

Wielokrotny filtr cząsteczkowy w estymacji stanu systemów dynamicznych

Jacek Michalski¹, Piotr Kozierski^{2,1}

¹ Politechnika Poznańska, Wydział Elektryczny, Instytut Automatyki, Robotyki i Inżynierii Informatycznej, Zakład Automatyki i Robotyki, ul. Piotrowo 3a, 60-965 Poznań

² Politechnika Poznańska, Wydział Informatyki, Instytut Automatyki i Robotyki, Zakład Układów Elektronicznych i Przetwarzania Sygnałów, ul. Piotrowo 3a, 60-965 Poznań

Streszczenie: W artykule poruszono problem estymacji stanu systemów dynamicznych oraz zaproponowano nową metodę jego rozwiązania – wielokrotny filtr cząsteczkowy. Jest to odmiana filtru cząsteczkowego pozwalająca na zrównoleglenie jego pracy przez podział na niezależne filtry tak, by umożliwić implementację algorytmu, także na urządzeniach o niedużej mocy obliczeniowej. Algorytm został zaimplementowany dla obiektu jedno- oraz wielowymiarowego, a jakość estymacji porównano dla różnej liczby cząsteczek. Do oceny działania algorytmu wykorzystano wskaźnik jakości *aRMSE*. Na podstawie badań stwierdzono, iż zrównoleglenie pracy filtru cząsteczkowego może poprawić działanie algorytmu.

Słowa kluczowe: estymacja stanu, systemy dynamiczne, filtr Bayesa, filtr cząsteczkowy, algorytm Bootstrap, wielokrotny filtr cząsteczkowy

1. Wprowadzenie

Estymacja stanu jest działem nauki bardzo często wykorzystywanym w praktyce, szczególnie w środowiskach pomiarowych, w których oddziałują czynniki stochastyczne. Umożliwia ona zmniejszenie negatywnego wpływu oddziaływania szumów pomiarowych, szczególnie gdy liczba sygnałów pomiarowych przekracza liczbę zmiennych stanu. Estymacja jest szeroko stosowana w wielu dziedzinach techniki, na przykład w analizie ruchu robotów latających UAV (ang. *Unmanned Aerial Vehicle*) [1, 2], robotów mobilnych [3], czy też na większą skalę, w analizie działania sieci elektroenergetycznej [4].

W ostatnich latach bardzo ważną rolę w estymacji stanu odgrywa filtr cząsteczkowy PF (ang. *Particle Filter*), którego pierwszy algorytm BF (ang. *Bootstrap Filter*) zaproponowali w 1993 r. Gordon, Salmond i Smith [5]. Filtr cząsteczkowy coraz częściej wypiera algorytmy Kalmana KF (ang. *Kalman Filter*) [6] ze względu na lepszą jakość estymacji dla systemów nieliniowych [7]. Algorytmy PF, jako jedne z niewielu metod, radzą sobie z estymacją szumów o dowolnej funkcji gęstości prawdopodobieństwa PDF (ang. *Probability Density Function*),

podczas gdy algorytmy KF przeznaczone są do estymacji jedynie systemów z zakłóceniami o rozkładzie Gaussa.

Przez lata powstała duża liczba modyfikacji filtrów cząsteczkowych, np. inteligentny filtr cząsteczkowy IPF (ang. *Intelligent Particle Filter*) [8], czy iteracyjny rozszerzony cząsteczkowy filtr Kalmana IEKPF (ang. *Iterated Extended Kalman Particle Filter*) [9]. Cały czas tworzone są nowe algorytmy estymacji stanu, jak na przykład metoda oparta na sztucznych sieciach neuronowych [10] lub systemach rozmytych [11].

W niniejszej pracy autorzy skupili się na filtrze cząsteczkowym ze względu na jego bardzo dobre właściwości w odniesieniu do estymacji stanu obiektów nieliniowych. Zaproponowana została nowa metoda – wielokrotny filtr cząsteczkowy MultiPDF PF (ang. *Multi Probability Density Function Particle Filter*) oraz przedstawione zostało jego działanie dla różnego typu obiektów nieliniowych.

W drugim rozdziale sformułowano rozwiązywany problem, w trzecim rozdziale przedstawiono filtr cząsteczkowy oraz zaproponowano modyfikacje. W czwartym rozdziale pokazano modele badanych obiektów. Rozdział piąty prezentuje wykresy obrazujące wyniki symulacji. W rozdziale szóstym zawarto wnioski końcowe.

2. Sformułowanie problemu

Rozważany jest układ dynamiczny, nieliniowy, dyskretny, dany równaniami stanu

$$\begin{cases} \mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(k)}, \mathbf{u}^{(k)}; k) + \mathbf{v}^{(k)} \\ \mathbf{y}^{(k)} = \mathbf{h}(\mathbf{x}^{(k)}) + \mathbf{n}^{(k)} \end{cases} \quad (1)$$

Autor korespondujący:

Jacek Michalski, jacek.michalski95@wp.pl

Artykuł recenzowany

nadesłany 25.02.2019 r., przyjęty do druku 29.03.2019 r.



Zezwala się na korzystanie z artykułu na warunkach licencji Creative Commons Uznanie autorstwa 3.0

gdzie $\mathbf{x}^{(k)}$ jest wektorem stanu w k -tym kroku czasowym, $\mathbf{u}^{(k)}$ – wektorem wejść, $\mathbf{y}^{(k)}$ – wektorem pomiarów (wyjść), $\mathbf{v}^{(k)}$ to wektor szumów wewnętrznych, a $\mathbf{n}^{(k)}$ to wektor szumów pomiarowych; \mathbf{f} jest wektorem funkcji przejść, a \mathbf{h} – wektorem funkcji pomiarowych.

Wielokrotny filtr cząsteczkowy ma za zadanie w każdym kroku estymować wartości wektora stanu $\mathbf{x}^{(k)}$, które nie muszą być mierzalne, mając dane sygnały wejściowe i pomiarowe. Na podstawie estymowanego wektora stanu oblicza się estymowane wartości pomiarów, których wartości powinny być przefiltrowane (ze zmniejszonym wpływem szumów pomiarowych).

3. Filtry cząsteczkowe

3.1. Algorytm Bootstrap

Filtry cząsteczkowe są przeznaczone do estymacji stanu obiektów nieliniowych o szumach z dowolnym rozkładem gęstości prawdopodobieństwa, co jest ich zdecydowaną przewagą nad większością metod estymacji (jak np. filtry Kalmana) [7]. Podstawą działania każdego z algorytmów PF jest rekursywny filtr Bayesa dany wzorem (2)

$$p(\mathbf{x}^{(k)} | \mathbf{Y}^{(k)}) = \frac{p(\mathbf{y}^{(k)} | \mathbf{x}^{(k)}) \cdot p(\mathbf{x}^{(k)} | \mathbf{Y}^{(k-1)})}{p(\mathbf{y}^{(k)} | \mathbf{Y}^{(k-1)})}, \quad (2)$$

$$p(\mathbf{y}^{(k)} | \mathbf{Y}^{(k-1)}) = \int p(\mathbf{y}^{(k)} | \mathbf{x}^{(k)}) \cdot p(\mathbf{x}^{(k)} | \mathbf{Y}^{(k-1)}) d\mathbf{x}^{(k)}, \quad (3)$$

gdzie $\mathbf{Y}^{(k)}$ jest zbiorem pomiarów wyjścia z k początkowych kroków, $p(\mathbf{x}^{(k)} | \mathbf{Y}^{(k)})$ jest to funkcja gęstości prawdopodobieństwa *a posteriori*, $p(\mathbf{y}^{(k)} | \mathbf{x}^{(k)})$ oznacza wiarygodność, czyli prawdopodobieństwo warunkowe wystąpienia pomiaru $\mathbf{y}^{(k)}$ pod warunkiem, że wektor stanu przyjmuje wartość $\mathbf{x}^{(k)}$, $p(\mathbf{x}^{(k)} | \mathbf{Y}^{(k-1)})$ to rozkład prawdopodobieństwa *a priori*, a $p(\mathbf{y}^{(k)} | \mathbf{Y}^{(k-1)})$ stanowi współczynnik normujący [12].

Autorzy do obliczania wag zastosowali wzór bez współczynnika normującego, ponieważ w odpowiednim, późniejszym kroku algorytmu wagi zostają znormalizowane tak, by ich suma była równa jedności.

W każdym algorytmie filtru cząsteczkowego PDF jest reprezentowana przez zestaw cząsteczek, z których każda i -ta cząsteczka jest złożona z wektora stanu \mathbf{x}^i oraz wagi q^i . Waga cząsteczki stanowi prawdopodobieństwo przyjmowania przez nią wartości prawdziwej wektora stanu, która to wartość bardzo często w praktyce jest niemierzalna. Każda i -ta cząsteczka może zostać zapisana jako para $\{\mathbf{x}^i, q^i\}$. Gdy liczba cząsteczek N_p jest wystarczająco duża, PDF *a posteriori* można zapisać

$$p(\mathbf{x}^{(k)} | \mathbf{Y}^{(k)}) \stackrel{N_p \rightarrow \infty}{=} \hat{p}(\mathbf{x}^{(k)} | \mathbf{Y}^{(k)}) = \sum_{i=1}^{N_p} q^{i(k)} \delta(\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{x}^{i(k)}), \quad (4)$$

gdzie $\delta(\cdot)$ oznacza deltę Diraca.

Poniżej przedstawiono algorytm Bootstrap filtru cząsteczkowego [5], który stanowił podstawę dla zaproponowanej w pracy metody wielokrotnego filtru cząsteczkowego. Jest on pewnym uproszczeniem w stosunku do podstawowego algorytmu filtru cząsteczkowego – sekwencyjnej funkcji ważności z powtórным próbkowaniem SIR (ang. *Sequential Importance Resampling*) [13], który zakłada losowanie cząsteczek w etapie prognozy nie z modelu przejścia, a z funkcji ważności $g(\mathbf{x}^{(k)} | \mathbf{x}^{i(k-1)}, \mathbf{y}^{(k)})$. W związku z tym obliczanie wag cząsteczek za pomocą algo-

rytmu SIR staje się również bardziej skomplikowane. Algorytm Bootstrap przedstawia się następująco:

1. Inicjalizacja. Wylosowanie N_p wartości początkowych $\mathbf{x}^{i(0)}$ z początkowego PDF $p(\mathbf{x}^{(0)})$, ustawienie numeru iteracji $k = 1$.

2. Prognoza. Wylosowanie cząsteczek z modelu przejścia $\mathbf{x}^{i(k)} \sim p(\mathbf{x}^{(k)} | \mathbf{x}^{i(k-1)})$.

3. Aktualizacja. Obliczenie wagi każdej z nowych cząsteczek na podstawie modelu pomiarowego

$$\tilde{q}^{i(k)} \propto p(\mathbf{y}^{(k)} | \mathbf{x}^{i(k)}) \quad (5)$$

4. Normalizacja. Skalowanie wag w taki sposób, by ich suma była równa 1.

$$q^{i(k)} = \frac{\tilde{q}^{i(k)}}{\sum_{j=1}^{N_p} \tilde{q}^{j(k)}} \quad (6)$$

5. Resampling systematyczny (opisany na końcu rozdziału).

6. Koniec iteracji. Obliczenie estymaty $\mathbf{x}^{(k)}$, aktualizacja numeru iteracji $k := k+1$, przejście do kroku 2.

Można stworzyć dowolną liczbę filtrów cząsteczkowych przez odpowiedni dobór funkcji ważności. Znane są różne rodzaje filtrów cząsteczkowych [13–16].

3.2. Wielokrotny filtr cząsteczkowy

Metoda wielokrotnego filtru cząsteczkowego jest to zaproponowana modyfikacja podstawowego algorytmu. W myśl MultiPDF PF w każdym kroku symulacji działa równoległe i niezależnie od siebie N_f filtrów cząsteczkowych obliczających estymaty dla tego samego obiektu, z których każdy ma odpowiednio mniejszą liczbę cząsteczek – N_p/N_f gdzie N_p jest liczbą cząsteczek całego algorytmu. Na końcu każdego kroku wyniki z poszczególnych N_f filtrów są uśredniane i w ten sposób obliczana jest estymata w k -tym kroku próbkowania. Dzięki podziałowi algorytmu na filtry o odpowiednio mniejszej liczbie cząsteczek, metodę MultiPDF PF można implementować na urządzeniach niedysponujących odpowiednio dużą mocą obliczeniową do zaimplementowania tradycyjnych metod filtru cząsteczkowego.

Dla parametru $N_f = 1$ algorytm MultiPDF Particle Filter staje się tradycyjnym filtrem cząsteczkowym Bootstrap. Poniżej przedstawiono algorytm wielokrotnego filtru cząsteczkowego. Algorytm ten należy powtórzyć dla każdego z N_f równoległe działających filtrów cząsteczkowych.

1. Inicjalizacja. Wylosowanie N_p/N_f wartości początkowych $\mathbf{x}_b^{i(0)}$ z początkowego PDF $p(\mathbf{x}^{(0)})$, ustawienie numeru iteracji $k = 1$.

2. Obliczanie wartości estymat w każdym b -tym ($b = 1, \dots, N_f$) z równoległe działających filtrów.

– Prognoza. Wylosowanie cząsteczek z modelu przejścia

$$\mathbf{x}_b^{i(k)} \sim p(\mathbf{x}^{(k)} | \mathbf{x}_b^{i(k-1)}).$$

– Aktualizacja. Obliczenie wagi każdej z nowych cząsteczek na podstawie modelu pomiarowego

$$\tilde{q}_b^{i(k)} \propto p(\mathbf{y}^{(k)} | \mathbf{x}_b^{i(k)}) \quad (7)$$

– Normalizacja. Skalowanie wag w taki sposób, by ich suma była równa 1.

$$q_b^{i(k)} = \frac{\tilde{q}_b^{i(k)}}{\sum_{j=1}^{N_p} \tilde{q}_b^{j(k)}} \quad (8)$$

- Resampling systematyczny (opisany na końcu rozdziału).
 - Koniec iteracji. Obliczenie estymaty $\mathbf{x}_b^{(k)}$.
3. Obliczenie estymaty $\mathbf{x}^{(k)}$ jako średniej arytmetycznej N_f wyników uzyskanych w poprzednim kroku, aktualizacja numeru iteracji $k := k + 1$, przejście do kroku 2.

3.3. Resampling systematyczny

Resampling polega na ponownym wylosowaniu wartości cząsteczek, ale tylko spośród tych już istniejących. Prawdopodobieństwo wylosowania danej cząsteczki jest równe wartości jej znormalizowanej wagi. Po resamplingu wagi wszystkich cząsteczek są sobie równe i wynoszą $q^i = N_p^{-1}$ (a w przypadku filtru wielokrotnego $q^i = N_f/N_p$).

Poniżej przedstawiono algorytm resamplingu systematycznego [17] wykorzystany w aktualnych badaniach. Dany algorytm powtarza się w każdym kroku symulacji. Dla wielokrotnego PF należy w każdym miejscu wartość N_p zamienić na N_p/N_f . Więcej o resamplingu i różnych jego rodzajach można znaleźć w [17].

1. Ustawienie $j = 1, i = 1, Q = q^{i(k)}$. Wylosowanie $u \sim \mathcal{U}[0, 1]/N_p$.
2. Dopóki $Q < u$ następuje inkrementacja $j = j + 1, Q = Q + q^{i(k)}$.
3. Zapamiętanie cząsteczki $\mathbf{x}^{i(k)}$ jako wylosowanej $\tilde{\mathbf{x}}^{i(k)}$. Ustawienie wagi otrzymanej cząsteczki jako $q^{i(k)} = 1/N_p$.
4. Inkrementacja wartości $i = i + 1$ oraz $u = u + 1/N_p$. Przejście do kroku 2.

4. Badane obiekty

Do badań wykorzystano dwa obiekty, z czego oba są autonomiczne (nie mają sygnałów wejściowych). Pierwszy z nich, *Ob1*, jest bardzo często wykorzystywany do badania filtrów cząsteczkowych [13, 18]. Ze względu na swoją silną nieliniowość bardzo dobrze pokazuje przewagę filtrów cząsteczkowych nad algorytmami wykorzystującymi linearyzację punktową [7]. Drugi system *Ob2* jest obiektem wielowymiarowym, zaproponowanym przez autorów na potrzeby badań nad MultiPDF PF, ponieważ pokazuje on korzyści płynące z zastosowania podziału algorytmu na pracujące niezależnie od siebie, rów-

noległe części. Modele badanych obiektów zostały przedstawione poniżej.

- *Ob1*

$$\begin{cases} x^{(k+1)} = 0,5x^{(k)} + \frac{25x^{(k)}}{1+x^{(k)^2}} + 8\cos(1,2k) + v^{(k)} \\ y^{(k)} = \frac{x^{(k)^2}{20} + n^{(k)} \\ v^{(k)} \sim \mathcal{N}(0; 10), \quad n^{(k)} \sim \mathcal{N}(0; 1) \\ x^{(0)} = 0,1 \end{cases}$$

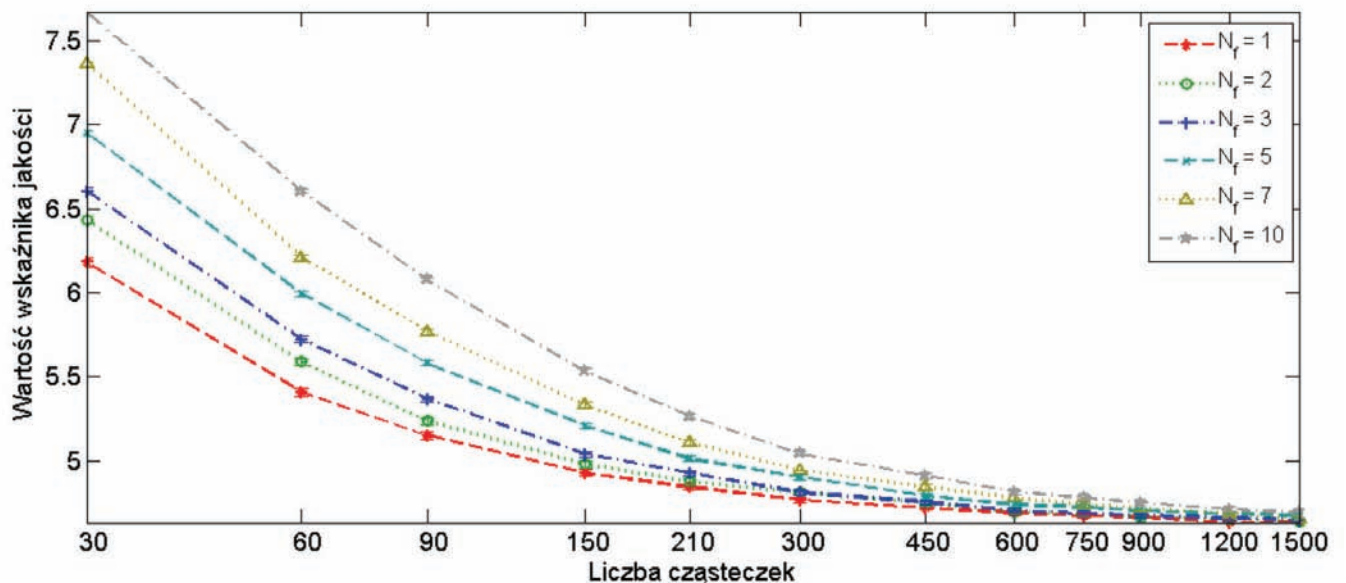
- *Ob2*

$$\begin{cases} x_i^{(k+1)} = 0,5x_i^{(k)} + v_i^{(k)}, & i = 1, \dots, 5 \\ y_i^{(k+1)} = 4x_i^{(k)} + \frac{x_{i+1}^{(k)}}{1+x_{i+2}^{(k)^2}} + 0,2\sin(x_{i+2}^{(k)}x_{i+3}^{(k)}) + n_i^{(k)}, & i = 1, \dots, 5 \\ y_{i+5}^{(k+1)} = 4x_i^{(k)} + \frac{x_{i+1}^{(k)}}{1+x_{i+2}^{(k)^2}} + n_{i+5}^{(k)}, & i = 1, \dots, 5 \\ y_{i+10}^{(k+1)} = 2x_i^{(k)} + \frac{x_{i+1}^{(k)}}{1+x_{i+2}^{(k)^2}} + 0,5(x_{i+1}^{(k)}x_{i+2}^{(k)}) + n_{i+10}^{(k)}, & i = 1, \dots, 5 \end{cases}$$

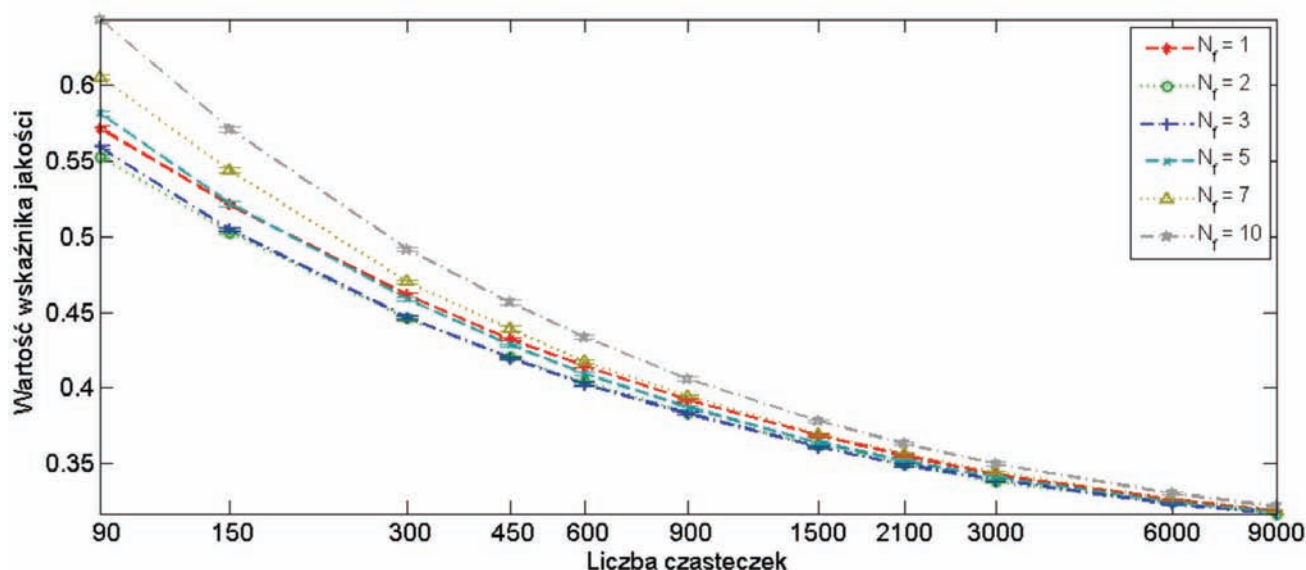
Dla uproszczenia zapisu założono, że $x_i^{(k)} \equiv x_{i+5}^{(k)}$.

$$\begin{aligned} v_{1:5}^{(k)} &\sim \mathcal{N}(0; 1), & n_{1:6}^{(k)} &\sim \mathcal{N}(0; 6), \\ n_{6:10}^{(k)} &\sim \mathcal{N}(0; 4), & n_{11:15}^{(k)} &\sim \mathcal{N}(0; 1), \\ x^{(0)} &= [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T. \end{aligned}$$

Zastosowane oznaczenia: $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ – rozkład normalny o wartości oczekiwanej μ i wariancji σ^2 .



Rys. 1. Wartości aRMSE dla *Ob1*
Fig. 1. Values of aRMSE for *Ob1*



Rys. 2. Wartości aRMSE dla Ob2
Fig. 2. Values of aRMSE for Ob2

5. Wyniki badań

Symulacje przeprowadzono każdorazowo dla $M = 1000$ kroków czasowych. Każda symulacja Ob1 została powtórzona co najmniej 1000 razy, dla Ob2 z kolei co najmniej 200 razy. Za każdym razem przebiegi wzorcowe generowane były na nowo, w sposób losowy.

Do oceny jakości estymacji został wykorzystany wskaźnik jakości aRMSE dany poniższymi wzorami.

$$MSE_i = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \left(\hat{x}_i^{(k)} - x_i^{+(k)} \right)^2 \quad (9)$$

$$RMSE_i = \sqrt{MSE_i} \quad (10)$$

$$aRMSE = \frac{1}{N_x} \sum_{i=1}^{N_x} RMSE_i \quad (11)$$

gdzie M to długość symulacji (liczba kroków), N_x to liczba zmiennych stanu, $\hat{x}_i^{(k)}$ i $x_i^{+(k)}$ to wartości i -tej zmiennej stanu w k -tym kroku próbkowania, odpowiednio estymowanej oraz prawdziwej.

Poniższe wykresy przedstawiają wartości wskaźników jakości z 95% przedziałem ufności (naniesione zostały odchylenia standardowe 2σ w każdą stronę) [19].

6. Wnioski

Zbadano działanie zaproponowanego nowego algorytmu dla różnych obiektów, przy podziale na różną liczbę równoległych filtrów. Bazując na wynikach symulacji można stwierdzić, iż dla niektórych typów obiektów podział na odpowiednią, niewielką liczbę równoległych filtrów poprawia jakość działania algorytmu.

W przypadku Ob1 jakość estymacji pogarszała się wraz ze wzrostem parametru N_f . Natomiast dla Ob2 przy podziale na 2 i 3 równoległe filtry została zaobserwowana poprawa wartości wskaźnika aRMSE. Przy dalszych podziałach jakość estymacji ulegała pogorszeniu. Można na tej podstawie stwierdzić, że

zaproponowany algorytm polepsza jakość estymacji działając z nieliniowymi obiektami wielowymiarowymi.

Warto zaznaczyć, że wąskie gardło w algorytmach PF stanowi obliczanie wag oraz resampling, są tam bowiem potrzebne informacje o wartościach wszystkich cząstek. Dzięki niezależnemu działaniu każdego z filtrów równoległych, każdy z nich ma niezbędne informacje, bez konieczności wzajemnego komunikowania się. Dzięki temu zaproponowany algorytm ma jednocześnie potencjał do przyspieszenia działania w porównaniu do algorytmu standardowego.

Jak wynika z przeprowadzonych badań, oprócz możliwości implementacji na słabszych obliczeniowo urządzeniach, zaproponowany algorytm może także w odpowiednich przypadkach poprawić jakość estymacji. Autorzy w przyszłości planują przetestować działanie wielokrotnego filtra cząsteczkowego dla różnego typu obiektów (również posiadających sygnały wejściowe – sterujące) aby ocenić, w jakich przypadkach algorytm poprawia jakość estymacji. Planuje się także przeprowadzić badania nad modyfikacją wewnętrznej struktury algorytmu MultiPDF, na przykład zmieniając funkcję ważności, czy też sposób obliczania estymaty na podstawie wyników z poszczególnych, równoległych filtrów.

Bibliografia

- Hajiyev C., Soken H.E., *Robust adaptive Kalman filter for estimation of UAV dynamics in the presence of sensor/actuator faults*, "Aerospace Science and Technology", Vol. 28, No. 1, 2013, 376–383, DOI: 10.1016/j.ast.2012.12.003.
- Marantos P., Koveos Y., Kyriakopoulos K.J., *UAV State Estimation using Adaptive Complementary Filters*, "IEEE Transactions on Control Systems Technology", Vol. 24, No. 4, 2016, 1214–1226, DOI: 10.1109/TCST.2015.2480012.
- Chang C., Ansari R., Khokhar A., *Multiple object tracking with kernel particle filter*, IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, June 2005, Vol. 1, 566–573, DOI: 10.1109/CVPR.2005.243.
- Korres G.N., *A Distributed Multiarea State Estimation*, "IEEE Transactions on Power Systems", Vol. 26, No. 1, 2011, 73–84, DOI: 10.1109/TPWRS.2010.2047030.
- Gordon N.J., Salmond D.J., Smith A.F.M., *Novel Approach to Nonlinear/non-Gaussian Bayesian State Estimation*,

- “IEE Proceedings F – Radar and Signal Processing”, Vol. 140, No. 2, 1993, 107–113. DOI: 10.1049/ip-f-2.1993.0015.
6. Kalman R.E., *A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems*, “Journal of Basic Engineering”, Vol. 82, No. 35, 1960, 35–45. DOI: 10.1155/1.3662552.
 7. Michalski J., Kozierski P., Ziętkiewicz J., *Porównanie metod estymacji stanu systemów dynamicznych*, „Pomiary Automatyka Robotyka”, Vol. 21, Nr 4, 2017, 41–47, DOI: 10.14313/PAR_226/41.
 8. Yin S., Zhu X., *Intelligent particle filter and its application to fault detection of nonlinear system*, “IEEE Transactions on Industrial Electronics”, Vol. 62, No. 6, 2015, 3852–3861, DOI: 10.1109/TIE.2015.2399396.
 9. Liang-Qun L., Hong-Bing J., Jun-Hu L., *The iterated extended Kalman particle filter*, [in:] IEEE International Symposium on Communications and Information Technology, ISCIT 2005, Vol. 2, 1213–1216, DOI: 10.1109/ISCIT.2005.1567087.
 10. Yadaiah N., Sowmoja G., *Neural Network Based State Estimation of Dynamical Systems*, [in:] International Joint Conference on Neural Networks, IJCNN’06, 1042–1049, DOI: 10.1109/IJCNN.2006.246803.
 11. Miranda V., Pereira J., Saraiva J.T., *Load allocation in DMS with a fuzzy state estimator*, “IEEE Transactions on Power Systems”, Vol. 15, No. 2, 2000, 529–534, DOI: 10.1109/59.867136.
 12. Straka O., Simandl M., *Particle Filter with Adaptive Sample Size*, “Kybernetika”, Vol. 47, No. 3, 2011, 385–400.
 13. Michalski J., Kozierski P., Ziętkiewicz J., *Comparison of auxiliary and Likelihood Particle Filters for state estimation of dynamical systems*, “Przegląd Elektrotechniczny”, Vol. 94, 2018, 86–90, DOI: 10.15199/48.2018.12.19.
 14. Arulampalam S., Maskell S., Gordon N., Clapp T., *A Tutorial on Particle Filters for On-line Nonlinear/Non-Gaussian Bayesian Tracking*, “IEEE Transactions on Signal Processing”, Vol. 50, No. 2, 2002, 174–188, DOI: 10.1109/78.978374.
 15. Michalski J., Kozierski P., Ziętkiewicz J., *Comparison of Particle Filter and Extended Kalman Particle Filter*, “Studia z Automatyki i Informatyki”, Vol. 42, 2017, 43–51.
 16. Michalski J., Kozierski P., Ziętkiewicz J., Giernacki W., *Likelihood Particle Filter and Its Proposed Modifications*, “Studia z Automatyki i Informatyki”, Vol. 43, 2018, 81–93.
 17. Kozierski P., Lis M., Ziętkiewicz J., *Resampling in Particle Filtering – Comparison*, “Studia z Automatyki i Informatyki”, Vol. 38, 2013, 35–64.
 18. Kitagawa G., *Monte Carlo Filter and Smoother for Non-Gaussian Nonlinear State Space Models*, “Journal of Computational and Graphical Statistics”, Vol. 5, No. 1, 1996, 1–25, DOI: 10.2307/1390750.
 19. Florek A., Mazurkiewicz P., *Sygnaly i systemy dynamiczne*, Wyd. 2, Poznań 2015, ISBN: 978-83-7775360-6.

MultiPDF Particle Filter for State Estimation of Dynamical Systems

Abstract: In this paper the problem of state estimation of dynamical systems has been discussed and the new solution, named MultiPDF Particle Filter has been proposed. It is a modification of Particle Filter that allows to parallelize its work by dividing into independent filters in a way to enable the implementation of the algorithm also on devices with low computing power. The algorithm has been implemented for a one- and multi-dimensional object, and the quality of the estimation has been compared for a different number of particles. The quality index $aRMSE$ has been used to evaluate the algorithm’s performance. Based on the simulation results it was found that the work parallelization of a Particle Filter can improve estimation quality of the algorithm.

Keywords: state estimation, dynamical systems, Bayesian Filter, Particle Filter, Bootstrap Filter, MultiPDF Particle Filter

inż. Jacek Michalski

jacek.michalski95@wp.pl

Student drugiego roku II stopnia na Politechnice Poznańskiej. Zainteresowania obejmują estymację stanu obiektów (liniowych oraz nieliniowych), przede wszystkim metodami filtru Kalmana oraz filtru cząsteczkowego, jak również sztuczną inteligencję.



mgr inż. Piotr Kozierski

piotr.kozierski@gmail.com

Doktorant oraz asystent na Politechnice Poznańskiej. Główne obszary zainteresowań to odporna estymacja stanu obiektów (z naciskiem na metody filtru cząsteczkowego oraz obiekt typu sieć elektroenergetyczna) oraz rozpoznawanie mowy ciągłej (w języku polskim, mowa zwykła i szeptana).



