-0,2945	0,0063	0,9998	4,6
W104	-0,3707	0,0092	0,9997	-20,1
W105	-0,3029	0,0541	0,9882	1,8
W106	-0,3129	0,0030	1,0000	-1,4
W107	-0,2570	0,0413	0,9902	16,7
W108	-0,3262	0,0000	1,0000	-5,7
W109	-0,2893	0,0218	0,9975	6,3
W110	-0,3115	0,0000	1,0000	-0,9
W111	-0,2897	0,0242	0,9970	6,1
W120	-0,2732	0,0212	0,9966	11,5
W121	-0,2734	0,0781	0,9748	11,4
WAT1	-0,2968	0,0587	0,9860	3,8

Odchylenie standardowe (sW_{zz}) wyliczone na podstawie macierzy wariancyjno-kowariancyjnej MNK waha się od 0 do 0,0784 mGal/m, przy medianie 0,0212 mGal/m. Wyznaczone wartości współczynnika determinacji R^2 podkreślają liniowy charakter zmian gradientu dla wszystkich punktów. Współczynnik determinacji wynosi co najmniej 95% dla wszystkich punktów; dla 26 punktów współczynnik jest większy niż 99%. Dla pięciu punktów (Rp 107, Rp 110, W106, W108, W110) uzyskano idealne liniowe zmiany gradientu ($R^2 = 100\%$). Otrzymane wartości różniły się od wartości normalnej zarówno *in plus*, jak i *in minus*. Niemal idealną zgodność otrzymano tylko na punkcie Rp 110, na 20 z nich otrzymano wartość większą od nominalnej, natomiast na 12 – mniejszą. Wartości procentowe różnic wahają się od -26,9% do +17,9%, przy medianie równej 7,6% (6,4% dla wartości dodatnich oraz -8,7% dla wartości ujemnych). Należy tu jednak zauważyć, że wartość normalna jest informacją czysto teoretyczną, wyliczoną przy wielu założeniach i stosowaną tylko wtedy, gdy nie ma informacji o gradientach rzeczywistych [38], [39].

Wartości gradientów przedstawione w tabeli 2 wyinterpolowano do regularnej siatki geograficznej (rys. 4) z wykorzystaniem interpolacji metodą krigingu. Metodę oraz rozdzielczość siatki wybrano na podstawie najlepszego dopasowania wartości punktowych do otrzymywanej siatki. Ostatecznie w badaniach wykorzystano metodę krigingu z semiwariogramem kołowym do wyznaczenia siatki o rozdzielczości przestrzennej $1,4'' \times 1,4''$. Zmiany gradientu przedstawione na rysunku 4 pokazują malejący charakter wartości gradientu w centralnej części obszaru w kierunku wschodnim i zachodnim oraz wzrost gradientu w kierunku północnym i południowym. Należy zwrócić uwagę, że wszystkie wyznaczone gradienty pionowe mają wartość ujemną. W związku z tym uzyskane w badaniach najmniejsze wartości gradientu pionowego mają największy wpływ na zmianę wartości wyznaczanego przyspieszenia siły ciężkości i odwrotnie — największe wartości gradientu pionowego mają najmniejszy wpływ na zmianę wartości przyspieszenia siły ciężkości. Minimalne wartości gradientu pionowego (poniżej -0,3200 mGal/m) uzyskano w północno-wschodniej oraz w zachodniej części badanego obszaru. Najmniejsza wartość gradientu wynosi -0,3917 mGal/m dla Rp 114 (wschodnia część obszaru) w przypadku pomiarów punktowych. Maksymalne wartości (powyżej -0,3000 mGal/m) uzyskano w północno-zachodniej i południowej części badanego obszaru. Największą wartość gradientu równą -0,2534 mGal/m otrzymano dla Rp 108 (zachodnia część obszaru). Analizując gradienty wyinterpolowane do regularnej siatki, otrzymano średnie zmiany gradientu pionowego rzędu -0,3072 mGal/m z odchyleniem standardowym równym 0,0336 mGal/m.

W kolejnym etapie badań wyinterpolowane wartości gradientu pionowego porównano z rozkładem przestrzennym zmian topografii terenu (rys. 5) oraz gęstości skorupy ziemskiej (rys. 6). W przypadku wysokości najmniejsza wartość dla obszaru opracowania wynosi 105,84 m, a wartość największa sięga 108,72 m. Teren jest nizinny z niewielkim nachyleniem. Wartości wysokości maleją w kierunku

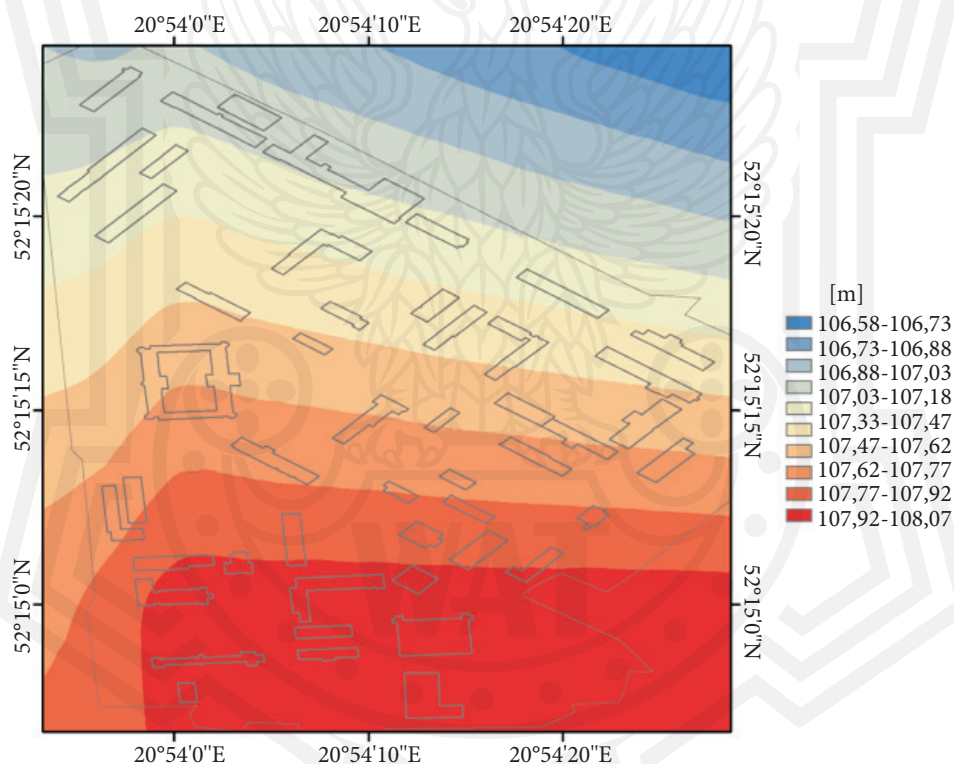
północno-wschodnim oraz rosną w kierunku południowym. Średnia wysokość badanego obszaru to 107,31 m. Wyinterpolowane wartości gradientu pionowego przyspieszenia siły ciężkości (rys. 4) wykazują podobieństwo z topografią terenu, widać wyraźną spójność w rozkładzie przestrzennym maksymalnych i minimalnych wartości obu zmiennych (rys. 5). W północno-wschodniej części obszaru uzyskano minimalne wartości dla gradientu pionowego (rys. 4) i topografii (rys. 5), które na ogół rosną w kierunku południowym.



Rys. 4. Mapa rozkładu przestrzennego wartości gradientu pionowego przyspieszenia siły ciężkości wyinterpolowanego metodą kriginu na terenie zamkniętym Wojskowej Akademii Technicznej

W przypadku gęstości skorupy ziemskiej (rys. 6) uzyskano wartości z przedziału od 2,39 g/cm³ do 2,49 g/cm³. Badany obszar charakteryzuje się średnią gęstością rzędu 2,42 g/cm³. Wartości gęstości maleją z północno-zachodniej do południowo-wschodniej części regionu, podobnie do zmian rozkładu wysokości terenu (rys. 5). Porównując uzyskane wartości z gradientem pionowym, zauważalna jest również spójność przestrzenna obu parametrów, ale nie tak wyraźna jak w przypadku topografii, z uwagi na fakt, że na tak małym obszarze kontrast gęstości utworów podpowierzchniowych jest bardzo mały. Zauważalne jest występowanie wartości

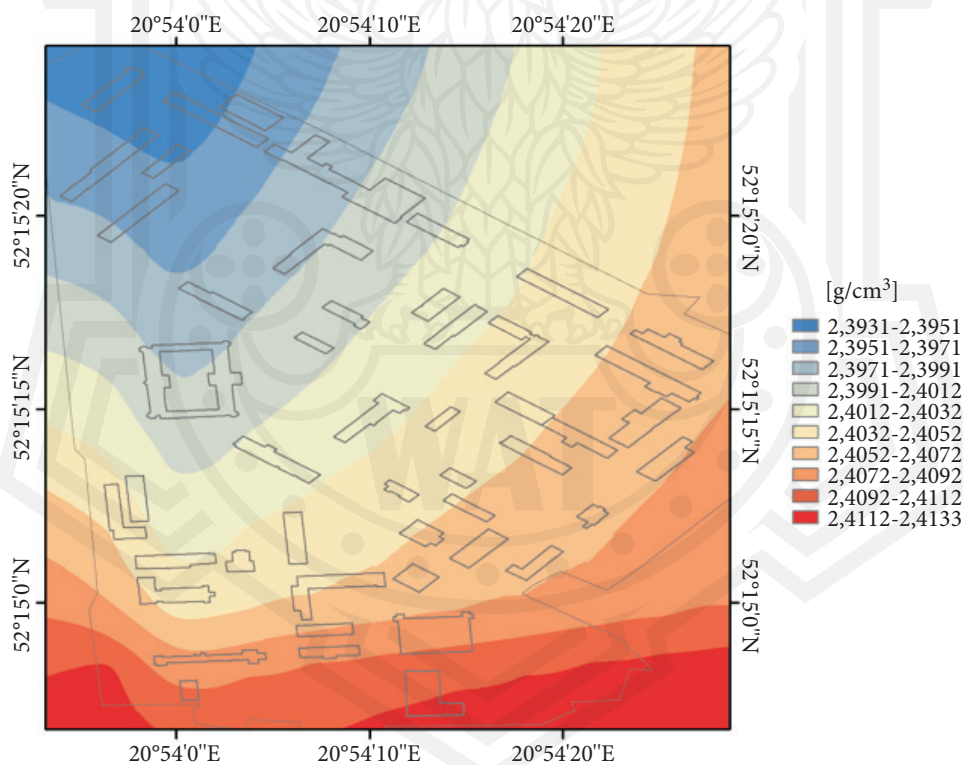
minimalnych w północnej oraz maksymalnych w południowej części obszaru dla obu wielkości. Jednak w przypadku gradientu pionowego wartości rosną z północno-wschodniej do południowo-zachodniej części obszaru WAT, a w przypadku gęstości z północno-zachodniej do południowo-wschodniej. Warto zaznaczyć, że dla gradientu pionowego zauważalne są również maksymalne wartości w północno-zachodniej części obszaru. Brak idealnego dopasowania zmian wartości obu parametrów może wynikać z niedoszacowania wartości zmian pola grawitacyjnego dla wykorzystanego modelu i/lub jego rozdzielczości przestrzennej; modele nie są w stanie idealnie odzwierciedlić zmian występujących w skorupie ziemskiej wynikających z lokalnych czynników, głównie czynników antropogenicznych jak m.in. aktualny rozkład obiektów wokół punktu (budowa budynków, wykopy itp.).



Rys. 5. Rozkład przestrzenny topografii na terenie zamkniętym Wojskowej Akademii Technicznej

Na koniec zbadano zależność pomiędzy rozkładem przestrzennym pionowego gradientu przyspieszenia siły ciężkości a rozkładem utworów podpowierzchniowych, wykorzystując mapy geologiczne udostępniane przez PIG. W badaniach wykorzystano mapę geologiczną utworów podpowierzchniowych (rys. 7a) oraz mapę litogenetyczną (rys. 7b). Analizując mapę geologiczną, badany obszar położony

jest na utworach czwartorzędowych z epoki plejstocenu i holocenu. Dominują głównie piaski wodnolodowcowe charakteryzujące się miąższością od kilku do kilkunastu metrów, miejscami (północno-wschodnia i południowa część) położone na glinach zwałowych oraz niewielki obszar piasków humusowych w południowej części obszaru charakteryzujących się miąższością do 4 m. Region glin zwałowych występujących w północno-wschodniej części WAT pokrywa się z minimalnymi wartościami wyznaczonego gradientu pionowego, zaś regiony piasków humusowych oraz piasków wodnolodowcowych położonych na glinach zwałowych występujące w południowej części WAT pokrywają się z maksymalnymi wartościami gradientów pionowych (rys. 4). W przypadku mapy litogenetycznej (rys. 7b) zauważono podobne zależności pomiędzy litologią a gradientem pionowym. Mapa litogenetyczna również wskazuje na dominację piasków wodnolodowcowych z miejscami występującymi glinami i piaskami torfowymi, aczkolwiek zasięg powierzchniowy glin i piasków torfowych jest już mniejszy niż w przypadku mapy geologicznej.

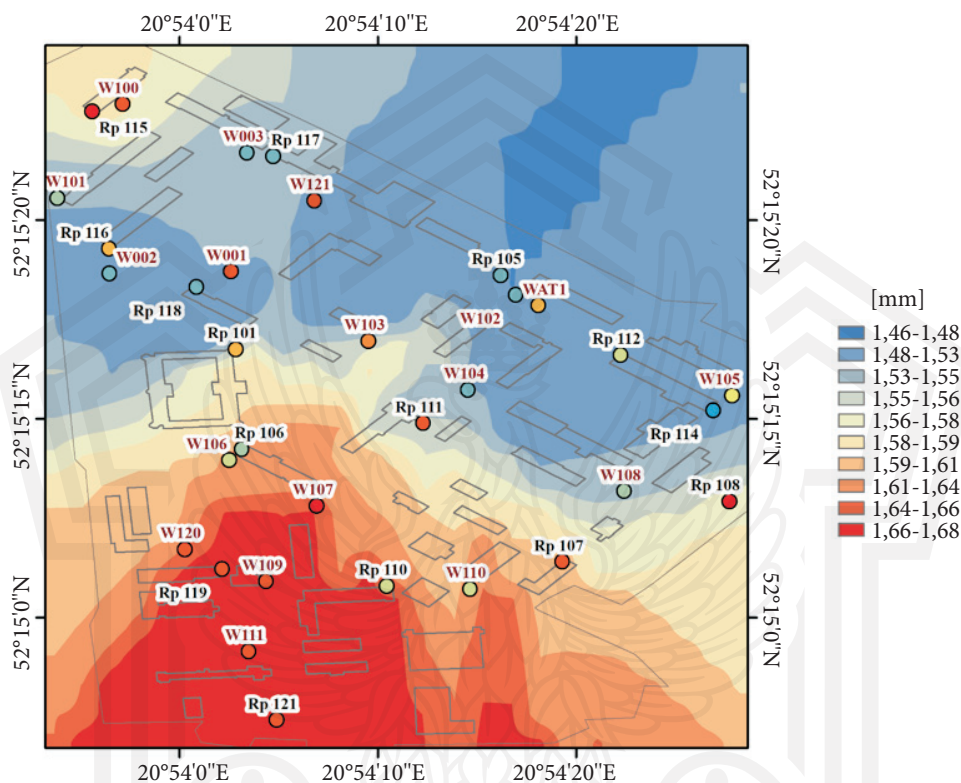


Rys. 6. Rozkład przestrzenny gęstości skorupy ziemskiej na terenie zamkniętym Wojskowej Akademii Technicznej



Rys. 7. Mapa geologiczna (a) oraz litogenetyczna (b) terenu zamkniętego Wojskowej Akademii Technicznej. Mapy opracowano na podstawie geoportalu Państwowego Instytutu Geologicznego

W ostatnim etapie badań oceniono wpływ wyznaczanego gradientu pionowego na odstęp geoidy od quasi-geoidy [23]. Obie powierzchnie są wykorzystywane jako odniesienie w geodezji, a ich odległość może mieć wpływ na redukcje stosowane podczas pomiarów niwelacyjnych. W skrajnych przypadkach (obszar Himalajów) odstęp ten może sięgać nawet do 3,4 m. W [23] wykazano, że w okolicach Grybowa (powiat nowosądecki, województwo małopolskie) dla wysokości w granicach od około 300 m do 700 m n.p.m. wkład anomalii gradientu (różnicy pomiędzy gradientem rzeczywistym wyznaczonym w terenie a gradientem średnim równym $-0,3086 \text{ mGal/m}$) sięga nawet do 15 mm. W tej pracy pokazano, że przyjęcie gradientu rzeczywistego w porównaniu do gradientu średniego powoduje wahania w wartościach odstępów geoidy od quasi-geoidy w granicach od 1,1 mm w północno-wschodniej części do 1,9 mm w południowej części obszaru WAT. Uzyskano średnią wartość równą 1,6 mm z odchyleniem standardowym 0,20 mm dla analizowanych odstępów. Ich rozkład przestrzenny przedstawiono na rysunku 8. Często tego typu wielkości są pomijane w podstawowych pomiarach geodezyjnych, ale w przypadku np. precyzyjnych pomiarów niwelacyjnych odchylenia rzędu milimetrów są już znaczące. W związku z tym przeprowadzone analizy dowodzą, jak istotne jest uwzględnianie rzeczywistych wartości pionowego gradientu przyspieszenia siły ciężkości zamiast ich wartości normalnych.



Rys. 8. Rozkład przestrzenny odstępów geoidy od quasi-geoidy wyznaczonego względem średniego gradientu pionowego dla terenu zamkniętego Wojskowej Akademii Technicznej

5. Podsumowanie i wnioski

W pracy podjęto się zbadania pionowego gradientu przyspieszenia siły ciężkości na terenie zamkniętym Wojskowej Akademii Technicznej pod kątem charakteru jego zmian w zależności od wysokości, rozkładu przestrzennego, jak również zależności od własności Ziemi oraz jego wpływu na odstęp geoidy od quasi-geoidy na badanym terenie. Do tego celu wykorzystano grawimetr sprężynowy firmy ZLS typu Burris model B-67 oraz statyw specjalnie skonstruowany do tego typu wyznaczeń. Do porównania i oceny wyników wykorzystano model pola grawitacyjnego Ziemi i model topografii udostępniane przez serwis ICGEM oraz mapy geologiczne udostępniane przez Państwowy Instytut Geologiczny.

W badaniach wykazano, że przyspieszenie siły ciężkości na badanym terenie zmienia się w zasadzie liniowo wraz z wysokością. Wartości gradientu obliczonego dla każdego z trzynastu poziomów wysokości statywu wyznaczone na podstawie

dopasowania z wykorzystaniem metody najmniejszych kwadratów zgadzają się z gradientem pionowym wyznaczonym dla ekstremalnych wysokości statywu w granicy błędu statystycznego. Wykazano, że najmniejsze wartości gradientu występują w północno-wschodniej części obszaru WAT, a największe w części południowej. Ponadto rozkład przestrzenny badanego gradientu jest spójny z obszarami występowania minimalnych i maksymalnych wysokości terenu oraz wartości gęstości skorupy ziemskiej. Pokazano również, że rozkład przestrzenny wartości wyznaczonych gradientów pionowych jest częściowo spójny z rodzajem utworów powierzchniowych terenu, wskazano zależności ekstremalnych wartości gradientu z położeniem glin i piasków humusowych. Na koniec wykazano istotny wpływ zastosowania rzeczywistej wartości gradientu pionowego wyznaczonego w terenie na wielkość odstepu geoidy od quasi-geoidy w porównaniu do wartości średniej gradientu. Dla obszaru WAT uzyskano odstepy dochodzące do niemal 2 mm, co we współczesnej geodezji jest wartością istotną.

Przedstawione w pracy wyniki podkreślają również istotność gradientu pionowego w wyznaczeniu precyzyjnych wartości poprawek inżynierskich (wykorzystanie gradientu do poprawek wysokościowych w opracowaniu pomiarów grawimetrycznych) czy przyspieszenia siły ciężkości w punktach. Ma to duże znaczenie w przypadku grawimetrii poszukiwawczej (wykrywania złóż minerałów, podziemnych cieków wodnych czy jaskiń). Z uwagi na istotność wyników dalsze prace będą się koncentrować na badaniach możliwości zastosowania gradientu pionowego przyspieszenia siły ciężkości w zaspokajaniu potrzeb wojska, m.in. do poszukiwania większych obiektów podziemnej infrastruktury wojskowej. Badania te mogą w znaczący sposób ułatwić czynności rozpoznawcze przeprowadzane przez wojsko, a tym samym zwiększyć szanse na powodzenie misji i bezpieczeństwo samych żołnierzy.

Artykuł opracowany na podstawie referatu zaprezentowanego na XVII Ogólnopolskiej Konferencji Studentów Geodezji, która odbyła się w dniach 27-28 kwietnia 2023 roku na Wydziale Geoinżynierii, Górnictwa i Geologii (W6) Politechniki Wrocławskiej.

Źródło finansowania pracy — Wydział Inżynierii Lądowej i Geodezji Wojskowej Akademii Technicznej.

Artykuł wpłynął do redakcji 22.08.2023. Zatwierdzono do publikacji 11.09.2023.

Marek Weis <https://orcid.org/0009-0006-7356-4765>

Artur Leńczuk <https://orcid.org/0000-0002-9573-1302>

Jan Mikocki <https://orcid.org/0000-0001-7318-7441>

Janusz Bogusz <https://orcid.org/0000-0002-0424-7022>

LITERATURA

- [1] HANSEN D., HARTONG J., OBERS N.A., *Gravity between Newton and Einstein*, International Journal of Modern Physics D, 28, 14, 2019, 1944010.
- [2] TORGE W., *Gravimetry*, Walter de Gruyter, New York – Berlin, 1989.
- [3] PERSSON A., *How do we understand the Coriolis force?*, Bulletin of the American Meteorological Society, 79, 7, 1998, 1373-1386.
- [4] KRÓLIKOWSKI C., SAS-UHRYNOWSKI A., *Zmiany czasowe siły ciężkości i pola magnetycznego Ziemi w SE Polsce*, Przegląd Geologiczny, 47, 1, 1999, 79-86.
- [5] PHILLIPS J.D., *Tools and Techniques: Gravitational Method*, In Treatise on Geophysics, 2015, 393-418, DOI: 10.1016/b978-0-444-53802-4.00197-4.
- [6] MELCHIOR P., *Earth tides*, Geophysical Surveys, 1, 1974, 275-303, DOI: 10.1007/BF01449116.
- [7] MIKOLAJ M., REICH M., GÜNTNER A., *Resolving geophysical signals by terrestrial gravimetry: a time domain assessment of the correction-induced uncertainty*, Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 124, 2, 2019, 2153–2165, DOI:10.1029/2018JB01666.
- [8] CARBONE D., CANNANO F., GRECO F., REINEMAN R., WARBURTON R.J., *The benefits of using a network of superconducting gravimeters to monitor and study active volcanoes*, Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 124, 4, 2019, 4035–4050, DOI:10.1029/2018JB017204.
- [9] FUKUDA Y., SATO T., *Gravity Effects of Sea Level Variation at the Superconducting Gravimeter Sites, Estimated from ERS-1 and TOPEX/Poseidon Altimeter Data*, [in:] J. Segawa, H. Fujimoto, S. Okubo (eds), *Gravity, Geoid and Marine Geodesy*, International Association of Geodesy Symposia, vol. 117, 1997, Springer, Berlin, Heidelberg, DOI: 10.1007/978-3-662-03482-8_17.
- [10] BREILI K., ROLSTAD C., *Ground-based gravimetry for measuring small spatial-scale mass changes on glaciers*, Annals of Glaciology, 50, 50, 2009, 141-147
- [11] AOYAMA Y., DOI K., IKEDA H., HAYAKAWA H., SHIBUYA K., *Five years' gravity observation with the superconducting gravimeter OSG#058 at Syowa Station, East Antarctica: gravitational effects of accumulated snow mass*, Geophysical Journal International, 205, 2, 2016, 1290-1304, DOI: 10.1093/gji/ggw078.
- [12] BILKER-KOIVULA M., MÄKINEN J., RUOTSALAINEN H., NÄRÄNEN J., SAARI T. *Forty-three years of absolute gravity observations of the Fennoscandian postglacial rebound in Finland*, Journal of Geodesy, 95, 24, 2021, DOI: 10.1007/s00190-020-01470-9.
- [13] LAMBERT A., BOWER D.R., *Constraints on the usefulness of gravimetry for detecting precursory crustal deformations*, Tectonophysics, 193, 4, 1991, 369-375, DOI:10.1016/0040-1951(91)90345-S.
- [14] BOY J.P., HINDERER J., *Study of the seasonal gravity signal in superconducting gravimeter data*. Journal of Geodynamics, 41, 1, 2006, 227–233, DOI: 10.1016/j.jog.2005.08.035.
- [15] ALVAREZ O., NACIF S., SPAGNOTTO S., FOLGUERA A., GIMENEZ M., CHLIEH M., BRAITENBERG C., *Gradients from GOCE reveal gravity changes before Pisagua Mw = 8.2 and Iquique Mw = 7.7 large megathrust earthquakes*, Journal of South American Earth Sciences, 64, 2015, 273-287, DOI: 10.1016/j.jsames.2015.09.014.
- [16] CLARK R.D., *Lucien LaCoste*, The Leading Edge, 3, 12, 1984, 24-29, Society of Exploration Geophysicists, DOI: 10.1190/1.1439039.
- [17] ANDER M.E., SUMMERS T., GRUCHALLA M.E., *LaCoste & Romberg gravity meter: System analysis and instrumental errors*, Geophysics, 64, 6, 1999, 1708-1719, Society of Exploration Geophysicists, DOI: 10.1190/1.1444675.
- [18] LI Y.C., SIDERIS M.G., *Improved gravimetric terrain corrections*, Geophysical Journal International, 119, 3, 1994, 740-752.

- [19] DYKOWSKI P., *Vertical gravity gradient determination for the needs of contemporary absolute gravity measurements – first results*, Reports on Geodesy, 92, 1, 2012, 23-35.
- [20] SJOBERG L.E., *On the geoid to quasigeoid separation*, Manuscripta Geodaetica, 20, 8, 1995.
- [21] VOLGYESI L., *Local geoid determination based on gravity gradients*, Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica, 36, 2001, 153-162, DOI: 10.1556/AGeod.36.2001.2.3.
- [22] TOTH G., FOLDVÁRI L., TZIAVOS I.N., ADAM J., *Upward/downward continuation of gravity gradients for precise geoid determination*, Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica, 41, 2006, 21-30, DOI:10.1556/AGeod.41.2006.1.3.
- [23] BARLIK M., *On the contribution of the vertical gravity gradient anomalies to the separation between the geoid and Molodenskys quasigeoid (basing on the example of the geodetic test field near Grybów)*, Reports on Geodesy, 2/50, 2000, 37-52.
- [24] LEDERER M., *Accuracy of the relative gravity measurement*, Acta Geodynamica et Geomaterialia, 6, 3, 2009, 383-390.
- [25] ZLS Corporation, *User guide: Automated Burris Gravity MeterTM and UltraGrav TM Control System*, 2007, p. 67.
- [26] KOPAEV A., YUSHKIN V., JENTZSCH G., MERLET S., PEREIRA D.S., *Laboratory and field experiences with Sodin, ZLS Burris and Scintrex CG5 gravimeters*, Proc. Int. Symp. Terrestrial Gravimetry – Static and Mobile Measurements, St. Petersburg, 2007.
- [27] LEDERER M., PALINKAS V., *Thorough vertical gravity gradient determination at the Czech absolute stations*, Proc. Int. Symp. Terrestrial Gravimetry – Static and Mobile Measurements, St. Petersburg, 2007.
- [28] JENTZSCH G., *The automated Burris Gravity Meter – a new instrument using an old principle*, [in:] V.G. Peshkhonov (ed.), *Terrestrial Gravimetry: Static and Mobile Measurements (TG-SMM2007)*, Proceedings of the International Symposium, Elektropribor 2008, St. Petersburg, 21-28.
- [29] BOGUSZ J., KŁOS A., GRZEMPOWSKI P., KONTNY B., *Modelling the Velocity Field in a Regular Grid in the Area of Poland on the Basis of the Velocities of European Permanent Stations*, Pure and Applied Geophysics, 171, 6, 2014, 809-833, DOI: 10.1007/s00024-013-0645-2.
- [30] WEBSTER R., OLIVIER M.A., *Geostatistics for Environmental Scientist*, Wiley & Son, Ltd, 2007.
- [31] OLIVER M.A., WEBSTER R., *Kriging: a method of interpolation for geographical information systems*, International Journal of Geographical Information System, 4, 3, 1990, 313-332.
- [32] INCE E.S., BARTHELMES F., REISSLAND S., ELGER K., FÖRSTE C., FLECHTNER F., SCHUH H., *ICGEM – 15 years of successful collection and distribution of global gravitational models, associated services and future plans*, Earth System Science Data, 11, 2019, 647-674, DOI: 10.5194/essd-11-647-2019.
- [33] ZINGERLE P., PAIL R., GRUBER T., OIKONOMIDOU X., *The combined global gravity field model XGM2019e*, Journal of Geodesy, 94, 7, 2019, DOI: 10.1007/s00190-020-01398-0.
- [34] KVAS A., BROCKMANN J.M., KRAUSS S., SCHUBERT T., GRUBER T., MEYER U., MAYER-GÜRR T., SCHUH W.-D., JÄGGI A., PAIL R., *GOCO06s – a satellite-only global gravity field model*, Earth Syst. Sci. Data, 13, 2021, 99-118, DOI: 10.5194/essd-13-99-2021.
- [35] JĘDRZEJEWSKA M., *Zagadnienie przyjęcia stałej gęstości przy opracowaniu map anomalii Bouguera*, Instytut Geodezji i Kartografii, Warszawa 1996.
- [36] BARLIK M., PACHUTA A., *Geodezja fizyczna i grawimetria geodezyjna*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2007.
- [37] CSAPÓ G., VÖLGYESI L., *New measurements for the determination of local vertical gradients*, Reports on Geodesy, 69, 2, 2004, 303-308.

- [38] ROZSA S., TOTH G., *Prediction of vertical gravity gradients using gravity and elevation data*, [in:] F. Sanso (ed.), *A Window on the Future of Geodesy*, Proc. International Association of Geodesy Symposia, Springer, Berlin - Heidelberg, Germany, 128, 2005, 344-349, DOI: 10.1007/3-540-27432-4_59.
- [39] AKDOGAN Y.A., AHI G.O., YILDIZ H., *Free-air vertical gravity gradient modelling and its validation*, Bulletin of Geophysics and Oceanography, 63, 2, 2022, 237-248, DOI:10.4430/bgo00385.

M. WEIS, A. LEŃCZUK, J. MIKOCCI, J. BOGUSZ

Study of a vertical gravity gradient at the MUT area

Abstract. Any object on the globe, in addition to the gravitational force, is affected by the force associated with the rotation of the Earth, i.e., the centrifugal force, which together define the force of gravity. Due to various factors, both external (the influence of other celestial bodies) and internal (the inhomogeneous internal structure of the Earth), the gravity depends on the location and time of observation. The study on gravity is made possible by using extremely sensitive measuring devices called gravimeters, which are a branch of physical geodesy called geodetic gravimetry. Geodetic gravimetry is widely used in geodesy to study the shape of the geoid and the realisation of gravimetric control networks or in geophysics to detect mineral deposits, underground watercourses or caves. However, in order to obtain reliable results, it is necessary not only to measure the gravity accurately, but also to reduce these measurements adequately. This is possible by determining, among other things, the vertical gravity gradients (VGG), which are used to reduce the measured gravity values to any reference level. In our research, we focused on analysing the change in the value of VGGs in the closed area of the Military University of Technology (MUT). We used 33 points of the existing vertical and horizontal networks of the MUT for measurements. We performed the observations using ZLS Burris model B-67 spring gravimeter at several heights in the range of 0.1 m to 1.3 m using a specially constructed tripod. We showed that the values of the vertical gradients vary over the selected area from -0.2534 mGal/m to -0.3917 mGal/m. The obtained results show consistency with the spatial distribution of changes of the topography of the terrain, the density of the Earth's crust, and the type of geological formations present beneath the surface. In the study, we also showed the relevance of using the actual (measured) values of gradients to analyse geoid-to-quasigeoid separation. We have shown that taking the actual gradient values instead of their average (or modelled) values results in deviations in modelling the separation of both geodetic reference surfaces of up to 2 mm in the study area.

Keywords: gravity, vertical gravity gradient, gravimetry, geoid-quasigeoid separation

DOI: 10.5604/01.3001.0054.3652

