



*Tadeusz SABIK\*<sup>1</sup>, Beata MILÓWKA\*\**

## **MODEL PROCESU PRODUKCYJNEGO W WEKTOROWEJ PRZESTRZENI RYZYKA OPAR- TY NA ANALOGII DO PRZESTRZENI POŁA ELEK- TROMAGNETYCZNEGO**

### *STRESZCZENIE*

Do opisu procesu produkcyjnego zastosowano model oparty na wektorowej przestrzeni waluty, unormowanej klasą norm Minkowskiego. W wyniku unormowania tej przestrzeni równoważnymi normami otrzymano przestrzenie: ekonomiczną, ryzyka, wykonawcze i decyzyjną z metrykami zadanymi przez te normy należącymi do klasy metryk Minkowskiego. Każda z tych przestrzeni umożliwia analizę i ocenę zjawiska gospodarczego:

- przestrzeń ekonomiczna, w oparciu o własne założenia i dane rynkowe, umożliwia określenie planowanych wartości i wyznaczenie efektu ekonomicznego (mierzonego w pieniądzu),
- przestrzeń ryzyka, w oparciu o dane z przestrzeni ekonomicznej i dane rynkowe, przy wykorzystaniu analogii do przestrzeni fizycznej uwzględnia ryzyko i umożliwia wyznaczenie wielkości jakościowych w obiektach ryzyka,
- przestrzeń wykonawcze, w oparciu o dane z przestrzeni ryzyka i dane rynkowe, umożliwiają wybór najkorzystniejszych wariantów,
- przestrzeń decyzyjna, w oparciu o dane z przestrzeni wykonawczych, umożliwia podjęcie decyzji o wyborze najkorzystniejszego wariantu.

**Słowa kluczowe:** *wektorowa przestrzeń walutowa, wektorowa przestrzeń ekonomiczna, wektorowa przestrzeń ryzyka, wektorowe przestrzenie wykonawcze, wektorowa przestrzeń decyzyjna, strumień wartości, napięcie zarządcze, energia zarządcza, synergia zarządcza*

---

\* MCL – Polska Sp. z o.o., 33-156 Skrzyszów 290A, e-mail: tadeusz.sabik@gmail.com

\*\* Akademia Nauk Stosowanych, 33-100 Tarnów, ul. Mickiewicza 8, email: bmilowka@wp.pl

### ABSTRACT

To describe the production process, a model based on a vector currency space, standardized with the class of Minkowski norms, was used. As a result of normalizing this space with equivalent norms, the following spaces were obtained: economic, risk, executive and decision space with the metrics induced by these norms belonging to the class of Minkowski's metric. Each of these spaces enables to analyze and evaluate the economic phenomenon:

- the economic space allows the determination of planned values and the specifying of the economic effect (measured in money) based on self-assumptions and market data,
- the risk space using the analogy to physical space and taking into account the risk based on data from the economic space and market data enables the determination of qualitative values in risk objects,
- the executive space based on data from the risk space and market data, enable a selection of the most favorable options,
- the decision space enables a decision of a choice of the most advantageous variant based on the data from the executive space.

**Keywords:** *vector currency space, vector economic space, vector risk space, vector executive spaces, vector decision space, value stream, managerial tension, managerial energy, managerial synergy*

### WPROWADZENIE

Norma w przestrzeni walutowej służy do wyznaczenia długości wektora waluty (Rzymowski, 2000). Sposób unormowania wektorowej przestrzeni walutowej czyni ją przydatną do definiowania unormowanych przestrzeni: ekonomicznej, ryzyka, wykonawczych i decyzyjnej.

#### Unormowana rzeczywista przestrzeń walutowa

W praktyce do opisu zjawisk gospodarczych zachodzących w tym samym czasie w przedsiębiorstwie stosuje się rzeczywistą przestrzeń walutową (wektorową). Unormowana  $(N-1)$ -wymiarowa przestrzeń walutowa jest przestrzenią wektorową nad ciałem  $\mathbf{K} = \mathbf{R}$ , w której długość wektora waluty  $\vec{v} = (v_1, v_2, \dots, v_{N-1})$  ze współrzędnymi w określonej bazie jest wyznaczona przez normę

$$\|\cdot\|_p = \left[ |\vec{v}_1|^p + |\vec{v}_2|^p + \dots + |\vec{v}_{N-1}|^p \right]^{\frac{1}{p}} \quad (1)$$

dla parametru  $p \in \{1, 2, 3, \dots\}$ .

Unormowana przestrzeń walutowa jest przestrzenią zupełną, gdy przestrzeń metryczna z metryką zadaną przez normę jest przestrzenią zupełną. Unormowana przestrzeń zupełna jest przestrzenią Banacha (Musielak, 1976).

Dla parametru  $p=2$  przestrzeń walutowa jest przestrzenią Hilberta, ponieważ jest ona przestrzenią Banacha i ze względu na istnienie w tej przestrzeni iloczynu skalarnego

(Musielak 1976). Pojęcie unormowanej przestrzeni walutowej obejmuje następujące unormowane podprzestrzenie, zwane dalej unormowanymi przestrzeniami:

- przestrzeń ekonomiczna,
- przestrzeń ryzyka,
- przestrzenie wykonawcze,
- przestrzeń decyzyjna.

#### Unormowana rzeczywista przestrzeń ekonomiczna

Unormowana  $(N-1)$ -wymiarowa przestrzeń ekonomiczna jest przestrzenią wektorową nad ciałem  $\mathbf{K} = \mathbf{R}$ , w której długość wektora waluty  $\vec{v} = (v_1, v_2, \dots, v_{N-1})$  ze współrzędnymi w określonej bazie jest wyznaczona przez normę miejską

$$\|\cdot\|_{City} = |v_1| + |v_2| + \dots + |v_{N-1}|. \quad (2)$$

Unormowana ekonomiczna przestrzeń walutowa nie jest (bo nie może być) wyposażona w iloczyn skalarny indukujący jej normę (por. Rzymowski 2000, s. 10). Norma miejska jest stosowana do wyznaczania długości wektora w przestrzeni ekonomicznej, m.in. do sporządzania sprawozdania finansowego, w tym bilansu, rachunku zysku i strat.

#### Unormowana rzeczywista przestrzeń ryzyka

Unormowana rzeczywista  $(N-1)$ -wymiarowa przestrzeń ryzyka jest przestrzenią wektorową nad ciałem  $\mathbf{K} = \mathbf{R}$ , w której długość wektora waluty  $\vec{v} = (v_1, v_2, \dots, v_{N-1})$  jest wyznaczona przez normę euklidesową

$$\|\vec{v}\|_{Eukl} = \sqrt{|v_1|^2 + |v_2|^2 + \dots + |v_{N-1}|^2}. \quad (3)$$

Przyjmujemy, że  $\vec{v} \rightarrow \|\vec{v}\| = \sqrt{\langle \vec{v}, \vec{v} \rangle}$  jest funkcją określającą długość wektora zadaną przez iloczyn skalarny (sposób generowania ryzyka w wektorowej przestrzeni walutowej).

Unormowana rzeczywista przestrzeń ryzyka jest wyposażona nie tylko w iloczyn skalarny (por. Topp 2015, s. 227; Griffiths 1981, s. 20; Szabatin 2007, s. 67) indukujący normę euklidesową (por. Rzymowski 2000, s. 9, 16), lecz także w iloczyn wektorowy (por. Topp 2015, s. 312-314; Griffiths 1981, s. 21-22). Norma euklidesowa jest stosowana do wyznaczania długości wektora w przestrzeni ryzyka (analogicznie jak w przestrzeni fizycznej, np. w przestrzeni pola elektromagnetycznego).

#### Unormowane przestrzenie wykonawcze

Unormowane  $(N-1)$  – wymiarowe przestrzenie wykonawcze są przestrzeniami wektorowymi nad ciałem  $\mathbf{K} = \mathbf{R}$ , w których dla ustalonej przez przedsiębiorstwo liczby naturalnej  $l \geq 3$  oraz  $p$ -tego poziomu wykonawczego, gdzie:  $p = 3, 4, \dots, l$ , długość wektora waluty  $\vec{v} = (v_1, v_2, \dots, v_{N-1})$  jest określona normą (Musielak, 1976)

$$\|\vec{v}\|_{Exe,p} = \sqrt[p]{|v_1|^p + |v_2|^p + \dots + |v_{N-1}|^p} . \quad (4)$$

Liczba przestrzeni wykonawczych jest skończona. Unormowane liniowe przestrzenie wykonawcze dla  $p = 3, 4, \dots, l$  nie są wyposażone w iloczyn skalarny.

Normy wykonawcze mogą być stosowane do wyznaczania długości wektora w przestrzeniach wykonawczych, w których porównuje się wagi znaczenia zjawiska gospodarczego we współrzędnych.

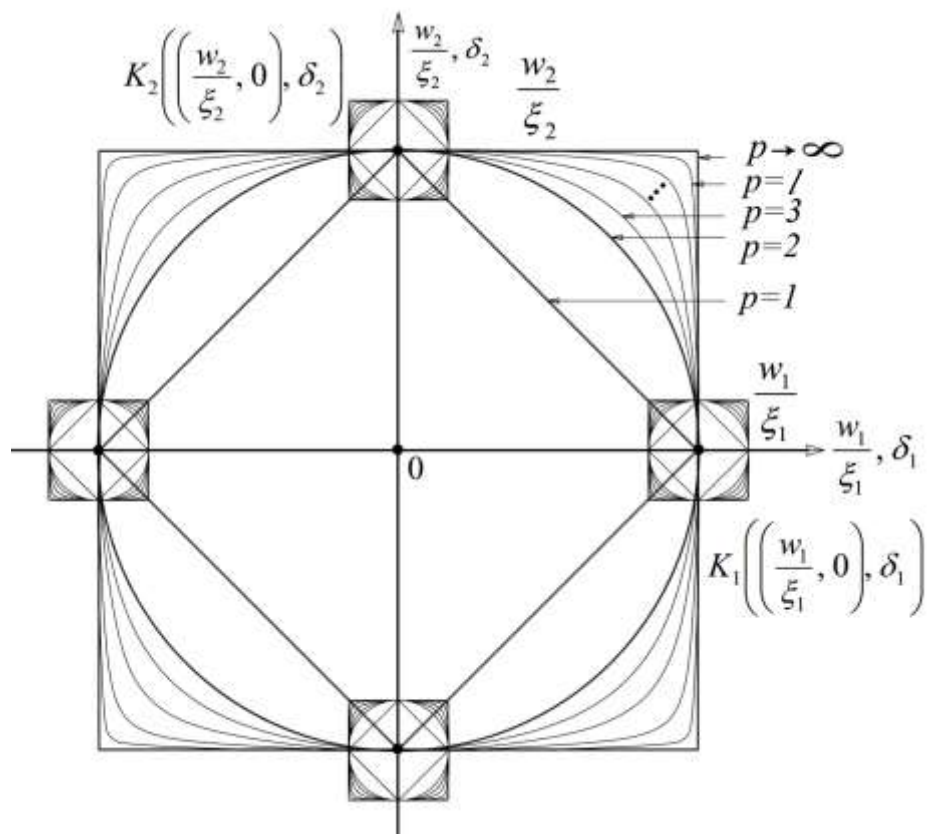
#### Unormowana przestrzeń decyzyjna

Unormowana  $(N-1)$ -wymiarowa przestrzeń decyzyjna jest przestrzenią wektorową nad ciałem  $\mathbf{K} = \mathbf{R}$ , gdzie długość wektora waluty  $\vec{v} = (v_1, v_2, \dots, v_{N-1})$  dla decyzji jest wyznaczona przez normę maksymową, zwaną inaczej normą Czebyszewa (por. Rzymowski 2000, s. 17; Szabatın 2007, s. 63-64), określoną równaniem:

$$\|\vec{v}\|_{Max} = \max(v_1, v_2, \dots, v_{N-1}) . \quad (5)$$

Unormowana walutowa przestrzeń decyzyjna nie może być wyposażona w iloczyn skalarny, który indukowałby normę maksymową. Norma maksymowa może być stosowana w przestrzeni decyzyjnej do wyboru najkorzystniejszych rozwiązań.

Przedstawione w artykule normy zadają odpowiednio metryki: ekonomiczną, ryzyka, wykonawcze, decyzyjną. Mogą one być wykorzystane w celu dokonywania wyboru wariantów prowadzącego do podjęcia decyzji. Kluczowym punktem wyjścia w rozumowaniu jest metryka Minkowskiego z parametrem  $p$ , który określa  $p$ -tą przestrzeń (inaczej  $p$ -ty poziom zarządzania). Dla parametru  $p = 1$  otrzymuje się kulę metryczną opisującą przestrzeń ekonomiczną. Kulę metryczną opisującą przestrzeń ryzyka otrzymuje się dla parametru  $p = 2$  (metryka euklidesowa). Przestrzeń ryzyka przeprowadza określony w przestrzeni ekonomicznej projekt ekonomiczny do przestrzeni decyzyjnej. Na rys. 1 przedstawiono jednostkowe kule metryczne.



**Ryssunek 1. Jednostkowe kule rzeczywiste w metrycznych przestrzeniach waluty na płaszczyźnie utworzonej ze współrzędnych 1 i 2 dla poziomów zarządzania  $p = 1; p = 2; p = 3, \dots, l; p \rightarrow \infty$ .**

Oznaczenia na rysunku 1:

- $\frac{w_1}{\xi_1} = \frac{w_2}{\xi_2}$  – jednostkowe promienie kul „wyważonej” waluty w przestrzeni walutowej na płaszczyźnie 1, 2 w przestrzeniach metrycznych: ekonomicznej, ryzyka, wykonawczych i decyzyjnej,
- $\xi_1, \xi_2 \in \mathbf{R}$  – współczynniki wymienialności własnej waluty we współrzędnych 1 i 2,
- $K_1\left(\left(\frac{w_1}{\xi_1}, 0\right), \delta_1\right)$  – kule obszaru niepewności o środku  $\left(\frac{w_1}{\xi_1}, 0\right)$  i promieniu  $\delta_1$ ,
- $K_2\left(\left(\frac{w_2}{\xi_2}, 0\right), \delta_2\right)$  – kule obszaru niepewności o środku  $\left(\frac{w_2}{\xi_2}, 0\right)$  i promieniu  $\delta_2$ .

Źródło: opracowanie własne oparte na idei przedstawionej przez Biernackiego 2006

Przedstawione na rysunku 1 jednostkowe kule metryczne nakreślają sposób prowadzenia działań przy wyborze projektu począwszy od planowania w przestrzeni ekonomicznej (parametr  $p = 1$ ), modelowanie układu obiektów ryzyka odwzorowującego proces produkcyjny w przestrzeni ryzyka (parametr  $p = 2$ ), a następnie weryfikacje, wалиdacje (parametr  $p = 3, 4, \dots, l$ ), aż do podjęcia decyzji w przestrzeni decyzyjnej (parametr  $p \rightarrow \infty$ ). Można zauważyć, że przestrzeń ryzyka jest przestrzenią przeprowadzającą zaplanowany projekt w przestrzeni ekonomicznej do przestrzeni decyzyjnej. Ze względu na podobieństwo przestrzeni ryzyka do przestrzeni fizycznej wybrano analogię do przestrzeni pola elektromagnetycznego. Linia produkcyjna, jako obiekt ryzyka może być odwzorowana przez cewkę i rezystor. Cewka odwzorowuje funkcjonalność linii produkcyjnej (charakteryzując ją parametr  $L$ ), natomiast rezystor, który posiada parametr  $R$  charakteryzuje stratność materiałowo-paliwowo-energetyczną.

### **Planowanie procesu produkcyjnego w przestrzeni ryzyka**

Planowanie procesu produkcyjnego w postaci modelu obiektu ryzyka opartego na analogii do solenoidu przedstawiono w formie przykładu. Przyjęto, że w linii produkcyjnej produkowane będą jednakowe wyroby. Dla uproszczenia założono, że wystąpi znikome zjawisko gromadzenia się zasobów w linii produkcyjnej podczas produkcji partii wyrobów (materiałów, paliw). Założenie oznacza, że pominięto pojemność zarządzczą (będącą analogią w fizyce do zjawiska gromadzenia się ładunków elektrycznych w kondensatorze elektrycznym).

Model oparto na wektorowej przestrzeni walutowej unormowanej normą euklidesową, która zadaje metrykę euklidesową. Otrzymuje się przestrzeń ryzyka analogiczną do przestrzeni fizycznej. W przykładzie zastosowano analogię do przestrzeni pola elektromagnetycznego. Wielkości stosowane w przykładzie wyraża się w jednostkach analogicznych do jednostek SI.

Zastosowano analogię procesu produkcyjnego do cewki indukcyjnej w postaci czterech solenoidów nawiniętych ściśle, posiadających wspólny rdzeń magnetyczny (Halliday i in., 2014).

Ważną cechą linii produkcyjnej jest jej zdolność do wytwarzania wyrobów, którą określa się funkcjonalnością zarządzczą. Rozróżnia się funkcjonalność zarządzczą własną, jako własną zdolność obiektu ryzyka do wytwarzania wyrobu/usługi i funkcjonalność zarządzczą wzajemną, jako zdolność do współdziałania dwóch lub więcej obiektów ryzyka przy wytwarzaniu wyrobu/usługi.

Funkcjonalność zarządzczą własną linii (obektu ryzyka) to jego zdolność do wytwarzania strumienia funkcjonalnego (strumienia wyrobów i usług różnego rodzaju – jest to analogia w fizyce do strumienia magnetycznego) powstającego w wyniku przepływu przez linię produkcyjną strumieni zasobowych. Funkcjonalność zarządzczą własną oznacza się literą  $L$ . Jest ona analogią w fizyce do indukcyjności własnej cewki (Halliday i in., 2014).

Funkcjonalność zarządzczą wzajemną oznaczona literą  $M$  jest wielkością charakteryzującą układ zarządczy przy współdziałaniu ze sobą dwóch lub więcej obiektów ryzyka, przez które przepływają strumienie zasobowe. Jest ona analogią w fizyce do indukcyjności wzajemnej cewek indukcyjnych (Halliday i in., 2014).

Zasoby linii produkcyjnej są odwzorowane za pomocą rdzenia zasobowego. Zasoby mogą obejmować: zasoby technologiczne, kompetencje zasobów ludzkich, wiedzę dotyczącą sposobów i procedur związanych z realizacją wyrobów, wiedzę dotyczącą wymagań klienta, wymagań prawnych i innych wymagań. Mogą też występować inne zasoby związane z wpływem na wytwarzanie wyrobów przez linię produkcyjną (np. przenośne przyrządy pomiarowe). Rdzeń zasobowy jest analogią w fizyce do rdzenia ferromagnetycznego gromadzącego energię magnetyczną. Charakteryzuje go przenikalność magnetyczna oznaczona literą  $\mu$ .

Założono w przestrzeni ekonomicznej, że:

- produkcja obejmie partię  $N_k$  jednakowych wyrobów (liczba),
- budżety materiałów, paliw i energii wyniosą odpowiednio:  $BU_M, BU_F, BU_E$  (PLN),
- budżety pozostałych kosztów wyniosą:  $BU_1, \dots, BU_r$  (PLN),
- czas trwania produkcji jednostkowego wyrobu jest równy  $t_1$  (t.u.),
- czas trwania produkcji partii wyrobów wynosi  $t_k$  (t.u.),
- środowisko zasobowe jest dostosowane do żądanej dokładności procesu produkcyjnego,
- personel obsługi linii posiada odpowiednie kompetencje.

Długość rdzenia zasobowego jest wyrażona wartością budżetu  $BU_P$  (PLN) dla partii wyrobów związanego z materiałami, paliwami i energią. Współrzędna, w której powstaje wyrób, zwana jest współrzędną priorytetową.

Powierzchnia przekroju rdzenia zasobowego  $S_A$  jest wyznaczona przez pozostałe budżety związane z pracą linii produkcyjnej i eksploatacją, przypadające na jednostkowy wyrób. Współrzędne tworzące jednostkową powierzchnię budżetową  $S_A$  zwane są współrzędnymi stowarzyszonymi.

Funkcjonalność zarządcza własna  $L$  jest parametrem charakteryzującym obiekt ryzyka i jest wielkością pożądaną w procesie wytwórczym, gdyż wpływa na wartość napięcia zarządczego wytworzonego na obiekcie funkcjonalnym (w linii produkcyjnej). Uwzględnia ona wszystkie budżety, zasoby i planowaną liczbą wyrobów w partii wyrobów.

## MATERIAŁ I METODY

### Podejście procesowe oraz podejście oparte na ryzyku

Podejście procesowe oraz podejście oparte na ryzyku jest sposobem zarządzania wykorzystywanym między innymi w systemie zarządzania jakością (EN ISO 9001:2015). Według normy EN ISO 9000:2015 proces definiowany jest jako „zbiór działań wzajemnie powiązanych lub wzajemnie oddziałujących, które wykorzystują wejścia procesu do dostarczenia zamierzonego rezultatu”.

Hoffman, Skrzypek (2010) wskazują, że proces może być również rozumiany jako łańcuch wartości, a każdy etap procesu ma za zadanie wносить swój wkład do powiększania wartości dodanej wytwarzanego wyrobu czy świadczonej usługi.

Przedstawiony przykład opisuje ogniwo „łańcucha wartości”, jakim jest proces produkcyjny.

Do sporządzenia modelu procesu produkcji zastosowano analogię do praw fizyki odnoszących się do pola elektromagnetycznego. Pod pojęciem wyroby rozumie się wyroby lub usługi w przestrzeni ryzyka, których wartość jest odwzorowana za pomocą wartości strumienia funkcjonalnego (analogia do strumienia magnetycznego). W artykule wykorzystano założenia modelowe przedstawione przez Sabik i Milówka (2022) na XXVIII Konferencji Naukowej Infrastruktura i Środowisko w Gospodarce o obiegu zamkniętym.

Jeżeli rozważa się wartość zaangażowania zasobów w czasie dla wytworzenia wyrobów, wówczas analizuje się zmianę strumienia funkcjonalnego w czasie, czyli określa się wartość napięcia zarządczego (analogia do napięcia elektrycznego wytworzonego w cewce elektrycznej wskutek zmiany prądu elektrycznego płynącego w obwodzie).

Gdy analizuje się straty materiałów w czasie produkcji, określa się spadek napięcia zarządczego na rezystancji zarządczej (analogia do spadku napięcia na rezystancji elektrycznej wskutek przepływu prądu elektrycznego).

Przy dokonywaniu analizy wytworzonych wyrobów określa się napięcie zarządcze panujące na wyrobach wytworzonych zgodnie z procedurami i napięcie zarządcze panujące na wyrobach wytworzonych niezgodnie z procedurami (analogia do cewki elektrycznej, w której występują rozproszenia strumienia magnetycznego).

Zastosowano przekształcenia w wektorowej przestrzeni walutowej przez iloczyny skalarne:

- współrzędne M, F, E, w których określa się budżety materiałów, paliw i energii, przekształca się na współrzędną P taką, że

$$BU_P^2 = BU_M^2 + BU_F^2 + BU_E^2, \quad (6)$$

- współrzędne 1, 2, ..., r, w których określa się pozostałe budżety kosztów związanych z wytwarzaniem wyrobów w części produkcyjnej (współrzędne stowarzyszone) przekształca się w powierzchnię budżetową taką, że

$$S_A = \pi (BU_1^2 + BU_2^2 + \dots + BU_r^2). \quad (7)$$



W celu dalszych rozważań określono:

- współrzędną priorytetową jako współrzędną, dla której określono budżet  $BU_p$  (materiały, paliwa, energia) do produkcji partii wyrobów,
- współrzędne stowarzyszone jako współrzędne, w których określono wszystkie pozostałe budżety związane z produkcją i eksploatacją linii produkcyjnej i wyznaczono dla nich powierzchnię budżetową  $S_A$ ,
- obiekt ryzyka dostaw wewnętrznych materiałów, paliw, energii, wytwarzania wyrobów i pomiarów  $O_S$ ,
- obiekt ryzyka zasobów ludzkich (obsługa linii produkcyjnej)  $O_H$ ,
- obiekt ryzyka kontroli jakości  $O_C$ ,
- obiekt ryzyka decyzyjnego zwolnienia wyrobu  $O_D$ ,
- obiekt ryzyka zasobów produkcyjnych (rdzeń zasobowy)  $O_R$ .

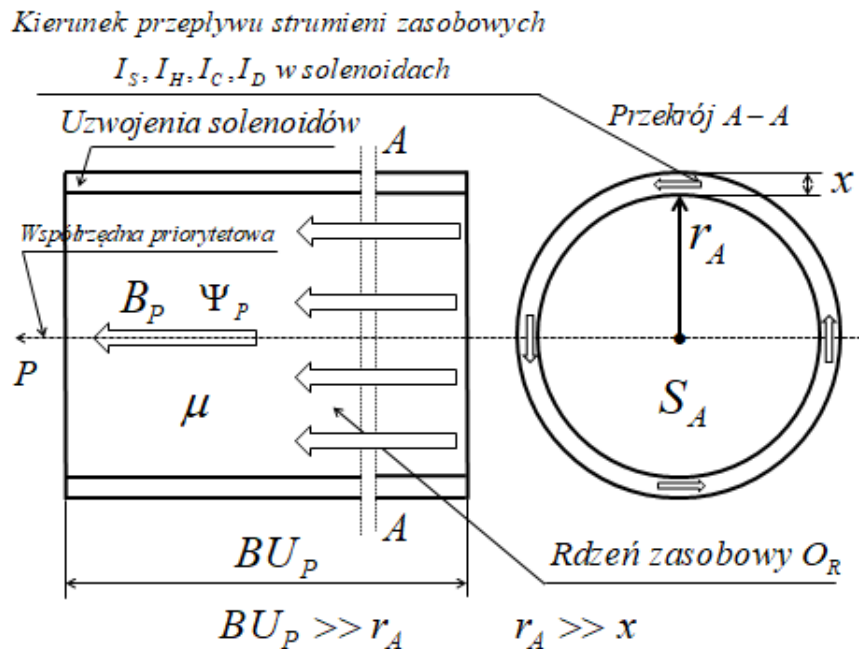
W ogólnym przypadku obiektami ryzyka mogą być: wyrób, usługa, proces, osoba, organizacja, system, zasób (EN ISO 9000:2015).

### Założenia 1

- Każdy z powyższych obiektów ryzyka posiada źródło strumienia zasobowego lub finansowego, których wartości wyraża się w jednostce  $\frac{zl}{t.u.}$  (tj. *amper zarządczy*):
  - $I_S$  – strumień zasobowy materiałów, paliw, energii,
  - $I_H$  – strumień zasobowy pracy personelu,
  - $I_C$  – strumień zasobowy pracy kontrolera jakości,
  - $I_D$  – strumień zasobowy decydenta zwalniającego wyrób (EN ISO 9000:2015),
  - $I_R$  – strumień finansowy amortyzacji zasobów,
- Wszystkie występujące w modelu obiekty ryzyka są obiektami liniowymi,
- W rozpatrywanym okresie czasu wartości budżetów są stałe (długości wektorów budżetów nie ulegają zmianie).

Jeżeli w obiekcie ryzyka  $O_R$  znajdują się aktywa, których wartość księgową jest równa zero, można im nadać wartość użytkową.

Na rysunku 2 przedstawiono model obiektu linii produkcyjnej  $O_P$  w wyniku złączenia obiektów ryzyka  $O_S, O_H, O_C, O_D, O_R$  w którym obiekt ryzyka  $O_R$  jest wspólnym rdzeniem zasobowym dla tych obiektów, a pozostałe obiekty współdziałają ze sobą (analogia w fizyce do cewek sprzężonych magnetycznie ze sobą zgodnie). Model obiektu produkcyjnego  $O_P$  jest oparty na analogii do solenoidów nawiniętych zgodnie, wykonanych z cienkich przewodników. Do solenoidów wsunięto rdzeń ferromagnetyczny  $O_R$ . Każdy solenoid odwzorowuje obiekt ryzyka (Halliday i in., 2014).



Rysunek 2. Model procesu produkcyjnego w przestrzeni ryzyka oparty na analogii w fizyce do solenoidów z rdzeniem magnetycznym

Oznaczenia na rysunku 2:

- $BU_P$  – wartość budżetu materiałów, paliw i energii dla partii wyrobów (PLN),
- $S_A$  – powierzchnia budżetowa pozostałych kosztów jednostkowego wyrobu (PLN<sup>2</sup>),
- $B_P$  – wypadkowa indukcja funkcjonalna  $\left(\frac{\text{nu.}}{\text{zł} \cdot \text{t.u.}}\right)$  (tj. tesla zarządcza),
- $\Psi_P$  – wypadkowy strumień funkcjonalny  $\left(\frac{\text{nu.} \cdot \text{PLN}^2}{\text{zł} \cdot \text{t.u.}}\right)$  (tj. weber zarządczy),
- $r_A$  – promień powierzchni budżetowej we współrzędnych stowarzyszonych (PLN),
- $x$  – warstwa solenoidów zarządczych (PLN),
- $\mu$  – tensor zaangażowania zasobów funkcjonalnych w rdzeniu zasobowym  $O_R \left(\frac{\text{nu.} \cdot \text{PLN}}{\text{zł}^2}\right)$ .

Źródło: opracowanie własne

### Planowanie budżetów we współrzędnej priorytetowej

Wartości budżetów kosztów materiałów, paliw i energii we współrzędnej priorytetowej określone są funkcjami odpowiednio do rozważanej przestrzeni metrycznej, w których metryki są zadane przez normy (por. zależność (1)).

#### Przestrzeń ekonomiczna

W przestrzeni ekonomicznej wartość budżetu  $BU_{P,City}$  we współrzędnej priorytetowej określa się według metryki miejskiej

$$BU_{P,City} = BU_M + BU_F + BU_E, \quad (8)$$

gdzie:

- $BU_{P,City}$  – budżet kosztów materiałów, paliw i energii w przestrzeni ekonomicznej (PLN),
- $BU_M$  – budżet kosztów materiałów (PLN),
- $BU_F$  – budżet kosztów paliw (PLN),
- $BU_E$  – budżet kosztów energii (PLN).

Wartość budżetu kosztów ze względu na minimum kosztów w przestrzeni ekonomicznej jest osiągana poprzez uzyskanie minimum sumy składników kosztów, wówczas

$$BU_{City,min} = \min(BU_M + BU_F + BU_E) = BU_P \text{ (PLN)}. \quad (9)$$

W przestrzeni ekonomicznej nie ma znaczenia, w której współrzędnej są minimalizowane koszty budżetu.

#### Przestrzeń ryzyka

W przestrzeni ryzyka wartość budżetu określa się według metryki euklidesowej

$$BU_{P,Euc} = \sqrt{BU_M^2 + BU_F^2 + BU_E^2}, \quad (10)$$

gdzie

- $BU_{P,Euc}$  – budżet kosztów materiałów, paliw, energii w przestrzeni ryzyka (PLN).

Wartość budżetu kosztów ze względu na minimum kosztów w przestrzeni ryzyka jest osiągana poprzez uzyskanie jak najlepszej równowagi pomiędzy kwadratami wartości każdego składnika budżetu kosztów, wówczas otrzymuje się:

$$BU_{Euc,min} = \min \left( \sqrt{(BU_M + \Delta BU_M)^2 + (BU_F + \Delta BU_F)^2 + (BU_E + \Delta BU_E)^2} \right) \quad (11)$$

gdzie:

- $BU_{P, Euc, min}$  – budżet kosztów materiałów, energii, paliw w przestrzeni ryzyka (uwzględnia wazenie ryzyka budżetowego) (PLN),
- $\Delta BU_M, \Delta BU_F, \Delta BU_E$  – ryzyka budżetów kosztów we współrzędnej priorytetowej (PLN).

Z punktu widzenia wazenia ryzyka budżetów korzystne jest dokonanie podziału budżetów, które posiadają stosunkowo dużą wartość i stosunkowo wysokie ryzyko budżetowe w porównaniu do pozostałych budżetów.

### Planowanie budżetów kosztów ze względu na ryzyko

Jeżeli dokona się podziału największego z budżetów kosztów, np. podział budżetu przeznaczanego na dostawę materiałów na dwa niezależne od siebie budżety obejmujące dostawę materiałów od dwóch różnych dostawców, wówczas funkcja  $BU_{P, Euc, min}$  osiągnie niższą wartość niż w przypadku dostawy materiałów od jednego dostawcy. Uzyskuje się podział ryzyka budżetowego na dwóch dostawców materiałów. Przyjęto, że dostawca 1. i dostawca 2. zagwarantowali ceny materiałów, w związku z tym istnieje mniejsze ryzyko dostawy materiałów. W tym przypadku wartość funkcji  $BU_{P, Euc, min}^{1,2}$ , która określa budżet kosztów w przestrzeni ryzyka wyrażona jest zależnością:

$$BU_{P, Euc, min}^{1,2} = \min\left(\sqrt{(BU_{M1} + \Delta BU_{M1})^2 + (BU_{M2} + \Delta BU_{M2})^2 + (BU_F + \Delta BU_F)^2 + (BU_E + \Delta BU_E)^2}\right). \quad (12)$$

Wartość wyznaczona według zależności (12) powinna być niższa od wartości funkcji  $BU_{P, Euc, min}$  określonej zależnością (11).

### Sprawdzenie możliwości realizacji projektu

W przestrzeniach wykonawczych wartość budżetu określa się według klasy metryk Minkowskiego dla parametru  $p=3, \dots, p=l$ , gdzie liczba  $l$  jest ustalona przez podmiot planujący budżet.

Metryki w przestrzeniach wykonawczych wykorzystuje się w celu sprawdzenia możliwości realizacji projektu. W przypadku dostaw materiału sprawdzenie może polegać na potwierdzeniu przyjętego założenia podziału ryzyka dostawy materiałów (u nas w przykładzie od dwóch dostawców) według zależności:

$$BU_{Exe,p}^{1,2} = \sqrt[p]{BU_{M1}^p + BU_{M2}^p + BU_F^p + BU_E^p}, \quad (13)$$

gdzie:

- $BU_{Exe,p}^{1,2}$  – budżet kosztów materiałów, paliw i energii w przestrzeni wykonawczej dla  $p$ -tego poziomu zarządzania, w którym dokonuje się sprawdzenia możliwości dostawy materiału.

### Podjęcie decyzji w sprawie wyboru wariantu projektu

W przestrzeni decyzyjnej dokonuje się wyboru najkorzystniejszego z możliwych wariantów przyjętego założenia podziału ryzyka budżetu na dostawę materiałów od dwóch dostawców odrzucając wartości największe otrzymane ze wzoru:

$$BU_{Max}^{1,2} = \max \left( \begin{array}{l} (BU_{M1} + \Delta BU_{M1}); (BU_{M2} + \Delta BU_{M2}); \\ (BU_F + \Delta BU_F); (BU_E + \Delta BU_E) \end{array} \right) \quad (14)$$

### Planowanie budżetów pozostałych kosztów wytworzenia partii wyrobów w przestrzeni ryzyka

We współrzędnych stowarzyszonych w przestrzeni ryzyka powierzchnia budżetowa pozostałych kosztów wytworzenia wyrobów  $S_A$  wynosi:

$$S_A = \pi (BU_1^2 + BU_2^2 + \dots + BU_r^2) (PLN^2) \quad (15)$$

gdzie:

- $BU_{A1}, BU_{A2}, \dots, BU_{Ar}$  – budżety pozostałych kosztów wytworzenia partii wyrobów we współrzędnych stowarzyszonych ( $PLN$ ).

Promień powierzchni budżetowej utworzonej z budżetów we współrzędnych stowarzyszonych wyniesie (por. zależność (15))

$$r_A = \sqrt{\frac{S_A}{\pi}} (PLN), \quad (16)$$

gdzie przyjęto, że  $\pi$  jest wielkością bezwymiarową, gdyż dla uproszczenia pominięto jednostkę kąta w radianach odnoszącego się do powierzchni okręgu utworzonej z pozostałych budżetów kosztów.

W oparciu o podobną analizę, jaką przeprowadzono dla współrzędnej priorytetowej, można dokonać wyboru wariantu, dla którego osiąga się minimum wartości promienia powierzchni budżetowej we współrzędnych stowarzyszonych.

### Funkcjonalność własna obiektu ryzyka

#### Założenie 2

W obiekcie ryzyka dostaw wewnętrznych, wytwarzania wyrobów i pomiarów  $O_S$  przepływa stały całkowity strumień zasobowy materiałów, paliw i energii  $I_S$ .

Funkcjonalność własna obiektu ryzyka  $O_S$  (Halliday i in., 2014) wynosi:

$$L_S = \frac{\Psi_S}{I_S} = \frac{N_S \cdot \phi_S}{I_S} \left( \frac{nu \cdot PLN^2}{zł^2} \right) \text{ (tj. henr zarządczy)} \quad (17)$$

gdzie:

- strumień funkcjonalny sprzężony pochodzący od materiałów, paliw i energii, dla  $N_k$  wytwarzanych jednakowych wyrobów (analogia
- $\Psi_S$  – w fizyce do strumienia magnetycznego sprzężonego  $\Psi_S = N_S \cdot \phi_S$ )  $\left( \frac{nu \cdot PLN^2}{zł \cdot t.u.} \right)$  (tj. weber zarządczy),
- $N_S$  – liczba dostaw materiałów paliw i energii dla  $N_k$  wytwarzanych jednakowych wyrobów w partii wyrobów ( $N_S = N_k$ ) (liczba całkowita),
- $\phi_S$  – strumień funkcjonalny pochodzący od materiałów, paliw i energii przypadający na jednostkowy wyrób  $\left( \frac{nu \cdot PLN^2}{zł \cdot t.u.} \right)$  (tj. weber zarządczy),
- funkcjonalność zarządcza własna obiektu ryzyka  $O_S$
- $L_S$  –  $\left( \frac{nu \cdot PLN^2}{zł^2} \right)$  (tj. henr zarządczy),
- wypadkowy strumień zasobowy materiałów, paliw i energii
- $I_S$  – przepływający przez obiekt ryzyka  $O_S$   $\left( \frac{zł}{t.u.} \right)$  (tj. amper zarządczy),
- $nu.$  – jednostka ilości (analogia w fizyce do masy),
- $PLN$  – jednostka wartości waluty (analogia w fizyce do długości),
- $Zł$  – jednostka wartości kapitału według polskiego prawa (analogia w fizyce do jednostki ładunku elektrycznego wyrażonego w kulombach),
- $t.u.$  – jednostka czasu.

Funkcjonalność zarządczą własną porównuje się do indukcyjności własnej cewki elektrycznej, do której wsunięto rdzeń magnetyczny. Wartość funkcjonalności zarządczej własnej obiektu ryzyka  $O_S$  wykorzystanego do produkcji stosunkowo dużej partii wyrobów ( $BU_p \gg \sqrt{S_A / \pi}$ ) jest równa (Halliday i in., 2014).

$$L_S = \mu \cdot n_S^2 \cdot BU_P \cdot S_A \pm \Delta L_S \left( \frac{nu \cdot PLN^2}{zł^2} \right) \text{ (tj. henr zarządczy)} \quad (18)$$

gdzie:

tensor zaangażowania zasobów funkcjonalnych w rdzeniu zasobowym  $O_R$ , który uwzględnia poziom strumieni finansowych pochodzących od czynnych zasobów (strumieni finansowych amortyzacji urządzeń technologicznych, dokumentacji technologicznej, wiedzy technologicznej, kompetencji personelu) w rdzeniu zasobowym (analogia do przenikalności magnetycznej); jego wartość statyczna w punkcie przestrzeni określona jest zależnością:

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r \left( \frac{nu \cdot PLN}{zł^2} \right) \quad (19)$$

$\mu_0$  – jednostkowy tensor (analogia w fizyce do przenikalności magnetycznej próżni,  $\mu_0 = 1$ )  $\left( \frac{nu \cdot PLN}{zł^2} \right)$

$\mu_r$  – względny poziom zaangażowania zasobów funkcjonalnych w rdzeniu zasobowym  $O_R$  (analogia do przenikalności względnej rdzenia ferromagnetycznego (Kąkol, Żukrowski, on-line). Względny poziom zaangażowania zasobów funkcjonalnych dla stałych wartości  $I_R$ ,  $I_P$  określono wzorem:

$$\mu_r = \left( 1 + \frac{I_R}{I_P} \right) \pm \Delta \mu_r \text{ (-)} \quad (20)$$

Powyższa zależność (20) wynika z prawa Ampere'a opisującego ośrodek materialny (Holliday i in., 2014). Przedstawiono tę zależność bez wyprowadzenia wzoru. Wyznaczona wartość  $\mu_r$  odnosi się do punktu przestrzeni przy zadanych wartościach  $I_R$ ,  $I_P$ , gdzie we wzorach (18), (19), (20) oznaczono:

- $I_R$  – strumień finansowy pochodzący od wszystkich zasobów w rdzeniu zasobowym  $O_R$  (np. strumień finansowy amortyzacji zasobów wykorzystywanych w procesie produkcyjnym) (*amper zarządczy*),
- $I_P$  – geometryczna suma strumieni zasobowych przepływających przez obiekty ryzyka  $O_S$ ,  $O_H$ ,  $O_C$ ,  $O_D$  (*amper zarządczy*),
- $BU_P$  – budżet materiałów, paliw i energii dla  $N_k$  wyrobów we współrzędnej priorytetowej ( $N_k$  wyrobów =  $N_S$  dostaw materiałów, paliw i energii na każdy wyrób) (*PLN*),
- $S_A$  – powierzchnia budżetowa pozostałych kosztów związanych z wytworzeniem jednostkowego wyrobu lub usługi utworzona z  $r$  budżetów we współrzędnych stowarzyszonych ( $PLN^2$ ),

- $n_s$  – liczba dostaw na jednostkę wektora waluty (przy założeniu (25), że liczba dostaw dla partii wyrobów jest równa ilości wyrobów  $N_k$ ) (analogia w solenoidzie do ilości zwojów na jednostkę długości (Halliday i in., 2014)  $\left(\frac{1}{PLN}\right)$ ,
- $\Delta L_s$  – ryzyko odchylenia funkcjonalności zarządczej (*henr zarządczy*).

Wartość określona wzorem (19) wiąże wartość natężenia pola funkcjonalnego zarządczego (analogia  $H$  w fizyce do natężenia pola magnetycznego) z indukcją funkcjonalną zarządczą  $B$  (analogia w fizyce do indukcji magnetycznej) według zależności:

$$B = \mu \cdot H \left( \frac{nu.}{zł \cdot t.u.} \right) \text{ (tj. tesla zarządcza)} \quad (21)$$

gdzie:

- $B$  – wektor indukcji funkcjonalnej zarządczej w rdzeniu zasobowym (dla stałych wartości  $\mu$ ,  $B$ ) (*tesla zarządcza*),  
tensor zaangażowania zasobów funkcjonalnych w rdzeniu zasobowym  $O_R$
- $\mu$  – (dla stałych wartości  $I_R$ ,  $I_p$ )  $\left( \frac{nu. \cdot PLN}{zł^2} \right)$ ,
- $H$  – wektor natężenia pola funkcjonalnego zarządczego  $\left( \frac{zł}{t.u. \cdot PLN} \right)$ .

Indukcja funkcjonalna zarządcza  $B$  jest czynnikiem określającym wartość wektorową pola funkcjonalnego w obiekcie ryzyka odwzorowującego linię produkcyjną (analogia do indukcji magnetycznej).

W ogólnym przypadku zależność (21) jest nieliniowa, gdyż obiekt ryzyka funkcjonalnego może posiadać histerezę funkcjonalną zarządczą określoną funkcją  $B = f(H)$  (analogia do histerezy magnetycznej (Bolkowski, 2005)). Obiekt ryzyka funkcjonalnego (u nas linia produkcyjna) po zakończeniu okresu amortyzacji może posiadać indukcję funkcjonalną zarządczą szcątkową  $B_{res}$  świadczącą o tym, że obiekt funkcjonalny jest sprawny i nadaje się do dalszego wykorzystania.

Zależność (17) wynika z założenia, że każdy wyrób w partii wyrobów jest wyrobem jednakowym. Wszystkie wyroby (w liczbie  $N_k$ ) powinny być wytworzone według tych samych procedur produkcyjnych (sposobów wytworzenia) (EN ISO 9000:2015).

Procedury produkcyjne określają wejścia procesu (por. EN ISO 9000:2015, punkt 3.4.1) oraz wymagania (EN ISO 9000:2015, punkt 3.6.4).

Niewykonanie określonych sposobów (procedur) dostaw wewnętrznych, wytwarzania wyrobów i pomiarów w obiekcie ryzyka  $O_s$  odwzorowano za pomocą rozproszenia strumienia funkcjonalnego  $\phi_s$  (Cichowska, 2011) – analogia do strumienia magnetycznego rozproszenia w cewce elektrycznej).



Przy wystąpieniu rozproszenia strumienia funkcjonalnego w cewce zarządczej (jeżeli występują odchylenia w odniesieniu do sposobu dostaw lub produkcji – procedur dostaw lub produkcji) strumień funkcjonalny dla partii wyrobów pochodzący od dostawy materiałów, paliw i energii  $\Psi_S$  (występujący w zależności (17)) przybiera postać:

$$\Psi_S = (N_{SCo} + N_{SNo}) \cdot \phi_S \left( \frac{nu \cdot PLN^2}{zł \cdot t.u.} \right) \text{ (tj. weber zarządczy)} \quad (22)$$

Natomiast przy uwzględnieniu możliwego odchylenia:

$$\frac{\Psi_S}{\phi_S} = N_S = (N_{SCo} \pm \Delta N_{SCo} + N_{SNo} \mp \Delta N_{SNo}) \text{ (liczba)} \quad (23)$$

gdzie:

- $N_{SCo}$  – liczba wyrobów w partii wyrobów, do których dostarczono materiały, paliwa i energię zgodnie z procedurami (*conformity*),
- $N_{SNo}$  – liczba wyrobów w partii wyrobów, do których dostarczono materiały, paliwa i energię niezgodnie z procedurami (*nonconformity*),
- $\Delta N_{SCo}, \Delta N_{SNo}$  – odchylenia liczb powyższych wyrobów  $N_{SCo}$  i  $N_{SNo}$ .

Wzór (23) przekształcono do postaci równania odcinkowego prostej (por. Dziubiński, Świątkowski 1982, cz. 1, s. 195) opisującego obiekt ryzyka  $O_S$  pod względem zgodności z procedurami (wymaganiami):

$$1 = \frac{N_{SCo} \pm \Delta N_{SCo}}{N_S} + \frac{N_{SNo} \mp \Delta N_{SNo}}{N_S} = k_{SCo} + k_{SNo} \text{ (liczba)} \quad (24)$$

gdzie:

- $k_{SCo} = \frac{N_{SCo} \pm \Delta N_{SCo}}{N_S}$  – proceduralny współczynnik własny obiektu ryzyka  $O_S$  wyrobów zgodnych z wymaganiami (obektu ryzyka dostaw wewnętrznych, wytwarzania wyrobów i pomiarów),  $k_{SCo} \in (0; 1)$ ,
- $k_{SNo} = \frac{N_{SNo} \mp \Delta N_{SNo}}{N_S}$  – proceduralny współczynnik własny obiektu ryzyka  $O_S$  wyrobów niezgodnych z wymaganiami (obektu ryzyka dostaw wewnętrznych, wytwarzania wyrobów i pomiarów),  $k_{SNo} \in (0; 1)$ .

Równanie (24) określa poziom dotrzymania procedur własnych, czyli „ustalonych sposobów przeprowadzenia działania lub procesu” (EN ISO 9000:2015, punkt 3.4.1, punkt 3.4.5). Gdy  $k_{SCo} = 1$ , wówczas osiąga się całkowitą zgodność proceduralną dostaw wewnętrznych, wytwarzania wyrobów i pomiarów. Wyznaczenie współczynników proceduralnych  $k_{HCo}, k_{CCo}, k_{DCo}$  oraz  $k_{HNo}, k_{CNo}, k_{DNo}$  odbywa się w analogiczny sposób odpowiednio dla obiektów  $O_H, O_C, O_D$ .

Analogicznie do zależności (18) funkcjonalności własne pozostałych obiektów wyniosą:

$$\begin{aligned} L_H &= \mu \cdot n_H^2 \cdot BU_P \cdot S_A \pm \Delta L_H, \\ L_C &= \mu \cdot n_C^2 \cdot BU_P \cdot S_A \pm \Delta L_C, \\ L_D &= \mu \cdot n_D^2 \cdot BU_P \cdot S_A \pm \Delta L_D, \end{aligned} \quad (25)$$

gdzie:

$L_H, L_C, L_D$	–	funkcjonalności zarządcze własne obiektów ryzyka $O_H, O_C, O_D$ ( <i>henr zarządczy</i> ),
$n_H, n_C, n_D$	–	liczba wyrobów w partii przypadających na jednostkę budżetu we współrzędnej priorytetowej, objętych: obsługą, kontrolą jakości, zwolnieniem wyrobu świadczonych odpowiednio przez objekty ryzyka $O_H, O_C, O_D$ na rzecz obiektu ryzyka $O_P$ (liczba),
$\Delta L_H, \Delta L_C, \Delta L_D$	–	ryzyko odchylenia wartości funkcjonalności zarządczych własnych ( <i>henr zarządczy</i> ).

Jeżeli każdy wyrób jest objęty obsługą, kontrolą jakości, zwolnieniem wyrobu, wówczas:

$$\begin{aligned} n_S &= n_H = n_C = n_D = n, \\ \Delta L_H &= \Delta L_C = \Delta L_D, \\ L_S &= L_H = L_C = L_D = L. \end{aligned} \quad (26)$$

Proceduralne współczynniki własne obiektów ryzyka  $k_S, k_H, k_C, k_D$  mogą różnić się między sobą, gdyż mogą być w różnym stopniu zachowane (lub niezachowane) procedury w każdym z obiektów ryzyka  $O_S, O_H, O_C, O_D$ .

Proceduralne współczynniki własne  $k_H, k_C, k_D$  mogą służyć do określenia kompetencji zasobów ludzkich odwzorowanych przez objekty ryzyka:  $O_H, O_C, O_D$  jako „zdolności stosowania wiedzy i umiejętności w celu osiągnięcia zamierzonych rezultatów” (EN ISO 9000:2015).

### Funkcjonalności zarządcze wzajemne obiektów ryzyka wykorzystujących wspólne zasoby w przestrzeni ryzyka

Funkcjonalności zarządcze wzajemne obiektów ryzyka:  $O_S, O_H, O_C, O_D$  posiadających wspólny rdzeń zasobowy  $O_R$  wyznaczono w oparciu o analogię w fizyce do indukcyjności wzajemnych (por. Cichowska 2011, s. 244-245). Funkcjonalność wzajemna zarządcza określa współdziałanie obiektów ryzyka biorących udział w powstawaniu wyrobów/usług. Uwzględnia ona poziom utraty strumienia funkcjonalnego w relacjach pomiędzy obiektami ryzyka:  $O_S, O_H, O_C, O_D, O_R$ . Przyjęto, że utrata strumienia funkcjonalnych przy współdziałaniu obiektów ryzyka powstaje wskutek niespełnienia wymagań proceduralnych. Utracony strumień funkcjonalny w wyniku niedotrzymania procedur współdziałania pomiędzy obiektami ryzyka jest strumieniem funkcjonalnym rozproszenia (analogia w fizyce do strumienia magnetycznego rozproszenia (Cichowska 2011)).

W dalszej części artykułu wyznaczono wartości funkcjonalności zarządczych wzajemnych w wyniku oddziaływania pomiędzy sobą obiektów ryzyka  $O_S, O_H, O_C, O_D$  przy wykorzystaniu wspólnego rdzenia zasobowego  $O_R$ . Przy założeniu, że środowisko wytwórcze jest liniowe i jednorodne (Cichowska, 2011) wartości funkcjonalności wzajemnych współdziałania obiektów  $O_S, O_H, O_C, O_D$  wynoszą:

$$\begin{aligned} M_{HS} &= k_{HS} \cdot \sqrt{L_H \cdot L_S}, & M_{CS} &= k_{CS} \cdot \sqrt{L_C \cdot L_S}, & M_{CH} &= k_{CH} \cdot \sqrt{L_C \cdot L_H}, \\ M_{DS} &= k_{DS} \cdot \sqrt{L_D \cdot L_S}, & M_{DH} &= k_{DH} \cdot \sqrt{L_D \cdot L_H}, & M_{DC} &= k_{DC} \cdot \sqrt{L_D \cdot L_C}, \end{aligned} \quad (27)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} M_{HS}, M_{CS}, M_{CH}, & \quad \text{funkcjonalności zarządcze wzajemne współdziałania obiektów} \\ M_{DS}, M_{DH}, M_{DC}, & \quad \text{ryzyka: } O_S, O_H, O_C, O_D \text{ (henr zarządczy),} \\ & \quad \text{proceduralne współczynniki wzajemne współdziałania obiektów} \\ & \quad \text{ryzyka: } O_S, O_H, O_C, O_D \text{ określone wzorami (Cichowska,} \\ & \quad \text{2011):} \\ k_{HS}, k_{CS}, k_{CH}, & \quad k_{HS} = \sqrt{k_H \cdot k_S}, \quad k_{CS} = \sqrt{k_C \cdot k_S}, \quad k_{CH} = \sqrt{k_C \cdot k_H}, \\ k_{DS}, k_{DH}, k_{DC}, & \quad k_{DS} = \sqrt{k_D \cdot k_S}, \quad k_{DH} = \sqrt{k_D \cdot k_H}, \quad k_{DC} = \sqrt{k_D \cdot k_C}, \\ & \quad \text{proceduralne współczynniki własne obiektów ryzyka: } O_S, O_H, \\ k_S, k_H, k_C, k_D & \quad O_C, O_D \text{ wyznaczone analogicznie według zależności (24).} \end{aligned} \quad (28)$$

Proceduralne współczynniki wzajemne obiektów ryzyka określają poziom dotrzymania wzajemnego współdziałania obiektów ryzyka w oparciu o zastosowane procedury (por. EN ISO 9000:2015, punkt 3.4.5). Gdy  $k_S = k_H = k_C = k_D = 1$ , wówczas współczyn-

niki określone wzorami (28) osiągają maksimum, co oznacza, że osiągnięto całkowitą zgodność współdziałania proceduralnego pomiędzy obiektami ryzyka.

Wyznaczone parametry w procesie wytwórczym (funkcjonalność zarządcza własna i funkcjonalność zarządcza wzajemna) pozwolą na określenie napięcia zarządczego panującego na wytworzonych wyrobach i energii zarządczej (analogia w fizyce do napięcia elektrycznego i energii magnetycznej zgromadzonej w cewce elektrycznej).

### Napięcie zarządcze panujące na partii wyrobów procesu produkcyjnego w przestrzeni ryzyka

#### Założenia 3:

Dla modelu procesu produkcyjnego przyjęto następujące założenia:

- rysunek 4 przedstawia ideę odwzorowania procesu produkcyjnego za pomocą warstwy solenoidów, do których wsunięto rdzeń magnetyczny;
- odwzorowanie procesu na rys. 4 jest zgodne z przekształceniami określonymi wzorami (6), (7) na układ współrzędnych walcowych;
- w idei odwzorowania przyjęto, że straty środowiskowe w procesie są stosunkowo małe (straty materiałów, paliw i energii), dlatego we wzorach (29), (30) nie uwzględnia się wpływu rezystancji zarządczych, które spowodowałyby powstawanie spadków napięć zarządczych i strat energii zarządczych;
- powyższe straty środowiskowe uwzględniono w dalszej części artykułu.

Jeżeli w procesie produkcyjnym przedstawionym na rysunku 2 przepływnie strumień zasobowy  $I_p$  (geometryczna suma przepływających strumieni zasobowych w obiektach:  $O_s, O_H, O_C, O_D$ ), wówczas w tym procesie zostanie wytworzona indukcja funkcjonalna  $B_p = \mu \cdot n \cdot I_p$  (Halliday i in., 2014), wynikająca z prawa Ampere'a (Halliday i in., 2014). W układzie ortogonalnym wektor indukcji funkcjonalnej pada prostopadle na powierzchnię kosztów budżetowych  $S_A$  dla współrzędnych stowarzyszonych tworząc strumień funkcjonalny będący analogią do strumienia magnetycznego wynikającego z prawa Gaussa dla magnetyzmu (Halliday i in., 2014), którego wartość przy założeniach (26) wynosi:

$$\psi_p(t) = L(t) \cdot i_p(t) \left( \frac{nu \cdot PLN^2}{zł \cdot t.u.} \right) \text{ (tj. weber zarządczy)} \quad (29)$$

Zmiana strumienia funkcjonalnego  $\psi_p(t)$  w obiekcie ryzyka powstaje w wyniku zmiany funkcjonalności zarządczej własnej  $L(t)$  (gdy parametr  $L(t)$  zmienia się w czasie, np. w wyniku obniżenia się strumienia finansowego pochodzącego od zasobów w rdzeniu  $O_R$  z powodu braku lub uszkodzenia któregoś zasobu lub zmiany strumienia amortyzacji zasobu) lub w wyniku zmiany przepływającego strumienia finansowego  $i_p(t)$  (por. równanie (30)). Zmiana wartości strumienia funkcjonalnego w czasie jest napięciem zarządczym - według analogii do prawa Faraday'a (Halliday i in., 2014) - którego wartość jest równa:

$$u_p(t) = -\frac{d}{dt}\psi_p(t) = -\left(\frac{dL(t)}{dt} \cdot i_p + L \cdot \frac{di_p(t)}{dt}\right) \left(\frac{nu \cdot PLN^2}{zł \cdot t.u.^2}\right) \text{ (tj. wolt zarządczy)} \quad (30)$$

gdzie:

- wyindukowane napięcie zarządcze w obiekcie funkcjonalnym wytworzone wskutek zmian w czasie przepływu strumienia funkcjonalnego
- $u_p(t)$  –  $\left(\frac{nu \cdot PLN^2}{zł \cdot t.u.^2}\right)$  (tj. wolt zarządczy),
- strumień funkcjonalny (analogia do strumienia magnetycznego) przepływający przez rdzeń zasobowy  $O_R$ , wytworzony przez płynące strumienie
- $\psi_p(t)$  – zasobowe w obiektach ryzyka:  $O_S, O_H, O_C, O_D$   $\left(\frac{nu \cdot PLN^2}{zł \cdot t.u.}\right)$  (tj. weber zarządczy),
- strumień zasobowy będący geometryczną sumą strumieni zasobowych
- $i_p(t)$  – przepływających przez obiekty ryzyka:  $O_S, O_H, O_C, O_D$   $\left(\frac{zł}{t.u.}\right)$  (tj. amper zarządczy),
- znak minus oznacza przeciwdziałanie procesu produkcyjnego na zmianę strumienia funkcjonalnego (zjawisko przeciwdziałania zmianom strumienia funkcjonalnego w procesie produkcyjnym jest analogią do reguły Lenza przedstawionej w Halliday i in., 2014).

Dla uproszczenia obliczeń w dalszej części rozważań przyjęto, że funkcjonalność zarządcza własna  $L$  jest wartością stałą. Aby wyznaczyć wartości napięć zarządczych pochodzących od czynników wytwórczych w linii produkcyjnej potrzebna jest znajomość funkcjonalności zarządczych własnych  $L$  obiektów ryzyka oraz funkcjonalności zarządczych wzajemnych  $M$  obiektów ryzyka. Strumień funkcjonalny  $\psi_i(t)$  będący nośnikiem wartości towarów/usług w ujęciu ilościowo-jakościowym jest zależny od  $i$ -tego strumienia zasobowego i funkcjonalności zarządczej własnej. Przy stałej funkcjonalności zarządczej własnej  $L$  wytworzone napięcie zarządcze pochodzące od  $i$ -tego strumienia zasobowego przepływającego przez obiekt ryzyka (Halliday i in., 2014) wynosił

$$u_i(t) = -L_i \frac{di_i(t)}{dt} \left(\frac{nu \cdot PLN^2}{zł \cdot t.u.^2}\right) \text{ (tj. wolt zarządczy)} \quad (31)$$

gdzie:

- $i_i(t)$  – strumień zasobowy płynący w  $i$ -tym obiekcie ryzyka (obiektami ryzyka są:  $O_S, O_H, O_C, O_D$ ) (amper zarządczy),
- $L_i$  – stała i jednakowa funkcjonalność zarządcza własna  $i$ -tego obiektu ryzyka (henr zarządczy).

**Założenia 4:**

Założenia dotyczą zależności (32) – (35):

- przyjęto, że w obiektach ryzyka:  $O_S, O_H, O_C, O_D$  straty o charakterze środowiskowym są znikomo małe (za straty o charakterze środowiskowym uważa się: straty materiałów, paliw, energii, wytworzone wyroby lub usługi nie posiadające wartości użytkowej, inne odpady),
- przyjęto proceduralne współczynniki własne i wzajemne  $k=1$  (w pełni dotrzymana proceduralność własna i wzajemna) (por. zależności (24) i (28)),
- przyjęto, że ryzyka zmiany wartości funkcjonalności  $L, M$  są znikomo małe (ryzyka zostały pominięte).

Układ równań napięć zarządczych w wyniku współdziałania obiektów ryzyka:  $O_S, O_H, O_C, O_D$  dla wszystkich wytworzonych wyrobów w partii wyrobów (por. Cichowska 2011, zależność (12.102)) w ośrodku produkcyjnym liniowym i jednorodnym, uwzględniając założenia 3. przedstawiono w postaci macierzowej

$$\begin{bmatrix} u_S(t) \\ u_H(t) \\ u_C(t) \\ u_D(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_S & M_{SH} & M_{SC} & M_{SD} \\ M_{HS} & L_H & M_{HC} & M_{HD} \\ M_{CS} & M_{CH} & L_C & M_{CD} \\ M_{DS} & M_{DH} & M_{DC} & L_D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} di_S/dt \\ di_H/dt \\ di_C/dt \\ di_D/dt \end{bmatrix} \quad (32)$$

lub

$$[u(t)]_{4,1} = [L, M]_{4,4} \cdot [di/dt]_{4,1}, \quad (33)$$

gdzie:

- $[u(t)]_{4,1}$  – macierz napięć zarządczych panujących na obiektach ryzyka biorących udział w wytwarzaniu partii wyrobów w linii produkcyjnej (*wolt zarządczy*),
- $[L, M]_{4,4}$  – macierz funkcjonalności zarządczych własnych i wzajemnych obiektów ryzyka wchodzących w skład linii technologicznej (*henr zarządczy*), macierz pochodnych strumieni zasobowych płynących w poszczególnych
- $[di/dt]_{4,1}$  – obiektach ryzyka linii produkcyjnej  $\left( \frac{zł}{(t.u.)^2} \right)$ .

Macierz  $[L, M]_{4,4}$  jest macierzą stanowiącą charakterystykę linii technologicznej w rozumieniu normy EN ISO 9000:2015, punkt 3.10.1. Wyrazy na przekątnej macierzy  $[L, M]_{4,4}$  są parametrami charakteryzującymi funkcjonalności zarządcze własne poszczególnych obiektów ryzyka. Wyrazy powyżej i poniżej przekątnej są parametrami charakteryzującymi funkcjonalności zarządcze wzajemne współdziałania poszczególnych obiektów ryzyka.

Wartość napięcia zarządczego panującego na wytworzonej partii wyrobów  $u_S(t)$  jest sumą napięcia zarządczego własnego wskutek dopływu materiałów, paliw i energii

oraz panującego na obiekcie ryzyka  $O_s$ , a także napięć zarządczych dodanych pochodzących od obiektów ryzyka:  $O_H$ ,  $O_C$ ,  $O_D$  jako wpływ czynnika ludzkiego (EN ISO 9000:2015, punkt 3.10.3).

Wartość napięcia zarządczego  $u_H(t)$  panującego na obiekcie ryzyka  $O_H$  (personelu obsługi linii technologicznej) jest sumą napięcia zarządczego własnego wytworzonego wskutek przepływu strumienia zasobowego pochodzącego od personelu obsługującego linię produkcyjną (strumień zasobowy własny obiektu ryzyka  $O_H$ ) i napięć zarządczych wyindukowanych przez obiekty ryzyka:  $O_s$ ,  $O_C$ ,  $O_D$ . Powiemy, że obiekt ryzyka  $O_H$  pozyskuje kompetencje podczas obsługi linii produkcyjnej (EN ISO 9000:2015, punkt 3.4.4).

Analogicznie można powiedzieć o wytworzonych napięciach zarządczych:  $u_C(t)$ ,  $u_D(t)$  na obiektach ryzyka:  $O_C$ ,  $O_D$ .

Macierz funkcjonalności zarządczych własnych i wzajemnych określonej równaniem (33) jest sumą dwóch macierzy:

$$[L, M]_{4,4} = [L, M]_{4,4}^{Co} + [L, M]_{4,4}^{No} \quad (34)$$

gdzie:

- $[L, M]_{4,4}^{Co}$  – macierz funkcjonalności zarządczych własnych i wzajemnych odnosząca się do wyrobów spełniających wymagania proceduralne (*conformity*) (*henr zarządczy*),
- $[L, M]_{4,4}^{No}$  – macierz funkcjonalności zarządczych własnych i wzajemnych odnosząca się do wyrobów nie spełniających wymagań proceduralnych (*nonconformity*) (*henr zarządczy*).

Biorąc pod uwagę równania (33) i (34) otrzymuje się równanie napięć zarządczych panujących na partii wyrobów spełniających wymagania proceduralne i wyrobów nie spełniających wymagań proceduralnych

$$[u(t)]_{4,4} = \left( [L, M]_{4,4}^{Co} + [L, M]_{4,4}^{No} \right) \cdot \left[ \frac{di(t)}{dt} \right]_{1,4} \quad (\text{wolt zarządczy}) \quad (35)$$

### Przepływ wartości produkcji w linii produkcyjnej, w przestrzeni ryzyka

Nośnikiem wartości produkcji w procesie produkcyjnym w przestrzeni ryzyka jest strumień funkcjonalny (analogia w fizyce do strumienia magnetycznego, por. zależność (29)). Na rys. 2 przedstawiono kierunek przepływu strumienia funkcjonalnego  $\Psi_p$  będącego geometryczną sumą strumieni funkcjonalnych  $\Psi_s$ ,  $\Psi_H$ ,  $\Psi_C$ ,  $\Psi_D$ . W obiekcie ryzyka  $O_p$  (proces produkcyjny) występują niezerowe warunki początkowe, gdyż płyną strumienie funkcjonalne początkowe  $\Psi_{p_0}$  pochodzące od strumieni finansowych związanych z produkcją próbną wyrobów.

Przy stałej funkcjonalności zarządczej własnej  $L$  chwilowa wartość strumienia funkcjonalnego w obiekcie ryzyka  $O_p$  jest określona zależnością:

$$\psi_p(t) = L \cdot i_p(t) + \Psi_{p_0} \pm \Delta\psi_p(t) \left( \frac{nu \cdot PLN^2}{zł \cdot t.u.} \right) \text{ (tj. weber zarządczy)} \quad (36)$$

gdzie:

$\psi_p(t)$  – chwilowa wartość strumienia funkcjonalnego w linii produkcyjnej (*weber zarządczy*),

$i_p(t)$  – chwilowa wartość geometrycznej sumy strumieni zasobowych przepływających przez obiekty ryzyka  $O_s, O_H, O_C, O_D$  (*amper zarządczy*),

$\Psi_{p_0}$  – strumień funkcjonalny początkowy w obiekcie  $O_p$  pochodzący od strumieni zasobowych związanych z produkcją próbną wyrobów:

$$\Psi_{p_0} = L \cdot I_{p_0} = L \cdot \frac{Q_{p_0}}{t} \left( \frac{nu \cdot PLN^2}{zł \cdot t.u.} \right) \text{ (tj. weber zarządczy)} \quad (37)$$

$Q_{p_0}$  – wartość materiałów, paliw i energii zużyta do produkcji próbnej wyrobów, wartość pracy personelu itp. (zł),

$T$  – stosowana w obliczeniach jednostka czasu  $t = 1 t.u.$ ,

$\Delta\psi_p(t)$  – ryzyko odchylenia strumienia funkcjonalnego (*weber zarządczy*).

### **Przepływ strumienia funkcjonalnego pochodzącego od stałych strumieni zasobowych materiałów, paliw i energii w przestrzeni ryzyka**

Przy stałym strumieniu zasobowym  $i_s(t) = I_s$  i przy stałej funkcjonalności zarządczej własnej  $L_s(t) = L_s$  strumień funkcjonalny  $\Psi_s$  odwzorowujący przepływ wartości w przestrzeni ryzyka jest określony zależnością (Halliday i in., 2014), zależność (30.33))

$$\Psi_s = L_s \cdot I_s + \Psi_{s_0} \pm \Delta\Psi_s \left( \frac{nu \cdot PLN^2}{zł \cdot t.u.} \right) \text{ (tj. weber zarządczy)}, \quad (38)$$

gdzie:

strumień funkcjonalny pochodzący od przepływu strumieni zasobowych

$\Psi_s$  – materiałów, paliw i energii  $\left( \frac{nu \cdot PLN^2}{zł \cdot t.u.} \right)$  (tj. *weber zarządczy*),

$\Psi_{s_0}$  – strumień funkcjonalny początkowy pochodzący od materiałów, paliw i energii zużytych do produkcji próbnej wyrobów  $\Psi_{s_0} = L_s \cdot I_{s_0}$  (analogicznie jak we wzorze (37)) (*weber zarządczy*),

$L_s$  – funkcjonalność zarządcza własna obiektu ryzyka  $O_s$  (*henr zarządczy*),

$I_s$  – strumień zasobowy materiałów, paliw i energii we współrzędnej priorytetowej określony zależnością wynikającą z metryki euklidesowej



$$I_S = \sqrt{I_M^2 + I_F^2 + I_E^2} \left( \frac{zI}{t.u.} \right) \text{ (tj. amper zarządczy),} \quad (39)$$

$I_M$ ,  
 $I_F$ ,  
 $I_E$  – wartości stałe strumieni zasobowych materiałów, paliw i energii (amper zarządczy).

### Przepływ wartości skutecznej strumienia funkcjonalnego pochodzącego od zmiennych strumieni zasobowych materiałów, paliw i energii w przestrzeni ryzyka

Jeżeli strumienie zasobowe  $i_M$ ,  $i_F$ ,  $i_E$  są określone całkowalnymi funkcjami zmiennej czasu (występuje ciągły dopływ strumienia zasobowego w czasie, w którym wytwarzana jest partia obejmująca  $N_k$  wyrobów przy czasie wytworzenia jednego wyrobu  $t_1$   $\langle 0; N_k \cdot t_1 = t_k \rangle$ ), określa się wartość skuteczną zmiennego strumienia zasobowego, który powoduje te same skutki jak stały strumień zasobowy. Wartości skuteczne strumieni zasobowych materiałów, paliw i energii (Bolkowski, 2017) odpowiednio wynoszą:

$$I_M = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_M^2 dt}, \quad I_F = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_F^2 dt}, \quad I_E = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_E^2 dt}, \quad (40)$$

gdzie:

- $T = 2 \cdot t_1$  – okres drgań w przestrzeni ryzyka (analogia do drgań w fizyce) odwzorowujący cykliczność dostaw materiałów, paliw i energii dla jednostkowego wyrobu ( $t.u.$ ),
- $i_M, i_F, i_E$  – wartości strumieni zasobowych określone funkcjami zmiennej czasu, ciągłe w przedziale czasu  $\langle 0; k \cdot t_1 = t_k \rangle$  (amper zarządczy),
- $t_k$  – czas wytworzenia partii wyrobów ( $t.u.$ ).

### Założenie 5

Strumienie zasobowe  $i_M$ ,  $i_F$ ,  $i_E$  są określone funkcjami zmiennej czasu spełniającymi warunki Dirichleta.

Warunki Dirichleta w naszym przypadku oznaczają, że strumienie zasobowe materiałów, paliw i energii mogą posiadać nieciągłości „pierwszego rodzaju”, które z punktu widzenia warunków produkcji nie powodują zatrzymania produkcji wyrobów; całkowalność funkcji oznacza, że możliwe jest wykonanie wyrobu w punktach nieciągłości dostawy któregoś strumienia zasobowego, wtedy możliwe jest rozwinięcie funkcji  $i_M$ ,  $i_F$ ,  $i_E$  w szeregi trygonometryczne Fouriera (Dziubiński i Świątkowski, 1982).

Wartość skuteczna strumienia zasobowego materiałów jest wyrażona za pośrednictwem amplitud składowych harmoniczných:

$$I_M = \sqrt{I_{M_0}^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} I_{M_n}^2} \quad (41)$$

gdzie:

- $I_M$  – wartość skuteczna strumienia zasobowego materiału (*amper zarządczy*),
- $I_{M_0}$  – składowa stała strumienia zasobowego materiału (*amper zarządczy*),
- $I_{M_n}$  – amplituda składowej  $n$ -tej harmoniczných strumienia zasobowego materiału (*amper zarządczy*).

Analogicznie można wyznaczyć strumienie zasobowe  $I_F$  i  $I_E$ . Całkowity strumień zasobowy materiałów, paliw i energii  $I_S$  w przestrzeni ryzyka jest sumą geometryczną poszczególnych strumieni zasobowych:

$$I_S = \sqrt{I_M^2 + I_F^2 + I_E^2} \quad (42)$$

Wzory na wyznaczanie składowej stałej i amplitud pominięto w artykule. Są one dostępne w literaturze (Bolkowski, 2017; Szabatin, 2007). W dalszej części artykułu przyjęto dla uproszczenia, że strumienie zasobowe posiadają wartości stałe w czasie. Wartość skuteczną przepływu strumienia funkcjonalnego wyznacza się z równań (38), (42).

### **Równanie przepływu wartości chwilowej strumienia funkcjonalnego w procesie produkcji, w przestrzeni ryzyka**

Równanie przepływu wartości chwilowej strumienia funkcjonalnego w procesie produkcji w postaci macierzowej otrzymuje się poprzez całkowanie po czasie równania (33) i przy uwzględnieniu równania (34) otrzymuje się zależność::

$$[\psi(t)]_{4,1} = \left( [L, M]_{4,4}^{Co} + [L, M]_{4,4}^{No} \right) \cdot [i(t)]_{4,1} + [\Psi_0]_{4,1} \quad (43)$$

gdzie:

- $[\psi(t)]_{4,1}$  – macierz strumieni funkcjonalnych (strumienie wartości) płynących w obiektach ryzyka (*weber zarządczy*),
- $[i(t)]_{4,1}$  – macierz strumieni zasobowych płynących w obiektach ryzyka (*amper zarządczy*),
- $[\Psi_0]_{4,1}$  – macierz strumieni funkcjonalnych początkowych pochodzących od próbnej produkcji wyrobów (*weber zarządczy*).

Wartości strumieni funkcjonalnych początkowych pochodzących od próbnej produkcji wyrobów określono zależnością:

$$[\Psi_0]_{4,1} = [L, M]_{4,4} \cdot [I_0]_{4,1} \quad (44)$$

gdzie:

- $[\Psi_0]_{4,1}$  – macierz strumieni funkcjonalnych początkowych jak wyżej (*weber zarządczy*),
- $[L, M]_{4,4}$  – macierz funkcjonalności zarządczych własnych i wzajemnych (*henr zarządczy*),
- $[I_0]_{4,1}$  – macierz strumieni finansowych początkowych pochodzących od próbnej produkcji wyrobów (por. objaśnienie do wzoru (37)) (*amper zarządczy*).

Komentarze do równań (43) – (44):

- pierwszy składnik prawej strony równania (43) określa przepływ wartości w przestrzeni ryzyka w czasie produkcji odnoszących się do wyrobów spełniających wymagania proceduralne i do wyrobów niespełniających wymagań proceduralnych,
- drugi składnik prawej strony równania (43) określa przepływ wartości w przestrzeni ryzyka w stanie przedprodukcyjnym (próbna produkcja wyrobów),
- równanie (43) nie uwzględnia wartości strat materiałów paliw i energii,
- poszczególne wyrazy macierzy  $[\psi(t)]_{4,1}$  są sumami składników, które mogą być interpretowane jak wkład do wartości produkcji, np. w sumie  $\psi_s(t) = L_s \cdot i_s(t) + M_{SH} \cdot i_H(t) + M_{SC} \cdot i_C(t) + M_{SD} \cdot i_D(t) + \Psi_{0s}$  składnik  $L_s \cdot i_s(t)$  obrazuje całkowitą wartość obiektu  $O_s$ , składnik  $M_{SH} \cdot i_H(t)$  obrazuje wartość wkładu będącego wynikiem udziału czynnika ludzkiego (obsługa linii produkcyjnej), składnik  $M_{SC} \cdot i_C(t)$  obrazuje wartość wkładu kontroli jakości, składnik  $M_{SD} \cdot i_D(t)$  obrazuje wartość wkładu decyzji potwierdzającej, że wszystkie wymagania produkcyjne zostały spełnione (por. wzór (27)), składnik  $\Psi_{0s}$  obrazuje w chwili  $t=0$  wartość początkową materiałów, paliw i energii związanych z produkcją próbną wyrobów.
- współczynniki  $M_{SH}, M_{SC}, M_{SD}$  mogą być interpretowane jako wartości opisujące wpływ kompetencji odpowiednio: obsługi, kontroli i decydenta na wartość produkcji,
- współczynniki  $M_{HS}, M_{CS}, M_{DS}$  mogą być interpretowane jako wartości opisujące wzrost kompetencji odpowiednio obiektów:  $O_H, O_C$  i  $O_D$  wskutek uczestnictwa w procesie produkcji.

### **Spadek napięcia zarządczego w wyniku strat materiałów, paliw i energii w procesie produkcyjnym, w przestrzeni ryzyka**

#### **Założenie 6**

Założono, że w linii produkcyjnej płyną strumienie zasobowe do produkcji wyrobów (we współrzędnej priorytetowej):

- $I_M$  – strumień zasobowy materiałów (straty materiałów w postaci odpadów) (*amper zarządczy*),
- $I_F$  – strumień zasobowy paliw (straty paliwa w postaci wycieku) (*amper zarządczy*),
- $I_E$  – strumień zasobowy energii (straty energii elektrycznej, straty energii cieplnej) (*amper zarządczy*).

W wyniku strat materiałów, paliw i energii w obiekcie ryzyka  $O_S$  płyną strumienie zasobowe strat: materiałów  $I_{M_R}$ , paliw  $I_{F_R}$  i energii  $I_{E_R}$ .

W przestrzeni ryzyka obiekt ryzyka  $O_S$  jest odwzorowany za pomocą trzech solenoidów wykonanych z cienkich przewodników, w których płyną strumienie finansowe:  $I_M, I_F, I_E$ .

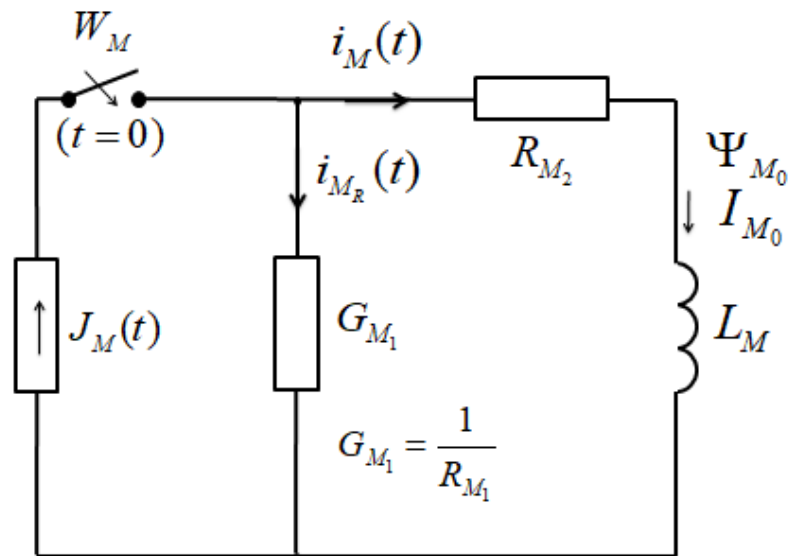
Ósrodek strat materiałów, paliw i energii (np. powstawania odpadów, wyciek paliwa, straty energii elektrycznej zamieniającej się w ciepło) jest odwzorowany za pomocą rezystancji zarządczych  $R_M, R_F, R_E$ . Jeżeli przez te rezystancje zarządcze przepływają strumienie zasobowe strat (odpowiednio) materiałów  $I_{M_R}$ , paliw  $I_{F_R}$  i energii  $I_{E_R}$ , wówczas powstają na tych rezystancjach zarządczych: spadki napięć zarządczych, straty mocy zarządczej i straty energii zarządczych.

#### **Założenia 7**

- obiekty ryzyka  $O_S, O_H, O_C, O_D$  posiadają własne źródła zasobowe, obiekt ryzyka  $O_S$  uwzględnia źródło strumienia finansowego amortyzacji;
- do określenia charakterystyki procesu zastosowano układy połączeń elementów  $R, L$  dla poszczególnych obiektów ryzyka (odwzorowanie zasilania procesu w materiały, paliwa i energię za pomocą trzech niezależnych obwodów elektrycznych, w których występują szeregowo połączony rezystor, cewka i źródło napięcia);
- charakterystykę jakościową procesu wyznacza się na podstawie wartości napięć zarządczych panujących w procesie (trójkąt napięć zarządczych);
- charakterystykę ilościową procesu wyznacza się na podstawie wartości mocy zarządczych procesu (trójkąt mocy zarządczych);

- wartości charakteryzujące partię wyrobów: napięcie zarządcze, moc zarządcza są wyznaczone w chwili  $t = 0$  odpowiednio do schematów zastępczych przedstawionych na rys. 3 i 4;
- wartość spadku napięcia zarządczego i wartość straty mocy zarządczej, które odwzorowują fizyczne straty materiałów, paliw i energii są wyznaczone w stanie ustalonym, dla  $t = k_\tau \cdot \tau$ , gdzie:  $\tau$  jest stałą czasu,  $k_\tau$  jest krotnością stałej czasu (odpowiednio do ustalonej dokładności),
- zagadnienia dotyczące dokładności procesu produkcyjnego w artykule pominięto (zagadnienia te mogą być analogią do idei przedstawionej przez Cholewickiego (1971).

Schemat zastępczy procesu produkcyjnego ze stałym źródłem strumienia zasobowego materiału przedstawiono na rysunek 3.



**Rysunek 3. Schemat zastępczy rzeczywistego procesu produkcyjnego ze źródłem strumienia zasobowego materiału w procesie produkcji wyrobów z warunkiem początkowym związanym z produkcją próbną wyrobów, w przestrzeni ryzyka**

Oznaczenia na rysunku 3:

źródło strumienia zasobowego odwzorowujące stałą dostawę materiału (źródło

$J_M(t)$  – wewnętrzne procesu)  $\left(\frac{zd}{t.u.}\right)$  (tj. *amper zarządczy*),

Strumień zasobowy materiału współtworzący wyrób w procesie produkcyjnym

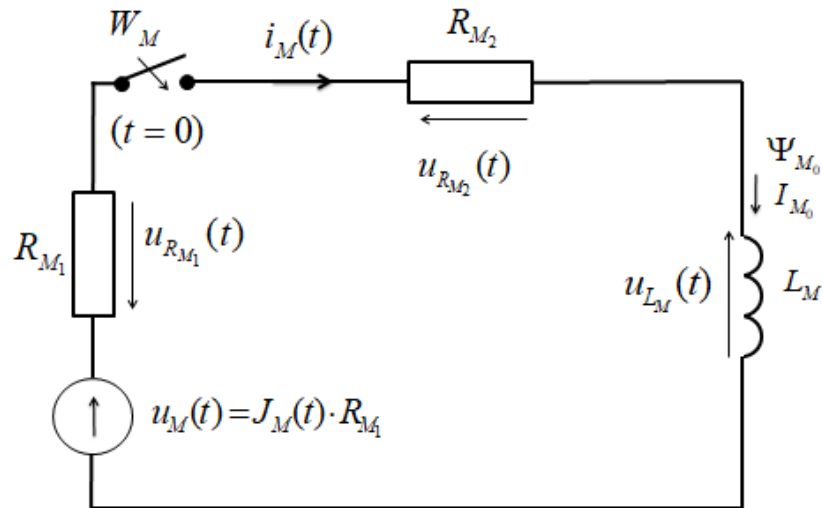
$i_M(t)$  –  $\left(\frac{zd}{t.u.}\right)$  (tj. *amper zarządczy*),

$i_{M_R}(t)$	–	Strumień zasobowy strat materiału źródła zasobowego $\left(\frac{zI}{t.u.}\right)$ (tj. <i>amper zarządczy</i> ), Konduktancja wewnętrzna zarządcza źródła odwzorowująca stratę materiału u źródła zasobowego
$G_{M_1}$	–	$G_{M_1} = \frac{1}{R_{M_1}}$ dla $R_{M_1} > 0$ $\left(\frac{zI^2 \cdot t.u.}{nu \cdot PLN^2}\right)$ (tj. <i>simens zarządczy</i> ),
$R_{M_2}$	–	Rezystancja zarządcza części wytwórczej procesu odwzorowująca stratę materiału w procesie produkcyjnym $\left(\frac{nu \cdot PLN^2}{zI^2 \cdot t.u.}\right)$ (tj. <i>om zarządczy</i> ),
$L_M$	–	Funkcjonalność zarządcza własna obiektu ryzyka dostaw materiału ( <i>henr zarządczy</i> ),
$I_{M_0}$	–	Wartość początkowa strumienia zasobowego wynikająca ze zużycia materiału do produkcji próbnej wyrobów ( <i>amper zarządczy</i> ),
$\Psi_{M_0}$	–	Wartość początkowa strumienia funkcjonalnego wynikająca ze zużycia materiału do produkcji próbnej wyrobów, $\Psi_{M_0} = L_{M_0} \cdot I_{M_0}$ ( <i>weber zarządczy</i> ),
$W_M$	–	Wyłącznik odwzorowujący możliwość rozpoczęcie dostawy materiału do procesu i zakończenia dostawy materiału,
$t = 0$	–	Chwila początkowa rozpoczęcia dostawy materiału do procesu ( <i>t.u.</i> ).

Źródło: opracowanie własne na podstawie Cholewicki (1973)

Źródło strumienia zasobowego  $J_M(t)$  przedstawione na rys. 3 łącznie z konduktancją zarządczą  $G_{M_1}$  odwzorowuje wewnętrzne rzeczywiste źródło strumienia zasobowego materiału w procesie produkcyjnym. Według analogii do pierwszego prawa Kirchhoffa (Cholewicki, 1973) suma strumieni zasobowych w węzle jest równa zero:  $J_M(t) = i_{M_R}(t) + i_M(t)$ .

Zastosowano przekształcenie wewnętrznego rzeczywistego źródła strumienia zasobowego materiału przedstawionego na rys. 3 na wewnętrzne rzeczywiste źródła napięcia zarządczego otrzymując równoważny obwód przedstawiony na rys. 4. W przekształceniu obwodów zastosowano ideę przedstawioną przez Cholewickiego (1973).



Rysunek 4. Schemat zastępczy rzeczywistego procesu produkcyjnego ze źródłem napięcia zarządczego materiału równoważnego schematowi zastępczemu przedstawionemu na rys. 3

Oznaczenia na rys. 4:

- $u_M(t)$  – Źródło napięcia zarządczego odwzorowujące dostawę materiału  
 $\left( \frac{nu \cdot PLN^2}{zl \cdot t.u.^2} \right)$  (tj. wolt zarządczy),
- $i_M(t)$  – Strumień zasobowy materiału jak na rys. 3  $\left( \frac{zl}{t.u.} \right)$  (tj. amper zarządczy),
- $R_{M_1}$  – Rezystancja wewnętrzna zarządcza źródła odwzorowująca stratę materiału u źródła zasobowego  
 $G_{M_1} = \frac{1}{R_{M_1}}$  dla  $R_{M_1} > 0$   $\left( \frac{nu \cdot PLN^2}{zl^2 \cdot t.u.} \right)$  (tj. om zarządczy),
- $R_{M_2}$  – Rezystancja zarządcza części wytwórczej procesu odwzorowująca stratę materiału w procesie produkcyjnym  $\left( \frac{nu \cdot PLN^2}{zl^2 \cdot t.u.} \right)$   
 (tj. om zarządczy),
- $L_M$  – Funkcjonalność zarządcza własna obiektu ryzyka dostaw materiałów (henr zarządczy),
- $I_{M_0}$  – Wartość początkowa strumienia zasobowego wynikająca ze zużycia materiału do produkcji próbnej wyrobów (amper zarządczy),

$\Psi_{M_0}$	–	Wartość początkowa strumienia funkcjonalnego wynikająca ze zużycia materiału do produkcji próbnej wyrobów, $\Psi_{M_0} = L_{M_0} \cdot I_{M_0}$ (weber zarządczy),
$W_M$	–	Wyłącznik odwzorowujący możliwość rozpoczęcie dostawy materiału do procesu i zakończenia dostawy materiału,
$t = 0$	–	Chwila początkowa rozpoczęcia dostawy materiału do procesu (t.u.).

Źródło: opracowanie własne na podstawie Cholewicki (1971)

Odpowiednio dla materiałów, paliw i energii każda rezystancja zarządcza wraz z funkcjonalnością zarządczą własną tworzą trzy szeregowe układy połączeń:  $R_M, L_M$ ;  $R_F, L_F$ ;  $R_E, L_E$ ,

gdzie:

- dla układu przedstawionego na rys. 4 rezystancja zastępcza odwzorowująca straty w źródle strumienia zasobowego materiałów i straty w części produkcyjnej procesu wynosi:

$$R_M = R_{M_1} + R_{M_2}$$

- analogicznie dla układów paliw i energii rezystancja zastępcza wynosi:

$$R_F = R_{F_1} + R_{F_2}, \quad R_E = R_{E_1} + R_{E_2}.$$

Obwód ryzyka przedstawiony na rys. 3 i analogiczne obwody odwzorowujące dostawę paliw i energii są obwodami niezależnymi (nie są połączone ze sobą i nie ma możliwości przepływu strumieni zasobowych pomiędzy nimi). Również obwód przedstawiony na rys. 4 dotyczący materiałów nie posiada połączeń z pozostałymi obwodami opisującymi paliwa i energię.

### Założenia 8

- w pozostałych obiektach ryzyka  $O_H, O_C, O_D$  pomija się udział rezystancji zarządczych z uwagi na ich znikomą wartość,
- wymuszenie w obwodzie dostaw materiałów jest funkcją stałą  $J_M(t) = J_M$ ,
- powyższe założenia odnoszą się również do obwodów dotyczących paliw i energii.,  
wtedy  $J_F(t) = J_F, J_E(t) = J_E$ ,
- w chwili włączenia obwodu przedstawionego na rys. 3 (dla  $t = 0$ ) odpowiedzią obwodu na wymuszenie stałe  $J_M(t) = J_M$  jest strumień materiałów  $i_M(t)$ ,
- w przekształconym obwodzie przedstawionym na rysunku 4 wymuszeniem jest stałe napięcie zarządcze  $u_M(t) = U_M$ .



Szeregowy układ  $R_M, L_M$  odwzorowujący obwód ryzyka, w którym dopływa materiał do produkcji wyrobów przedstawiono na rys. 4 (Cholewicki, 1971). Rozważany układ  $R_M, L_M$  opisano równaniem różniczkowym:

$$R_M \cdot i_M(t) + L_M \frac{di_M(t)}{dt} = U_M \quad (45)$$

Powyższe równanie wynika z drugiego prawa Kirchhoffa (Cholewicki, 1973), które określa, że suma napięć zarządczych w zamkniętym obwodzie jest równa zero (powyższe prawo odnosi się do wzorów (45), (46), (47)). Analogicznymi układami połączeń do układu przedstawionego na rysunku 4 będą układy:

– układ  $R_F, L_F$  odwzorowujący obwód ryzyka, w którym dopływa paliwo, opisany równaniem różniczkowym:

$$R_F \cdot i_F(t) + L_F \frac{di_F(t)}{dt} = U_F \quad (46)$$

– układ  $R_E, L_E$  odwzorowujący obwód ryzyka, w którym dopływa energia, opisany równaniem różniczkowym

$$R_E \cdot i_E(t) + L_E \frac{di_E(t)}{dt} = U_E \quad (47)$$

gdzie:

$U_M = J_M \cdot R_M$	–	napięcie zarządcze panujące na obwodzie ryzyka, w którym przepływają materiały do produkcji (istnieje źródło materiału)
		$\left( \frac{nu \cdot PLN^2}{zł \cdot t.u.^2} \right)$ (tj. wolt zarządczy),
$U_F = J_F \cdot R_F$	–	jak wyżej, lecz dla paliwa (istnieje źródło paliwa) $\left( \frac{nu \cdot PLN^2}{zł \cdot t.u.^2} \right)$
		(tj. wolt zarządczy),
$U_E = J_E \cdot R_E$	–	jak wyżej, lecz dla energii (istnieje źródło energii) $\left( \frac{nu \cdot PLN^2}{zł \cdot t.u.^2} \right)$
		(tj. wolt zarządczy).

Rozwiązaniami równań różniczkowych (45), (46), (47) są funkcje zmiennej czasu określające strumienie zasobowe:

$$i_M(t) = \frac{U_M}{R_M} \left( 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_M}\right) \right) \left( \frac{zI}{t.u.} \right) \quad (48)$$

$$i_F(t) = \frac{U_F}{R_F} \left( 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_F}\right) \right) \left( \frac{zI}{t.u.} \right) \quad (49)$$

$$i_E(t) = \frac{U_E}{R_E} \left( 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_E}\right) \right) \left( \frac{zI}{t.u.} \right) \quad (50)$$

gdzie:

- $\tau_M, \tau_F, \tau_E$  – stałe czasu charakteryzujące układy, w których przepływają materiały, paliwa i energia określone odpowiednio zależnościami:

$$\tau_M = \frac{L_M}{R_M}, \quad \tau_F = \frac{L_F}{R_F}, \quad \tau_E = \frac{L_E}{R_E} \quad (t.u.) \quad (51)$$

dla rezystancji zarządczych:

$$R_M = R_{M_1} + R_{M_2}, \quad R_F = R_{F_1} + R_{F_2}, \quad R_E = R_{E_1} + R_{E_2} \quad (om \text{ zarządczy}).$$

Wartość stałej czasu układu, w którym przepływają materiały do produkcji, wyznaczono z zasady zachowania kapitału (analogia w fizyce do zasady zachowania ładunku) (Halliday i in., 2014).

Przyjmując dotychczasowe założenia:

- partia wyrobów składa się z  $N_k$  wyrobów,
- czas do produkcji partii  $N_k$  wyrobów wynosi  $t = t_k$ .

Zasada zachowania kapitału dla układów przedstawionych na rysunkach 3, 4 jest opisana równaniem:

$$Q_J = Q_{R_1} + Q_{R_2} + Q_M = Q_{R_M} + Q_M \quad (52)$$

gdzie:

$$Q_{R_M} = k_{R_M} \cdot Q_M \quad (53)$$

otrzymuje się równanie

$$Q_J = k_{R_M} \cdot Q_M + Q_M = Q_M (1 + k_{R_M}) \quad (54)$$

Dla stałej wartości strumienia zasobowego materiałów  $i_M(t) = I_M$ , przy czasie trwania partii wyrobów  $t_k$  wartość materiału  $Q_J$  dostarczona przez źródło dla wytworzenia partii wyrobów jest równa

$$Q_J = k_{R_M} \cdot Q_M + Q_M = I_M \cdot t_k (1 + k_{R_M}) \quad (55)$$

gdzie:

- $Q_J$  – Wartość materiału dostarczona przez źródło strumienia zasobowego w czasie  $t_k$  (zł),
- $Q_{R_M}$  – Wartość strat materiału w źródle (np. materiał uszkodzony) i w produkcji (np. odpady materiałowe) (zł),
- $Q_M$  – Wartość materiału zawarta w partii wyrobów (zł),
- $k_{R_M}$  – Współczynnik określający iloraz  $Q_{R_M} / Q_M$ .

Do wyznaczenia wartości rezystancji zastępczej dla układu przedstawionego na rysunku 4 wykorzystano ideę zawartą w Cholewicki (1971). Z równania (48) oblicza się pochodną strumienia nieustalonego zasobowego materiału w chwili początkowej, która określa zmiany strumienia zasobowego materiału:

$$\left. \frac{di_M(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{U_M}{L_M} \quad (56)$$

### Założenie 9

Równanie (56) określa stały ubytek strumienia materiału w źródle i strat materiału w czasie produkcji. Po pomnożeniu powyższego równania przez stałą czasową  $\tau_M$  otrzymuje się:

$$\tau_M \cdot \left. \frac{di_M(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{U_M}{R_M} = I_M \quad (57)$$

W praktyce zachodzi zależność  $\tau_M > t_k$  (np. przy 5% stracie strumienia zasobowego materiału stała czasowa wynosi  $\tau_M = 20 \cdot t_k$ ). Wyznaczoną wartość materiału zawartą w partii wyrobów  $Q_M$  według zależności (55) otrzyma się również dla przepływu strumienia zasobowego strat materiału  $I_{M_R}$  w czasie równym jednej stałej czasowej

$$Q_M = I_{M_R} \cdot \tau_M \quad (zł) \quad (58)$$

gdzie:

– analogicznie jak we wzorze (53)

$$I_{M_R} = k_{R_M} \cdot I_M \quad (59)$$

– założono, że strumień zasobowy materiału przedstawiony na rys. 3 posiada stałą wartość  $i_{M_R}(t) = I_{M_R}$ .

Porównując zależności (55) i (59):

$$I_M \cdot t_k (1 + k_{R_M}) = k_{R_M} \cdot I_M \cdot \tau_M \quad (60)$$

Otrzymuje się wyrażenie określające wartość stałej czasu dla układu  $R_M, L_M$

$$\tau_M = t_k \cdot \frac{1 + k_{R_M}}{k_{R_M}} \quad (t.u.), \quad (61)$$

Szukana wartość rezystancji zarządczej będącej parametrem odwzorowującym stratność materiałów do produkcji partii wyrobów wynosi

$$R_M = \frac{L_M}{\tau_M} \left( \frac{nu \cdot PLN^2}{zł^2 \cdot t.u.} \right) \text{ (tj. om zarządczy),} \quad (62)$$

gdzie:

$L_M$  – wartość funkcjonalności zarządczej własnej wyznaczona podobnie jak we wzorze (18) (*henr zarządczy*),

$\tau_M$  – wartość stałej czasu według wzoru (61) (*t.u.*).

Podobnie można wyznaczyć wartości rezystancji zarządczych odwzorowujących: straty paliw  $R_F$  i straty energii  $R_E$  (np. energii elektrycznej) przy wykorzystaniu wzorów analogicznych do (51) - (55):

$$R_F = \frac{L_S}{\tau_F}, \quad R_E = \frac{L_S}{\tau_E} \left( \frac{nu \cdot PLN^2}{zł^2 \cdot t.u.} \right) \text{ (tj. om zarządczy)} \quad (63)$$

Wyznaczone parametry  $R_M, R_F, R_E$  są parametrami rezystancji zarządczej odpowiednio obwodów:  $R_M, L_M; R_F, L_F; R_E, L_E$ .

Wskutek przepływu strumienia zasobowego przez rezystancję zarządczą powstaje spadek napięcia zarządczego, będący analogią w fizyce do spadku napięcia elektrycznego (Cichowska, 2011).

Uwzględniając stałe strumienie zasobowe płynące w obwodach ryzyka dostawy materiałów  $I_M$ , paliw  $I_F$ , energii  $I_E$  oraz rezystancje zarządcze, odpowiednio  $R_M$ ,  $R_F$ ,  $R_E$ , określone wzorami (62), (63), otrzymuje się spadki napięcia zarządczego na tych rezystancjach zarządczych, które są równe odpowiednio:

$$\Delta U_{R_M} = R_M \cdot I_M, \quad \Delta U_{R_F} = R_F \cdot I_F, \quad \Delta U_{R_E} = R_E \cdot I_E \quad (\text{tj. wolt zarządczy}) \quad (64)$$

Otrzymuje się we współrzędnej priorytetowej  $P$  wypadkowy spadek napięcia zarządczego na rezystancjach zarządczych odwzorowujących straty materiałów, paliw i energii w procesie produkcyjnym określony metryką euklidesową

$$\Delta U_{R_S} = \sqrt{\Delta U_{R_M}^2 + \Delta U_{R_F}^2 + \Delta U_{R_E}^2} \left( \frac{nu \cdot PLN^2}{zł \cdot t.u.^2} \right) \quad (\text{tj. wolt zarządczy}). \quad (65)$$

Spadki napięć zarządczych  $\Delta U_{R_M}$ ,  $\Delta U_{R_F}$ ,  $\Delta U_{R_E}$  są niezależne od siebie, gdyż dotyczą trzech niezależnych dostaw i różniących się między sobą zasobów. W obwodzie przedstawionym na rys. 4 w stanie ustalonym, przy  $t \gg \tau_M$  napięcie zarządcze panujące na funkcjonalności zarządczej własnej zanika do zera (powiemy, że zanika opieranie się funkcjonalności zarządczej własnej, gdyż nie występuje zmiana strumienia zasobowego materiałów):

$$u_{L_M}(t) = 0 \quad \text{dla} \quad t \gg \tau_M. \quad (66)$$

Spadek napięcia zarządczego na rezystancji zarządczej  $R_M$  w stanie ustalonym jest równy napięciu zarządczemu wewnętrznego źródła materiałów  $U_M$

$$u_{R_M}(t) = U_{R_M} = U_M \quad \text{dla} \quad t \gg \tau_M. \quad (67)$$

Wartość napięcia zarządczego wewnętrznego źródła materiałów obiektu  $O_S$  (obiekt ryzyka dostaw wewnętrznych wytworzenia wyrobów i pomiarów) dla  $I_M = const.$  wynosi:

$$U_M = I_M \cdot R_M \left( \frac{nu \cdot PLN^2}{zł \cdot t.u.^2} \right) \quad (\text{tj. wolt zarządczy}) \quad (68)$$

### Równanie napięć zarządczych rzeczywistego procesu produkcyjnego w przestrzeni ryzyka

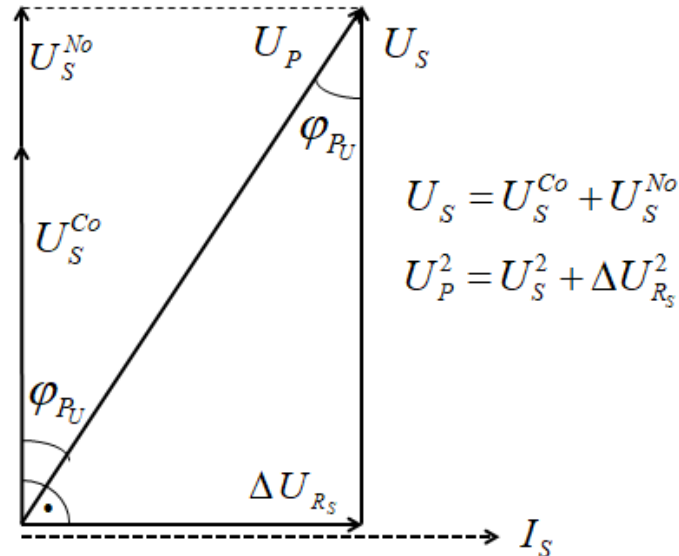
W modelu rzeczywistego procesu produkcyjnego uwzględnia się straty produkcyjne materiałów, paliw i energii w obiekcie ryzyka  $O_S$ . Założono, że inne straty nie występują. Korzystając z równań (33), (35), (65) określa się sposób wyznaczania napięcia zarządczego  $U_p$  (na wszystkich wytworzonych wyrobach łącznie z poniesionymi stratami materiałów, paliw i energii) wzorem:

$$U_p = \sqrt{U_S^2 + \Delta U_{R_S}^2} \pm \Delta U_p \left( \frac{nu \cdot PLN^2}{zł \cdot t.u.^2} \right) \text{ (tj. wolt zarządczy),} \quad (69)$$

gdzie:

- $U_p$  – całkowite napięcie zarządcze panujące na wytworzonej partii wyrobów i stratach materiałów, paliw i energii (wolt zarządczy),
- $U_S$  – napięcie zarządcze panujące na wytworzonych wszystkich wyrobach w partii wyrobów, będące sumą napięć zarządczych:
 
$$U_S = U_S^{Co} + U_S^{No} \text{ (wolt zarządczy),} \quad (70)$$
- $U_S^{Co}$  – napięcie zarządcze panujące na wyrobach spełniających wymagania proceduralne (*conformity*) (wolt zarządczy),
- $U_S^{No}$  – jak wyżej, lecz na wyrobach nie spełniających wymagań proceduralnych (*nonconformity*) (wolt zarządczy),
- $\Delta U_{R_S}$  – spadek napięcia zarządczego w wyniku strat materiałów, paliw, energii według zależności (65) (wolt zarządczy),
- $\Delta U_p$  – ryzyko całkowitego napięcia zarządczego panującego na linii produkcyjnej (wolt zarządczy).

Na podstawie wyznaczonych zależności (62), (63) przedstawiono trójkąt napięć zarządczych panujących na partii wyrobów w procesie produkcyjnym (rys. 5).



Rysunek 5. Trójkąt napięć zarządczych partii  $N_k$  wyrobów w przestrzeni ryzyka

Oznaczenia na rysunku 5:

- $I_S$  – Wartość skuteczna strumienia dostaw materiałów, paliw i energii do wytworzenia wyrobów  
 $\left(\frac{zł}{t.u.}\right)$  (tj. *amper zarządczy*).
- $U_P$  – całkowite napięcie zarządcze panujące na partii wytworzonych wyrobów łącznie z napięciem zarządczym panującym na stratach materiałów, paliw i energii  
 $\left(\frac{nu \cdot PLN^2}{zł \cdot t.u.^2}\right)$  (tj. *wolt zarządczy*),
- $U_S$  – napięcie zarządcze panujące na wytworzonych wszystkich wyrobach w partii wyrobów (za wyjątkiem napięcia zarządczego odwzorowującego straty materiałów, paliw i energii) (*wolt zarządczy*),
- $U_S^{Co}$  – napięcie zarządcze panujące na wyrobach spełniających wymagania proceduralne (conformity) (*wolt zarządczy*),
- $U_S^{No}$  – napięcie zarządcze panujące na wyrobach nie spełniających wymagań proceduralnych (nonconformity) (*wolt zarządczy*),
- $\Delta U_{R_S}$  – spadek napięcia zarządczego w wyniku strat materiałów, paliw i energii związany z produkcją partii wyrobów (*wolt zarządczy*),
- $\varphi_{P_U}$  – kąt stratności napięcia zarządczego partii wyrobów (*radian*).

Źródło: opracowanie własne

Przy pomocy trójkąta przedstawionego na rys. 5 określono właściwość jakościową partii wyrobów wytworzonej w procesie produkcyjnym (por. EN ISO 9000:2015, punkt 3.10.2).

Właściwość jakościową partii wyrobów dla  $U_S^{Co} + U_S^{No} = const.$  zdefiniowano zależnością:

$$tg \varphi_{R_v} = \frac{\Delta U_{R_s}}{U_S^{Co} + U_S^{No}} \quad (71)$$

gdzie:

- $\varphi_{R_v}$  – kąt stratności napięcia zarządczego partii wyrobów,
- pozostałe oznaczenia jak we wzorach (69), (70).

Wartość powyższej funkcji  $tg \varphi_{R_v}$  jest istotna ze względu na poszukiwanie:

- minimum spadku napięcia zarządczego  $\Delta U_{R_s}$  w wyniku strat materiałów, paliw i energii,
- maksimum napięcia zarządczego  $U_S^{Co}$  w celu wytworzenia wyrobów zgodnie z procedurami i współdziałania obiektów ryzyka przy produkcji wyrobów.

Zmiana wartości napięcia zarządczego panującego na procesie produkcyjnym jest informacją, że w procesie produkcyjnym występują zjawiska powodujące tę zmianę, np.:

- zmienia się strumień zasobowy (np. strumień finansowy amortyzacji) w obiekcie ryzyka, który bierze udział w wytworzeniu wyrobu,
- nie uczestniczy w wytwarzaniu wyrobu co najmniej jeden składnik zasobowy tworzący rdzeń zasobowy  $O_R$  (zmniejsza się tensor zaangażowania zasobów  $\mu$  w procesie produkcyjnym (por. zależności (19), (20)),
- występuje dostawa materiału, paliwa lub energii nie spełniająca wymagań proceduralnych (por. zależności (24), (27) odnoszące się do funkcjonalności zarządczych  $L, M$ ),
- zmienia się współdziałanie pomiędzy obiektami ryzyka, w wyniku czego występuje zmiana ilości wyrobów (lub usług) niespełniających wymagań (zmiana funkcjonalności zarządczej wzajemnej),
- zmienia się strata co najmniej jednego dopływającego zasobu (materiałów, paliw, energii),
- zmienia się budżet we współrzędnej priorytetowej lub we współrzędnych stowarzyszonych (następuje zmiana funkcjonalności zarządczej własnej i wzajemnej).



### Straty mocy zarządczej i energii zarządczej w procesie produkcyjnym w przestąpieniu ryzyka

Wskutek przepływu strumienia zasobowego w procesie wytwórczym w postaci materiałów, paliw, energii powstają straty zarządcze, w tym straty:

- materiałów (np. powstanie odpadów produkcyjnych),
- paliw (np. strata gazu w gazociągu),
- energii (np. ubytki ciepła).

Charakter powyższych strat zarządczych jest analogią do strat energii elektrycznej, określonych prawem Joule'a-Lenza (Cichowska, 2011). Moc zarządcza chwilowa tracona na rezystorze zarządczym  $R_M$  odwzorowująca straty materiału w źródle i straty produkcyjne dla stałej wartości strumienia zasobowego materiałów  $I_M$  jest określona zależnością:

$$P_{M_R} = R_M \cdot I_M^2 \left( \frac{nu \cdot PLN^2}{t.u.^3} \right) \text{ (tj. wat zarządczy)} \quad (72)$$

gdzie:

- $P_{M_R}$  – moc zarządcza chwilowa strat materiału w procesie produkcyjnym (*wat zarządczy*),
- $R_M$  – rezystancja zarządcza jako parametr procesu odwzorowujący stratność materiału w źródle oraz w procesie produkcyjnym określona wzorem (62) (*om zarządczy*),
- $I_M$  – strumień zasobowy utraconego materiału płynący w procesie produkcyjnym (*amper zarządczy*).

Analogicznie można wyznaczyć straty mocy zarządczej chwilowej paliw  $P_{F_R}$  oraz straty mocy zarządczej elektrycznej, cieplnej itp.  $P_{E_R}$  dostarczanych do procesu. Całkowite straty mocy zarządczej chwilowej materiałów paliw i energii określono wzorem w metryce euklidesowej:

$$P_R = \sqrt{P_{M_R}^2 + P_{F_R}^2 + P_{E_R}^2} \text{ (wat zarządczy)} \quad (73)$$

gdzie:

- $P_R$  – strata mocy zarządczej chwilowej materiałów, paliw i energii (*wat zarządczy*),
- $P_{M_R}$  – strata mocy zarządczej chwilowej materiałów (*wat zarządczy*),
- $P_{F_R}$  – strata mocy zarządczej chwilowej paliw (*wat zarządczy*),
- $P_{E_R}$  – strata mocy zarządczej chwilowej energii (*wat zarządczy*).

Strata energii zarządczej chwilowej w wyniku strat materiału w procesie wynosi (Cichowska, 2011)L

$$E_{M_R} = R_M \cdot I_M^2 \cdot t \left( \frac{nu \cdot PLN^2}{t.u.^2} \right) \text{ (tj. dżul zarządczy)} \quad (74)$$

gdzie:

- $E_{M_R}$  – strata energii zarządczej chwilowej w wyniku strat materiału w procesie produkcyjnym (*dżul zarządczy*),
- $R_M$  – Rezystancja zarządcza odwzorowująca stratność procesu produkcyjnego (*om zarządczy*),
- $I_M$  – Strumień zasobowy występujący we wzorze (72) (amper zarządczy),
- $t = 1 t.u.$  – Jednostka czasu.

Analogicznie można wyznaczyć straty energii zarządczej odwzorowującej straty paliw  $E_{F_R}$  i energii zarządczej odwzorowującej straty energii elektrycznej, cieplnej itp.  $E_{E_R}$  (analogicznie do wzoru (74)) oraz całkowite straty energii zarządczej  $E_R$  związane ze stratami materiałów, paliw i energii.

$$E_R = \sqrt{E_{M_R}^2 + E_{F_R}^2 + E_{E_R}^2} \text{ (dżul zarządczy)} \quad (75)$$

gdzie:

- $E_R, E_{M_R}, E_{M_F}, E_{M_E}$  analogicznie jak we wzorze (73), lecz dla energii.

### **Energia zarządcza własna i moc zarządcza własna obiektu ryzyka funkcjonalnego w przestrzeni ryzyka**

#### **Założenie 10**

Dla uproszczenia obliczeń przyjęto znikomą wartość strat materiałów, paliw i energii w obiektach ryzyka:  $O_S, O_H, O_C, O_D$ .

Energia chwilowa zarządcza własna obiektu ryzyka jest połową iloczynu funkcjonalności zarządczej własnej tego obiektu i kwadratu strumienia zasobowego przepływającego przez ten obiekt ryzyka w jednostce czasu.

Wartość chwilowa energii zarządczej własnej  $E_{Self}$  obiektów ryzyka  $O_S, O_H, O_C, O_D$ , biorących udział w produkcji partii wyrobów wynosi (Cichowska, 2011):

$$E_{Self} = \frac{1}{2} L_S \cdot i_S^2 + \frac{1}{2} L_H \cdot i_H^2 + \frac{1}{2} L_C \cdot i_C^2 + \frac{1}{2} L_D \cdot i_D^2 \left( \frac{nu \cdot PLN^2}{t.u.^2} \right) \quad (76)$$

(tj. *dżul zarządczy*),

gdzie:

–  $i_S, i_H, i_C, i_D$  są to strumienie zasobowe określone w założeniu 1.

Pierwszy składnik równania (76) po prawej stronie określa energię chwilową własną obiektu ryzyka  $O_S$  w związku z przepływem materiałów, paliw, energii i wynosi:

$$\frac{1}{2} L_S \cdot i_S^2 = \frac{1}{2} L_S (i_M^2 + i_F^2 + i_E^2) \quad (77)$$

Pozostałe składniki po prawej stronie równania (76) określają energię własną chwilową obiektów ryzyka w wyniku przepływu strumieni zasobowych usług pochodzących od zasobów ludzkich, kontroli, jakości, podejmowania decyzji o zwolnienia wyrobu. Przy założeniach (26) otrzymuje się zależność:

$$\frac{1}{2} L_H \cdot i_H^2 + \frac{1}{2} L_C \cdot i_C^2 + \frac{1}{2} L_D \cdot i_D^2 = \frac{1}{2} L (i_H^2 + i_C^2 + i_D^2) \quad (78)$$

W rezultacie otrzymuje się wartość chwilową energii zarządczej własnej obiektów ryzyka pracujących na wytworzenie partii wyrobów:

$$E_{Self} = \frac{1}{2} L (i_M^2 + i_F^2 + i_E^2 + i_H^2 + i_C^2 + i_D^2) \left( \frac{nu \cdot PLN^2}{t.u.^2} \right) \quad (tj. *dżul zarządczy*) \quad (79)$$

Energia zarządcza własna chwilowa obiektu ryzyka osiąga zawsze wartość dodatnią, ponieważ zależy od kwadratu strumienia zasobowego przepływającego przez ten obiekt i od wartości funkcjonalności zarządczej własnej.

Energia zarządcza własna chwilowa może być wykorzystana do określenia charakterystyki obiektu ryzyka (EN ISO 9000:2015, punkt 3.10.1). Przyjęto, że charakterystyką obiektu ryzyka jest moc zarządcza własna chwilowa obiektu ryzyka jako iloraz energii zarządczej własnej chwilowej podzielonej przez jednostkę czasu. Dla obiektu ryzyka  $O_S$  moc zarządcza własna chwilowa jest określona wzorem:

$$P_{SelfS} = \frac{E_{SelfS}}{t} = \frac{1}{2} L_S \cdot i_S^2 \left( \frac{nu \cdot PLN^2}{t.u.^3} \right) \quad (tj. *wat zarządczy*) \quad (80)$$

gdzie:

–  $t = 1 t.u.$

Podobne charakterystyki dla obiektów  $O_H$ ,  $O_C$ ,  $O_D$  można określić za pomocą mocy zarządczych własnych chwilowych, które w rozumieniu EN ISO 9000:2015, punkt 3.10.3 są czynnikami ludzkimi (personel obsługi) odwzorowującymi „właściwości osób mające wpływ na rozważany obiekt”. Moc zarządcza własna chwilowa obiektu ryzyka  $O_H$  jest równa:

$$P_{SelfH} = \frac{E_{SelfH}}{t} = \frac{1}{2} L_H \cdot i_H^2 \left( \frac{nu \cdot PLN^2}{t.u.^3} \right) \text{ (tj. wat zarządczy)} \quad (81)$$

gdzie:

$$- t = 1 t.u.$$

Korzystając z równania (72), przy założeniu (26) moc zarządcza własna chwilowa obiektu ryzyka  $O_p$  (procesu produkcyjnego) jest równa:

$$P_{SelfP} = \frac{E_{SelfP}}{t} = \frac{1}{2} L \cdot i_p^2 \left( \frac{nu \cdot PLN^2}{t.u.^3} \right) \text{ (tj. wat zarządczy)} \quad (82)$$

gdzie:

$$- i_p^2 = i_M^2 + i_F^2 + i_E^2 + i_H^2 + i_C^2 + i_D^2,$$

$$- t = 1 t.u.$$

### Synergia zarządcza w przestrzeni ryzyka

Współdziałanie obiektów ryzyka w celu wytworzenia wyrobów w procesie produkcyjnym określa się energią wzajemną zarządczą lub synergią zarządczą. Synergia sugeruje, że jednostki organizacyjne (albo podsystemy) mogą często działać bardziej skutecznie niż oddzielnie. Synergia jest ważnym pojęciem dla menadżerów, kładzie bowiem nacisk na znaczenie zgodnej skoordynowanej współpracy (Bućko 2013).

W artykule wykorzystuje się analogię synergii zarządczej do energii magnetycznej cewek sprzężonych magnetycznie. Dla uproszczenia obliczeń zastosowano założenie 10. Synergia zarządcza chwilowa dwóch obiektów ryzyka jest iloczynem funkcjonalności zarządczej wzajemnej i strumieni zasobowych chwilowych przepływających przez każdy obiekt ryzyka.

Wartość synergii zarządczej chwilowej  $E_{Syn}$  układu współdziałających obiektów ryzyka w procesie produkcji wyrobów (Cichowska, 2011 - zależność (12.101)) wynosi:

$$E_{Syn} = M_{HS} \cdot i_H \cdot i_S + M_{CS} \cdot i_C \cdot i_S + M_{CH} \cdot i_C \cdot i_H + \\ + M_{DS} \cdot i_D \cdot i_S + M_{DH} \cdot i_D \cdot i_H + M_{DC} \cdot i_D \cdot i_C \\ \left( \frac{nu \cdot PLN^2}{t.u.^2} \right) \text{ (tj. dżul zarządczy)} \quad (83)$$

gdzie oznaczenia po prawej stronie powyższego równania są identyczne jak w równaniach (27) i (76).

Można zauważyć, że warunkiem osiągnięcia różnej od zera synergii dwóch obiektów jest to, aby w obu obiektach ryzyka płynęły różne od zera strumienie zasobowe, przy funkcjonalności zarządczej wzajemnej różnej od zera. Synergia zarządcza może osiągać wartość dodatnią lub ujemną w zależności od tego, czy obiekty ryzyka współdziałają ze sobą, czy przeciwdziałają.

Poszczególne składniki po prawej stronie równania (83) określają wartości synergii zarządczej wynikającej ze współdziałania obiektów ryzyka (EN ISO 9000:2015, punkt 3.10.3).

Podobnie jak w zależnościach (80), (81), (82) określających wartości mocy własnych zarządczych chwilowych obiektów ryzyka, można określić charakterystyki współdziałania pomiędzy dwoma obiektami ryzyka za pomocą mocy wzajemnej zarządczej chwilowej (mocy synergicznej)

$$P_{Syn} = \frac{E_{Syn}}{t} \left( \frac{nu \cdot PLN^2}{t.u.^3} \right) \text{ (tj. wat zarządczy)} \quad (84)$$

Łączna energia zarządcza chwilowa  $E_p$  wyprodukowanej partii  $N_k$  wyrobów w procesie produkcyjnym (energia zarządcza własna chwilowa (zależność (79)) i synergia zarządcza chwilowa (zależność (83)) wynosi:

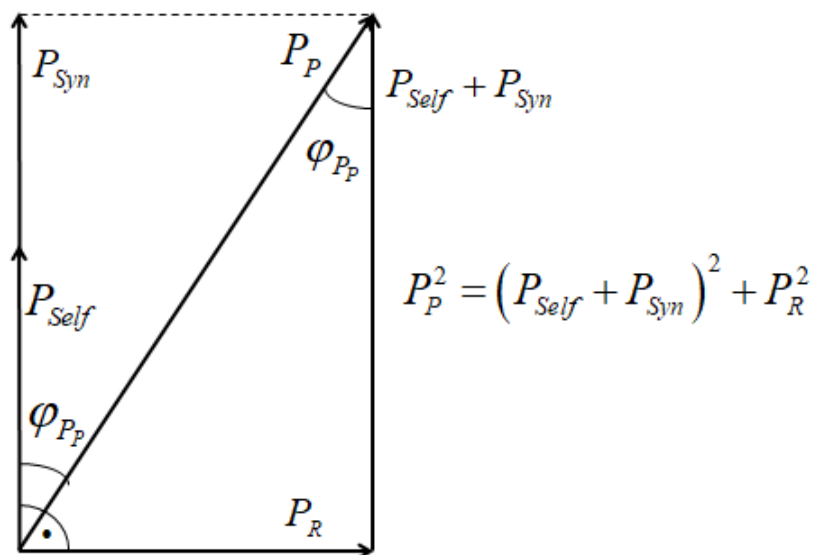
$$E_p = E_{Self} + E_{Syn} \left( \frac{nu \cdot PLN^2}{t.u.^2} \right) \text{ (tj. džul zarządczy)} \quad (85)$$

Całkowita chwilowa wartość energii zarządczej jest wynikiem występowania chwilowych energii zarządczych własnych obiektów ryzyka i chwilowych synergii zarządczych wynikających ze współdziałania obiektów ryzyka wchodzących w skład linii produkcyjnej.

Łączna moc zarządcza chwilowa procesu produkcyjnego wynikająca ze wzoru (85) wynosi:

$$P_p = \frac{E_p}{t} = P_{Self} + P_{Syn} \left( \frac{nu \cdot PLN^2}{t.u.^3} \right) \text{ (tj. wat zarządczy)} \quad (86)$$

Analogicznie jak w przypadku trójkąta napięć zarządczych (rys. 5), w oparciu o wyznaczone zależności (73), (85), (86) na rysunku 6 przedstawiono trójkąt mocy zarządczych dla partii wyrobów w procesie produkcyjnym.



**Rysunek 6. Trójkąt mocy zarządczych dla partii wyrobów w przestrzeni ryzyka**

Oznaczenia na rys. 6:

- $P_R$  - moc zarządca strat materiałów, paliw i energii (*wat zarządczy*),
- $P_{Self}$  - moc zarządca własna partii wyrobów (*wat zarządczy*),
- $P_{Syn}$  - moc zarządca synergiczna partii wyrobów (*wat zarządczy*),
- $\varphi_{P_P}$  - kąt stratności mocy zarządczej partii wyrobów (*radian*).

Źródło: opracowanie własne

Przy pomocy trójkąta mocy określono właściwość ilościową partii wyrobów wytworzonej w procesie produkcyjnym, w stanie ustalonym (po zakończeniu produkcji) (EN ISO 9000:2015).

Przy uwzględnieniu proceduralnych współczynników własnych (por. zależność (24)) oraz proceduralnych współczynników wzajemnych (por. zależność (28)) ilościową właściwość partii wyrobów w oparciu o zaplanowane stałe wartości mocy zarządczych zdefiniowano zależnością:

$$\operatorname{tg} \varphi_{P_p} = \frac{P_R}{P_{Self} + P_{Syn}}, \quad (87)$$

gdzie:

- $\varphi_{P_p}$  – kąt stratności mocy zarządczej partii wyrobów (*radian*),
- $P_R$  – moc zarządcza strat materiałów, paliw i energii (*wat zarządczy*),
- $P_{Self}$  – moc zarządcza własna partii wyrobów (*wat zarządczy*),
- $P_{Syn}$  – moc zarządcza synergiczna partii wyrobów (*wat zarządczy*).

Jeżeli wartości mocy zarządczych w mianowniku zależności (87) odnoszą się do wytworzonych wyrobów ogółem (suma wytworzonych wyrobów zgodnie z procedurami i niezgodnie z procedurami), wówczas przy wyznaczaniu mocy zarządczych należy przyjmując wartości proceduralnych współczynników własnych i proceduralnych współczynników wzajemnych równych jeden.

Wartość powyższej funkcji  $\operatorname{tg} \varphi_{P_p}$  jest istotna ze względu na poszukiwanie minimum funkcji określającej wartość  $\operatorname{tg} \varphi_{P_p}$  w procesach o znaczącym udziale materiałów, paliw i energii i może być analizowana według poniższych przykładowych kryteriów:

- minimum strat mocy zarządczej w procesie produkcyjnym  $P_R$  w wyniku strat materiałów, paliw i energii,
- ze względu na ryzyko, jeśli to możliwe, ograniczanie największych strumieni zasobowych własnych obiektów ryzyka poprzez rozkład na niezależne strumienie zasobowe (podobnie jak przy budżetowaniu, por. zależności (12), (13)), które powoduje zmniejszenie mocy zarządczej własnej  $P_{Self}$ , lecz też wg poniższego kryterium,
- maksimum sumy mocy zarządczej własnej  $P_{Self}$  i mocy zarządczej synergicznej  $P_{Syn}$ ; ze względu na współdziałanie obiektów ryzyka, najwyższą moc synergiczną osiągają obiekty ryzyka o najwyższych proceduralnych współczynnikach wzajemnych i o porównywalnych strumieniach zasobowych (por. zależności (28), (83), (84)),
- w każdym z powyższych przypadków osiągnięcie jak najwyższych proceduralnych współczynników własnych i proceduralnych współczynników wzajemnych.

Na podstawie otrzymanych wyników w przestrzeni ryzyka dokonuje się weryfikacji, walidacji w przestrzeniach wykonawczych w celu potwierdzenia wyników obliczeń, a następnie podjęcia decyzji w przestrzeni decyzyjnej.

### **Wykorzystanie wielkości zarządczych w przestrzeni ryzyka do oceny procesu produkcyjnego**

Strumień funkcjonalny (por. zależność (36)) odwzorowuje w przestrzeni ryzyka przepływającą wartość w obiekcie ryzyka. Odwzorowuje on koszty wytworzenia wyrobu w linii produkcyjnej. Strumień funkcjonalny jest funkcją zależną od funkcjonalności zarządczej i przepływu strumienia zasobowego oraz wartości początkowej strumienia funkcjonalnego pochodzącego od zasobów w rdzeniu zasobowym. W procesie produkcyjnym strumienie funkcjonalne są określone zależnością (43).

Napięcie zarządcze (por. zależność (30)) jest pochodną strumienia funkcjonalnego. Jest ono reakcją na zmianę tego strumienia. Napięcie zarządcze może służyć ocenie jakości wyrobów. Ustalenie przedziału próbkowania (ustalonych odstępów czasu próbkowania) pozwala mierzyć zmianę wartości napięcia zarządczego w odstępach czasu. Wpływ na zmianę napięcia zarządczego posiada zmiana wartości przepływającego strumienia zasobowego (np. zmniejszenie strumienia zasobowego) oraz zmiana parametru funkcjonalności zarządczej (np. uszkodzenie zasobu biorącego udział w produkcji wyrobów, niedotrzymanie procedur własnych i procedur współdziałania obiektów ryzyka).

Metoda oceny procesu za pomocą pomiaru napięcia zarządczego jest przydatna w przypadku, gdy istotną rolę w procesie pełni, jakość wyrobów.

Spadek napięcia zarządczego w procesie (por. zależność (65)) powstaje w wyniku przepływającego strumienia zasobowego (materiały, paliwa, energia) przez rezystancję zarządczą. Względna wartość spadku napięcia w odniesieniu do napięcia zarządczego panującego na wytworzonych wyrobach decyduje, o jakości procesu. Wyznaczenie dopuszczalnego względnego spadku napięcia zarządczego może służyć do kontroli procesu produkcyjnego, w którym zasadniczą rolę procesu jest, jakość.

Moc zarządcza własna chwilowa obiektu ryzyka (por. zależności: (80), (81), (82)) jest wielkością zależną od kwadratu przepływającego strumienia zasobowego i funkcjonalności zarządczej własnej obiektu ryzyka. Zależność tej wielkości od kwadratu przepływającego strumienia zasobowego w obiekcie ryzyka i funkcjonalności zarządczej własnej czyni ją przydatną przy wyborze obiektów wchodzących w skład procesu produkcyjnego charakteryzujących się mocą zarządczą własną.

Moc zarządcza wzajemna chwilowa (synergiczna, por. zależność (84)) różni się od mocy własnej zarządczej chwilowej tym, że istotną rolę jest współdziałanie obiektów ryzyka. Wielkość tej mocy zależy od iloczynu strumieni zasobowych płynących we współdziałających obiektach ryzyka i od funkcjonalności zarządczej wzajemnej współdziałania pomiędzy sobą tych obiektów ryzyka. Wartość mocy synergicznej może być dodatnia, gdy istnieje współdziałanie obiektów ryzyka lub ujemna, gdy obiekty ryzyka przeciwdziałają względem siebie.

Metoda oceny procesu za pomocą mocy zarządczej wzajemnej jest przydatna do oceny procesów, w których powinno występować współdziałanie obiektów ryzyka przy produkcji wyrobów.

Straty mocy zarządczej chwilowej (por. zależność (73)) są stratami zależnymi od kwadratu strumienia zasobowego przepływającego przez obiekt ryzyka i od parametru rezystancji zarządczej odwzorowującej stratność obiektu ryzyka (np. obiektu dostaw materiałów). Straty te mają charakter środowiskowy. Analogicznym zjawiskiem w fizyce jest



wydzielanie się ciepła do środowiska naturalnego wskutek przepływu prądu elektrycznego przez rezystor elektryczny.

Metoda oceny procesu ze względu na straty mocy zarządczej i straty energii zarządczej ma zastosowanie przy ocenie procesów materiałochłonnych oraz energochłonnych ze względu na materiały, paliwa i energię.

### **Zmiana wartości składników biorących udział w produkcji wskutek zmian wartości wektorów waluty we współrzędnych**

W przedstawionym przykładzie założono, że w czasie produkcji partii  $N_k$  wyrobów wartość rynkowa wykorzystywanych materiałów, paliw i energii, środków trwałych, wartość pracy oraz wartość zaplanowanych budżetów pozostałych kosztów związanych z produkcją nie zmienia się. Zmiana wartości jednego lub więcej składników w czasie trwania produkcji powoduje, że wyznaczone parametry lub wielkości zarządcze w przestrzeni ryzyka zależne od budżetów w jednostkach *PLN* ulegają zmianom. Zmiany mogą dotyczyć budżetów, które decydują o wartości parametrów funkcjonalności zarządczej, rezystancji zarządczej, jak również decydują o wartości napięcia zarządczego, mocy zarządczej i energii zarządczej. Ostateczny wybór wariantu może być inny niż w przypadku, gdy wartości wektorów we współrzędnych nie zmieniają się (np. stała wartość produkcji).

W przykładzie pominięto zagadnienia finansowania produkcji.

### **Pomiary wielkości zarządczych i sprawdzanie zaplanowanych parametrów zarządczych w procesie produkcyjnym**

Na podstawie wyznaczonych wielkości zarządczych i parametrów zarządczych można zaplanować sposoby pomiarów w obiekcie ryzyka  $O_p$  (w procesie produkcyjnym). W oparciu o powyższe wielkości można określić ich wpływ na zaplanowaną pracę procesu produkcyjnego.

Sposoby pomiarów przedstawiono w formie przykładów:

- przeglądy dostępności aktualnych procedur produkcyjnych i wymagań (np. wymagania zawarte w umowach dotyczących wyrobów mające wpływ na procedury produkcji wyrobów (analogia do strumienia finansowego amortyzacji jako strumień finansowy pochodzący od wartości procedur, kosztów zawarcia umów – wpływ na parametry  $\mu$ ,  $L$ );
- przeglądy zasobów technologicznych (np. kontrola dostępności i sprawności maszyn i urządzeń (strumień finansowy amortyzacji od wartości użytkowej – wpływ na parametry  $\mu$ ,  $L$ );
- sprawdzanie kompetencji pracowników (sprawdzanie umiejętności obsługi linii technologicznej i stosowania procedur produkcyjnych – wpływ na rozproszenie strumienia funkcjonalnego  $\Psi$  oraz wpływ na współczynniki proceduralne własne i wzajemne  $k$ );
- kontrola dostaw materiałów paliw i energii (np. kontrola przerw w dostawie materiałów paliw i energii i wpływ na ciągłość produkcji);

- kontrola planowanej jakości produkcji wyrobów (np. kontrola pochodnych wielkości w czasie: zmian strumienia funkcjonalnego  $\frac{d\Psi}{dt}$  – zmiana strumienia zasobowego lub zmiana funkcjonalności zarządczej);
- kontrola spadku napięcia zarządczego na rezystancji zarządczej odwzorowującej stratność materiałów, paliw i energii spowodowanej wzrostem wartości odpadów, straty paliwa lub straty energii, kontrola ilości wytworzonych wyrobów niezgodnych z wymaganiami (wielkości mające wpływ na  $tg\varphi_{P_v}$  określającego trójkąt napięć zarządczych dla procesu);
- kontrola energochłonności produkcji (np. poprzez wyznaczenie mocy zarządczej własnej i synergicznej oraz mocy zarządczej utraconej w wyniku strat materiałów paliw i energii – wielkości mające wpływ na  $tg\varphi_{P_p}$  określającego trójkąt mocy zarządczych dla procesu).

## WYNIKI I DYSUSJA

W oparciu o wektorowe i unormowane przestrzenie: ekonomiczną, ryzyka, wykonawcze, decyzyjną wykazano, że:

- wektorowa przestrzeń waluty posiada alternatywne możliwości jej analizy w oparciu o lipschitzowską równowagę norm: miejskiej, euklidesowej, wykonawczych i maksymalnej,
- spośród wymienionych przestrzeni: miejskiej, euklidesowej, wykonawczych, decyzyjnej tylko unormowana przestrzeń ryzyka z normą euklidesową jest wyposażona w iloczyny skalarne i iloczyny wektorowe,
- istnieje możliwość opisu procesu produkcyjnego za pomocą analogii przy wykorzystaniu elementów stosowanych w fizyce: cewki indukcyjnej i rezystora. W artykule dla uproszczenia pominięto rolę kondensatora.

Do dyskusji dotyczącej zasadności stosowania wektorowej przestrzeni waluty przedstawiono założenia oparte na analogiach podanych w tabeli 1.

Tabela 1  
Wybrane analogie euklidesowej przestrzeni fizycznej i euklidesowej przestrzeni waluty

Lp.	Euklidesowa przestrzeń fizyczna	Euklidesowa przestrzeń ryzyka
1	Współrzędne $x, y, z$ : miary długości wektorów wyrażone w metrach.	Współrzędne $x, y, z$ : miary długości wektorów waluty dla współrzędnych $x$ – ludzie, $y$ – materia, $z$ – pieniądze, wyrażone w <i>PLN</i> .
2	W układzie współrzędnych określa się odległości wyrażone w metrach, po których mogą poruszać się ładunki elektryczne wyrażone w kulombach.	W układzie współrzędnych określa się odległości wyrażone w <i>PLN</i> , które wyznaczają wartości kapitałów, wyrażone w złotych ( <i>zł</i> ).
3	Pochodna ładunku elektrycznego w czasie – prąd elektryczny.	Pochodna kapitału w czasie – strumień zasobowy (strumień finansowy, strumień pieniężny).
4	W fizycznej przestrzeni euklidesowej (por. Griffiths 1981, s. 92-95) określa się dowolną zamkniętą powierzchnię Gaussa wyrażoną w $m^2$ otaczającą ładunki elektryczne znajdujące się wewnątrz tej powierzchni.	W przestrzeni euklidesowej ryzyka walutowego analogicznie można określić dowolną zamkniętą powierzchnię walutową Gaussa (wyrażoną w $PLN^2$ ) otaczającą kapitały znajdujące się wewnątrz tej powierzchni.
5	Pole elektromagnetyczne (por. Feynman i inni 2010; Griffiths 1981).	Pole kapitałowo-funkcjonalne.

*Źródło: opracowanie własne*

Według wiedzy autorów przedstawione w niniejszym opracowaniu podejście nie jest prostą kontynuacją dotychczasowych ujęć tematu. Daje ono możliwość prowadzenia rozważań gospodarczych w analogii do znanych praw fizyki. Wynika stąd potrzeba sformułowania nowych definicji pojęć w przestrzeni ryzyka: strumień funkcjonalny, napięcie zarządcze, moc zarządcza, energia zarządcza, synergia zarządcza, pojemność zarządcza (w tym artykule została pominięta pojemność zarządcza), rezystancja zarządcza, funkcjonalność zarządcza.

Autorzy artykułu uważają, że podstawowym wkładem do literatury jest model wektorowych przestrzeni: ekonomicznej, ryzyka, wykonawczych i decyzyjnej opartych na wektorowej przestrzeni walutowej. Z uwagi na występowanie w przestrzeni ryzyka iloczynu skalarnego i iloczynu wektorowego przestrzeń ta unormowana normą euklidesową i z zadaną przez normę metryką euklidesową pozwala stosować analogie do zjawisk fizycznych (np. zachodzących w polu elektromagnetycznym). Jednostki wielkości w przestrzeni ryzyka są analogiczne do jednostek w układzie SI.

Dla uproszczenia pominięto pojemności zarządcze, które mogą wystąpić wskutek gromadzenia się zasobu (np. gromadzenie się materiału w magazynie, z którego dostarczany jest materiał do procesu).

## WNIOSKI

Podsumowanie i wnioski dotyczące głównych rezultatów badań:

- model wektorowej przestrzeni walutowej może być wykorzystany do analiz procesu gospodarczego w klasie metryk Minkowskiego, w unormowanych przestrzeniach: ekonomicznej, ryzyka, wykonawczych, decyzyjnej,
- w przestrzeni ryzyka możliwe jest modelowanie procesów w sposób analogiczny jak w polu elektromag-netycznym – możliwe jest stosowanie analogii do obwodów elektrycznych,
- w przestrzeni ryzyka występuje najbogatszy aparat matematyczny,
- przestrzeń ryzyka pozwala definiować obiekty ryzyka za pomocą wielkości analogicznych do wielkości fizycznych: moc zarządcza własna obiektu ryzyka, energia zarządcza własna obiektu ryzyka, synergia zarządcza grupy obiektów ryzyka,
- przestrzeń ryzyka pozwala definiować jakość procesu ryzyka za pomocą napięcia zarządczego wytworzonego na wyrobach (usługach) i spadku napięcia zarządczego utraconego w wyniku strat materiałów, paliw i energii,
- model wektorowych przestrzeni ekonomicznej, ryzyka, wykonawczych, decyzyjnej oparty na wektorowej przestrzeni walutowej jest modelem, który może służyć przy podejmowaniu decyzji.

Artykuł może stanowić dla ekonomistów, inżynierów i specjalistów jakości pomoc służącą do oceny procesów produkcyjnych pod względem ilościowym i jakościowym. Zastosowanie klasy metryk Minkowskiego zadanych przez normy oparte na wektorowej przestrzeni walutowej umożliwi analizę procesu poprzez wnioskowanie w przestrzeniach: ekonomicznej, ryzyka, wykonawczych i podjęcie decyzji w przestrzeni decyzyjnej. Przestrzeń ekonomiczna jest przestrzenią opartą na metryce miejskiej. Wybór wariantu pod względem kosztów w tej przestrzeni następuje w taki sposób, aby osiągnąć najmniejszą wartość sumy algebraicznej kosztów.

Przestrzeń ryzyka jest przestrzenią opartą o metrykę euklidesową, możliwe jest stosowanie analogii do przestrzeni fizycznej. Obiekty ryzyka mogą być modelowane na wzór obiektów stosowanych w elektrotechnice: cewki indukcyjnej, rezystora (oraz kondensatora w przypadku, gdy w procesach występują pojemności związane z magazynowaniem zasobu). Wielkości zarządcze mogą być analogiczne jak w polu elektromagnetycznym, a jednostki analogiczne do jednostek według międzynarodowego systemu SI. Wybór wariantu pod względem kosztów w tej przestrzeni ze względu na ryzyko następuje w ten sposób, że mniejszą wartość osiąga się przy zmierzaniu do równomierności rozkładu kosztów. Można tę przestrzeń nazwać przestrzenią inżynierską, ponieważ jest ona podobna w sensie metrycznym do przestrzeni fizycznej. Przy planowaniu w przestrzeni ryzyka korzysta się z danych wyznaczonych w przestrzeni ekonomicznej oraz z danych rynkowych.

Przestrzenie wykonawcze są przestrzeniami opartymi na metryce Minkowskiego dla parametrów  $p$  powyżej 2. Ilość przestrzeni wykonawczych  $l$  jest ustanowiona przez podmiot dokonujący oceny projektu. W tych przestrzeniach prowadzi się działania w zależności od potrzeb (np. sprawdzanie wariantów wg danych otrzymanych


w przestrzeni ryzyka, weryfikacje, walidacje, porównanie z rozwiązaniami na rynku). Istotna jest gradacja przestrzeni wykonawczych, gdyż wyższa przestrzeń wykonawcza ma większą siłę przy wyborze wariantu. Przestrzenie te można nazwać przestrzeniami eksperckimi, gdyż wybór wariantu jest dokonywany przez ekspertów.


Przestrzeń decyzyjna jest oparta na metryce maksymalnej. W oparciu o uzyskane wyniki wnioskowania na najwyższej ustanowionej przestrzeni wykonawczej podejmowana jest w tej przestrzeni decyzja ostateczna.

## BIBLIOGRAFIA

1. Biernacki M. (2006), Kule jednostkowe w metrykach Minkowskiego na  $R^2$ , *Didactics of Mathematics*, No. 3(7), s. 79–82.
2. Bolkowski S. (2017), *Teoria obwodów elektrycznych*, Wydawnictwo Naukowe PWN SA, Warszawa.
3. Bućko J. (2013), Synergia i opcje rzeczowe w innowacyjnych strategiach zarządzania w przedsiębiorstwach, *Przedsiębiorczość i zarządzanie*, Tom IV, Zeszyt 12, Część I, s. 235 – 245.
4. Cholewicki T. (1973), *Elektrotechnika teoretyczna, Tom 1*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa.
5. Cholewicki T. (1971), *Elektrotechnika teoretyczna, Tom 2*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa.
6. Cichowska Z. (2011), *Wykłady z elektrotechniki teoretycznej. Część I, Działy podstawowe*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice.
7. Dziubiński J., Świątkowski T. (1982), *Poradnik Matematyczny, Część 1*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
8. Dziubiński J., Świątkowski T. (1982), *Poradnik Matematyczny, Część 2*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
9. EN ISO 9000:2015, *Quality management systems – Fundamentals and vocabulary*, European Committee for Standardization.
10. EN ISO 9001:2015, *Quality management systems – Requirements*, European Committee for Standardization.
11. Feynman R.P., Leighton R.B., Sands M. (2010), *The Feynman Lectures on Physics. Vol. 2. New Millennium Edition*, California Institute of Technology, Michael A. Gottlieb, and Rudolf Pfeiffer.
12. Griffiths D.J. (1981), *Introduction to Electrodynamics. Third edition*, Prentice-Hall, Inc. Upper Saddle River, New Jersey 07458.
13. Halliday D., Resnick R., Walker J. (2014), *Fundamentals of Physics Extended, 10th edition, Part 3*, John Wiley & Sons, Inc.
14. Hofman M., Skrzypek E. (2010), *Zarządzanie procesami w przedsiębiorstwie. Identyfikowanie, pomiar, usprawnienie*, Wolters Kluwer, Warszawa.
15. Kąkol Z., Żukrowski J., e-fizyka, Podstawy fizyki, Indukcja elektromagnetyczna, <http://home.agh.edu.pl/~kakol/efizyka/w24/main24c.html>.
16. Musielak J. (1976), *Wstęp do analizy funkcjonalnej*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
17. Rzymowski W. (2000), *Przestrzenie metryczne w analizie. Podstawy teorii. Przykłady. Zbiór zadań*, Wydawnictwo UMCS, Lublin.

18. Sabik T., Milówka B. (2022), *Modelowanie procesów gospodarczych z wykorzystaniem wielkości wektorowych i analogii do przestrzeni fizycznej – założenia. Książka abstraktów XXVIII Konferencji Naukowej Infrastruktura i Środowisko w gospodarce o obiegu zamkniętym.. Kościelisko (Polska), 1-3 czerwca 2022*. Stowarzyszenie Infrastruktura i Ekologia Terenów Wiejskich. Kraków.
19. Szabatin J. (2007), *Podstawy teorii sygnałów. Wydanie 5*, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa.
20. Toop J. (2015), *Algebra Liniowa*, Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego, Gdańsk.

Corresponding author: mgr inż. Tadeusz Sabik  
MCL – Polska Sp. z o.o., 33-156 Skrzyszów 290A  
E-mail: tadeusz.sabik@gmail.com  
 ORCID: 0000-0003-4794-6314

dr Beata Milówka  
Akademia Nauk Stosowanych, 33-100 Tarnów, ul. Mickiewicza 8  
E-mail: bmilowka@wp.pl  
 ORCID: 0000-0002-1984-7637

Received: 20 November 2022  
Revised: 05 March 2023  
Accepted: 03 May 2023