

Wojciech BŁAŻEJEWSKI\*, Tomasz CZAPLIŃSKI, Grażyna ZIĘTEK

Politechnika Wroclawska, Instytut Materiałoznawstwa i Mechaniki Technicznej, Wrocław

\* e-mail: wojciech.blazejewski@pwr.wroc.pl

## Metoda homogenizacji w modelowaniu materiałów kompozytowych wzmocnionych włóknem ciągłym ułożonym według wzorów mozaikowych

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono idee wyznaczania parametrów materiałowych kompozytowych zbiorników wysokociśnieniowych wytwarzanych metodą nawijania. Nerozłącznym i charakterystycznym efektem procesu nawijania jest układanie się wiązek wzmocnienia we wzorach mozaikowych, które w sposób istotny wpływają na wartości parametrów materiałowych. Zaproponowano metodę homogenizacji dwustopniowej. Pierwszy etap homogenizacji służy do wyznaczenia właściwości mechanicznych wiązki materiału kompozytowego z jednokierunkowo ułożonymi włóknami. W drugim etapie, gdy znane są już efektywne właściwości materiałowe wiązki, wyodrębniono cztery rodzaje komórek reprezentatywnych RVE (ang. Representative Volume Element) opisujące wzór mozaikowy, czyli charakterystyczne elementy geometrii wzoru. Zastosowano zarówno homogenizację analityczną (etap pierwszy) jak i numeryczną (etap drugi). Zaproponowany sposób modelowania próbek rurowych wydaje się dobrze odzwierciedlać zaobserwowane wyniki prac eksperymentalnych.

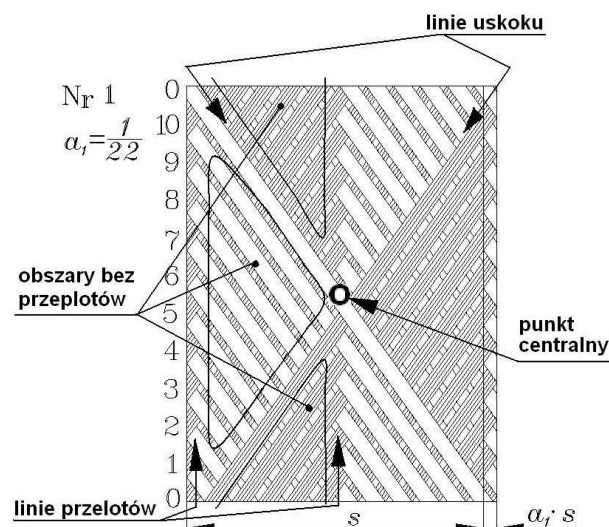
### HOMOGENIZATION METHOD FOR MODELING OF COMPOSITE MATERIALS REINFORCED WITH CONTINUOUS FIBERS LAID OUT BY MOSAIC PATTERNS

**Summary.** This paper presents the idea of determining the material parameters of composite pressure vessels manufactured by filament winding. An inseparable and characteristic effect of the winding process is the placement of reinforcement tows in mosaic patterns, which significantly affect the values of material parameters. We propose a two-stage homogenization method. The first stage of the homogenization is used to determine the mechanical properties of the composite material tow with unidirectionally aligned fibers. In the second stage, when the effective material properties of the tow are already known, four distinct types of RVE (Representative Volume Element) describing a mosaic pattern were found, i.e. the characteristic elements of the geometry of the pattern. Both analytical homogenization (first stage) as well as numeric (second stage) were used. The proposed method of modeling tube specimens seems to accurately reflect the observed results of the experimental work.

### 1. WSTĘP

Ciśnieniowe zbiorniki kompozytowe wykorzystywane w przemyśle samochodowym jak i lotniczym są ostatnimi czasy bardzo intensywnie badane. Do wytwarzania zbiorników typu 4. najnowszej generacji stosuje się jedynie metodę nawijania na mokro [1, 2]. Materiał kompozytowy uzyskany w wyniku zastosowania tej metody jest bardzo zagęszczony, wiązki włókien wzmocniających są ze sobą związane i ułożone zgodnie z zaplanowanym programem w warstwach według dobrego wzoru mozaikowego. Z wyborem wzoru mozaikowego związana jest liczba i rozmieszczenie przeplotów. W przeplotach, punktach załamania włókien, powstają koncentracje naprężeń, początki pęknięć. W okolicach przeplotów obserwuje się także lokalnie zróżnicowane udziały żywicy oraz defekty w postaci pęcherzy powietrza traktowanych jako wtrącenia. Miejsce przeplecenia jest zaburzeniem struktury i może być traktowane jako wada, karb, inicjator pęknięć itp. Wcześniejsze prace zespołu wskazują na wpływ doboru wzoru mozaikowego na powstawanie i rozwój pęknięć w materiale kompozytowym [2-4]. Wymienione prace określają wzór  $N_r1$  warstwy krzyżowej jako najbardziej korzystny, ponieważ zawiera on najmniejszą liczbę przeplotów w obszarze skoku nawijania. Na rysunku 1 przedstawiono schemat przykładowego wzoru  $N_r1$  z zaznaczonymi miejscami charakterystycznymi-

mi. Liczba przeplotów w tym wzorze wynosi 80. Dla porównania, przy tym samym wzmocnieniu wzór  $N_r2$  zawiera najwięcej przeplotów – 240, czyli 3 razy więcej (Rys. 3). Z wyników przeprowadzonych badań, przedstawionych w [4] można wnioskować, że producenci zbiorni-



Rys. 1. Szkic wzoru mozaikowego  $N_r1$  z zaznaczonymi obszarami charakterystycznymi (porównaj z Rys. 3).

ków kompozytowych przeprowadzają dobór wzorów mozaikowych w sposób przypadkowy, prawdopodobnie kierując się względami wizualnymi, związanymi z widokiem efektywnych rombów. W związku z wymienionymi wyżej zagadnieniami uznano za zasadne przeprowadzenie modelowania z wykorzystaniem wielostopniowej metody homogenizacji, która uwzględni przepływy występujące w materiale kompozytowym według wzorów mozaikowych.

## 2. MODELOWANIE WZORÓW MOZAIKOWYCH

W literaturze przedmiotu znaleziono kilka prac dotyczących modelowania elementów wytwarzanych metodą nawijania. Najbardziej interesujące to prace Morozova [5]. Scharakteryzowano w nich różne modele obliczeniowe struktur nawijanych z wzorami mozaikowymi. W zależności od specyficznych cech wytwarzania rur (metodą nawijania pod kątem  $\pm\alpha$ ), otrzymana struktura ze wzorem mozaikowym może być bardziej skomplikowana niż struktura powszechnie adaptowana jako model kątowy do analizy naprężeń laminatowych struktur kompozytowych. Pierwszy sposób modelowania przyjmuje, że struktura laminatowa złożona jest z warstw ortotropowych  $+\alpha$  i  $-\alpha$  gdzie  $i$  jest numerem warstwy. Drugi jest oparty na homogennej warstwie ortotropowej  $\pm\alpha$ . Oba wymienione podejścia do modelowania są powszechnie akceptowane i wykorzystywane przez istniejące oprogramowania do modelowania MES kompozytowych struktur laminatowych. Trzeci to rzeczywista struktura z wzorami mozaikowymi – złożona jest z dwóch warstw o orientacji włókien  $+\alpha$  i  $-\alpha$ , ale warstwy te są wzajemnie przeplecione. W efekcie nawijana struktura kompozytowa jest scharakteryzowana przez osobliwy regularny wzór mozaikowy złożony z trójkątnych, powtarzających się elementów, z naprzemiennie ułożonym wzmocnieniem pod kątem  $+\alpha$  i  $-\alpha$ .

W modelu zaproponowanym w [6] wyodrębniono trójkątne jednostki różniące się naprzemiennie kątem ułożenia wzmocnienia  $+\alpha$  i  $-\alpha$ . Liczba wiązek w tak modelowanych obszarach trójkątnych nie miała znaczenia, dlatego można się domyślać, że autorzy nie określili komórki rombowej za pomocą szerokości i liczby wiązek, czyli w oderwaniu od wzorów mozaikowych.

Autorzy [7] zaprezentowali nieliniowy model uwzględniający tzw. sfalowanie (ang. *undulation*) w strukturach elementów nawijanych. Według autorów, aby zamodelować stan sprężysty w strukturach nawijanych, należy także uwzględnić cechy mozaikowe warstwy krzyżowej, związane ze sfalowaniem. Wiąza one strukturę nawijaną części walcowej z komórką rombowa (charakterystyczna w warstwach krzyżowych – Rys. 4) oraz ze znajdującymi się w niej podkomórkami. Przeprowadzone w pracy symulacje numeryczne wykazują wpływ parametrów nawijania na sztywność nawijanych rur kompozytowych związaną z modulem osiowym. Opracowanie [7] zawiera bogaty przegląd literatury z powołaniami na osiągnięcia innych badaczy. Chodzi też o zwrócenie uwagi na właściwości wzorów mozaikowych, tzn. uwzględnienie sfalo-

wania w dwóch kierunkach; na długości części walcowej cylindra, wiązki przeplatane są naprzemiennie (raz wchodzi pod spód, a następnie wychodzą na wierzch), czyli nie tylko w jedną stronę.

W pracy [8] przedstawiono bardzo szczegółowy przegląd funkcjonujących modeli obliczeniowych oraz podkreślono, że do tej pory nie ma żadnych numerycznych i analitycznych rozważań popartych badaniami, w których rzeczywiście skrzyżowania włókien, sfalowania, nakładki są obecne w trójwymiarowej strukturze nawijanej; chodzi o analizę powtarzalnej jednostkowej komórki we wzorze mozaikowym.

W niniejszym artykule zaproponowano jeden z elementów prac prowadzonych przez autorów. W pierwszym etapie modelowania wyznaczone są efektywne parametry sprężyste. Pozwoli to na sformułowanie hipotezy wytrzymałościowej i analizę wyężenia kompozytu. Wydzielono komórkę elementarną dla splotu nawiniętego pod kątem  $\pm\alpha=45^\circ$  (Rys. 3 naszkicowane cztery typy komórek nie wymagają obrotu), zakładając idealne połączenie włókna i żywicy. Tak otrzymane wyniki porównano z wynikami badań eksperymentalnych.

## 3. METODA HOMOGENIZACJI

Założono, że modelowanie długowłóknistych materiałów kompozytowych polega na wyznaczeniu równań konstytutywnych w skali makroskopowej na podstawie znajomości właściwości materiałowych poszczególnych faz tworzących materiał kompozytowy oraz wzorów ułożenia włókien (przejście ze skali mikro- do mezo-, a następnie makro-). Znajomość właściwości kompozytu w skali makroskopowej oraz mechanizmu jego zniszczenia jest kluczowa w zastosowaniach inżynierskich. W metodach homogenizacji wykorzystuje się z możliwą dokładnością modelowanie mikrostruktury kompozytów, dlatego też stosowane modele nazywane są często w literaturze mikromechanicznymi. Wyznaczanie parametrów materiałowych (np. moduł Younga, współczynnik Poissona, współczynnik rozszerzalności cieplnej) przeprowadza się poprzez odpowiednie uśrednianie względem wybranej reprezentatywnej objętości. W skali makro struktura kompozytu nie jest intuicyjnie wyczuwalna, ale jest znana zależność między średnim naprężeniem i odkształceniem wynikająca jednak z właściwości faz i ułożenia włókien.

Modele mikromechaniczne możemy podzielić, ze względu na stosowane metody, na trzy zasadnicze grupy: empiryczne, analityczne i numeryczne. Na szczególną uwagę zasługują modele analityczne, gdyż pozwalają one na szybkie obliczenia i nie wymagają przeprowadzenia dużej ilości eksperymentów w celu kalibracji, jak ma to miejsce w modelach empirycznych. Fundamentem większości analitycznych metod homogenizacji jest „ekwiwalentna metoda odkształcenia własnego” [9, 10], która opisuje także pojedyncze eliptyczne wtrącenie w sprężystej osnowie. Dlatego też to podejście nadaje się dobrze do opisu kompozytów wzmocnianych włóknami z ewentualnymi wadami, np. w postaci pęcherzy powietrza. Na

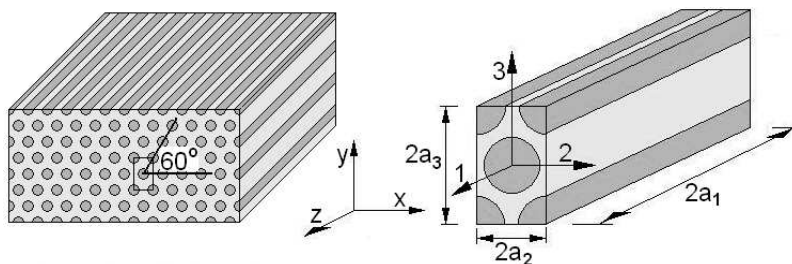
uwzględnienie interakcji między wtrąceniami pozwala metoda Mori-Tanaki [11, 12], której podstawą jest rozwiązanie przedstawione przez Eshelby'ego [9, 10].

Nie zawsze jednak modele analityczne dają zadowalające przybliżenie właściwości materiałowych kompozytu, szczególnie w przypadku skomplikowanej struktury ułożenia włókien, ponieważ przyjęte założenia nie uwzględniają istotnych elementów takiej struktury. W tej sytuacji zazwyczaj stosuje się numeryczne modele mikromechaniczne wykorzystujące głównie MES [13, 14]. Ponadto, numeryczne metody homogenizacji pozwalają, w bardzo łatwy sposób na uwzględnienie różnego rodzaju nieliniowości (np. materiałowych). Przykładem jest nieliniowa analiza mikromechaniczna MES dla zadanych ścieżek obciążenia kompozytów o osnowie metalicznej [15].

W przypadku kompozytów nawijanych szczególnie przydatne są metody zakładające periodyczność struktury. Takie kompozyty mogą być opisane przy pomocy metody Eshelby'ego [9, 10] rozszerzonej o uwzględnienie cyklicznych warunków brzegowych. Oznacza to, że przemieszczeniowe warunki brzegowe mogą być rozwijane w szereg Fouriera.

### 3.1. Reprezentatywna komórka elementarna (RVE\*)

Jednym z fundamentalnych założeń mikromechaniki jest podział kontinuum mechanicznego na kilka poziomów hierarchii (kilka skal długości). Oznacza to przykładowo, że kontinuum takie może być podzielone na makroelementy i mikroelementy. Na poziomie makro kontinuum zbudowane jest z dużej liczby punktów materialnych, a każdy z tych punktów odnosi się do poziomu mikro (mikroprzestrzeni), zawierającego dużą liczbę mikroelementów (mikrokontinuum). Jeśli taki materiał jest statystycznie jednorodny na poziomie makro, to żeby wyznaczyć jego parametry mechaniczne, należy je zbadać w dowolnym punkcie materiału na poziomie mikro. Mikrokontinuum, do którego odnosi się ten punkt jest RVE, Rys. 2.



Rys. 2. Materiał kompozytowy wzmocniony w jednym kierunku włóknem ciągłym w układzie heksagonalnym oraz wyodrębniona RVE.

Skale długości, związane z poziomem makro i mikro są relatywne. W przypadku, gdy badamy niejednorodny metal, skala mikro utożsamiana jest z długością na poziomie od nm do  $\mu\text{m}$ , a skala makro z długością na poziomie od mm do cm. W każdym przypadku ważne jest, aby tak

\* REV – representative volume element

wybrać rozmiary komórki RVE, by zawierała ona dostatecznie dużą liczbę mikroelementów, co z kolei powoduje, że statystycznie reprezentuje lokalne właściwości kontinuum. Dlatego wybrana REV musi być symetryczna co wynika z symetrii tensora sztywności.

W klasycznej mikromechanice zakłada się, że właściwości materiałowe na poziomie makro są zawsze jednorodne lecz nieznanne. Natomiast na poziomie mikro (wewnątrz RVE) niejednorodne, ale znane. Zatem zadaniem metod mikromechaniki jest wyznaczenie właściwości materiałowych na poziomie makro, tzw. „efektywne właściwości materiałowe”, które łączą uśrednione naprężenie w RVE z uśrednionym odkształceniem, czyli (1):

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_{ij} &= \bar{C}_{ijkl} \bar{\varepsilon}_{kl} \\ \bar{\sigma}_{ij} &= \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} dV \\ \bar{\varepsilon}_{ij} &= \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_{ij} dV\end{aligned}\quad (1)$$

gdzie:  $C_{ijkl}$  jest macierzą sprężystości.

W przypadku kompozytów wzmocnionych według wzorów mozaikowych, można zastosować dwustopniową homogenizację, podobnie jak dla tkanin. Pierwszy etap homogenizacji służy do wyznaczenia właściwości mechanicznych wiązki materiału kompozytowego z jednokierunkowo ułożonymi włóknami. W drugim etapie, gdy znane są już efektywne właściwości materiałowe wiązki, można wyodrębnić następną komórkę reprezentatywną opisującą wzór mozaikowy, czyli cztery charakterystyczne elementy geometrii wzoru np. przedstawione na rysunku 1. W tym przypadku jest to zastosowanie zarówno homogenizacji analitycznej (etap pierwszy) jak i numerycznej (etap drugi).

### 3.2. Homogenizacja analityczna

W pierwszym etapie homogenizacji można zastosować homogenizację analityczną, która służy do wyznaczenia parametrów materiałowych wiązki włókien stosowanych do oplotu. W prezentowanym przykładzie włók-

na mają przekrój kołowy i rozmieszczone są w osnowie w sposób heksagonalny, co pozwala wybrać REV jak na rysunku 2, co najbardziej odpowiada rozmieszeniu włókien w rzeczywistych materiałach wzmocnionych włóknami ciągłymi. Znane są także właściwości materiałowe, parametry sprężystości poszczególnych faz materiału. Przedstawiona metoda homogenizacji wykorzystuje roz-

wiązanie Eshelby'iego [9, 10] rozszerzone o uwzględnienie cyklicznych warunków brzegowych. Zgodnie z tym podejściem efektywny tensor sprężystości ma postać (2):

$$C = C^m - V_f[(C^m - C)^{-1} - P]^{-1} \quad (2)$$

$P$  – tensor opisujący geometrię wtrącenia [16,17,18],

$V_f$  – objętościowy udział włókien w kompozycie,

$C^m$  – tensor sprężystości osnowy (izotropowy),

$C^f$  – tensor sprężystości włókna (izotropowy).

W przypadku heksagonalnego rozłożenia włókien w osnowie można założyć, że efektywny tensor sprężystości kompozytu jest poprzecznie izotropowy co wynika bezpośrednio z właściwości tensora  $P$  [16,17,18] (z wyróżnieniem kierunku uprzywilejowanego) i może być zapisany w postaci macierzowej (3):

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Stąd znając składowe powyższego tensora, możemy wyznaczyć efektywne parametry sprężyste dla wiązki włókien (4):

$$\begin{aligned} E_1 &= C_{11} - \frac{2C_{12}^2}{C_{22} + C_{23}} \\ E_2 = E_3 &= \frac{(2C_{11}C_{22} - 2C_{11}C_{23} - 4C_{12}^2)(C_{22} - C_{23} + 2C_{44})}{3C_{11}C_{22} + C_{11}C_{23} + 3C_{11}C_{44} - 4C_{12}^2} \\ G_{12} = G_{13} &= C_{66} \\ \nu_{12} = \nu_{13} &= \frac{C_{12}}{C_{22} + C_{23}} \\ \nu_{23} &= \frac{C_{11}C_{22} + 3C_{11}C_{23} - 2C_{11}C_{44} - 4C_{12}^2}{3C_{11}C_{22} + C_{11}C_{23} - 2C_{11}C_{44} - 4C_{12}^2} \end{aligned} \quad (4)$$

### 3.3. Homogenizacja numeryczna

Podobnie jak analityczna, ma na celu wyznaczenie efektywnych parametrów sprężystych dla materiału niejednorodnego, na podstawie wiedzy o właściwościach faz tworzących ten materiał oraz ich cech geometrycznych wzoru (przeplotu, wiązki) – etap II. Podobnie jak w przypadku homogenizacji analitycznej wykorzystuje się tu koncepcję komórki reprezentatywnej RVE oraz przyjmuje się założenie, że materiał jest statystycznie jednorodny na poziomie makro. Homogenizacja numeryczna może być wykorzystywana zarówno w przypadku materiałów o losowo rozmieszczonych wtrąceniach jak i w przypadku materiałów z usystematyzowaną strukturą wewnętrzną. W przypadku homogenizacji wielostopniowej, homogenizacja numeryczna może być wykorzystana zarówno na poziomie mikro, np. do wyznaczania para-

metrów wiązki, jak i na poziomie mezo, do wyznaczania parametrów przeplotów. Zastosowanie MES do modelowania RVE pozwala na uwzględnienie skomplikowanych kształtów geometrycznych wtrąceń oraz umożliwia modelowanie wtrąceń o nieizotropowych właściwościach materiałowych. Ma to szczególne znaczenie podczas modelowania kompozytów wzmocnianych wiązkami włókien, kiedy niezbędne jest uwzględnienie skomplikowanej geometrii wzoru a w niej przeplotów zawierających wtrącenia w postaci kieszeni żywicznych z większym udziałem pustek powietrznych.

W przypadku homogenizacji numerycznej, kluczowe znaczenie ma takie zastosowanie cyklicznych warunków brzegowych, aby w RVE średnie pole odkształcenia było stałe. Podejście takie pozwala na otrzymanie sześciu niezależnych składowych tensora odkształcenia, poprzez zastosowanie odpowiednich przemieszczeniowych warunków brzegowych dla RVE, co w konsekwencji prowadzi do rozwiązania sześciu niezależnych zagadnień brzegowych (5).

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}_1 &= 1 & \bar{\varepsilon}_2 = \bar{\varepsilon}_3 = \bar{\varepsilon}_4 = \bar{\varepsilon}_5 = \bar{\varepsilon}_6 &= 0 \\ \bar{\varepsilon}_2 &= 1 & \bar{\varepsilon}_1 = \bar{\varepsilon}_3 = \bar{\varepsilon}_4 = \bar{\varepsilon}_5 = \bar{\varepsilon}_6 &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Postępując w ten sposób można wyznaczyć składowe macierzy sprężystości w pierwszej kolumnie. Składowe te wyznaczane są poprzez obliczenie średniego naprężenia w RVE przy zadanym jednostkowym odkształceniu (6).

$$\begin{aligned} C_{11} &= \frac{1}{V} \int_V \sigma_{11} dV \\ C_{12} &= \frac{1}{V} \int_V \sigma_{12} dV \\ C_{13} &= \frac{1}{V} \int_V \sigma_{13} dV \end{aligned} \quad (6)$$

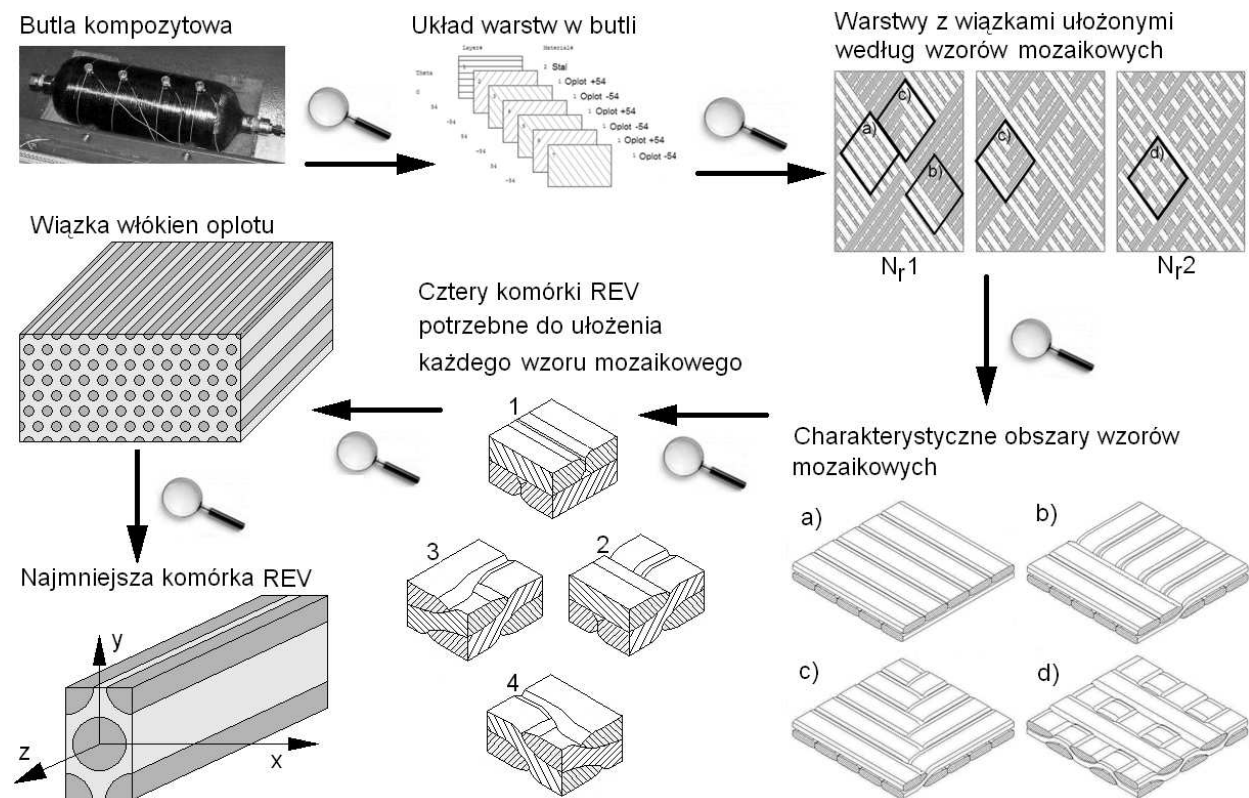
Stosując dalej tę samą procedurę można wyznaczyć wszystkie składowe tensora sprężystości, w kolejności jedna kolumna macierzy za drugą. Podobnie jak w homogenizacji analitycznej, otrzymuje się macierz sprężystości materiału kompozytowego (7) rozumianego jako ośrodek jednorodny:

$$\begin{bmatrix} \bar{\sigma}_1 \\ \bar{\sigma}_2 \\ \bar{\sigma}_3 \\ \bar{\sigma}_4 \\ \bar{\sigma}_5 \\ \bar{\sigma}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & & & \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & & & \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & & & \\ & & & C_{44} & & \\ & & & & C_{66} & \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}_1 \\ \bar{\varepsilon}_2 \\ \bar{\varepsilon}_3 \\ \bar{\varepsilon}_4 \\ \bar{\varepsilon}_5 \\ \bar{\varepsilon}_6 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Na tej podstawie wyznaczamy znane nam parametry sprężyste według zależności (4). Schemat mechanizmu homogenizacji wielostopniowej dla oplotu zbiornika ciśnieniowego przedstawiono na rysunku 3.

## 4. SYMULACJE MES

Podjęto próbę przeprowadzenia symulacji numerycznych MES w celu wyznaczenia efektywnych parametrów sprężystych. Przeprowadzono symulacje z uwzględnieniem przeplotów wiązek, tak jak w badanych wzorach



Rys. 3. Schemat ideowy mechanizmu homogenizacji wielostopniowej.

oplotów nośnych metodą homogenizacji, tzn. rozłożenie opłotu nośnego na cztery typy komórek reprezentatywnych przedstawionych na rysunku 3. Każda z komórek została zamodelowana w MES. Następnie z komórek został zbudowany opłot nośny butli, zgodnie ze wzorem mozaikowym opisanym we wcześniejszych punktach tego rozdziału. Za pomocą tego modelu będzie możliwe także symulowanie pracy opłotów z tzw. kompozytów hybrydowych (dwa rodzaje włókien w materiale, np. szklane i węglowe z przeplotami). Model obliczeniowy części walcowej butli kompozytowej wykonany został w systemie Ansys. Do dyskretyzacji modelu zastosowane zostały elementy Shell 208, które umożliwiają modelowanie struktur warstwowych z warstwami ułożonymi pod różnymi kątami względem siebie. Na obecnym etapie modelowana była tylko część walcowa butli. Parametry geometryczne tej części są następujące:

- opłot wykonany z włókna szklanego, wzór 1/17, 3 warstwy,
  - jedna warstwa zawierająca 17 wiązek pod kątem  $+54^\circ$  oraz 17 pod kątem  $-54^\circ$ ,
  - jedna wiązka zawiera 5 rowingów tex 2400 g/km,
  - grubość opłotu około 4,3 mm,
  - średnica zewnętrzna lineru 114 mm,
  - liner spawany z blachy miękkiej o grubości 1,25 mm.
- W modelu dyskretnym wyodrębnione zostało siedem warstw. Pierwsza warstwa to stalowy liner, modelowany jako ciało izotropowe (Rys. 3). Ze względu na wysokie ciśnienie, działające na butlę stalową, liner pracuje w za-

kresie sprężysto-plastycznym. Dlatego w symulacji zastosowano sprężysto-plastyczny model materiału ze wzmocnieniem izotropowym. Pozostałe sześć warstw to model opłotu z włókna szklanego. Każda z tych warstw odpowiada wiązkom ułożonym naprzemiennie pod kątem  $+54^\circ$  oraz  $-54^\circ$ . Każda wiązka opłotu, ze względu na jednokierunkowe ułożenie włókien, może być modelowana jako materiał poprzecznie izotropowy (z wyróżnionym jednym kierunkiem). Takie podejście do modelowania warstwy kompozytowej wymaga wyznaczenia dla niej efektywnych właściwości materiałowych, które są wypadkową właściwości włókna i żywicy. W prezentowanym przykładzie do wyznaczania efektywnych właściwości mechanicznych wiązki kompozytu z jednokierunkowo ułożonymi włóknami zastosowana została metoda homogenizacji. Dane materiałowe włókna i żywicy, z których wykonane są butle, są następujące (8):

$$E_f = 73 \text{ GPa}, E_m = 3 \text{ GPa}, \nu_f = 0,2, \nu_m = 0,38 \quad (8)$$

Udział objętościowy włókna przyjęto:  $V_f = 0,6$ .

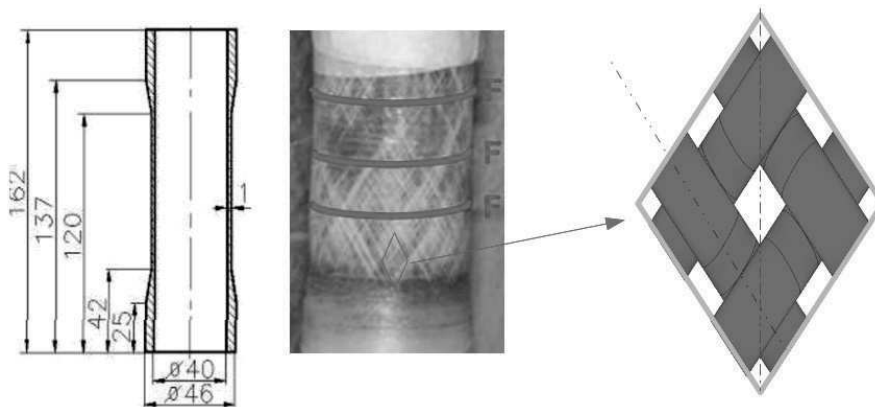
Wartości efektywnych właściwości materiałowych pojedynczej warstwy są następujące (9)(10)(11):

$$E_1 = 45,03 \text{ GPa}, E_2 = E_3 = 11,38 \text{ GPa} \quad (9)$$

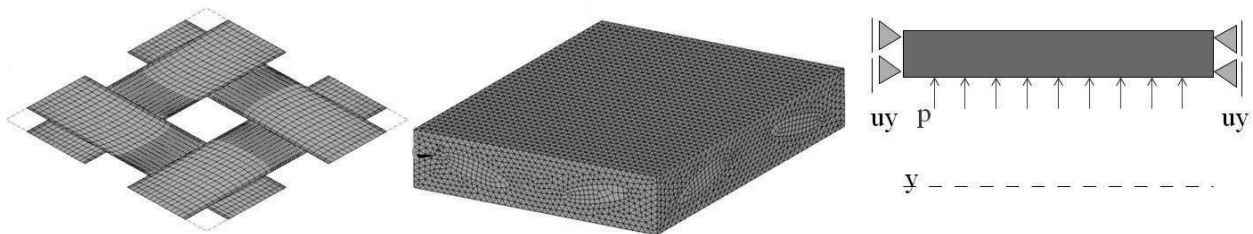
$$G_{12} = G_{13} = 3,87 \text{ GPa}, G_{23} = 3,93 \text{ GPa} \quad (10)$$

$$\nu_{12} = \nu_{13} = 0,263, \nu_{23} = 0,45 \quad (11)$$

Tak wyznaczone efektywne właściwości materiałowe użyte są następnie do modelowania sześciu warstw (wiązek) opłotu butli – Rys. 4. Pełną charakterystykę



Rys. 4. RVE – uwzględniająca przepłot wiązek, skośne ścianki wynikające z kąta ułożenia wiązek.



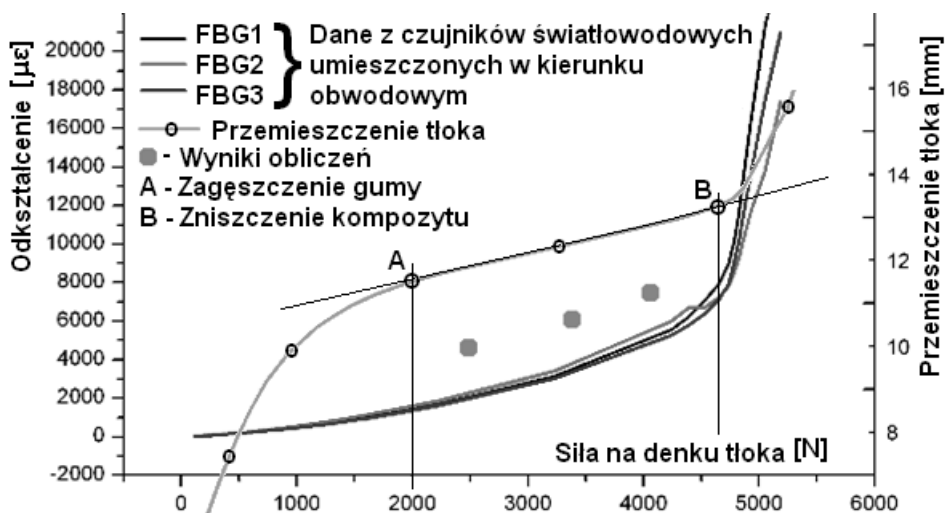
Rys. 5. Model MES komórki RVE oraz ścianki rury poddanej ciśnieniu wewnętrznemu.

warstw użytych do modelowania ścianki części walcowej butli przedstawiono na rysunku 3. Reprezentatywna komórka opisująca analizowany wariant przepłotu została przedstawiona na rysunku 4. Model części walcowej butli obciążony został ciśnieniem wewnętrznym o wartości 610 barów. Dla takiego przypadku obciążenia wyznaczone zostały mapy naprężeń w każdej warstwie kompozytu oraz w stalowym linerze. Z badań eksperymentalnych wynika, że liner stalowy przy zadanym ciśnieniu ulega całkowitemu uplastycznieniu i traci swoją nośność dla  $Re=230$  MPa. Naprężenia w pierwszej warstwie oplo-

tu osiągają wartość równą około 380 MPa. Taki poziom naprężenia może prowadzić do zniszczenia tej warstwy, co może zainicjować proces zniszczenia całej butli.

W dalszej części pracy podjęto próbę modelowania RVE zawierającej krzyżujące się włókna, tak jak na rysunku 3. Podstawową trudnością w modelowaniu tego typu struktur jest definicja cyklicznych warunków brzegowych na skośnych ściankach komórki reprezentatywnej.

W przedstawionej na rysunku 4 RVE wiązki kompozytowe tworzące przepłot modelowane były jako materiał poprzecznie izotropowy o właściwościach mecha-



Rys. 6. Porównanie wyników eksperymentalnych i obliczeniowych dla próbki rurowej.

nicznych wyznaczonych uprzednio w pierwszym kroku homogenizacji. Jedną z podstawowych trudności napotkaną przez autorów jest pracochłonność wykonywania modelu MES komórki reprezentatywnej o skośnych ścianach i jednocześnie uwzględniającej przeplot wiązek. Pracochłonność wynika głównie z konieczności odpowiedniego odtworzenia geometrii przeplatania się wiązek oraz z faktu, iż wiązki nie są materiałem izotropowym. Występowanie w wiązkach jednego kierunku uprzywilejowanego, ze względu na sztywność (moduł Young'a), wymusza odpowiednią orientację układu współrzędnych w każdym elemencie skończonym modelującym wiązki – Rys. 5.

Wyniki z obliczeń numerycznych porównane zostały z wynikami pomiarów odkształceń obwodowych w próbkach rurowych poddanych ciśnieniu wewnętrznemu (Rys. 6). Porównanie wyników wykazuje, że zaproponowane podejście do modelowania tego typu przeplotów daje zadowalające rezultaty.

## 5. WNIOSKI

Wyznaczanie stanu naprężenia i odkształcenia w butlach kompozytowych wymaga znajomości parametrów sprężystych materiału. Badanie eksperymentalne są kosztowne i dlatego poszukuje się odpowiednich metod obliczeniowych. Proponowana metoda wydaje się dawać pozytywne wyniki, a potwierdzają to badania eksperymentalne wykonane na próbkach rurowych. Badania butli przewidziano w następnym etapie prac. Rozbieżności pomiędzy wynikami eksperymentalnymi, a obliczeniowymi mogą wynikać z idealizacji geometrii wiązek i założenie o idealnym przyleganiu faz tworzących materiał kompozytowy.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] KRÓLIKOWSKI W., Polimerowe kompozyty konstrukcyjne, PWN, 2012, s. 235-241.
- [2] BŁĄŻEJEWSKI W., Zastosowanie metody tablicowej w projektowaniu oplotu kompozytowego butli wysokociśnieniowych, *Kompozyty*, 2010, 10, 2, s. 154-158.
- [3] BŁĄŻEJEWSKI W., Zasady doboru struktur nawijania zbiorników wysokociśnieniowych, *Polimery i kompozyty konstrukcyjne*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, 2008, s. 19-28.
- [4] BŁĄŻEJEWSKI W., JUSKOWIAK E., MAZULIS J., RYB-CZYŃSKI R., Analiza struktury kompozytowej ścianki nośnej zbiorników wysoko sprężonych paliw gazowych, referat konf. Poraj, *Kompozyty Teoria i Praktyka*, 2012, oraz *Kompozyty*, 2013 (w przygotowaniu).
- [5] MOROZOV E.V., The effect of filament-winding mosaic patterns on the strength of thin-walled composite shells, *Composite structures*, 2006, 76, s. 123-129.
- [6] MIAN H. H., RAHMAN H., Influence of mosaic patterns on the structural integrity of filament wound composite pressure vessels, *International J. of Structural Integrity*, 2011, 2, 3, s. 354-356.
- [7] ZINDEL D., BAKIS CH. E., Nonlinear micromechanical Model of filament-wound composites fibre undulation, *Mechanics of Composite Materials*, 03.2011, 47, 1, s. 73-94.
- [8] ZHANG Y., XIA Z., ELLYIN F., Two-scale analysis of a filament-wound cylindrical structure and application of periodic boundary conditions, *Int.J. of Solids and Structures*, 2008, 45, s.5322-5336.
- [9] ESHELBY J.D., The Determination of the Elastic Field of an Ellipsoidal Inclusion and Related Problems, *Proceedings of the Royal Society*, A241, 1957, s. 376-396.
- [10] ESHELBY J.D., The Elastic Field Outside an Ellipsoidal Inclusion, *Proceedings of the Royal Society*, A252, 1959, s. 561-569.
- [11] MORI T., TANAKA K., Average Stress in the Matrix and Average Elastic Energy of Materials with Misfitting Inclusions, *Acts Metall.*, 21, 1973, s. 571-574.
- [12] GOMMERS B., VERPOEST I., VAN HOUTTE P., The Mori-Tanaka Method Applied to Textile Composite Materials, *Acta mater.*, 46, 1998, s. 2223-2235.
- [13] LOMOV S.V., IVANOV D.S., VERPOEST I., ZAKO M., KURASHIKI T., NAKAI H., HIROSAWA S., Meso-FE modeling of textile composites: Road map, data flow and algorithms, *Composites Science and Technology*, 67, 2007, s. 1870-1891.
- [14] XIONGQIPENG, JIAN CAO, A dual homogenization and finite element approach for material characterization of textile composites, *Composites: Part B33*, 2002, s. 45-56.
- [15] TVERGAARD, V., Model studies of fibre breakage and debonding in a metal reinforced by short fibres, *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 36(1), 1988, s. 29-58.
- [16] R. LUCIANO, E. J. BARBERO, Formulas for the stiffness of composites with periodic microstructure. *t. J. Solids Structures Vol. 31, No. 21*, pp. 2933-2944, 1994
- [17] NEMAT-NASSER, S. AND TAYA, M. (1985). On effective moduli of an elastic body containing periodically distributed voids: comments and corrections. *Q. Appl. Math.* 43, 187-188
- [18] NEMAT-NASSER, S., IWAKUMA, T. AND HEJAZI, M. (1982). On composites with periodic structure. *Mech. Mater.* 1, 239-267.