

**ZASTOSOWANIE METODY HAMPELA DO APROKSYMACJI  
MODELU TEORETYCZNEGO CHŁODNI KOMINOWEJ  
W PODEJŚCIU DWUWYMIAROWYM**

**APPLICATION OF THE HAMPEL'S METHOD TO APPROXIMATE  
A THEORETICAL MODEL OF THE COOLING TOWER  
IN THE TWO-DIMENSIONAL APPROACH**

**Zbigniew Muszyński**

Instytut Geotechniki i Hydrotechniki, Politechnika Wroclawska

**SŁOWA KLUCZOWE:** estymacja odporna, metoda Hampela, TLS, chłodnia kominowa, aproksymacja modelu teoretycznego

**STRESZCZENIE:** Bezpieczna eksploatacja cienkościennych konstrukcji powłokowych, do których należą hiperboloidalne chłodnie kominowe, wymaga okresowej kontroli ich stanu geometrycznego. Powszechnie stosowaną technologią pomiarową jest w tym przypadku precyzyjna tachimetria bezreflektorowa. W niniejszym artykule przedstawiono możliwości i zalety wykorzystania naziemnego skaningu laserowego do pomiaru geometrii płaszcza chłodni kominowej. Zniekształcenia geometryczne chłodni wyznacza się poprzez wpasowanie modelu teoretycznego konstrukcji w zbiór punktów pomiarowych opisujących jej stan rzeczywisty. W przypadku braku dokumentacji projektowej, parametry modelu teoretycznego określa się poprzez aproksymację, stosując zazwyczaj metodę najmniejszych kwadratów. W artykule przeanalizowano możliwość wykorzystania w tym celu metody Hampela, jako przykładowej metody estymacji odpornej. Otrzymane wyniki potwierdzają skuteczność tej metody w przypadku występowania znacznych lokalnych zniekształceń geometrycznych konstrukcji. Parametry modelu teoretycznego, uzyskane z wykorzystaniem metody Hampela, pozwalają wyznaczyć bardziej wiarygodne wartości imperfekcji geometrycznych, które wykorzystywane są później przy sporządzaniu ekspertyz budowlanych.

## **1. WPROWADZENIE**

Chłodnie kominowe są specyficznymi konstrukcjami budowlanymi. Niedokładność wykonawstwa na etapie wznoszenia lub występowanie, powstałych wskutek eksploatacji, trwałych zniekształceń geometrycznych decyduje w znacznym stopniu o bezpieczeństwie użytkowania tych obiektów. Problem ten był podejmowany m. in. w pracach (Konderla *et al.*, 1989; Persona *et al.*, 1994). Zarówno w czasie prac realizacyjnych, jak i przy późniejszej inwentaryzacji budowli inżynierskiej, standardowo stosowaną metodą pomiarową jest precyzyjna tachimetria elektroniczna. W metodzie tej wykorzystuje się często bezreflektorowy pomiar odległości do niesygnalizowanych punktów na płaszczu chłodni. W ramach prac pomiarowych związanych z okresową kontrolą geometrii płaszcza

chłodni kominowej wykonuje się zazwyczaj pomiar kilkudziesięciu punktów reprezentujących rzeczywisty, aktualny kształt zewnętrznej powłoki płaszcza. Znając grubość płaszcza na poszczególnych poziomach (na podstawie dokumentacji projektowej) współrzędne pomierzonych punktów przelicza się tak, aby reprezentowały środkową powierzchnię płaszcza. Wyznaczenie odchyłek kształtu konstrukcji budowlanej (tzw. imperfekcji geometrycznych) realizowane jest poprzez wpasowanie modelu teoretycznego (projektowego) konstrukcji w zbiór punktów pomiarowych. W praktyce inżynierskiej najczęściej wykorzystywana jest w tym celu metoda najmniejszych kwadratów. Bardzo często wpasowanie modelu teoretycznego ograniczane jest do podejścia dwuwymiarowego. W przypadku chłodni kominowej oznacza to wpasowanie jednej gałęzi hiperboli w punkty pomiarowe opisujące tworzącą płaszcza chłodni kominowej w jednym z jej osiowych przekrojów pionowych. Przedstawione podejście do zagadnienia wyznaczania imperfekcji geometrycznych niesie ze sobą trzy dość istotne problemy. Pierwszy z nich polega na „dyskretnym” pomiarze geometrii płaszcza chłodni, w którym punkty pomiarowe znajdują się co kilka metrów i nie wiemy, co dzieje się z konstrukcją pomiędzy punktami pomiarowymi. Drugi problem wiąże się ze stosowaniem uproszczonego podejścia dwuwymiarowego, zamiast zalecanego wpasowywania hiperboloïdy obrotowej w zbiór punktów pomiarowych, w przestrzeni trójwymiarowej. Trzeci problem dotyczy niedoskonałości metody najmniejszych kwadratów. Metoda ta w wielu przypadkach zawodzi, zwłaszcza, gdy w zbiorze opracowywanych danych znajdują się tzw. obserwacje odstające (nietyczne lub obciążone błędami grubymi). W przypadku chłodni kominowych sytuacja taka występuje wtedy, gdy geometria płaszcza jest zaburzona występowaniem znacznych lokalnych zniekształceń geometrycznych. Wówczas wpasowując model teoretyczny metodą najmniejszych kwadratów, zostanie on „ściągnięty” w stronę punktów odstających, przez co pogorszą się parametry wpasowania modelu. Jednocześnie wartość otrzymanych imperfekcji geometrycznych w pozostałych punktach pomiarowych będzie zakłócona.

Niniejszy artykuł podejmuje dwa spośród wymienionych problemów. Proponowanym rozwiązaniem problemu niedostatecznie szczegółowej informacji o geometrii płaszcza chłodni kominowej jest zastosowanie naziemnego skaningu laserowego (TLS). Wrażliwość metody najmniejszych kwadratów na obserwacje odstające potrafią zmniejszyć metody estymacji odpornej. Niniejsza praca ma za zadanie przebadanie możliwości wykorzystania wybranej metody estymacji odpornej do aproksymacji modelu teoretycznego chłodni kominowej na podstawie zbioru punktów pomiarowych, pochodzących z naziemnego skaningu laserowego. Konieczność aproksymacji modelu teoretycznego zachodzi wówczas, gdy nie zachowała się oryginalna dokumentacja projektowa obiektu lub nie jest ona przydatna, ze względu na duże niedokładności wykonania obiektu. W artykule celowo zastosowano podejście dwuwymiarowe, gdyż nadal jest często stosowane w praktyce inżynierskiej, ale przede wszystkim wyraźniej pokazuje problem obserwacji odstających. Zamieszczone w pracy wyniki dotyczą rzeczywistej chłodni kominowej, znajdującej się w pewnym zakładzie przemysłowym w Polsce.

## 2. NAZIEMNY SKANING LASEROWY

Naziemny skanining laserowy jest nowoczesną technologią pomiarową, coraz częściej stosowaną w pomiarach konstrukcji inżynierskich. W literaturze można znaleźć przykłady wykorzystania tej technologii m.in. do pomiaru kominów przemysłowych (Gawałkiewicz, 2007b), inwentaryzacji obiektów hydrotechnicznych (Adamek *et al.*, 2012), badania deformacji śluz wodnych (Tsakiri *et al.*, 2006). Zastosowanie skaningu laserowego do pomiaru chłodni kominowych zostało opisane w pracach: (Gawałkiewicz, 2007a; Woźniak, 2011), a badanie dokładności TLS w odniesieniu do precyzyjnej tachimetrii bezreflektorowej zostało przedstawione w pracy (Muszyński *et al.*, 2012).

Istota pracy skanera laserowego polega na błyskawicznym pomiarze odległości do mierzonych punktów w trybie bezreflektorowym, z jednoczesną rejestracją kątów poziomych i pionowych oraz siły odbitego sygnału laserowego. Najszybsze skanery potrafią pomierzyć milion punktów w ciągu jednej sekundy. Zagęszczenie (ilość) mierzonych punktów definiowana jest dla zadanej płaszczyzny poprzez określenie poziomego i pionowego wymiaru oczka siatki prostokątów, którą utworzą mierzone punkty. Minimalny odstęp pomiędzy punktami może być mniejszy od 1 mm. Większość skanerów wyposażona jest w wysokorozdzielcze cyfrowe aparaty fotograficzne z automatycznym ogniskowaniem, które wykonują serię zdjęć skanowanego obiektu, co pozwala na archiwizację stanu obiektu, jak również na wykonanie realistycznych wizualizacji.

## 3. APROKSYMACJA MODELU TEORETYCZNEGO CHŁODNI W PODEJŚCIU DWUWYMIAROWYM

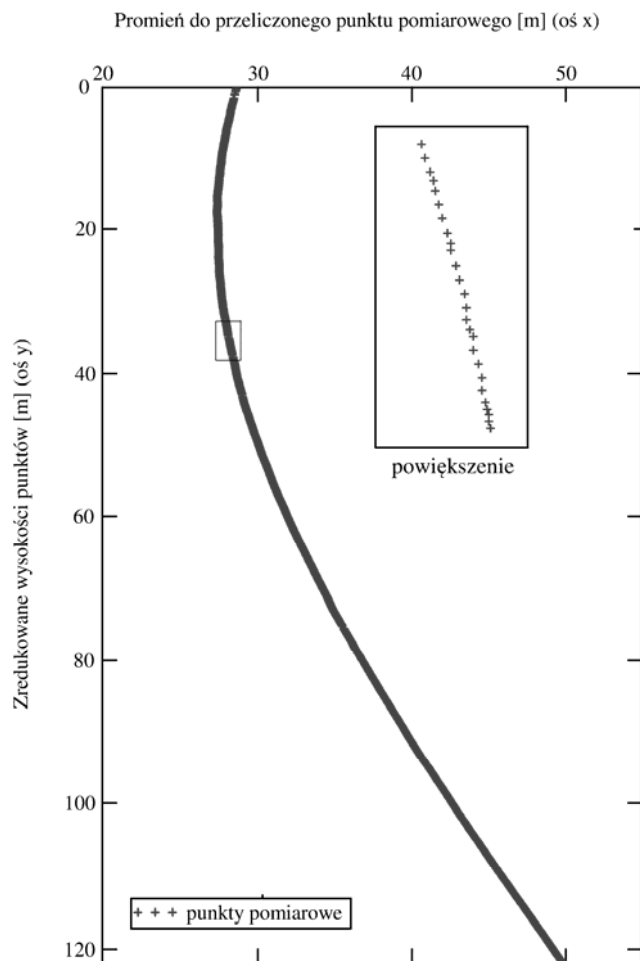
### 3.1. Metoda najmniejszych kwadratów

Przedstawione w artykule zagadnienie dotyczy sytuacji, gdy dokumentacja projektowa chłodni kominowej jest niekompletna lub nie jest adekwatna do wykonanego obiektu (co w poniższym przykładzie rzeczywiście miało miejsce). W wyniku pomiarów geodezyjnych otrzymujemy zbiór punktów pomiarowych, reprezentujących rzeczywisty kształt zewnętrznej powierzchni płaszcza chłodni kominowej. Współrzędne tych punktów należy przeliczyć, tak aby reprezentowały środek grubości płaszcza, czyli położenie modelu teoretycznego. Przeliczenie wykonuje się na podstawie znanej (w ostateczności z badań empirycznych) grubości płaszcza chłodni na różnych poziomach. Aproksymacja parametrów jednej gałęzi hiperboli (reprezentującej model teoretyczny) na podstawie zbioru punktów pomiarowych, wykonywana jest zazwyczaj przy zastosowaniu kryterium minimalizacji sumy ważonych kwadratów odchyłek w punktach pomiarowych (1).

$$\sum p \cdot f^2 = \min , \quad (1)$$

gdzie:  $f$  - odchyłka,  $p$  - waga pomierzonego punktu.

Dla uproszczenia obliczeń (wykonywanych w środowisku Mathcad 2001i Professional) przyjęto układ współrzędnych pokazany na rysunku 1.



Rys. 1. Rozmieszczenie punktów pomiarowych w przyjętym układzie odniesienia

Na osi rzędnych (oznaczonej symbolem  $x$ ) przedstawiono promienie do punktów pomiarowych przeliczonych na środek grubości płaszcza. Oś odciętych (oznaczonej symbolem  $y$ ) stanowią wysokości poszczególnych punktów pomiarowych. Jako poziom odniesienia przyjmuje się najwyższy pomierzony punkt, a rzeczywiste wysokości pozostałych punktów przeliczono tak, by narastały ku dołowi chłodni. Wartości odchyłek w punktach pomiarowych obliczono ze wzoru (2), jako różnice między pomierzonymi (uwzględniającymi redukcję o połowę grubości płaszcza), a teoretycznymi wartościami promieni do poszczególnych punktów.

$$f = x - \left( x_0 + a \cdot \sqrt{1 + \frac{(y - y_0)^2}{b^2}} \right), \quad (2)$$

gdzie:  $x$  - promień do pomierzonego punktu, przeliczonego na środek grubości płaszcza,  
 $y$  - przeliczona wysokość punktów (narastająco ku dołowi chłodni),  $a, b, x_0, y_0$  -  
aproksymowane parametry hiperboli.

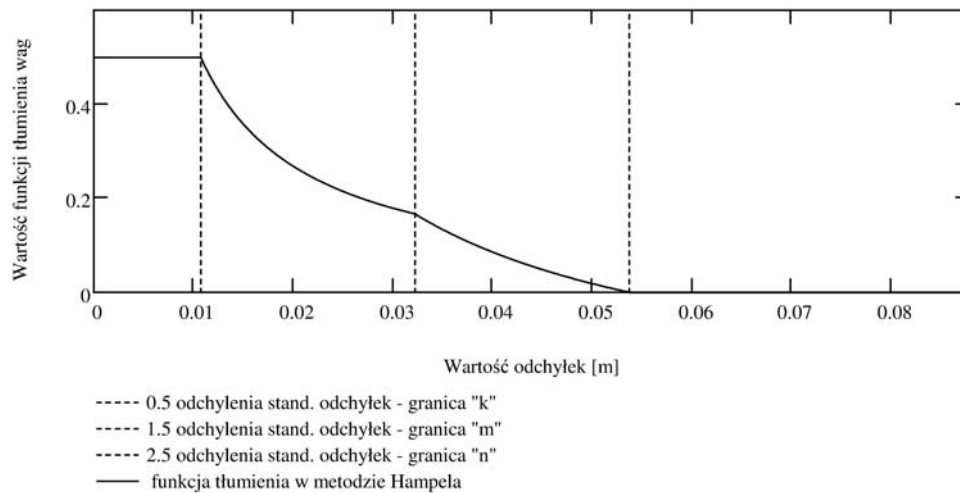
Aproksymacja szukanych parametrów przebiega w procesie iteracyjnym. Każdy punkt pomiarowy otrzymuje wagę, obliczoną jako odwrotność kwadratu oszacowanego z pomiaru błędu średniego położenia punktu.

### 3.2. Metoda Hampela jako przykład estymacji odpornej

Aby zminimalizować wpływ ewentualnych punktów odstających (reprezentujących znaczne lokalne zniekształcenia geometryczne płaszcza chłodni) na uzyskane rozwiązanie, a poprzez to na wartość odchyłek, przeprowadzono aproksymację parametrów hiperboli z wykorzystaniem wybranej metody estymacji odpornej. Metoda ta poprzez modyfikację (początkowo równych) wag dla poszczególnych punktów na tworzącej płaszcza, iteracyjnie dopasowuje model teoretyczny do największej liczby przystających punktów pomiarowych. Zastosowana w artykule metoda Hampela modyfikuje wagi funkcją o postaci (3) (Kamiński *et al.*, 1992).

$$p(f) = \begin{cases} \frac{1}{2}p & \forall |f| \leq k \\ \text{sign}(f) \cdot p \cdot k \cdot \frac{1}{2 \cdot f} & \forall k < |f| \leq m \\ \left[ \frac{-p \cdot k}{n-m} \cdot \left( \frac{1}{2} - \text{sign}(f) \cdot n \cdot \frac{1}{2 \cdot f} \right) \right] & \forall m < |f| \leq n \\ 0 & \forall |f| > n \end{cases}, \quad (3)$$

gdzie:  $k, m, n$  – parametry sterujące modyfikacją wag.



Rys. 2. Postać funkcji modyfikacji wag zastosowanej w metodzie Hampela

Funkcja (3) posiada trzy parametry graniczne  $k$ ,  $m$ ,  $n$ . Wartości tych parametrów przyjęto odpowiednio jako 0.5, 1.5 i 2.5-krotność wartości odchylenia standardowego odchyłek uzyskanych z poprzedniej iteracji. W pierwszym kroku obliczeniowym przyjmowano wartość odchylenia standardowego odchyłek uzyskanych z metody najmniejszych kwadratów. Postać funkcji modyfikacji wag w metodzie Hampela (dla pierwszej iteracji) ilustruje rysunek 2.

## 4. OPIS BADAŃ

### 4.1. Charakterystyka obiektu

Prezentowane w niniejszej pracy badania przeprowadzono dla żelbetowej, hiperboloidalnej chłodni kominowej, znajdującej się na terenie zakładu przemysłowego w Polsce. Ogólna charakterystyka obiektu przedstawia się następująco:

- a) wysokość płaszcza chłodni: 124 m;
- b) średnica dolnej krawędzi płaszcza: 100 m;
- c) wymiary półosi hiperboli projektowej:  $a = 27.500$  m,  $b = 67.172$  m;
- d) grubość płaszcza w przeważającej części powłoki wynosi 0.14 m.

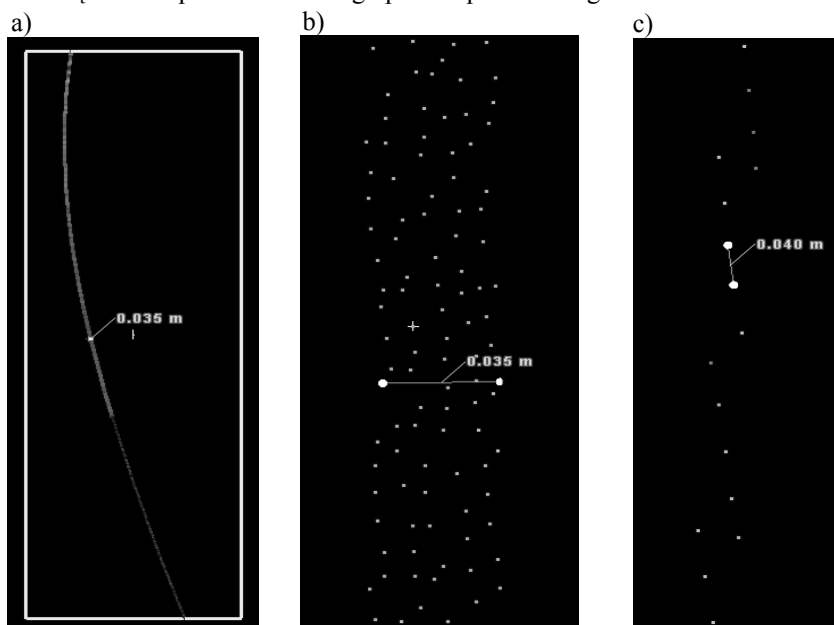
Ze względu na pewne odstępstwa pomiędzy informacjami podanymi na planie zestawieniowym chłodni, a dokumentacją projektową tego obiektu, przy wykonywaniu dotychczasowych ekspertyz budowlanych używano empirycznie dobranych parametrów hiperboli, ustalonych osobno dla górnej części płaszcza (powyżej przewężenia) i osobno dla dolnej części. W niniejszym artykule została przeprowadzona „całościowa” aproksymacja parametrów hiperboli teoretycznej.

### 4.2. Dane pomiarowe z naziemnego skaningu laserowego

W celach badawczych pomiar zewnętrznej powierzchni płaszcza rozpatrywanej chłodni kominowej wykonano przy pomocy naziemnego skanera laserowego. Wykorzystano w tym celu skaner ScanStation 2 firmy Leica wyposażony w dwuosiowy kompensator. Dla pojedynczego punktu znajdującego się w odległości do 50 m dokładność wyznaczenia pozycji przestrzennej wynosi 6 mm, a błąd średni pomiaru odległości wynosi 4 mm. Błąd średni pomiaru kątów poziomych i pionowych wynosi 60  $\mu$ rad. Według danych producenta, współrzędne tarcz łączących stanowiska pozyskiwane są z dokładnością 2 mm i tyle samo wynosi błąd wpasowania powierzchni w chmurę punktów podczas modelowania obiektu.

Do szczegółowych analiz wybrano najbardziej niekorzystny fragment płaszcza chłodni. Rozpatrywany pionowy przekrój osiowy chłodni zawierał miejsce, gdzie występowały znaczne lokalne imperfekcje geometryczne, objawiające się miejscowym wklęśnięciem powłoki w kierunku do wnętrza chłodni, dochodzącym do 12 cm. Przeciętne zagęszczenie punktów pomiarowych na zewnętrznej powierzchni płaszcza wynosiło 1 cm. Z pomierzonej chmury punktów wycięto pasek zawierający pionowy przekrój osiowy chłodni o szerokości 4 cm, przedstawiony na rysunkach 3a i 3b.

Ilość punktów reprezentujących wycinek powierzchni płaszcza ograniczono poprzez wykonanie tzw. unifikacji chmury w firmowym oprogramowaniu skanera - Cyclone 7.3. W rezultacie otrzymano zbiór 1408 punktów pomiarowych (którego fragment prezentuje rysunek 3c), o średniej odległości pomiędzy punktami w pionie wynoszącej 9cm. Położenie tych punktów przeliczono (na podstawie dokumentacji projektowej) na środek grubości płaszcza. Błąd średni położenia każdego punktu pomiarowego ustalono na  $\pm 1.2$  cm.



Rys. 3. Dane z naziemnego skaningu laserowego: a) pionowy przekrój osiowy chłodni o grubości 4 cm, wycięty z chmury punktów; b) powiększenie fragmentu wycinka (widok z kierunku prostopadłego do powierzchni płaszcza); c) rezultat tzw. unifikacji rozpatrywanego wycinka (widok z kierunku prostopadłego do powierzchni płaszcza)

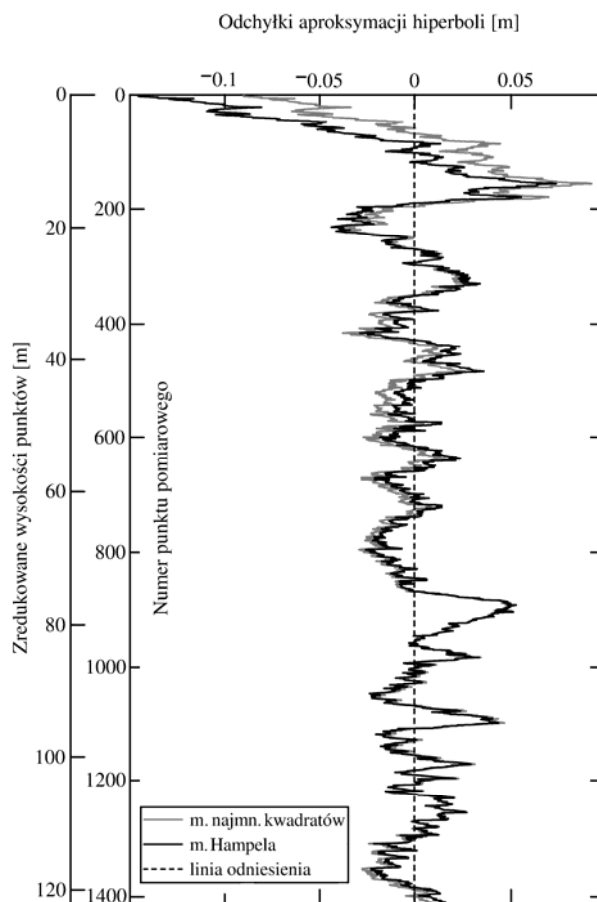
### 4.3. Otrzymane wyniki

Jako parametry startowe iteracyjnego procesu aproksymacji przyjęto projektowe wartości półosi hiperboli oraz następujące usytuowanie jej wierzchołka w przyjętym układzie współrzędnych:  $x_0 = 0$ ,  $y_0 = 0$ . Koniec iteracji nastąpił, gdy zmiana wartości szukanych parametrów, w porównaniu do poprzedniego kroku obliczeń, nie przekraczała  $1 \cdot 10^{-4}$ . Proces aproksymacji modelu teoretycznego za pomocą metody najmniejszych kwadratów zakończył się po 6. iteracjach, a w przypadku metody Hampela - zakończył się po 28. iteracjach. Otrzymane z obu metod parametry wpasowania zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Zestawienie wyników aproksymacji modelu teoretycznego chłodni

Parametry:	$a$	$b$	$x_0$	$y_0$
Metoda najmniejszych kwadratów	27.652	67.754	-0.165	19.636
Metoda Hampela	28.399	69.084	-0.923	19.348

Porównanie odchyłek aproksymacji otrzymanych z obu metod dla poszczególnych punktów pomiarowych prezentuje rysunek 4.



Rys. 4. Zestawienie odchyłek aproksymacji otrzymanych z obu metod dla poszczególnych punktów pomiarowych

Analizując dane z tabeli 1 widać wyraźną różnicę pomiędzy wynikami aproksymacji otrzymanymi z obu metod. Różnice w dopasowaniu modelu teoretycznego widać również na rysunku 4. Odchyłki uzyskane z metody najmniejszych kwadratów zostały tam przedstawione szarym (jaśniejszym) kolorem. Występowanie znacznych lokalnych zniekształceń geometrycznych w górnej części płaszcza chłodni (pierwsze 50 punktów pomiarowych) wyraźnie wpłynęło na kształt i usytuowanie aproksymowanego modelu teoretycznego. Został on „przyciągnięty” przez te odstające punkty. W rezultacie bezwzględne wartości odchyłek w tym miejscu zmniejszyły się, dając nieprawdziwy obraz stanu geometrycznego konstrukcji. Biorąc pod uwagę, że otrzymane odchyłki aproksymacji można utożsamiać z imperfekcjami geometrycznymi, wykorzystywanymi następnie przez konstruktorów przy określaniu stanu wyężenia konstrukcji, jest to sytuacja dość



niebezpieczna, mogąca doprowadzić w skrajnym przypadku do niespodziewanej awarii konstrukcji.

Zastosowanie metody Hampela, jako przykładowej metody estymacji odpornej, pozwoliło zmniejszyć wpływ znacznych lokalnych zniekształceń geometrycznych na parametry aproksymowanego modelu teoretycznego. Model ten został dopasowany do największej liczby przystających punktów pomiarowych. Uzyskane w ten sposób imperfekcje geometryczne są bardziej wiarygodne i stanowią lepszy materiał do wykonywania ekspertyz budowlanych.

## 5. PODSUMOWANIE

Naziemny skaning laserowy jest nowoczesną techniką pomiarową, bardzo przydatną przy pomiarze chłodni kominowych. Umożliwia on kompleksową inwentaryzację powierzchni płaszcza (kształtu geometrycznego, uszkodzeń otuliny) oraz dokumentację fotograficzną i dokumentację stanu powierzchni na podstawie siły odbitego sygnału laserowego. Połączone chmury punktów uzyskane z pomiaru skanerem pozwalają wykryć lokalne zaburzenia kształtu powłoki, bardzo trudne do wykrycia przy pomiarze klasyczną techniką precyzyjnej tachimetrii bezreflektorowej.

Szczegółowy opis geometrii powinien prowadzić do bardziej wiarygodnych wartości imperfekcji geometrycznych, które są później wykorzystywane przez konstruktorów do określania stanu wyteżenia konstrukcji. Standardowe stosowanie metody najmniejszych kwadratów może, jak pokazano w niniejszej pracy, prowadzić w niektórych przypadkach do uzyskania nieprawdziwych wyników obliczeń i wpłynąć na błędną ocenę stanu bezpieczeństwa budowli. Metody estymacji odpornej stanowią skuteczną alternatywę i powinny być częściej stosowane w praktyce inżynierskiej. W przypadku braku lokalnych zaburzeń geometrii dają rozwiązania zbliżone do metody najmniejszych kwadratów. Podstawową trudnością w ich stosowaniu jest jednak właściwe dobranie wartości parametrów sterujących funkcją modyfikacji wag. Dobrym rozwiązaniem tej kwestii wydaje się powiązanie wartości tych parametrów z empirycznie dobraną krotnością odchylenia standardowego odchyłek otrzymanywanych w procesie aproksymacji z wcześniejszego kroku obliczeniowego.

*Praca naukowa finansowana z konkursu na dofinansowanie działalności polegającej na prowadzeniu badań naukowych lub prac rozwojowych oraz zadań z nimi związanych, służących rozwojowi młodych naukowców oraz uczestników studiów doktoranckich na Wydziale Budownictwa Lądowego i Wodnego Politechniki Wrocławskiej w roku 2011.*

## 6. LITERATURA

Adamek A., Zaczek-Peplinska J., Gergont K., 2012. Analysis of Possibilities to Utilise Results of Laser Scanning in Technical Inspection of Water Dams. *FIG Working Week*, Rome, Italy.

Gawalkiewicz R., 2007a. Przykład skanowania laserowego w monitoringu obiektów powłokowych. *Geomatics and Environmental Engineering*, 1, 4, s. 93-110.

Gawalkiewicz R., 2007b. Przykład zastosowania skaningu laserowego w inwentaryzacji i monitoringu wysokich obiektów przemysłowych. *Geomatics and Environmental Engineering*, 1, 4, s. 111-126.

Kamiński W., Wiśniewski Z., 1992. Analiza wybranych, odpornych na błędy grube, metod wyrównania obserwacji geodezyjnych. Cz. II Analiza. *Geodezja i Kartografia*. Vol. XLI, No. 3-4, s. 183-195.

Konderla P., Stepnowski S., 1989. Analiza statyczno-wytrzymałościowa chłodni kominowej metodą elementów skończonych z uwzględnieniem imperfekcji geometryczno-fizycznych. *Materiały konferencyjne - Problemy trwałości żelbetowych chłodni kominowych*. Wrocław - Zamek Czocho – Bogatynia, Polska, s. 87-90.

Muszyński Z., Szczepański J., 2012. Zastosowanie naziemnego skaningu laserowego do oceny stanu geometrycznego chłodni kominowej. *Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej* (w druku).

Persona M., Antoniak D., 1994. Wpływ imperfekcji na rozkład sił wewnętrznych w powłoce chłodni kominowej. *Materiały konferencyjne XL Konferencji Naukowej - Problemy naukowo-badawcze budownictwa*. T.3 Konstrukcje betonowe, Rzeszów, Polska, s. 153-160.

Tsakiri M., Lichti D., Pfeifer N., 2006. Terrestrial laser scanning for deformation monitoring. *3rd IAG / 12th FIG Symposium*, Baden, Austria.

Woźniak M., 2011. Geodetic inventory of a cooling tower using reflectorless technique, *Reports on Geodesy*, 1, 90, s. 515-524.

#### APPLICATION OF THE HAMPEL'S METHOD TO APPROXIMATE A THEORETICAL MODEL OF THE COOLING TOWER IN THE TWO-DIMENSIONAL APPROACH

KEY WORDS: robust estimation, Hampel's method, TLS, cooling tower, approximation of the theoretical model

#### Summary

Correct assessment of construction safety requires reliable information about geometrical shape of the analyzed object. The least square method is the most popular method to calculate object deviation between theoretical geometry and the real object shape measured with geodetic methods. The paper presents the possibility of using robust estimation methods on the example of Hampel's method. Deviation values obtained in this way are resistant to outliers influence and are more reliable. This problem is illustrated by a hyperbola which is approximated in survey points (measured by terrestrial laser scanning) localized on the generating line of the cooling tower shell in one of its axial vertical cross-section.

Dane autora:

Dr inż. Zbigniew Muszyński  
e-mail: zbigniew.muszynski@pwr.wroc.pl  
telefon: +48 71 320 22 97  
fax: +48 71 328 48 14