

IMPACT OF SUPPORT CLOSED SECTION RIBS ON THE CRITICAL MOMENT FOR LATERAL TORSIONAL BUCKLING OF STEEL BEAMS

WPŁYW ŻEBER PODPOROWYCH O PRZEKROJU ZAMKNIĘTYM NA MOMENT KRYTYCZNY ZWICHRZENIA BELEK STALOWYCH

DOI: 10.30540/sae-2018-001

Abstract

The study presents the results of theoretical investigations into the effect produced by support closed section ribs on the critical moment for lateral torsional buckling (M_{cr}) of bisymmetric I-beams. Elastic restraint against warping, at the site of support, was provided by closed section ribs made from selected rolled profiles (longitudinally cut circular tubes, angles, and channels). Detailed calculations were made for beams under uniform load applied to the top flange of the section. The results obtained in the investigations were compared with the values obtained for beams with end plate. The analysis was conducted of the impact of ribs on the increase in the critical resistance of beams. Analytically estimated critical moments for lateral torsional buckling were verified using FEM tools (LTBeamN, Abaqus).

Keywords: critical moment for lateral torsional buckling, closed section ribs, elastic restraint against warping

Streszczenie

W pracy przedstawiono wyniki badań teoretycznych wpływu podporowych żebrowań zamkniętych na moment krytyczny zwichrzenia (M_{cr}) belek o bisymetrycznym przekroju dwuteowym. Sprężyste zamocowanie przeciw spaceniu w miejscu podparcia stanowiły żebra o przekroju zamkniętym, które wykonano z wybranych profili walcowanych (podłużnie rozcięte rury, kątowniki, ceowniki). Obliczenia szczegółowe wykonano dla belek obciążonych równomiernie obciążeniem przyłożonym do półki górnej przekroju. Uzyskane wyniki porównano z wartościami otrzymanymi dla belek z żebrowaniem w postaci blachy czołowej. Przeprowadzono analizę wpływu żebrowań na zwiększenie nośności krytycznej belek. Oszacowane analitycznie momenty krytyczne zwichrzenia zweryfikowano za pomocą MES (LTBeamN, Abaqus).

Słowa kluczowe: moment krytyczny zwichrzenia, żebra o przekroju zamkniętym, sprężyste zamocowanie przeciw spaceniu

1. Introduction

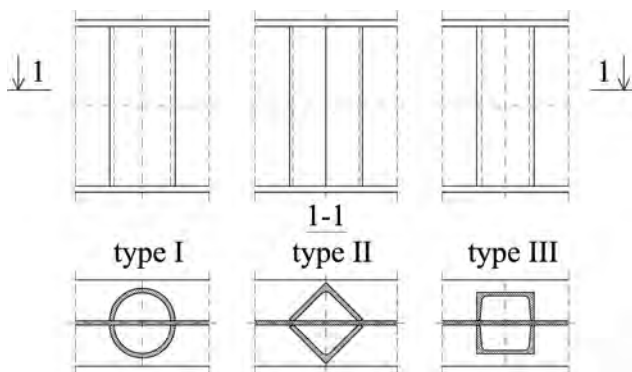
One of the methods for increasing the critical resistance of steel beams, which results from lateral torsional buckling condition, is the use of support ribs that confine the warping of the section. Different types of ribs are used to this end [7]. The advantages offered by the use of closed section ribs were reported, among others, by Kowal [1, 5], Trahair [7], and Gosowski [3, 4]. Ribs of that type show high torsional stiffness in the plane of the section flanges. Stiff connections of ribs to beam flanges and to the web considerably restrain the possibility of the rotation of flanges relative to each other. Such a significant reduction in beam section warping

1. Wprowadzenie

Jedną z metod zwiększania nośności krytycznej belek stalowych z warunku zwichrzenia jest zastosowanie żebrowań podporowych ograniczających spaczenie przekroju. W tym celu stosuje się różne typy żebrowania [7]. O korzyściach związanych z zastosowaniem żebrowań o przekroju zamkniętym pisali m.in. Kowal [1, 5], Trahair [7], Gosowski [3, 4]. Żebra tego typu charakteryzują się dużą sztywnością na skręcanie w płaszczyźnie półek przekroju. Sztywne połączenie żebrowań z półkami oraz środnikiem belki znacznie ogranicza możliwość obrotu półek względem siebie. Tak istotna redukcja spaczenia (deplanacji) przekroju belki w miejscu występowania żebra zamkniętego

(deplanation) at the site of closed section rib location produces an increase in the critical moment (M_{cr}) for lateral torsional buckling (LTB). Experimental investigations (e.g. [4]) and numerical calculations with the use of FEM (e.g. [7]) confirmed an increase in the critical load of beams stiffened with closed section ribs. However, other types of ribs used at beam supports (e.g. end plate, ribs parallel to the web, N- or X-shaped ribs), which were reported, e.g. in studies [1–4, 6–8], confine section warping to a far lesser extent. The most common stiffener is the end plate, which is used both in simply supported beams [6–8] and also in beam connections to other structural members (e.g. columns) [2]. The stiffening of support sections with flexible double sided rib is also applied [9]. However, much lower increase in M_{cr} is received compared with closed section ribs.

From the technological standpoint, closed section ribs can be obtained using rolled shapes (e.g. longitudinally cut circular tubes, angles or channels) that are welded on both sides (to the web and flanges), as shown, e.g., in Figure 1.



daje wzrost momentu krytycznego zwichrzenia (M_{cr}). Zwiększenie obciążenia krytycznego belek usztywnionych żebrami zamkniętymi potwierdzono badaniami doświadczalnymi (np. [4]) oraz obliczeniami numerycznymi z wykorzystaniem MES (np. [7]). Natomiast zastosowanie innego typu żebrowania belek na podporach (np. blacha czołowa, żebra równoległe do środka, żebra w kształcie litery N lub X), które zaproponowano m.in. w pracach [1–4, 6–8], w zdecydowanie mniejszym stopniu ogranicza spaczenie przekroju. Najczęściej występującym usztywnieniem jest blacha czołowa, która jest stosowana zarówno w belkach swobodnie podpartych [6–8], jak również w doczołowych połączeniach belek z innymi elementami konstrukcji (np. słupami) [2]. Stosuje się również usztywnienie przekrojów podporowych obustronnym żebrzem podatnym [9]. Jednakże w tych przypadkach uzyskuje się znacznie mniejszy wzrost M_{cr} w stosunku do żeber o przekroju zamkniętym.

Z technologicznego punktu widzenia żebra o przekroju zamkniętym można uzyskać, spawając obustronnie (do środka i półek) kształtowniki walcowane (np. podłużnie rozcięte rury, kątowniki lub ceowniki), np. według rysunku 1.

Fig. 1. Types of closed ribs: I – circular tubes (\emptyset), II – angles (2L), III – channels (2C)

Rys. 1. Typy żeber o przekroju zamkniętym: I – rura (\emptyset), II – kątowniki (2L), III – ceowniki (2C)

This study analyses the impact of the support ribs with different closed sections on the critical moment for LTB. The analysis covered simply supported I-beams with bisymmetric section (IPE300, IPE500, and also HEA300 and HEA500), elastically restrained against warping at the support nodes and uniformly loaded at the top flange level. Computations were performed for a few types of closed section ribs. The results were compared with those for commonly used end plate stiffeners. The selection of closed section ribs was based on the geometry of beam shapes (the height of the web and the width of flanges). Critical moments for LTB were estimated by means of the approximation formula acc. study [8]. Computations were validated by comparison with FEM results (*LTBeamN*, *Abaqus*).

W niniejszej pracy przeanalizowano wpływ żeber podporowych o różnych przekrojach zamkniętych na moment krytyczny zwichrzenia. Badano swobodnie podparte belki dwuteowe o przekroju bisymetrycznym (IPE300 i IPE500 oraz HEA300 i HEA500), sprężysto zamocowane przeciw spaceniu w węzłach podporowych i obciążone równomiernie w poziomie półki górnej. Obliczenia przeprowadzono dla kilku wariantów żeber o przekroju zamkniętym. Wyniki porównano z powszechnie stosowanym żebrowaniem w postaci blachy czołowej. Podczas doboru przekrojów żeber zamkniętych kierowano się geometrią kształtowników belek (tzn. wysokością środka i szerokością półek). Momenty krytyczne zwichrzenia oszacowano wzorem aproksymacyjnym według pracy [8]. Obliczenia zweryfikowano za pomocą MES (*LTBeamN*, *Abaqus*).

2. Critical moment for lateral torsional buckling of the beam elastically restrained against warping

Critical moment for LTB of the beam (Fig. 2), bilaterally elastically restrained against warping at supports, can be estimated with formula (1) put forward in study [8]:

$$M_{cr} = \frac{-B_1EI_z z_g + \sqrt{EI_z (B_3GI_t L^2 + B_4EI_\omega + B_1^2EI_z z_g^2)}}{B_2L^2} \quad (1)$$

where: I_z, I_y, I_ω – beam section characteristics, L – beam span (Fig. 2), B_1, B_2, B_3, B_4 – coefficients (Table 1), z_g – ordinate of the load application site (Fig. 2).

2. Moment krytyczny zwiczenia belki sprężystie zamocowanej przeciw spaczeniu

Moment krytyczny zwiczenia belki (rys. 2), obustronnie sprężystie zamocowanej przeciw spaczeniu na podporach, można oszacować za pomocą wzoru (1) zaproponowanego w pracy [8]:

$$M_{cr} = \frac{-B_1EI_z z_g + \sqrt{EI_z (B_3GI_t L^2 + B_4EI_\omega + B_1^2EI_z z_g^2)}}{B_2L^2} \quad (1)$$

gdzie: I_z, I_y, I_ω – charakterystyki przekroju belki, L – rozpiętość belki (rys. 2), B_1, B_2, B_3, B_4 – współczynniki (tab. 1), z_g – rzędna miejsca przyłożenia obciążenia (rys. 2).

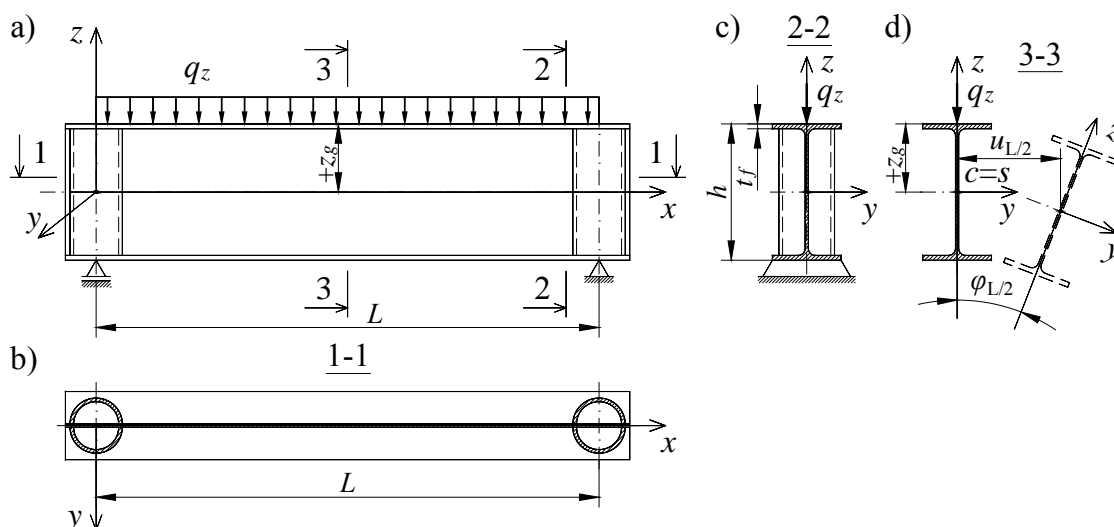


Fig. 2. Geometry and static beam diagram (a), section 1-1 (b), section 2-2 (c), section 3-3 (d)
Rys. 2. Geometria i schemat statyczny belki (a), przekrój 1-1 (b), przekrój 2-2 (c), przekrój 3-3(d)

Degree of the elastic restraint against warping, which results from the action of support ribs, is expressed by a dimensionless index of fixity κ (2) acc. [8], which ranges from $\kappa = 0$ for complete warping freedom, to $\kappa = 1$ for complete warping restraint:

$$\kappa = \frac{\alpha_\omega L}{2E_\omega + \alpha_\omega L} \quad (2)$$

where: α_ω – stiffness of the elastic restraint against warping, which is expressed by formula (3) acc. [7]:

$$\alpha_\omega = -\frac{B}{\frac{d\varphi}{dx}} = GI_d h_0 \quad (3)$$

where: I_d – torsional moment of inertia of the whole rib section (Table 2), $h_0 = h - t_f$ – theoretical height of ribs (see Fig. 2).

Stopień sprężystego zamocowania przeciw spaczeniu, wynikający z oddziaływania żebier podporowych, wyrażono bezwymiarowym wskaźnikiem utwierdzenia κ (2) według [8], zmieniającym się od $\kappa = 0$, dla pełnej swobody spaczenia, do $\kappa = 1$, dla pełnej blokady spaczenia:

$$\kappa = \frac{\alpha_\omega L}{2E_\omega + \alpha_\omega L} \quad (2)$$

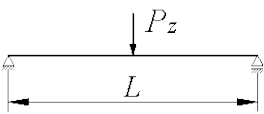
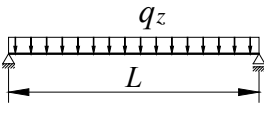
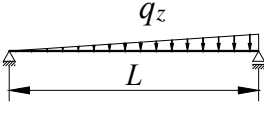
gdzie: α_ω – sztywność sprężystego zamocowania przeciw spaczeniu, którą określono wzorem (3) [7]:

$$\alpha_\omega = -\frac{B}{\frac{d\varphi}{dx}} = GI_d h_0 \quad (3)$$

gdzie: I_d – moment bezwładności na skręcanie całego przekroju żebra (tabela 2), $h_0 = h - t_f$ – teoretyczna wysokość żebra (por. rys. 2).

Table 1. Coefficients B_1, B_2, B_3, B_4 [8]

 Tabela 1. Współczynniki B_1, B_2, B_3, B_4 [8]

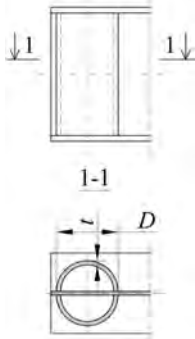
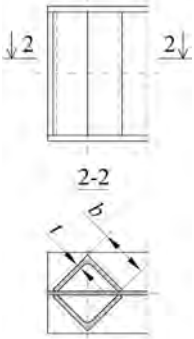
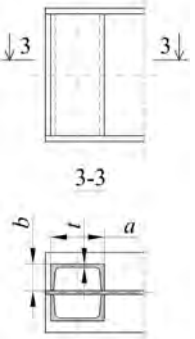
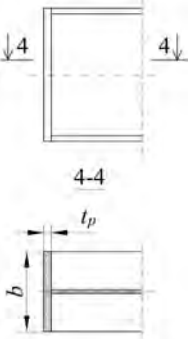
Item	Loading diagram	Coefficients
1.	2.	3.
1.		$B_1 = 7.242 \cdot (1.563 - 2.5\kappa + \kappa^2)$ $B_2 = 1.522 - 2.467\kappa + \kappa^2$ $B_3 = 19.248 \cdot B_2 (1.457 - 2.4\kappa + \kappa^2)$ $B_4 = 231.816 \cdot B_2 (1.2 - \kappa)$
2.		$B_1 = 5.25 \cdot (1.476 - 2.429\kappa + \kappa^2)$ $B_2 = 1.507 - 2.455\kappa + \kappa^2$ $B_3 = 13.092 \cdot B_2 (1.457 - 2.4\kappa + \kappa^2)$ $B_4 = 157.633 \cdot B_2 (1.2 - \kappa)$
3.		$B_1 = 5.322 \cdot (1.476 - 2.429\kappa + \kappa^2)$ $B_2 = 1.507 - 2.455\kappa + \kappa^2$ $B_3 = 13.624 \cdot B_2 (1.457 - 2.4\kappa + \kappa^2)$ $B_4 = 163.486 \cdot B_2 (1.2 - \kappa)$

3. Types of support ribs

Table 2 shows types of support ribs considered in the analysis (row 1) and formulas for their torsional moments of inertia I_d (row 2).

Table 2. Types of ribs included in the analysis

Tabela 2. Typy żeber uwzględnione w analizie

Item	Type of closed section ribs			Classic ribs
	I – Circular tubes (\emptyset)	II – Angles (2L)	III – Channels (2C)	Plate (BL)
1.				
2.	$I_d = D^4 \frac{\pi}{32} \left(1 - \left(1 - \frac{2t}{D} \right)^4 \right)$	$I_d = (b-t)^3 t$	$I_d = F^2 \frac{2t}{a+2b-2t}$ $F = (a-t)(2b-t)$	$I_d = \frac{1}{3} b t_p^3$

The types of ribs (I, II and III) that were identified were classified into three groups (1, 2 and 3) on the basis of the beam section geometry and the “diameter” of the rib sections. Basic adjustment of selected shapes (\emptyset , 2L, 2C) to individual groups is presented in Table 3.

3. Typy żeber podporowych

W tabeli 2 zamieszczono przyjęte w analizie typy żeber podporowych (wiersz 1) oraz wzory na ich momenty bezwładności na skręcanie I_d (wiersz 2).

Wyróżnione typy żeber (I, II i III) sklasyfikowano w trzech grupach (1, 2 i 3) w zależności od geometrii przekroju belki oraz „średnicy” przekroju żebra. Podstawowe przyporządkowanie dobranych kształtowników (\emptyset , 2L, 2C) do poszczególnych grup zamieszczono w tabeli 3.

Table 3. Assignment of selected sections of rib types (I, II and III) to groups (1, 2 and 3)

Tabela 3. Przyporządkowanie dobranych kształtowników żebrowania w ramach typów (I, II i III) do grup (1, 2 i 3)

Profile	Type of closed section ribs			
	Group	I – Circular tubes (Ø)	II – Angles (2L)	III – Channels (2C)
IPE300	1	Ø127.0/10	2L90x10	2C140
IPE500	2	Ø177.8/10	2L120x10	2C180
HEA300 HEA500	3	Ø273.0/10	2L180x16	2C300

Additionally, for larger sections, i.e. IPE500, HEA300 and HEA500, comparative calculations were made. That was done relative to ribs of group 1, which had a smaller “diameter” (Table 3).

Table 4 lists values I_d determined acc. Table 2, and stiffnesses α_ω acc. formula (3) [7] for the sections analysed, and also types and groups of ribs (see Table 3). For the sake of comparison, column 6 (Table 4) features corresponding characteristics when support sections were stiffened by means of classic end plate with the thickness of t_p .

Ponadto dla przekrojów „większych”, tzn. IPE500 oraz HEA300 i HEA500, wykonano również obliczenia porównawcze z zastosowaniem grupy 1 żebrowania o mniejszej „średnicy” według tabeli 3.

W tabeli 4 podano wartości I_d , wyznaczone według tabeli 2, oraz sztywności α_ω , według wzoru (3) [7] dla analizowanych przekrojów i przyjętych typów i grup żebrowania (por. tabelę 3). Dla porównania, w kolumnie 6 (tabela 4) podano odpowiednie charakterystyki dla usztywnienia przekrojów podporowych klasyczną blachą czołową o grubości t_p .

Table 4. Characteristics of the ribs included in the analysis

Tabela 4. Charakterystyki przyjętych w analizie żebrowania

Profile	Types of closed section ribs				Classic ribs
	Group	I – Circular tube (Ø)	II – Angles (2L)	III – Channels (2C)	End plate (BL)
1.	2.	3.	4.	5.	6.
IPE300	1.	Ø127.0/10 $I_d = 1267 \text{ cm}^4$ $\alpha_\omega = 297 \text{ kNm}^3/\text{rad}$	2L90x10 $I_d = 512 \text{ cm}^4$ $\alpha_\omega = 120 \text{ kNm}^3/\text{rad}$	2C140 $I_d = 1285 \text{ cm}^4$ $\alpha_\omega = 301 \text{ kNm}^3/\text{rad}$	$t_p = 16 \text{ mm}$ $I_d = 20 \text{ cm}^4$ $\alpha_\omega = 5 \text{ kNm}^3/\text{rad}$
IPE500	1.	$\alpha_\omega = 497 \text{ kNm}^3/\text{rad}$	$\alpha_\omega = 201 \text{ kNm}^3/\text{rad}$	$\alpha_\omega = 504 \text{ kNm}^3/\text{rad}$	$t_p = 20 \text{ mm}$ $I_d = 53 \text{ cm}^4$ $\alpha_\omega = 21 \text{ kNm}^3/\text{rad}$
	2.	Ø177.8/10 $I_d = 3722 \text{ cm}^4$ $\alpha_\omega = 1459 \text{ kNm}^3/\text{rad}$	2L120x10 $I_d = 1331 \text{ cm}^4$ $\alpha_\omega = 522 \text{ kNm}^3/\text{rad}$	2C180 $I_d = 2713 \text{ cm}^4$ $\alpha_\omega = 1064 \text{ kNm}^3/\text{rad}$	
HEA300	1.	$\alpha_\omega = 283 \text{ kNm}^3/\text{rad}$	$\alpha_\omega = 114 \text{ kNm}^3/\text{rad}$	$\alpha_\omega = 287 \text{ kNm}^3/\text{rad}$	$t_p = 20 \text{ mm}$ $I_d = 80 \text{ cm}^4$ $\alpha_\omega = 18 \text{ kNm}^3/\text{rad}$
	3.	Ø273.0/10 $I_d = 14301 \text{ cm}^4$ $\alpha_\omega = 3197 \text{ kNm}^3/\text{rad}$	2L180x16 $I_d = 7058 \text{ cm}^4$ $\alpha_\omega = 1578 \text{ kNm}^3/\text{rad}$	2C300 $I_d = 12650 \text{ cm}^4$ $\alpha_\omega = 2828 \text{ kNm}^3/\text{rad}$	
HEA500	1.	$\alpha_\omega = 479 \text{ kNm}^3/\text{rad}$	$\alpha_\omega = 194 \text{ kNm}^3/\text{rad}$	$\alpha_\omega = 486 \text{ kNm}^3/\text{rad}$	$t_p = 25 \text{ mm}$ $I_d = 156 \text{ cm}^4$ $\alpha_\omega = 59 \text{ kNm}^3/\text{rad}$
	3.	Ø273.0/10 $I_d = 14301 \text{ cm}^4$ $\alpha_\omega = 5410 \text{ kNm}^3/\text{rad}$	2L180x16 $I_d = 7058 \text{ cm}^4$ $\alpha_\omega = 2670 \text{ kNm}^3/\text{rad}$	2C300 $I_d = 12650 \text{ cm}^4$ $\alpha_\omega = 4785 \text{ kNm}^3/\text{rad}$	

In order to determine M_{cr} acc. (1), it is necessary to correctly determine stiffnesses of the elastic restraint α_ω (3) and indexes of fixity κ (2) for the rib type and group. The computations were made using spreadsheet.

W celu wyznaczenia M_{cr} wg wzoru (1) należy poprawnie wyznaczyć sztywności sprężystego zamocowania α_ω (3) i wskaźniki utwierdzenia κ (2) dla rozpatrywanego typu i grupy żebrowania. Obliczenia wykonano w arkuszu kalkulacyjnym.

4. Numerical validation with FEM – *LTBeamN*, *Abaqus*

LTBeamN (version 1.0.3) is an engineering software tool based on bar finite elements. It allows the determination of critical moments for LTB of beams, single- and multi-span, and also cantilever ones with bisymmetric I-sections. The software makes it possible to adopt classic boundary conditions (fork support or fixity), and to account for the elastic restraint of beams at supports. The results of calculations for an exemplary IPE300 beam with a span of $L = 5$ m are shown in Figure 3. The degree of the elastic restraint of the beam at supports corresponds to ribs made from a longitudinally cut circular tube, of type I and group 1 ($\text{Ø}127.0/10$).

4. Weryfikacja numeryczna z wykorzystaniem MES – *LTBeamN*, *Abaqus*

LTBeamN (ver. 1.0.3) jest programem inżynierskim, opartym na prętowych elementach skończonych. Pozwala wyznaczyć momenty krytyczne zwichrzenia belek (jedno- lub wieloprzęsłowych oraz wspornikowych) o mono- lub bisymetrycznych przekrojach dwuteowych. Pozwala przyjąć klasyczne warunki brzegowe (podparcie „widełkowe” lub utwierdzenie), jak również uwzględnić sprężyste zamocowanie belek na podporach. Wyniki obliczeń dla przykładowej belki IPE300 o rozpiętości $L = 5$ m, której stopień sprężystego zamocowania na podporach odpowiada żebrom z podłużnie rozciętych rur typu I grupy 1 ($\text{Ø}127,0/10$), przedstawiono na rysunku 3.

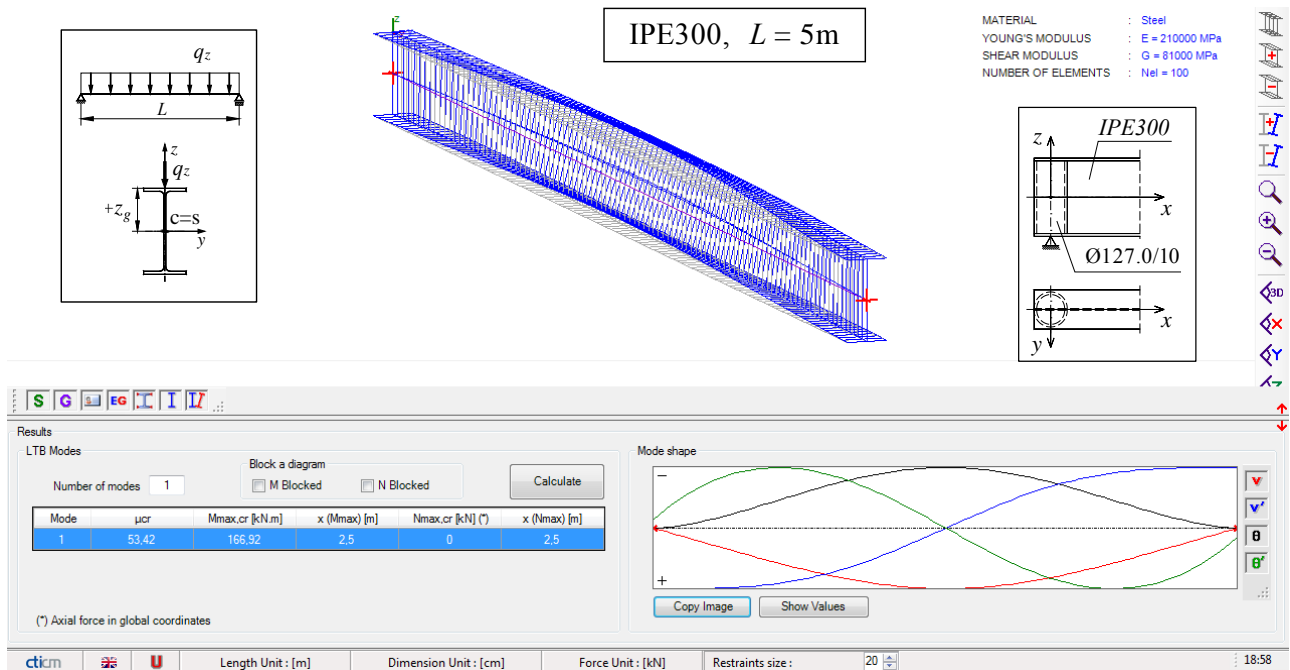


Fig. 3. Exemplary beam (IPE300, $L = 5$ m, rib $\text{Ø}127.0/10$) modelled using the *LTBeamN* software

Rys. 3. Przykładowa belka (IPE300, $L = 5$ m, żebro $\text{Ø}127,0/10$) zamodelowana w programie *LTBeamN*

The calculations of M_{cr} acc. Formula (1) were also validated using *Abaqus* software. Eight-node continuum elements (C3D8), with six degrees of freedom at the node, were employed. In this case, ribs were modelled physically using the same continuum elements. Beams, together with ribs, were discretized into finite element model with the basic 10 mm mesh size. Boundary conditions accounted for the restraint of translation of the support sections about major axes of inertia. The load was applied to the top flange of the beam. The computations were run for the elastic range using

Obliczenia M_{cr} wg wzoru (1) zweryfikowano również w programie *Abaqus* z wykorzystaniem elementów objętościowych (C3D8), ośmiowęzłowych o sześciu stopniach swobody w węzle. W tym przypadku żebra zostały zamodelowane „fizycznie” z wykorzystaniem tych samych elementów objętościowych. Belki wraz z żebrami zdyskretyzowano podstawową siatką MES o oczku 10 mm. Warunki brzegowe uwzględniały blokadę translacji przekrojów podporowych względem głównych osi bezwładności. Obciążenie przyłożono do pasa górnego belki. Obliczenia przeprowadzono w zakresie sprężystym,

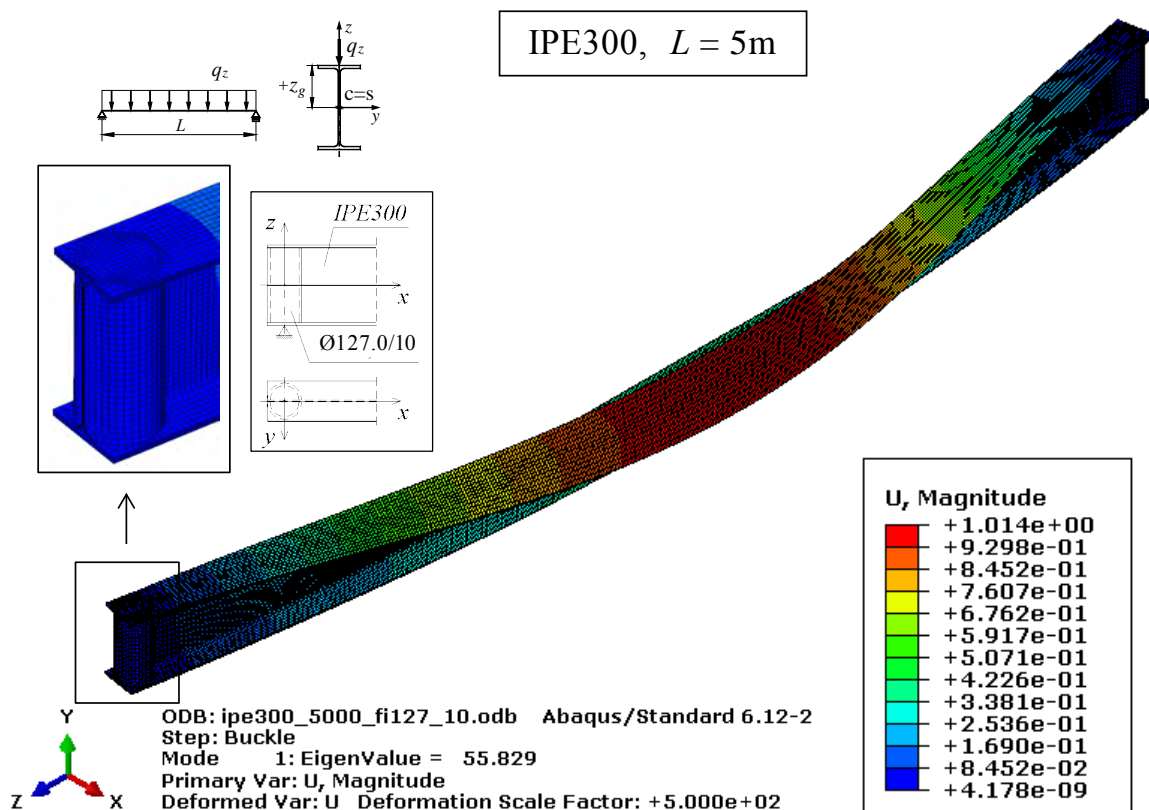


Fig. 4. Exemplary beam (IPE300, $L = 5$ m, rib $\text{Ø}127.0/10$) modelled using the Abaqus software

Rys. 4. Przykładowa belka (IPE300, $L = 5$ m, żebro $\text{Ø}127,0/10$) zamodelowana w programie Abaqus

the computational step of the buckling procedure. Figure 4 shows the results of the analysis made with the *Abaqus* program for the beam shown in Figure 3 (IPE300, $L = 5$ m, rib $\text{Ø}127.0/10$).

5. Examples

The comparative analysis included simply supported steel beams ($E = 210$ GPa, $G = 81$ GPa), made from shapes: IPE300, HEA300 with spans of $L = 5$ m and 7 m, and also IPE500, HEA500 with spans of $L = 8$ m and 10 m. The analysis was performed for stiffeners, the characteristics of which are listed in Table 4. Beams were loaded uniformly (Fig. 2), at the level of the top flange ($z_g = +h/2$).

Table 5 presents critical moments for beams made from IPE300 and HEA300 shapes with spans of $L = 5$ m and 7 m. For the sake of comparison, the values were also given which were obtained for the following support sections: complete warping freedom (FREE, $\kappa = 0$), end plate with the thickness of t_p and complete warping restraint (FIXED, $\kappa = 1$). The results for the basic types and groups of ribs (acc. Table 3) were shaded.

z wykorzystaniem kroku obliczeniowego procedury „buckling”. Na rysunku 4 pokazano wyniki analizy w programie *Abaqus* dla belki według rysunku 3 (IPE300, $L = 5$ m, żebro $\text{Ø}127,0/10$).

5. Przykłady

Do analizy porównawczej przyjęto swobodnie podparte belki stalowe ($E = 210$ GPa, $G = 81$ GPa), wykonane z kształtowników: IPE300, HEA300 o rozpiętościach $L = 5$ m i 7 m oraz IPE500, HEA500 o rozpiętościach $L = 8$ m i 10 m, dla usztywnień scharakteryzowanych w tabeli 4. Belki obciążono równomiernie (rys. 2), w poziomie półki górnej ($z_g = +h/2$).

W tabeli 5 zamieszczono momenty krytyczne dla belek wykonanych z kształtowników IPE300 i HEA300 o rozpiętościach $L = 5$ m i 7 m. W celach porównawczych podano również wartości otrzymane dla pełnej swobody spaczenia (FREE, $\kappa = 0$), dla blachy czołowej o grubości t_p oraz dla pełnej blokady spaczenia (FIXED, $\kappa = 1$) przekrojów podporowych. Wyniki dla podstawowych typów i grup żebrowania według tabeli 3 zaciemniono.

Table 5. Comparison of M_{cr} for beams IPE300 and HEA300 with $L = 5\text{ m}$ and 7 m

Tabela 5. Porównanie M_{cr} dla belek IPE300 i HEA300 dla $L = 5\text{ m}$ i 7 m

Item	Profile	Group	Rib	L [m]	κ	M_{cr} [kNm]					
						LTBN	Abaqus	[%] 7-6	Formula (1) [8]	[%] 9-6	[%] 9-7
1.	2.	3.		4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
1.	IPE300	FREE		5.	0	98.74	99.23	0.5	98.83	0.1	-0.4
2.		$t_p = 16\text{ mm}$			0.312	106.51	107.69	1.1	106.64	0.1	-1.0
3.		1.	I - Ø127.0/10		0.966	166.92	166.93	0	167.97	0.6	0.6
4.			II - 2L90x10		0.919	155.97	161.32	3.4	156.61	0.4	-2.9
5.			III - 2C140		0.966	167.08	169.36	1.4	167.97	0.5	-0.8
6.		FIXED			1	177.22	-	-	178.46	0.7	-
7.	IPE300	FREE		7.	0	67.41	68.53	1.7	67.47	0.1	-1.5
8.		$t_p = 16\text{ mm}$			0.388	71.72	73.26	2.1	71.75	0.0	-2.1
9.		1.	I - Ø127.0/10		0.975	99.75	100.63	0.9	100.12	0.4	-0.5
10.			II - 2L90x10		0.941	95.31	98.37	3.2	95.61	0.3	-2.8
11.			III - 2C140		0.976	99.80	101.55	1.8	100.26	0.5	-1.3
12.		FIXED			1	103.68	-	-	104.2	0.5	-
13.	HEA300	FREE		5.	0	740.8	711.3	-4.0	741.5	0.1	4.2
14.		$t_p = 20\text{ mm}$			0.151	780.7	770.0	-1.4	781.2	0.1	1.5
15.		1.	I - Ø127.0/10		0.737	1106.7	1051.5	-5.0	1109.2	0.2	5.5
16.			II - 2L90x10		0.532	939.4	962.5	2.5	942.9	0.4	-2.0
17.			III - 2C140		0.740	1107.3	1099.3	-0.7	1112.4	0.5	1.2
18.		3.	I - Ø273.0/10		0.969	1503.5	1426.7	-5.1	1513.3	0.7	6.1
19.			II - 2L180x16		0.940	1426.3	1371.1	-3.9	1436.9	0.7	4.8
20.			III - 2C300		0.966	1490.5	1462.0	-1.9	1504.8	1.0	2.9
21.		FIXED			1	1592.4	-	-	1610.1	1.1	-
22.	HEA300	FREE		7.	0	470.62	464.12	-1.4	471.10	0.1	1.5
23.		$t_p = 20\text{ mm}$			0.199	494.31	501.23	1.4	494.98	0.1	-1.2
24.		1.	I - Ø127.0/10		0.797	670.65	656.48	-2.1	672.28	0.2	2.4
25.			II - 2L90x10		0.614	585.59	609.77	4.1	586.62	0.2	-3.8
26.			III - 2C140		0.800	671.99	680.67	1.3	674.18	0.3	-1.0
27.		3.	I - Ø273.0/10		0.978	842.92	827.73	-1.8	848.98	0.7	2.6
28.			II - 2L180x16		0.956	813.64	804.70	-1.1	817.71	0.5	1.6
29.			III - 2C300		0.975	839.76	842.37	0.3	844.47	0.6	0.2
30.		FIXED			1	878.39	-	-	884.87	0.7	-

The comparison of values listed in Table 5 indicates that critical moments determined using formula (1) [8] produced very good approximations of the values obtained with *LTBeamN* software. In the majority of cases, the differences did not exceed +1% (Table 5, column 10). When Formula (1) results are compared with those received from numerical analysis performed with *Abaqus*, the differences ranged as

Z porównania wartości zamieszczonych w tabeli 5 wynika, że momenty krytyczne wyznaczone za pomocą wzoru (1) [8] dały bardzo dobre przybliżenie wartości otrzymanych z programu *LTBeamN*. W znakomitej większości przypadków różnice nie przekroczyły +1% (tabela 5, kolumna 10). Natomiast porównując wzór (1) z analizą numeryczną w programie *Abaqus*, różnice oscylowały pomiędzy: a) dla

Table 6. Comparison of M_{cr} for beams IPE500 and HEA500 with $L = 8\text{ m}$ and 10 m
 Tabela 6. Porównanie M_{cr} dla belek IPE500 i HEA500 dla $L = 8\text{ m}$ i 10 m

Item	Profile	Group	Rib	L [m]	κ	M_{cr} [kNm]					
						LTBN	Abaqus	[%] 7-6	Formula (1) [8]	[%] 9-6	[%] 9-7
1.	2.	3.		4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
1.	IPE500	FREE		8.	0	241.85	239.44	-1.0	242.05	0.1	1.1
2.		$t_p = 20\text{ mm}$			0.242	254.38	253.89	-0.2	254.64	0.1	0.3
3.		1.	I - Ø127.0/10		0.883	355.77	355.35	0.1	356.69	0.3	0.4
4.			II - 2L90x10		0.754	316.40	336.62	6.4	317.02	0.2	-5.8
5.			III - 2C140		0.885	356.28	365.12	2.5	357.50	0.3	-2.1
6.		2.	I - Ø177.8/10		0.957	391.34	387.59	-1.0	393.20	0.5	1.4
7.			II - 2L120x10		0.888	357.70	367.30	2.7	358.73	0.3	-2.3
8.			III - 2C180		0.942	382.87	387.73	1.3	384.54	0.4	-0.8
9.		FIXED			1	420.27	-	-	423.08	0.7	-
10.	IPE500	FREE		10.	0	187.99	187.15	-0.4	188.15	0.1	0.5
11.		$t_p = 20\text{ mm}$			0.285	196.48	197.04	0.3	196.62	0.1	-0.2
12.		1.	I - Ø127.0/10		0.904	259.58	259.53	0	260.05	0.2	0.2
13.			II - 2L90x10		0.793	236.23	249.08	5.4	236.54	0.1	-5.0
14.			III - 2C140		0.906	259.91	265.54	2.2	260.61	0.3	-1.9
15.		2.	I - Ø177.8/10		0.965	279.49	277.45	-0.7	280.42	0.3	1.1
16.			II - 2L120x10		0.909	260.73	266.25	2.1	261.46	0.3	-1.8
17.			III - 2C180		0.953	274.86	278.08	1.2	275.78	0.3	-0.8
18.		FIXED			1	294.88	-	-	296.42	0.5	-
19.	HEA500	FREE		8.	0	1004.3	994.0	-1.0	1005.2	0.1	1.1
20.		$t_p = 25\text{ mm}$			0.166	1045.6	1054.0	0.8	1046.4	0.1	-0.7
21.		1.	I - Ø127.0/10		0.618	1250.7	1260.6	0.8	1253.8	0.2	-0.5
22.			II - 2L90x10		0.395	1124.7	1186.4	5.5	1126.7	0.2	-5.0
23.			III - 2C140		0.621	1253.4	1302.5	3.9	1256.0	0.2	-3.6
24.		3.	I - Ø273.0/10		0.948	1711.8	1688.6	-1.4	1720.2	0.5	1.9
25.			II - 2L180x16		0.900	1599.3	1625.8	1.7	1605.8	0.4	-1.2
26.			III - 2C300		0.942	1694.5	1718.0	1.4	1704.3	0.6	-0.8
27.		FIXED			1	1869.9	-	-	1885.3	0.8	-
28.	HEA500	FREE		10.	0	769.6	771.2	0.2	770.3	0.1	-0.1
29.		$t_p = 25\text{ mm}$			0.200	798.0	813.2	1.9	798.8	0.1	-1.8
30.		1.	I - Ø127.0/10		0.669	935.0	948.9	1.5	936.0	0.1	-1.4
31.			II - 2L90x10		0.450	852.4	901.3	5.7	853.1	0.1	-5.3
32.			III - 2C140		0.672	936.3	976.1	4.3	937.5	0.1	-4.0
33.		3.	I - Ø273.0/10		0.958	1207.6	1203.3	-0.4	1212.7	0.4	0.8
34.			II - 2L180x16		0.918	1145.2	1168.4	2.0	1148.3	0.3	-1.7
35.			III - 2C300		0.953	1198.6	1219.6	1.8	1203.8	0.4	-1.3
36.		FIXED			1	1292.3	-	-	1300.4	0.6	-

follows: a) for IPE300 beams from -2.9% to $+0.6\%$, and b) for HEA300 beams from -3.8% to $+6.1\%$ (Table 5, column 11).

FEM simulations with *Abaqus* in relation to *LTBeamN* produced the following differences: a) for IPE300 beams from $+0.5\%$ to $+3.4\%$, and b) for HEA300 beams from -5.1% to $+4.1\%$ (Table 5, column 8). The differences in results above $+5\%$ and below -5% were written in bold.

Table 6, on analogous terms as Table 5, presents critical moments for beams made from IPE500 and HEA500 shapes with spans of $L = 8$ m and 10 m.

The comparison of the data in Table 6 shows that critical moments determined with Formula (1) [8] were close approximations of the results received by means of *LTBeamN*. The differences did not exceed $+1\%$ (Table 6, column 10). The results were also verified using *Abaqus* (Table 6, column 11). In this case, the differences were as follows: a) for IPE500 beams from -5.8% to $+1.4\%$, and b) for HEA500 beams from -5.3% to $+1.9\%$. Upon comparing the results of numerical simulations with the use of FEM (*Abaqus*) with those received by means of *LTBeamN* (Table 6, column 8), the following difference could be seen: a) for IPE500 beams from -1.0% to $+6.4\%$, and b) for HEA500 beams from -1.4% to $+5.7\%$. The differences in results above $+5\%$ and below -5% were given in bold.

Table 7 shows percentage increase in M_{cr} (columns 7 and 12) of the analysed beams with closed section ribs relative to fork support (FREE). Columns 8 and 13 provide percentage increase in beam mass depending on the rib type used, when compared with a beam that was not stiffened with ribs.

On the basis of the data in Table 7, the following conclusions can be drawn. Increase in the critical moments of beams made from IPE300 shape (Table 7, rows 3–5), stiffened with ribs of group 1 is up to $+70\%$ (for type I and III, $L = 5$ m), and up to $+49\%$ (for type I and III, $L = 7$ m). By contrast, classic end plate $t_p = 16$ mm produced an increase in M_{cr} which did not exceed $+8\%$ (row 2).

For beams made from HEA300 shape (Table 7), the greatest increase in critical moments, which amounted up to $+104\%$ ($L = 5$ m) and $+80\%$ ($L = 7$ m), was obtained when ribs of type I and group 3, (rows 12–14) were used. When ribs of group 1 (rows 9–11) were applied, M_{cr} increase did not exceed $+50\%$ (for type I and III, $L = 5$ m), or $+43\%$ (for type I and III, $L = 7$ m). The lowest increase (up to $+5\%$) was produced by the end plate $t_p = 20$ mm (row 8), despite

belek IPE300 od $-2,9\%$ do $+0,6\%$ oraz b) dla belek HEA300 od $-3,8\%$ do $+6,1\%$ (tabela 5, kolumna 11).

Z kolei symulacje MES w programie *Abaqus* w odniesieniu do *LTBeamN* dały następujące różnice: a) dla belek IPE300 od $+0,5\%$ do $+3,4\%$ oraz b) dla belek HEA300 od $-5,1\%$ do $+4,1\%$ (tabela 5, kolumna 8). Różnice w wynikach powyżej $+5\%$ lub poniżej -5% pogrubiono.

W tabeli 6 (w układzie analogicznym do tabeli 5) zamieszczono momenty krytyczne dla belek wykonanych z kształtowników IPE500 i HEA500 o rozpiętościach $L = 8$ m i 10 m.

Z porównania wartości zamieszczonych w tabeli 6 wynika, że momenty krytyczne wyznaczone za pomocą wzoru (1) [8] dały bardzo dobre przybliżenie wartości otrzymanych z programu *LTBeamN*. Różnice nie przekroczyły $+1\%$ (tabela 6, kolumna 10). Użyte wartości zweryfikowano również w programie *Abaqus* (tabela 6, kolumna 11). W tym przypadku różnice oscylowały pomiędzy: a) dla belek IPE500 od $-5,8\%$ do $+1,4\%$ oraz b) dla belek HEA500 od $-5,3\%$ do $+1,9\%$. Porównując z kolei wyniki symulacji numerycznych MES w programie *Abaqus* z programem *LTBeamN* (tabela 6, kolumna 8), otrzymano następujące różnice: a) dla belek IPE500 od $-1,0\%$ do $+6,4\%$ oraz b) dla belek HEA500 od $-1,4\%$ do $+5,7\%$. Różnice w wynikach powyżej $+5\%$ lub poniżej -5% pogrubiono.

W tabeli 7 porównano wzrost procentowy M_{cr} (kolumny 7 i 12) analizowanych belek z żebrami zamkniętymi w stosunku do podparcia „widelkowego” (FREE). Natomiast w kolumnach 8 i 13 zamieszczono procentowe zwiększenie masy belki w zależności od zastosowanego sposobu żebrowania w stosunku do belki nieujębrowanej.

Z porównania wartości zamieszczonych w tabeli 7 wynikają następujące wnioski. Zwiększenie momentów krytycznych belek wykonanych z kształtownika IPE300 (tabela 7, wiersze 3–5), usztywnionych żebrami grupy 1, dochodzi do $+70\%$ (dla typu I i III, $L = 5$ m) oraz do $+49\%$ (dla typu I i III, $L = 7$ m). Natomiast klasyczna blacha czołowa $t_p = 16$ mm dała wzrost M_{cr} nieprzekraczający $+8\%$ (wiersz 2).

Dla belek wykonanych z kształtownika HEA300 (tabela 7) największy wzrost momentów krytycznych, dochodzący do $+104\%$ ($L = 5$ m) oraz $+80\%$ ($L = 7$ m), dały żebra I typu grupy 3 (wiersze 12–14). Stosując żebra grupy 1 (wiersze 9–11), zwiększenie M_{cr} nie przekraczało $+50\%$ (dla typu I i III, $L = 5$ m) oraz $+43\%$ (dla typu I i III, $L = 7$ m). Najniższy wzrost (do $+5\%$), pomimo większej masy w porównaniu

Table 7. Comparison of the efficiency of the ribs
 Tabela 7. Porównanie efektywności zastosowanych żeber

Item	Profile	Group	Rib	L [m]	κ	M _{cr} [kNm]		[%] increase in beam mass	L [m]	κ	M _{cr} [kNm]		[%] increase in beam mass
						Formula (1) [8]	[%] increase in M _{cr}				Formula (1) [8]	[%] increase in M _{cr}	
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	
1.	IPE300	FREE	5.	0	98.83	–	–	7.	0	67.47	–	–	
2.		t _p = 16 mm		0.312	106.64	8	4.7		0.388	71.75	6	3.4	
3.		1.		I – Ø127.0/10	0.966	167.97	70		7.6	0.975	100.12	48	5.5
4.				II – 2L90x10	0.919	156.61	59		7.1	0.941	95.61	42	5.1
5.				III – 2C140	0.966	167.97	70		8.5	0.976	100.26	49	6.0
6.		FIXED		1	178.46	81	–		1	104.20	54	–	
7.	HEA300	FREE	5.	0	741.5	–	–	7.	0	471.10	–	–	
8.		t _p = 20 mm		0.151	781.2	5	5.4		0.199	494.98	5	3.9	
9.		1.		I – Ø127.0/10	0.737	1109.2	50		3.4	0.797	672.28	43	2.5
10.				II – 2L90x10	0.532	942.9	27		3.2	0.614	586.62	25	2.3
11.				III – 2C140	0.740	1112.4	50		3.8	0.800	674.18	43	2.7
12.		3.		I – Ø273.0/10	0.969	1513.3	104		7.7	0.978	848.98	80	5.5
13.				II – 2L180x16	0.940	1436.9	94		10.3	0.956	817.71	74	7.4
14.				III – 2C300	0.966	1504.8	103		11.0	0.975	844.47	79	7.8
15.		FIXED		1	1610.1	117	–		1	884.87	88	–	
16.	IPE500	FREE	8.	0	242.05	0	–	10.	0	188.15	–	–	
17.		t _p = 20 mm		0.242	254.64	5	3.8		0.285	196.62	5	3.1	
18.		1.		I – Ø127.0/10	0.883	356.69	47		3.7	0.904	260.05	38	3.0
19.				II – 2L90x10	0.754	317.02	31		3.5	0.793	236.54	26	2.8
20.				III – 2C140	0.885	357.50	48		4.1	0.906	260.61	39	3.3
21.		2.		I – Ø177.8/10	0.957	393.20	62		5.3	0.965	280.42	49	4.3
22.				II – 2L120x10	0.888	358.73	48		4.7	0.909	261.46	39	3.8
23.				III – 2C180	0.942	384.54	59		5.7	0.953	275.78	47	4.5
24.		FIXED		1	423.08	75	–		1	296.42	58	–	
25.	HEA500	FREE	8.	0	1005.2	–	–	10.	0	770.3	–	–	
26.		t _p = 25 mm		0.166	1046.4	4	4.0		0.200	798.8	4	3.2	
27.		1.		I – Ø127.0/10	0.618	1253.8	25		2.1	0.669	936.0	22	1.7
28.				II – 2L90x10	0.395	1126.7	12		1.9	0.450	853.1	11	1.5
29.				III – 2C140	0.621	1256.0	25		2.3	0.672	937.5	22	1.8
30.		3.		I – Ø273.0/10	0.948	1720.2	71		4.6	0.958	1212.7	57	3.7
31.				II – 2L180x16	0.900	1605.8	60		6.2	0.918	1148.3	49	5.0
32.				III – 2C300	0.942	1704.3	70		6.6	0.953	1203.8	56	5.3
33.		FIXED		1	1885.3	88	–		1	1300.4	69	–	

the fact that it has a larger mass compared with ribs of group 1 (columns 8 and 13).

As regards beams from IPE500 shape (Table 7), the most substantial increase in critical moments (up to +62% for $L = 8$ m, and up to +49% for $L = 10$ m) was achieved for ribs of type I group 2 (rows 21–23). The use of ribs of group 1 (rows 18–20) enhanced the critical resistance of beams up to +48% (for type III, $L = 8$ m) and +39% (for type III, $L = 10$ m). By contrast, end plates $t_p = 20$ mm that gave an increase in the mass of beams comparable with the application of ribs of group 1 (columns 8 and 13), resulted in M_{cr} increase not higher than +5% (row 17).

The analysis of beams made from HEA500 shape (Table 7) shows that the use of ribs of type I and group 3 (rows 30–32) resulted in the greatest increase in critical moments of beams (up to +71% for $L = 8$ m, and up to +57% for $L = 10$ m). Ribs of group 1 (rows 27–29) produced M_{cr} increase of the order of +25% (for type I and III, $L = 8$ m), and of +22% (for type I and III, $L = 10$ m). When using the end plate $t_p = 25$ mm that was almost twice as heavy as the ribs of group 1 (columns 8 and 13), only +4% increase in critical resistance was obtained (row 26).

6. Conclusions

In beams that are prone to LTB, support closed section ribs are used. In the ribs, e.g. acc. group 1, 2 and 3, when selecting the geometry of shapes of individual types (I – \emptyset , II – 2L, and III – 2C) flange widths were accounted for (IPE300, IPE500, HEA300 and HEA500). That produced an increase from +39% to +104% (Table 7, columns 7 and 12) in the critical resistance, which results from LTB condition. In contrast, when classic end plates (BL) were employed, for the beams discussed in the paper, increase in M_{cr} was small (from +4% to +8%).

The comparison of critical moments in beams with ribs of type I, II and III (Table 7, columns 7 and 12) indicates that ribs of type II made from angles (2L) are the least effective. For the remaining types of stiffeners, i.e. longitudinally cut circular tubes (type I) and channels (type III), the largest M_{cr} increase was observed. Ribs of type I and III gave similar percentage increase in critical moments at comparable increase in the total mass of beams. From the technical and practical standpoint, ribs made of channels offer the most favourable option as they do not need to be cut along the length as is the case with circular tubes.

The highest effectiveness in the restraint of warping (deplanation) of the support section was shown by

z żebrami grupy 1 (kolumny 8 i 13), dała blacha czołowa $t_p = 20$ mm (wiersz 8).

W przypadku belek z kształtownika IPE500 (tabela 7) najbardziej efektywne zwiększenie momentów krytycznych (do +62% dla $L = 8$ m oraz do +49% dla $L = 10$ m) uzyskano dla żeber I typu grupy 2 (wiersze 21–23). Zastosowanie żeber grupy 1 (wiersze 18–20) zwiększyło nośność krytyczną belek do +48% (dla typu III, $L = 8$ m) oraz +39% (dla typu III, $L = 10$ m). Natomiast blachy czołowe $t_p = 20$ mm zwiększające masę belek porównywalnie z zastosowaniem żeber grupy 1 (kolumny 8 i 13), dały wzrost M_{cr} nieprzekraczający +5% (wiersz 17).

Analizując belki wykonane z kształtownika HEA500 (tabela 7), należy stwierdzić, że zastosowanie żeber I typu grupy 3 (wiersze 30–32) dało największy wzrost momentów krytycznych belek (do +71% dla $L = 8$ m oraz do +57% dla $L = 10$ m). Żebra grupy 1 (wiersze 27–29) dały wzrost M_{cr} rzędu +25% (dla typu I i III, $L = 8$ m) oraz +22% (dla typu I i III, $L = 10$ m). Stosując prawie dwukrotnie cięższą blachę czołową $t_p = 25$ mm w stosunku do żeber grupy 1 (kolumny 8 i 13), otrzymano jedynie +4% wzrost nośności krytycznej (wiersz 26).

6. Wnioski

Zastosowanie w belkach wrażliwych na zwichrzenie żeber podporowych o przekroju zamkniętym, np. według grup 1, 2 i 3, w których geometrię kształtowników poszczególnych typów (I – \emptyset , II – 2L i III – 2C) dobrano z uwzględnieniem szerokości pól (IPE300, IPE500, HEA300 i HEA500), dało wzrost nośności krytycznej z warunku zwichrzenia od +39% do +104% (tabela 7, kolumny 7 i 12). Natomiast wzrost M_{cr} rozpatrywanych w pracy belek z zastosowaniem klasycznych blach czołowych (BL) był nieznaczny (od +4% do +8%).

Z porównania momentów krytycznych belek z zebrowaniem I, II i III typu (tabela 7, kolumny 7 i 12) wynika, że najmniej korzystnie wypadają żebra II typu wykonane z kątowników (2L). Natomiast dla pozostałych typów usztywnień, tzn. podłużnie rozciętych rur (typ I) oraz ceowników (typ III), otrzymano największe wzrosty M_{cr} . Żebra typu I i III dały zbliżony procentowy wzrost momentów krytycznych przy porównywalnym zwiększeniu całkowitej masy belek. Z technologicznego i praktycznego punktu widzenia raczej najlepiej wypadają tu żebra z ceowników, których nie trzeba rozcinać na długości jak w przypadku rur.

Największą efektywność w ograniczeniu spazeczenia (deplanacji) przekroju podporowego, wynikającą

HEA300 and HEA500 shapes (Table 7, columns 7 and 12). That results from the widths of flanges and group (“diameter”) of closed section ribs. For instance, for beam HEA300, with the span of $L = 5$ m, stiffened with ribs of group 3 (e.g. of type I and III), increase in M_{cr} was greater than +100% when compared with fork support (FREE, $\kappa = 0$). Additionally, in the case of HEA300 and HEA500 beams, larger “diameters” of closed section ribs of group 3 produced virtually a double M_{cr} increase compared with ribs of group 1 (Table 7, columns 7 and 12) while the overall increase in beam mass did not exceed 10% (Table 7, columns 8 and 13) for a vast majority of cases.

The comparison of beams (Table 7, columns 7 and 12) belonging to the same category of shapes, i.e. IPE300 compared with IPE500, and HEA300 with HEA500, shows that the highest percentage increase in critical moments was found for lower (IPE300 and HEA300) and shorter ($L = 5$ m and 7 m) beams. Increase in M_{cr} is directly affected by: a) geometry of the shape (e.g. IPE, HEA), b) type of ribs (e.g. Ø, 2L, 2C), and also c) beam span.

In those cases, in which it is necessary to significantly restrain the deplanation of the beam support sections (e.g. when the structure is being stiffened), the use of classic ribs (or end plates) is ineffective and uneconomical when compared with closed section ribs, e.g. those of group 1. Classic ribs, having similar or even greater mass than closed section ribs with small “diameters”, produce only a small increase in beam critical resistance (Table 7). Clearly, that does not refer to end plate connections, e.g. beams to columns connections in the frame structure, in which only end plates are found. In this case, end plate connections, which are easy to use in erection, make up for much lower increase in beam critical resistance when compared with closed section ribs.

The use of support closed section ribs in beams prone to LTB considerably confines section warping. In this way, M_{cr} is significantly increased, and hence is design resistance. In the design of beams with such additional stiffeners, when the geometry of the support closed section rib is selected in an adequate way, it is possible to eliminate, almost completely, section deplanation at the site of support (see Table 7, rows 12 and 14).

Additionally, it should be noted that increase in the beam mass concerns almost entirely support sections, which does not lead to the occurrence of any additional span bending moments.

z szerokości półki oraz grupy („średnicy”) zastosowanych żeberek zamkniętych, uzyskano dla kształtowników HEA300 oraz HEA500 (tabela 7, kolumny 7 i 12). Na przykład dla belki HEA300, rozpiętości $L = 5$ m, usztywnionej żebkami grupy 3 (np. typu I lub III), otrzymano wzrost M_{cr} przekraczający +100%, w porównaniu z podparciem „widełkowym” (FREE, $\kappa = 0$). Ponadto, w przypadku belek HEA300 i HEA500, większe „średnice” żeberek zamkniętych grupy 3 dały praktycznie dwukrotne zwiększenie M_{cr} w porównaniu z żebkami grupy 1 (tabela 7, kolumny 7 i 12), przy czym sumaryczny wzrost masy belki, w znakomitej większości przypadków, nie przekroczył 10% (Tabela 7, kolumny 8 i 13).

Z porównania belek (tabela 7, kolumny 7 i 12), przeprowadzonego w obrębie danej rodziny kształtowników, tzn. IPE300 z IPE500 oraz HEA300 z HEA500, można stwierdzić, że większe procentowe wzrosty momentów krytycznych otrzymano dla belek niższych (IPE300 i HEA300) oraz krótszych ($L = 5$ m i 7 m). Na wzrost M_{cr} wpływa bezpośrednio: a) geometria kształtownika (np. IPE, HEA), b) typ żebrowania (np. Ø, 2L, 2C) oraz c) rozpiętość belki.

W przypadku konieczności znacznego ograniczenia deplanacji przekrojów podporowych belki (np. podczas wzmocnienia konstrukcji) stosowanie żeberek klasycznych (lub blach czołowych) w porównaniu z żebkami zamkniętymi, np. grupy 1, jest nieekonomiczne i nieefektywne. Żebra takie przy zbliżonej bądź nawet większej masie w stosunku do żeberek zamkniętych o niewielkich „średnicach” dają znikomy wzrost nośności krytycznej belki (tabela 7). Oczywiście nie dotyczy to przypadków połączeń doczołowych, np. belek ze słupami w konstrukcji ramowej, w której występują jedynie blachy czołowe. W tym wypadku uzyskiwana łatwość montażu połączenia doczołowego kompensuje znacznie mniejsze zwiększenie nośności krytycznej belki w stosunku do żeberek zamkniętych.

Stosowanie w belkach narażonych na zwichrzenie żeberek podporowych o przekroju zamkniętym powoduje znaczne ograniczenie spaczenia przekroju, zwiększając w istotny sposób M_{cr} i ostatecznie nośność obliczeniową. Projektując belki z takim dodatkowym usztywnieniem, przy odpowiednim doborze geometrii zamkniętych żeberek podporowych, możliwe jest niemal całkowite wyeliminowanie deplanacji przekroju w miejscu podparcia (por. tabelę 7, wiersze 12 i 14).

Ponadto należy tutaj zwrócić uwagę na fakt, że zwiększenie masy belki dotyczy wyłącznie przekrojów podporowych, co nie powoduje powstania dodatkowych przesłowych momentów zginających.

For the beams examined in the study, the use of end plates or classic flexible ribs [9] produced an increase in M_{cr} that did not exceed +8%.

Natomiast w przypadku zastosowania blach czołowych lub klasycznych żeber podatnych [9] uzyskany, dla analizowanych w pracy belek wzrost M_{cr} nie przekroczył +8%.

References

- [1] Bijak R., Kowal Z., Malec M., *On critical resistance of thin-walled beams stiffened with ribs* (in Polish), XXXVIII KN KILiW PAN and KN PZITB, Łódź–Krynica 1992, pp. 13–18.
- [2] Giżejowski M., *Lateral torsional buckling of steel beams with restrained ability of rotation at the supports* (in Polish), „Inżynieria i Budownictwo” 2001, Vol. 10, pp. 589–594.
- [3] Gosowski B., *Spatial stability of longitudinally and transversely braced solid elements of metal structures* (in Polish), Wrocław 1992.
- [4] Gosowski B., *Non-uniform torsion of stiffened open thin-walled members of steel structures*, “Journal of Constructional Steel Research” 2007, Vol. 63, pp. 849–865.
- [5] Kowal Z., Malec M., *Critical resistance of beams with support closed section ribs* (in Polish), „Inżynieria i Budownictwo” 1989, Vol. 2, pp. 71–74.
- [6] Pałkowski S., *Lateral torsional buckling of I-beams strengthened with end-plates* (in Polish), „Inżynieria i Budownictwo” 1997, Vol. 8, pp. 394–395.
- [7] Pi Y.-L., Trahair N.S., *Distortion and warping at beam supports*, “Journal of Structural Engineering” 2000, Vol. 11, pp. 1279–1287.
- [8] Piotrowski R., Szychowski A., *Lateral-torsional buckling of beams elastically restrained against warping at supports*, “Archives of Civil Engineering” 2015, Vol. LXI (4), pp. 155–174.
- [9] PN-EN 1993-1-5:2008. Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1–5: Plated structural elements, 2008.

Acknowledgments:

This work was supported by Kielce University of Technology, Grant No. 02.0.04.00/2.01.01.02.0044 MNSC. BKMK.17.004

Podziękowania:

Praca była finansowana przez Politechnikę Świętokrzyską, grant nr 02.0.04.00/2.01.01.02.0044 MNSC. BKMK.17.004