

# Prognozowanie średniego miesięcznego kursu kupna USD

## Katarzyna Halicka

Politechnika Białostocka, Wydział Zarządzania, Katedra Informatyki Gospodarczej i Logistyki, e-mail: k.halicka@pb.edu.pl

## Justyna Godlewska

Politechnika Białostocka, Wydział Zarządzania, Katedra Informatyki Gospodarczej i Logistyki, e-mail: justyna.godlewska1@gmail.com

## Streszczenie

Zasadniczym celem niniejszego artykułu było wyznaczenie prognozy miesięcznego średniego kursu kupna USD. Zrealizowano go, opierając się na szczegółowych badaniach dotyczących analizy porównawczej jakości prognoz wyznaczonych różnymi metodami. Do badania wykorzystano dane od stycznia 2010 do września 2012 roku, pochodzące ze strony internetowej Narodowego Banku Polskiego. Początkowo je przeanalizowano, dokonano dekompozycji analizowanego szeregu czasowego. Następnie wyznaczono prognozę miesięcznego średniego kursu kupna USD, wykorzystując między innymi takie metody, jak zmodyfikowany model metody naiwnej oraz model Holta. Dalej przeprowadzono ocenę jakości otrzymanych prognoz i dokonano rekomendacji zbudowanych modeli prognozy.

## Słowa kluczowe

prognoza kursu walut, model Holta, zmodyfikowane modele metody naiwnej, jakość prognozy

## Wstęp

Rynek wymiany walut (z ang. *Foreign Exchange Market* – Forex) to rynek typu OTC (*over the counter*), czyli zdecentralizowany rynek pozagiełdowy (Marciniak-Neider, 2011). Głównymi jego uczestnikami są banki, które działają na własny

rachunek lub w imieniu swoich klientów oraz banki centralne, podejmujące przedsięwzięcia w celu stabilizowania ruchów kursów walutowych. Rynek transakcji Forex charakteryzuje się wysokim ryzykiem kursowym; jego uczestnikom bardzo przydatne są więc prognozy kursu walut. Zasadniczym celem niniejszego artykułu, jest wyznaczenie na podstawie badania prognozy średniego miesięcznego kursu kupna USD liczonego w PLN na październik 2012 roku. Dokonano w nim analizy porównawczej jakości prognoz uzyskanych z zastosowaniem różnych metod. Do budowy modeli prognostycznych wykorzystano miesięczne dane rzeczywiste, od stycznia 2010 r. do września 2012 r., pochodzące ze strony internetowej Narodowego Banku Polskiego. Autorki wykorzystały do prognozowania jak najprostsze oraz najmniej czasochłonne metody. Akceptowalną wartość średniego modułu względnego błędu prognozy ustalono na poziomie 3%.

Analizując zebrane dane można zauważyć niewielką tendencję wzrostową. Średnia wartość kursu kupna USD w analizowanym okresie wynosiła 3,04 PLN. Największe umocnienie USD w stosunku do PLN w tym okresie miało miejsce w czerwcu 2012 r. i wynosiło 3,41 PLN. Z kolei najniższą wartość USD osiągnął w maju 2011 r. i wynosiła ona 2,72 PLN. W analizowanym okresie dane charakteryzowały się niewielką zmiennością na poziomie około 7%. Zazwyczaj kluczowymi czynnikami zmienności kursów są czynniki ekonomiczne takie, jak: poziom stóp procentowych, produkt krajowy brutto, inflacja, bezrobocie, bilans płatniczy czy też zmiany w polityce makroekonomicznej i mikroekonomicznej (Marciniak-Neider, 2011).

## 1. Przegląd literatury

Opracowane modele prognostyczne kursów walut zazwyczaj charakteryzują się niską jakością i bardzo często określane są przez autorów jako nieskuteczne (Pacelli, 2012). Do prognozowania walut wykorzystywano między innymi model naiwny, model regresji liniowej, model regresji kwadratowej, modele ARIMA (Shahriari, 2011), modele klasy Garch (Osińska, 2011), modele wygładzania wykładniczego (Akincilar i in., 2011). W literaturze przedmiotu podejmowano liczne próby oszacowania przyszłej wartości kursów walut. Przykładowo, S. Rajapakse i M. Siriwardana prognozowały kurs dolara australijskiego z wykorzystaniem takich metod, jak model naiwny i model ARIMA. W niektórych publikacjach wspomniano, że przy prognozowaniu kursów walut metody błędzenia losowego są bardziej efektywne niż metody oparte na wskaźnikach makroekonomicznych, ale tylko w krótkim horyzoncie czasowym (Fät i Dezi, 2011). Zauważono, że często

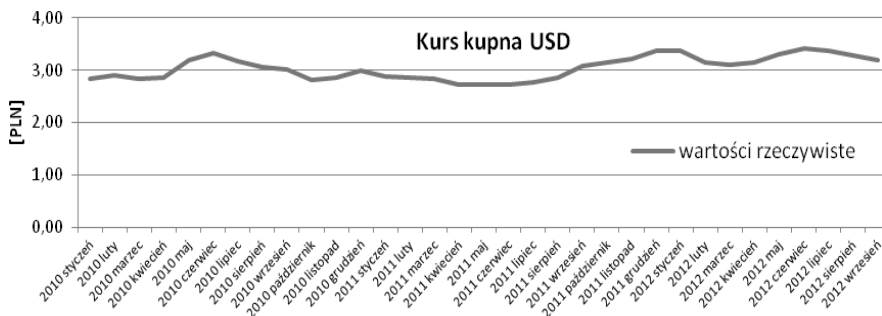
proste metody dają zbliżone rezultaty lub nawet lepsze od tych bardziej skomplikowanych. W celu znalezienia metody prognozowania kursu walut, o jakości akceptowalnej przez zleceniodawców, autorzy w swych publikacjach skupiają się na porównaniu wartości pierwiastka ze średniokwadratowego błędu prognozy *ex post* (RMSE), (Shahriari, 2011) oraz wartości średniego modułu względnego błędu prognozy (MAPE), (Boiroju i in., 2011).

## 2. Metodologia

Założeniem przeprowadzonego badania było stosowanie najprostszych metod do prognozowania kursu kupna USD. Wykorzystano podstawowy model metody naiwnej, zmodyfikowany model metody naiwnej dla szeregu czasowego z tendencją rozwojową oraz model liniowy Holta. Następnie zbadano trafność otrzymanych prognoz.

Podstawowy model metody naiwnej jest jedną z najprostszych metod i jest stosowany w przypadku szeregów czasowych, w których występuje składowa systematyczna w postaci stałego średniego poziomu i niewielkie wahania przypadkowe. Natomiast zmodyfikowany model metody naiwnej oraz model liniowy Holta jest stosowany w przypadku szeregów czasowych, w których występuje składowa systematyczna w postaci tendencji rozwojowej i składnika losowego (Cieślak, 2001). Ponieważ, w analizowanym szeregu czasowym, składowa systematyczna nie jest jednoznacznie określona, autorki wyznaczyły prognozy wykorzystując zarówno metodę stosowaną w przypadku stałego średniego poziomu, jak i metody wykorzystywane do niewielkich trendów.

Dokonując dekompozycji szeregu czasowego, początkowo można wnioskować, że składowa systematyczna ma postać stałego średniego poziomu oraz składnik losowy występuje w postaci niewielkich wahań przypadkowych. Uzasadnione wydaje się więc wykorzystanie do prognozowania średniego miesięcznego kursu kupna USD metody naiwnej. Graficzna interpretacja szeregu czasowego badanej zmiennej została zaprezentowana na rys. 1.

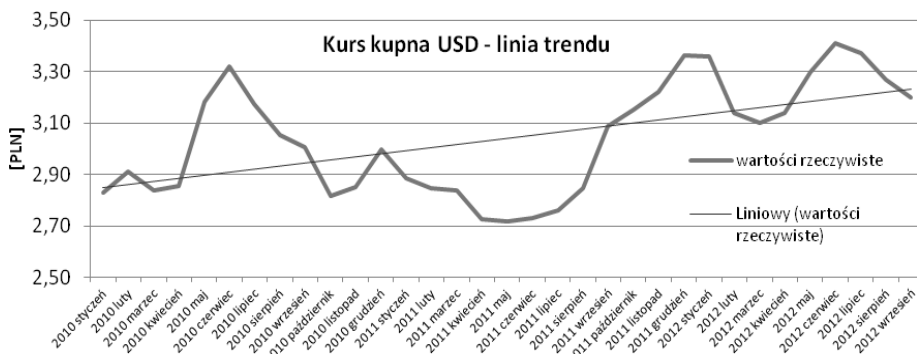


**Rys. 1.** Średni miesięczny kurs kupna USD w poszczególnych miesiącach

Źródło: opracowanie własne na podstawie: Narodowy Bank Polski, dostęp zdalny: [http://nbp.pl/home.aspx?f=/kursy/kursy\\_archiwum.html](http://nbp.pl/home.aspx?f=/kursy/kursy_archiwum.html) [03.02.2012].

Po dogłębnym przeanalizowaniu danych zauważono jednak niewielką tendencję rozwojową (rys. 2). W celu rozwiązania zadania prognostycznego wybrano więc kolejne dwie metody:

- zmodyfikowany model metody naiwnej;
- model liniowy Holta.



**Rys. 2.** Średni miesięczny kurs kupna USD w poszczególnych miesiącach – linia trendu

Źródło: opracowanie własne na podstawie: ibidem.

Wszystkie obliczenia związane z wyznaczaną prognozą zostały wykonane za pomocą arkusza kalkulacyjnego Excel.

### 3. Wyniki badań

Metody naiwne bazują na bardzo prostych przesłankach odnoszących się do przyszłości, zgodnie z którymi nie wystąpią zmiany w obecnym sposobie oddziaływania czynników określających wartości zmiennej prognozowanej (Dittmann, 1999). W odniesieniu do analizowanego przypadku, oznacza to, że średni miesięczny kurs kupna USD w październiku 2012 r. będzie kształtował się na dotychczasowym poziomie.

Model podstawowy ma postać (Cieślak, 2001):

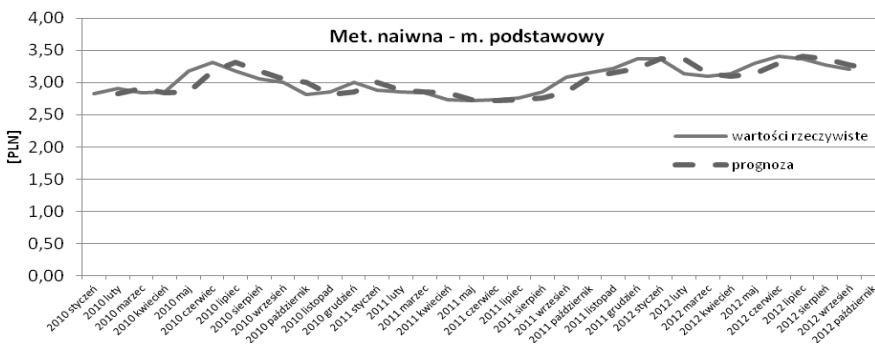
$$y_t^* = y_{t-1} \quad (1)$$

gdzie:

$y_t^*$  – prognoza zmiennej Y wyznaczona na moment lub okres t,

$y_{t-1}$  – wartość zmiennej prognozowanej w momencie lub okresie t-1.

Zgodnie z zastosowaną metodą, prognoza średniego miesięcznego kursu kupna USD w październiku 2012 r. wyniosła 3,20 PLN. Wartość średniego modułu względnego błędu prognozy MAPE wynosi 3,06%. Natomiast pierwiastek ze średniokwadratowego błędu prognozy *ex post* osiąga wartość 0,12 PLN. Wartości rzeczywiste oraz wartości prognozowane zaprezentowano na rys. 3.



Rys. 3. Metoda naiwna z modelem podstawowym

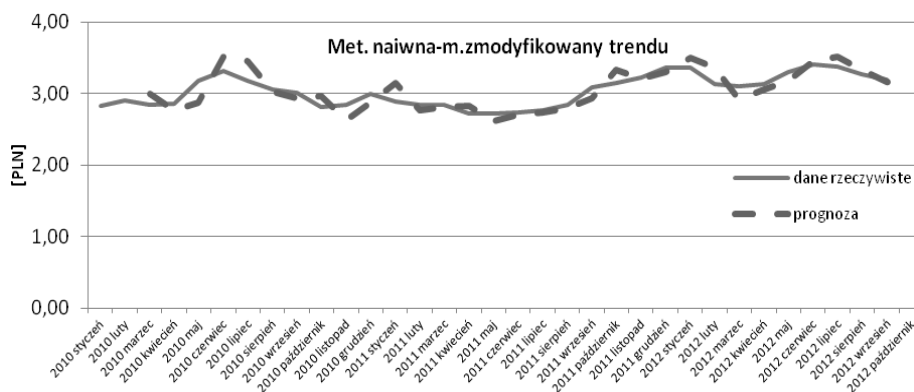
Źródło: opracowanie własne na podstawie: ibidem.

Ze względu na zaobserwowanie na wykresie z danymi rzeczywistymi niewielkiego trendu (rys. 2) zastosowano metodę naiwną z modelem zmodyfikowanym trendu. Prognoza wyznaczona na okres  $t+1$  ma postać:

$$y_{t+1}^* = y_t + (y_t - y_{t-1}) \quad (2)$$

gdzie:

$y_{t+1}^*$  – prognozowana wartość zmiennej  $Y$  wyznaczona na moment lub okres  $t+1$ ,  
 $y_t, y_{t-1}$  – rzeczywiste wartości zmiennej prognozowanej  $Y$  w momentach lub okresach  $t, t-1$ .



**Rys. 4.** Metoda naiwna z modelem zmodyfikowanym trendu

Źródło: opracowanie własne na podstawie: ibidem.

Prognoza średniego miesięcznego kursu kupna USD w październiku 2012 r. wyznaczona za pomocą zmodyfikowanego modelu naiwnego wyniosła 3,13 PLN. Przeciętnie prognoza różniła się od wartości rzeczywistej o 0,14 PLN (RMSE), co stanowi 3,92% (MAPE) wartości rzeczywistej. Wartości rzeczywiste oraz wartości prognozowane zaprezentowano na rys. 4.

Analizując rys. 3 i 4 można zauważyć, że wartości prognozowane metodą naiwną z modelem zmodyfikowanym trendu odchylają się od wartości rzeczywistych bardziej niż w przypadku metody naiwnej z modelem podstawowym. Na prognozę tą metodą większy wpływ mają wahania przypadkowe.

Kolejną wykorzystywaną w badaniu metodą był model wygładzania wykładniczego – model Holta. Równanie prognozy na moment lub okres  $t+m$  ma postać (Nazarko, 2004):

$$y_{t+m}^* = L_t + b_t m \quad (3)$$

gdzie:

$y_{t+m}^*$  – prognoza zmiennej Y, wyznaczona na moment lub okres t+m,

$L_t$  – wygładzona ocena wartości poziomu szeregu na moment lub okres t,

$b_t$  – wygładzona ocena wartości przyrostu trendu szeregu na moment lub okres t,

$m$  – liczba kroków w przód, dla których wyznaczana jest prognoza zmiennej Y.

Wartości  $L_t$  i  $b_t$  wyznacza się za pomocą równań:

$$L_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)(L_{t-1} + b_{t-1}) \quad (4)$$

$$b_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1} \quad (5)$$

gdzie:

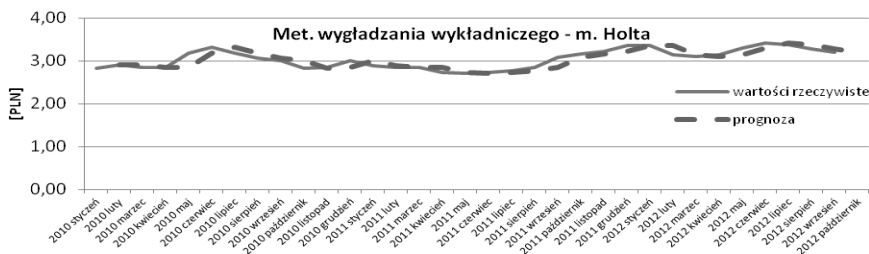
$\alpha$ ,  $\beta$  – parametry wygładzania modelu (Nazarko, 2004).

Parametry  $\alpha$  i  $\beta$  przyjmują wartości z przedziału (0,1). Są one dobierane doświadczalnie tak, aby pierwiastek ze średniego kwadratowego błędu prognozy był jak najmniejszy. Wyznaczając parametry  $\alpha$  i  $\beta$  użyto dodatek Solver arkusza kalkulacyjnego Excel (Nazarko, 2004).

Prognoza średniego miesięcznego kursu kupna USD w październiku 2012 r. wyznaczona przy wykorzystaniu modelu liniowego Holta wyniosła 3,20 PLN. Prognoza obciążona jest niewielkimi błędami:

- wartość średnia modułu względnego błędu prognozy MAPE: 2,98%;
- średniokwadratowy błąd prognozy RMSE: 0,12 PLN.

Wartości rzeczywiste oraz wartości prognozowane zaprezentowano na rys. 5.



Rys. 5. Metoda wygładzania wykładniczego z modelem Holta

Źródło: opracowanie własne na podstawie: ibidem.

Analizując rys. 5 można zaobserwować, że wartości prognozowane są bardziej „wygładzone” niż w metodzie naiwnej z modelem zmodyfikowanym trendu, a kształt wykresu przypomina kształt wykresu prognozy wyznaczonej metodą naiwną z modelem podstawowym. Do stwierdzenia, która z metod była bardziej efektywna należy przeanalizować otrzymane wartości błędów wyznaczonych prognoz.

#### 4. Dyskusja wyników

W celu oceny trafności wyznaczonych prognoz wykorzystano średni względny błąd prognozy *ex post* (MAPE), maksymalny względny błąd prognozy (maxAPE) oraz pierwiastek ze średniokwadratowego błędu prognozy *ex post* – RMS (Chodakowska i in., 2005). Wyznaczone błędy zestawiono w tabeli 1.

Zgodnie z modelem podstawowym metody naiwnej prognoza kursu kupna USD na październik 2012 r. wyniosła 3,20 PLN. Wartości prognozowanej zmiennej odbiegają od wartości rzeczywistych przeciętnie o 0,12 PLN, stanowi to 3,06% wartości rzeczywistej.

Z kolei w przypadku wykorzystania zmodyfikowanej metody naiwnej trendu prognoza wyniosła 3,13 PLN. Wartości prognozowanej zmiennej odbiegają od wartości rzeczywistych przeciętnie o 0,14 PLN, stanowi to 3,92% wartości rzeczywistej. Natomiast prognoza kupna USD na październik 2012 r. metodą wygładzania wykładniczego z modelem Holta wyniosła 3,20 PLN. Wartości prognozowanej zmiennej odbiegają od wartości rzeczywistych przeciętnie o 0,12 PLN. Z kolei przeciętne odchylenie prognoz od wartości rzeczywistych w analizowanym okresie wynosiło 2,98% wartości rzeczywistej.

**Tabela 1.** Błędy prognoz

Rodzaj błędu	Metoda naiwna- model prosty	Metoda naiwna- model zmodyfikowany trendu	Metoda wygładzania wykładniczego-model Holta
MAPE	3,06%	3,92%	2,98%
maxAPE	10,37%	9,91%	10,37%
RMS	0,12	0,14	0,12

Źródło: opracowanie własne na podstawie: ibidem.

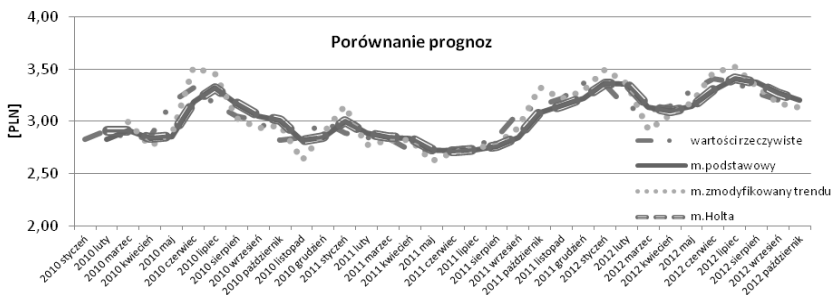
Niskie wartości maxAPE świadczą o tym, że nie występują błędy znacznie przewyższające przeciętne. Maksymalna różnica między wartością rzeczywistą a prognozą wystąpiła w maju 2010 r., w przypadku wszystkich zastosowanych



metod prognostycznych. Wynosiła ona 0,33 PLN w przypadku podstawowego modelu metody naiwnej, 0,32 PLN dla metody zmodyfikowanej trendu oraz 0,33 PLN dla modelu liniowego Holta. Stanowiło to odpowiednio 10,37%, 9,91%, 10,37% wartości rzeczywistej.

Na podstawie obliczonych błędów można zauważyć, że wszystkie modele są podobnej, akceptowalnej jakości. Jednak najmniejsze wartości błędów otrzymano w przypadku wykorzystania metody Holta.

Graficzne interpretacje prognoz wyznaczonych wszystkimi zastosowanymi metodami przedstawiono na rys. 6.



Rys. 6. Porównanie prognoz

Źródło: opracowanie własne na podstawie: ibidem.

Dopasowanie modelu do wartości rzeczywistych można również ocenić wizualnie. Analizując rys. 6 można zauważyć, że prognoza wyznaczona za pomocą modelu liniowego Holta najlepiej odzwierciedla wartości rzeczywiste.

## Podsumowanie

Głównym celem przeprowadzonego badania było wyznaczanie prognozy średniego miesięcznego kursu kupna USD liczonego w PLN. Wykorzystując metodę Holta ustalono wartość prognozy kursu kupna USD w październiku 2012 roku w wysokości 3,20 PLN. Zasadniczy cel niniejszego artykułu został więc osiągnięty. Ze względu na niejednoznaczny charakter szeregu czasowego zastosowano metody służące do prognozowania w przypadku szeregu czasowego ze składowymi w postaci stałego średniego poziomu i niewielkich wahań przypadkowych - podstawowy model metody naiwnej oraz metody stosowane w przypadku szeregów, z tendencją rozwojową oraz wahaniami przypadkowymi - zmodyfikowany model

metody naiwnej oraz model liniowy Holta. Kolejnym celem badań było przeprowadzenie analizy porównawczej jakości prognoz otrzymanych różnymi metodami. W wyniku przeprowadzonej analizy zauważono, że spośród trzech zastosowanych metod najtrafniejszą prognozę wyznaczono za pomocą metody wygładzania wykładniczego z modelem Holta. Otrzymane rezultaty (niewielka wartość średniego modułu względnego błędu prognozy, nieznaczące odchylenie wartości rzeczywistej od wartości prognozowanej) dowodzą, że model liniowy Holta jest użytecznym narzędziem prognozowania, znajdującym zastosowanie w praktyce. Dopasowanie modelu do wartości rzeczywistych zostało również ocenione wizualnie (rys. 6). Prognoza wyznaczona za pomocą modelu liniowego Holta dobrze odzwierciedla wartości rzeczywiste. Mimo, że zastosowane metody prognostyczne są najprostsze, osiągnięte rezultaty jakości prognoz są zadowalające.

## Literatura

1. Akincilar A., Temiz I., Sahin E. (2011), *An Application Of Exchange Rate Forecasting In Turkey*, Gazi University Journal of Science GU J Sci 24 (4), s. 817-828
2. Boiroju N. K., Venugopala Rao M., Krishna Reddy M. (2011), *Forecasting Foreign Exchange Rates Using Fuzzy Time Series*, International Journal of Statistics and Systems 6 (1)
3. Chodakowska E., Halicka K., Kononiuk A., Nazarko J. (2005), *Prognozowanie cen energii elektrycznej na Towarowej Gieldzie Energii SA z wykorzystaniem modeli ARIMA*, w: Nazarko J., Kiełtyka L. (red.), *Technologie informatyczne i prognozowanie w zarządzaniu: wybrane zagadnienia*, Wydawnictwo Politechniki Białostockiej, Białystok
4. Cieślak M. (red.), (2001), *Prognozowanie gospodarcze. Metody i zastosowanie*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa
5. Dittmann P. (1999), *Metody prognozowania sprzedaży w przedsiębiorstwie*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Wrocław
6. Făt C. M., Dezsi E. (2011), *Exchange-Rates Forecasting: Exponential smoothing techniques and ARIMA models*, Annals of the University of Oradea, Economic Science Series 20 (1), s. 499-508
7. Marciniak-Neider D. (red.), (2011), *Rozliczenia międzynarodowe*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa
8. Narodowy Bank Polski, dostęp zdalny: [http://nbp.pl/home.aspx?f=/kursy/kursy\\_archiwum.html](http://nbp.pl/home.aspx?f=/kursy/kursy_archiwum.html), [03.10.2012]

9. Nazarko J. (red.), (2004), *Prognozowanie w zarządzaniu przedsiębiorstwem*, cz. 2, *Prognozowanie na podstawie szeregów czasowych*, Wydawnictwo Politechniki Białostockiej, Białystok
10. Nazarko J. (red.), (2004), *Prognozowanie w zarządzaniu przedsiębiorstwem*, cz. 1, *Wprowadzenie do metodyki prognozowania*, Wydawnictwo Politechniki Białostockiej, Białystok
11. Nazarko J. (red.), (2005), *Prognozowanie w zarządzaniu przedsiębiorstwem*, cz. 3, *Prognozowanie na podstawie modeli adaptacyjnych*, Wydawnictwo Politechniki Białostockiej, Białystok
12. Osińska M. (2010), *Quality of the Forecasts of Currencies Exchange Rates Volatilities*, *International Research Journal of Finance and Economics* 60
13. Pacelli V. (2012), *Forecasting Exchange Rates: a Comparative Analysis*, *International Journal of Business and Social Science* 3 (10)
14. Rajapakse S., Siriwardana M. (2007), *Over-optimism Bias in Market Analysts' Forecasts: The Case of the Australian Dollar*, *Journal of the Asia Pacific Economy* 12 (1)
15. Shahriari M. (2011), *A Combined Forecasting Approach to Exchange Rate Fluctuations*, *International Research Journal of Finance and Economics* 79

## Forecast of monthly average buying rate of USD

### Abstract

The principal aim of the paper was to determine the forecast of monthly average USD buying rate. However, the specific objective of the study was to conduct a comparative analysis of the quality of forecasts obtained with different methods. In the study data from the period from January 2010 to September 2012, from the website of the National Polish Bank were used. First, the data were collected, then the analyzed time series was decomposed. Next, the forecast of monthly average USD buying rate was determined with the usage of such methods as the modified model of naive method and the Holt model. Afterwards the assessment of the quality of the forecasts and recommendations of forecasting models were built.

### Keywords

exchange rate forecast, Holt model, modified models of naive method, the quality of forecasts