

dr inż. Jędrzej Blaut

Katedra Mechaniki i Wibroakustyki

Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki

Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie

dr inż. Łukasz Breńkacz

Zakład Dynamiki i Diagnostyki Turbin

Instytut Maszyn przepływowych im. Roberta Szewalskiego, Polska Akademia Nauk

Zastosowanie operatora energetycznego Teagera-Kaisera

w diagnostyce łożyska hydrodynamicznego

***Słowa kluczowe:** Operator energetyczny Teagera-Kaisera, niewyważenie wirnika, łożyska hydrodynamiczne, dynamika wirnika*

Streszczenie: W artykule przedstawiono zastosowanie operatora energetycznego Teagera-Kaisera (TKEO) do oceny stanu niewyważenia wirnika. Metoda ta opracowana została w 1990 roku przez Kaisera i polega na prostym obliczeniu energii sygnału. Wykorzystywana była już wcześniej w diagnostyce np. przy ocenie niestabilności łożysk hydrodynamicznych oraz jako symptom diagnostyczny uszkodzenia przekładni. W artykule tym po raz pierwszy przedstawiono możliwość wykorzystania metody Teagera-Kaisera do oceny niewyważenia wirnika pracującego na łożyskach hydrodynamicznych.

1 Wstęp

Poszukiwanie nowych metod oceny stanu maszyn w diagnostyce technicznej związane jest z wydłużeniem oczekiwanego czasu bezawaryjnej pracy. Tworzone są zarówno sprzętowe rozwiązania zapewniające lepsze pomiary, jak i metody przetwarzania sygnałów umożliwiające szybsze i pewniejsze podejmowanie decyzji przez ekspertów. W ostatnich latach szczególną uwagę zwraca się na zastosowanie analizy nieliniowej sygnałów diagnostycznych. Na podstawie obserwacji parametrów pracy urządzenia możliwe jest wnioskowanie o genezie obserwowanego stanu, ale również prognozowanie przyszłych stanów maszyny. Główny postulat diagnostyki technicznej wiąże wzrost energii wibroakustycznej z postępowaniem zużywania się maszyn w trakcie ich eksploatacji. Powoduje to potrzebę poszukiwania nowych, lepszych metod diagnostycznych w celu dokładniejszego określenia granicy pomiędzy stanem poprawnej pracy a chwilą po przekroczeniu której dalsza praca urządzenia grozi awarią. Praca łożysk ślizgowych w niektórych warunkach jest silnie nieliniowa, również zjawiska towarzyszące zużyciu najczęściej są niemożliwe do linearyzacji

[10]. Rozwijane są metody mające na celu linearyzację sygnałów niestacjonarnych opisujących właściwości układów mechanicznych [7], również z połączeniem resamplingu i widma rzędów [21]. Jedną z nowych i obiecujących metod do diagnostyki wibroakustycznej jest metoda wykorzystująca operator energetyczny Teagera-Kaisera [5, 11]. W artykule przedstawiono badania eksperymentalne, w których sprawdzano wpływ niewyważenia wirnika na wartość operatora energetycznego.

Niewyważenie maszyn wirnikowych jest bardzo ważne z wielu powodów. Najczęściej obserwowane jest, gdy np. kierowca samochodu drży przy niektórych prędkościach, lub gdy pedał hamulca drży pod stopą w czasie hamowania, w zasadzie codziennie mamy do czynienia z niewyważeniem. Ogólnie możemy stwierdzić, że z niewyważeniem spotykamy się, gdy rozłożenie masy wirnika jest nierówne, zjawisko to w mniejszym lub większym stopniu dotyczy każdej maszyny wirnikowej. Niewyważenie powoduje siły odśrodkowe, drgania i hałas podczas wirowania. Łożyska, obudowy i fundamenty mogą być narażone na duże obciążenia spowodowane drganiami wynikającymi z niewyważenia, co powoduje ich zwiększone zużycie. Produkty z niewyważonymi częściami często mają krótszą trwałość. Drgania mogą zmniejszać połączenia przykręcane i zaciskowe połączeń aż do całkowitego poluzowania się części. Drgania niszczą także włączniki elektryczne a przewody i kable mogą się łamać na połączeniach. Niewyważenie może znacznie zmniejszyć bezpieczeństwo operacyjne maszyny. Drgania generowane przez niewyważenie, zakłócające pracę maszyny i mogące powodować hałas, są redukowane przez wyważenie. Polega ono na równomiernym rozłożeniu masy wirnika tak żeby mniejsze siły odśrodkowe działały na łożyska. Precyzyjne operowanie elektronarzędziami jest utrudnione w przypadku, gdy nie są one dobrze wyważone. Ma to również związek z komfortem użytkownika, gdyż może skrócić czas wykonania pracy. W przypadku centrów obróbczych CNC, brak kontroli niewyważenia prowadzi do niemożności zachowania powtarzalności produkcji i obniżenia jej jakości. Ważnym aspektem w ocenie stanu technicznego jest ocena w czasie rzeczywistym, co może przyczynić się do zwiększenia niezawodności. Przykład takiej oceny dla narzędzia skrawającego przedstawił np. Kozłowski i inni w pracy [20]. Hałas oraz drgania podczas pracy urządzeń są również jednym z kryteriów branych pod uwagę przez potencjalnych nabywców. Nadmierna emisja fal akustycznych lub uciążliwe drgania mają negatywny wpływ na konkurencyjność produktów, utrudniając osiągnięcie sukcesu rynkowego.

Czmochowski i inni [9] przedstawili badania nadmiernych poziomów drgań dla maszyn wirnikowych w stanach ustalonych oraz nieustalonych na przykładzie wentylatorów promieniowych dużych średnic. Drgania te wywołane są przez niewyważenie, niewyosiowanie, defekty łożysk itp. Autorzy podkreślali, że stan niestacjonarny występuje często. Pojawia się on głównie podczas rozruchu i wywołany jest przez „przechodzenie” przez prędkości krytyczne, która wzbudza drgania obiektu. W ramach pracy zidentyfikowano główne parametry mające wpływ na poziom drgań.

Kosmol [19] przedstawił analizę łożyska tocznego. Rozważane były różne parametry mające wpływ na oszacowanie sił kontaktowych. Prędkość obrotowa pierścienia łożyskowego, wstępne odkształcenie łożyska i pasowania w łożysku mają bardzo duży wpływ na opory ruchu a w konsekwencji na sposób pracy łożyska. Churdzik oraz Warda [8] przedstawili prognozowanie trwałości zmęczeniowej łożyska poddanego złożonemu obciążeniu. W obliczeniach uwzględniono geometryczne parametry łożyska w tym luz promieniowy i kształt tworzących elementów tocznych. Wyniki obliczeń wykazały, że

obciążenie osiowe promieniowego łożyska walcowego i przechylenie wałeczków towarzyszące jego działaniu powoduje zmniejszenie trwałości zmęczeniowej. Knotek i inni [18] przedstawili prace opisującą wpływ niewyważenia tarczy turbosprężarki. Zbudowany został strukturalny model wirnika oraz hydrodynamiczny model łożyska z pierścieniem pływającym, jako złożenie w oprogramowaniu typu „multibody dynamics”. Błędy produkcji dysków oraz błędy równoległości prowadzą do zwiększenia niewyważenia. Zhao i inni [29] przedstawili pracę w której opisali sposób poprawy odpowiedzi drganiowej poprzez wielokrotną optymalizację rozkład niewyważenia i wygięcia linii wirnika. Podstawowym krokiem było ilościowe odtworzenie kątów zginania i montażu. Zastosowano zasadę wyważenia sztywnego wirnika, to znaczy, że za lepsze wyniki uznano małe równoważone siły reakcji. Model dynamiczny wsparty na łożyskach eliptycznych został przeanalizowany przy użyciu metody elementów skończonych.

Shamsah oraz Sinha [16] przedstawili prace w której obliczali niewyważenie przy zredukowanej liczbie czujników. Autorzy podkreślają, że niewyważenie musi być regularnie sprawdzane, żeby zapewnić poprawne działanie maszyn. Najczęstszą praktyką jest wykorzystanie pomiarów drgań w dwóch prostopadłych kierunkach wraz z sygnałem tachometru. Autorzy podkreślają, że wiele osób uważa, że wykorzystanie pomiarów drgań w kierunku horyzontalnym i wertykalnym lepiej odzwierciedla dynamikę maszyny. W artykule zastosowano jeden sensor pod kątem 45 stopni zamiast dwóch w kierunkach prostopadłych. Jeden czujnik częściowo rejestrował sygnały z kierunku horyzontalnego i wertykalnego.

Plantegent i inni [22] przedstawili wyniki badań eksperymentalnych dotyczące efektu cieplnego niewyważenia na elastyczny wirnik. Efekt Mortona związany jest z cieplnym zwiększeniem amplitudy prędkości synchronicznej wirnika. Zginanie wirnika związane jest z zwiększeniem niewyważenia. Wykonane badania zwiększania i zmniejszania prędkości obrotowej na wykonanym stanowisku badawczym pokazują pętle histerezy amplitudy i fazy drgań synchronicznych. Badania dla stałych prędkości obrotowych pokazują zmiany amplitudy i fazy. Otrzymane wyniki tłumaczone są jako nierównomierny rozkład temperatury wirnika.

Zou i inni [30] wykorzystali rozszerzony filtr Kalmana do identyfikacji niewyważenia. W ramach pracy wykonano analiz teoretyczne i badania eksperymentalne. Metoda ta może być wykorzystana do obliczeń niewyważenia w czasie rzeczywistym, jest ona niewrażliwa na błędy pomiarów i modelowania. Przez co dokładność wyznaczenia niewyważenia jest wyższa. Wand i inni [27] przedstawili sposób dzięki któremu możliwe jest jednoczesne wyznaczenie niewyważenia i współczynników dynamicznych łożysk tocznych. Jako model posłużono się jednorodną, ciągałą belką Rayleigha. Istnieje sposobów służących do wyważania wirników. Amroune i inni [2] przedstawili algorytm dzięki któremu możliwa jest mniejsza liczba dodawania mas korekcyjnych.

Jedną z najpopularniejszych metod służących do oceny stanu niewyważenia maszyn są normy, np. norma ISO 1940 [31], która definiuje, że wirnik sztywny, to wirnik, którego niewyważenie może być skorygowane w dwóch dowolnych płaszczyznach. Po korekcji niewyważenie resztkowe nie zmienia się znacząco dla wszystkich prędkości aż do prędkości nominalnej. Wirnik sztywny utożsamiany jest z masą sztywną. W wyniku obracania się

wirnika z prędkością kątową ω na niezrównoważoną masę m_u działa siła odśrodkowa bezwładności na promieniu r :

$$F = m_u \cdot r \cdot \omega^2. \quad (1)$$

Moment statyczny tej masy względem osi wirnika nazywamy niewyważeniem:

$$N = m_u \cdot r. \quad (2)$$

Niewyważenie jest wielkością wektorową o kierunku i zwrocie określonym przez wektor niezrównoważonej siły odśrodkowej F . Wartość m_u podaje się najczęściej w gramach, a promień r określa się w milimetrach. Stąd wymiarem wartości niewyważenia jest $[g \cdot mm]$. Wyważanie jest procesem korygowania rozkładu masy wirnika. Polega on na dodawaniu lub ujmowaniu na promieniu korekcji takiej masy korekcyjnej, dla której suma sił odśrodkowych, a więc suma niewyważzeń jest równa zeru.

Jeżeli oś wirnika i jego centralna główna oś bezwładności są równoległe, to taki stan niewyważenia nazywa się niewyważeniem statycznym. Taki typ niewyważenia występował podczas badań laboratoryjnych przedstawionych w niniejszym artykule. Jeżeli wirnik ma tylko niewyważenie statyczne, to można go wyważyć w jednej płaszczyźnie przechodzącej przez środek ciężkości umieszczając w tej płaszczyźnie niewyważenie korekcyjne. Jeżeli oś wirnika i jego centralna główna oś bezwładności przecinają się w środku ciężkości, to taki stan niewyważenia nazywa się niewyważeniem momentowym. Trzeci możliwy stan niewyważenia to niewyważenie dynamiczne, które jest najogólniejszym stanem niewyważenia, w którym oś obrotu wirnika i jego oś bezwładności nie są równoległe (są skośne). Ten rodzaj niewyważenia jest jednoznacznie określony wektorem niewyważenia i momentem głównym niewyważenia lub dwoma wektorami niewyważenia leżącymi w dwóch dowolnych płaszczyznach poprzecznych. Niewyważenie dynamiczne można uważać za superpozycję niewyważenia statycznego i niewyważenia momentowego, przy czym płaszczyzny działania tych niewyważzeń nie pokrywają się.

Wpływ kierunku wektora sił niewyważenia na wiry olejowe dla wirnika z pęknięciem pokazali AL-Shudeifat i inni w pracy [1]. Autorzy przeprowadzili eksperymentalne i numeryczne badania. Stwierdzono, że zmiany kąta wektora siły niewyważenia w stosunku do kierunku otwierania pęknięcia znacząco zmieniają wartości szczytowe amplitud. W rezultacie stwierdzono, że prędkości krytyczne pękniętego wirnika są przesunięte do wyższych lub niższych wartości, w zależności od orientacji wektora siły niewyważenia. Jednym z ważnych ustaleń jest to, że istnieje konkretna wartość kąta siły niewyważenia, dla którego drgania krytyczne są prawie eliminowane w układzie z pęknięciem w porównaniu z wirnikiem bez pęknięć. Spagnol i Xiao [26] przedstawili pracę w której analizowali odpowiedź dynamiczną pękniętego wirnika z niewyważeniem uwzględniając „mechanizm oddychania”. Autorzy założyli inaczej niż w przypadku innych prac, że źródłem rozwoju zmęczeniowego pęknięcia jest związana z ciężarem, ale przeanalizowali wpływ sił dynamicznych związanych z niewyważeniem.

Wirniki elastyczne można wyważać za pomocą normy ISO 5343 [32]. Wyważenie wirnika giętkiego w dwóch płaszczyznach korekcji nie zapewnia takiego samego stopnia niewyważenia dla wszystkich prędkości aż do maksymalnej prędkości roboczej, ze względu na pojawiające się odkształcenia giętne. Efekt działania niewyważenia na elastyczny wirnik podparty na łożyskach typu „floating ring” przedstawiony został w pracy Singho i Gupty [25]. Wraz ze wzrostem prędkości obrotowej wirnika siły pochodzące od niewyważenia odgrywały większą rolę niż te pochodzące od wymuszenia silnika.

Niewyważenie zazwyczaj koryguje się poprzez dodanie masy wyważającej. Heindel i inni przedstawili pracę, w której korekta niewyważenia była możliwa poprzez zastosowanie aktywnych łożysk [12, 13]. Autorzy udowodnili teoretycznie i praktycznie, że aktywne łożyska są w stanie wyeliminować zarówno drgania łożyska, jak i rezonans wirnika. Aktywne łożyska mogą przemieszczać wirnik tak, że jego środek masy zawsze pozostaje w środku obrotu (na linii obrotu). Proponowany sterownik jest w stanie utrzymać ten stan przy dowolnej prędkości obrotowej, co prowadzi do redukcji drgań łożysk i eliminacji rezonansów. Autorzy wykazali analitycznie, że układ z zamkniętą pętlą jest zawsze stabilny, nawet bez znajomości właściwości wirnika. Uogólnienie proponowanego podejścia umożliwia jego zastosowanie do wszystkich rodzajów aktywnych łożysk.

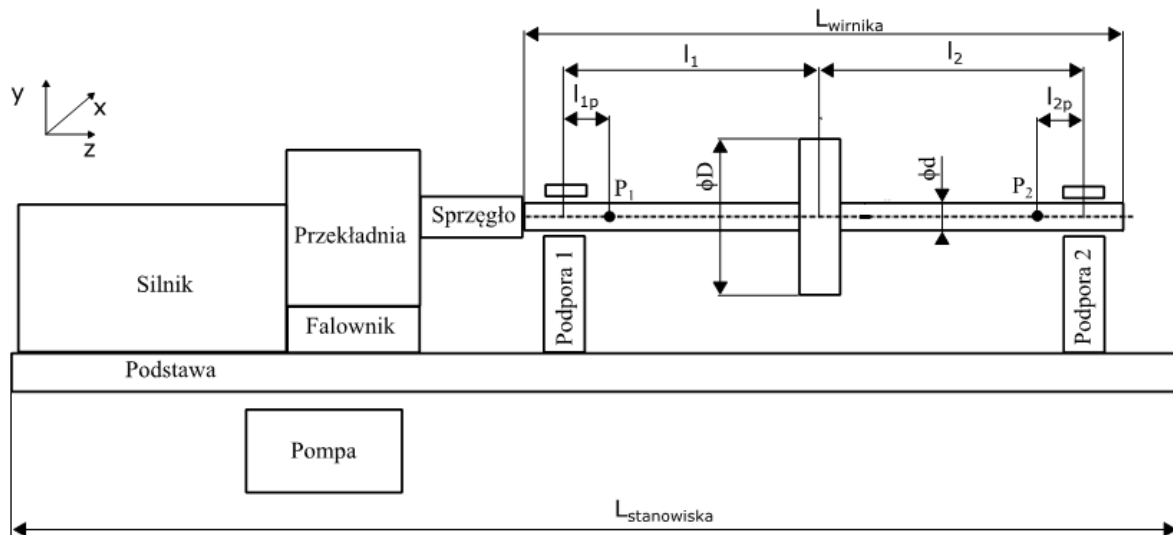
Dokładny opis matematyczny automatycznego wyważania wirników można znaleźć w pracach [4, 23]. Model ten wykorzystuje równanie różniczkowe, które zawiera macierze mas, tłumienia i sztywności. Można za jego pomocą modelować bezwładność tarczy, wyginanie się wału oraz liniowo-wiskotyczny opór tarcia zewnętrznego.

Stanowisko laboratoryjne do badania małogabarytowych wirników zbudowano w celu analizowania układu wirnik – łożyska oraz badania defektów takich jak uszkodzenia łożysk, niewyważenie wirnika, niewspółosiowość itp. Zdjęcie stanowiska przedstawione jest na rys. 1. Waga stanowiska bez konstrukcji podpierającej to ok. 60 kg.



Rys. 1. Zdjęcie stanowiska laboratoryjnego.

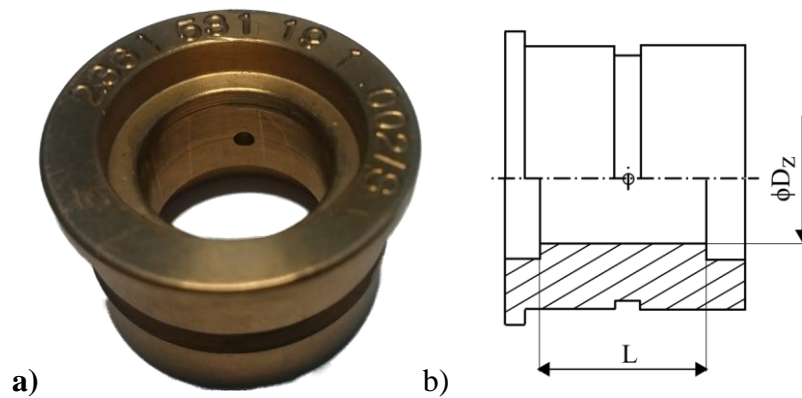
Na rys. 2 przedstawiono schemat stanowiska laboratoryjnego z zaznaczonymi wymiarami oraz jego najważniejszymi elementami. Długość stanowiska wynosi 125 cm, jego szerokość 36 cm, natomiast wysokość 65 cm. Na rysunku zaznaczony jest również układ współrzędnych używany podczas badań eksperymentalnych. Podstawę stanowiska laboratoryjnego stanowi płyta stalowa o grubości 13 mm. Przymocowane są do niej dwa ceowniki z gumowymi wspornikami, które pozwalają na regulację wysokości i poziomowanie. Wirnik zamocowano w dwóch podporach łożyskowych. Układ napędzany był za pomocą silnika trójfazowego o maksymalnej prędkości obrotowej 3 450 obr./min, był on regulowany za pomocą falownika o mocy 1,5 kW. Silnik połączony był z przekładnią zwiększającą prędkość obrotową ok. 3,5-krotnie. Opisany układ napędowy umożliwia uzyskanie prędkości obrotowej do 12 000 obr./min. Przekładnia połączona jest z wirnikiem za pomocą sprzęgła stałego. Średnica sprzęgła wynosi 50 mm a jego długość to 60 mm. Układ zasilania łożysk napędzany był przez pompę, która generowała maksymalne ciśnienie wynoszące 35 PSI (0,24 MPa). Ciśnienie oleju podczas badań eksperymentalnych wynosiło 23 PSI (0,16 MPa).



Rys. 2. Rysunek schematyczny stanowiska laboratoryjnego.

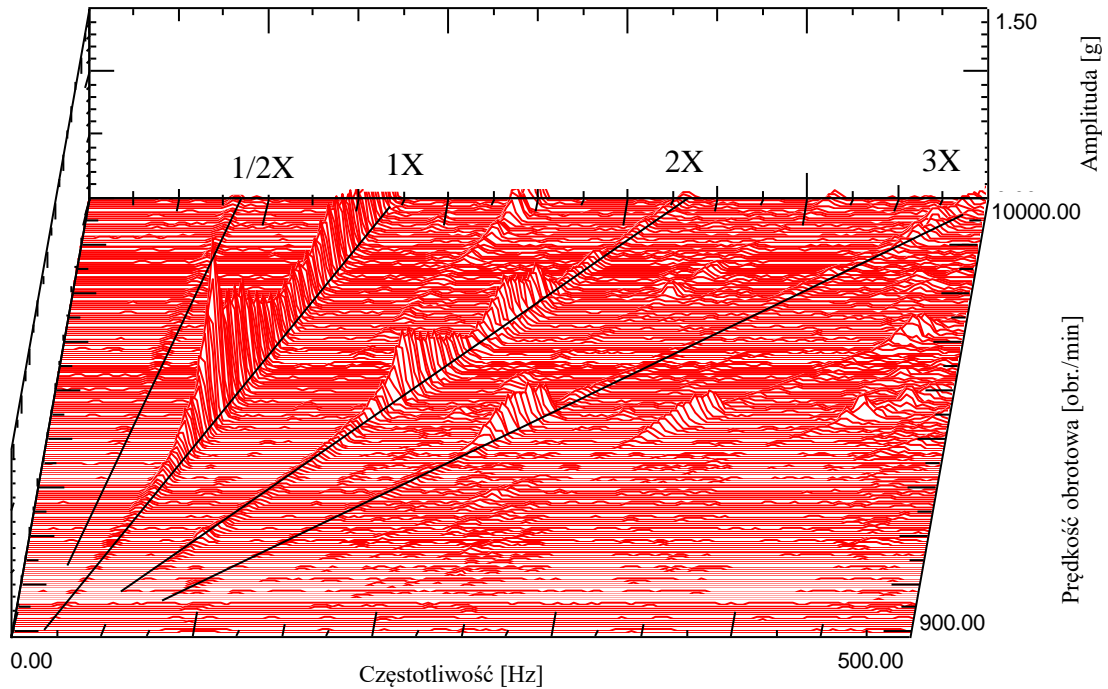
Badany wirnik ma długość $L_{\text{wirnika}} = 920$ mm. Odległość od sprzęgła do pierwszej podpory wynosiła 170 mm. Wirnik umieszczono w dwóch podporach łożyskowych. Odległość pomiędzy podporami (tj. wartość $l_1 + l_2$) wynosiła 580 mm. Łożysko znajdujące się bliżej silnika oznaczone jest numerem 1, a łożysko znajdujące się na drugim końcu wirnika oznaczone jest numerem 2. Dokładnie w środku pomiędzy podporami znajdowała się tarcza wirnikowa, a zatem długości l_1 oraz l_2 są sobie równe (rys. 2). Średnica wirnika wynosiła 19,02 mm (ok. $\frac{3}{4}$ "), natomiast średnica tarczy wirnikowej to 152,4 mm (6"). Jednoosiowe czujniki przemieszczenia umieszczono w podporach łożyskowych. Czujniki wiroprowadowe znajdowały się w punktach P_1 oraz P_2 znajdujących się w równych odległościach ($l_{1p} = l_{2p} = 25$ mm) od środków łożysk. Czujniki mierzące przemieszczenia w kierunku X znajdowały się w odległości 20 mm od środków łożysk, natomiast czujniki mierzące przemieszczenia w kierunku prostopadłym do osi X były umiejscowione w odległości 30 mm od środków łożysk. Przesunięcie takie jest konieczne ze względu na to, że czujniki wiroprowadowe nie mogą pracować w jednej płaszczyźnie. Czujniki wiroprowadowe umieszczono pod kątem 90 stopni względem siebie (i 45 stopni względem globalnego układu odniesienia). Układ wirnik – łożyska ze względów bezpieczeństwa wyposażono w zamykaną osłonę wykonaną z przezroczystego tworzywa sztucznego.

Wirnik podparty był za pomocą dwóch łożysk hydrodynamicznych o jednakowych parametrach geometrycznych. Szczelina smarna odniesiona do promienia wału wynosiła 76 μm . Zdjęcie panwi łożyska oraz jego model schematyczny przedstawiono na rys. 3. Długość łożyska to $L = 12,6$ mm. Łożyska zasilane są z dwóch otworów umieszczonych po prawej i lewej stronie wału. Średnica otworów zasilających to 0,1" (2,54 mm). Do zasilania łożysk zastosowano olej o klasie lepkości ISO 13.



Rys. 3. a) Łożysko hydrodynamiczne, b) Schemat łożyska.

Na stanowisku laboratoryjnym zamontowano dwa trójosiowe akcelerometry umieszczone na podporach łożyskowych. Na rys. 4 przedstawiony jest wykres kaskadowy ilustrujący rozbieg wirnika od 900 do 10 000 obr./min zarejestrowany za pomocą akcelerometru umieszczonego na drugiej podporze łożyskowej (dalej oddalonej od sprzęgła). Zarejestrowany sygnał przyspieszeń został podzielony na części, następnie na każdej z nich wykonano szybką transformatę Fouriera (FFT). Na poziomej osi wykresu znajdują się wartości częstotliwości z analizy FFT. W dolnej części wykresu znajdują się wyniki analizy FFT dla niskich prędkości obrotowych, a w górnej te dla wysokich prędkości obrotowych. Linia łącząca wierzchołki szczytów amplitud zaczynająca się od lewego dolnego narożnika pokazuje częstotliwości związane z prędkościami obrotowymi (1X, 2X oraz 3X). Z diagnostycznego punktu widzenia ważne są te częstotliwości drgań, które związane są z prędkością obrotową (1X) oraz jej stosunek do drgań podsynchronicznych (np. 1/2X) oraz nadsynchronicznych (np. 2X, 3X). Na zaprezentowanym wykresie widać, że wartości drgań synchronicznych (1X) są dominujące w stosunku do wartości podsynchronicznych (1/2X) co znaczy, że w łożyskach hydrodynamicznych nie obserwowaliśmy wyraźnego zjawiska wirów olejowych, ani obtarcia wirnika o panew. W układzie występuje podwyższona składowa 2X, może być to związane np. z przesunięciem osi dwóch wirników (symptomy te można powiązać również z innymi przyczynami np. z wygięciem wirnika).



Rys. 4. Wykres kaskadowy przedstawiający przyspieszenie na drugiej podporze w kierunku X.

2 Operator energetyczny Teagera-Kaisera

Operator energetyczny zdefiniowany jest w postaci ciągłej, jako [17]:

$$\Psi(x(t)) = \dot{x}^2(t) - x(t)\ddot{x}(t), \quad (3)$$

gdzie:

$x(t)$ - przemieszczenie,

$\dot{x}(t)$ - pierwsza pochodna przemieszczenia po czasie,

$\ddot{x}(t)$ - druga pochodna przemieszczenia po czasie.

Początkowo metoda ta służyła do analizy mowy [17]. Została ona z powodzeniem użyta do analizy pracy przekładni zębatej przez Gałęzia i innych [11]. Antoniadou i inni [3] przedstawili prace w której operator energetyczny wykorzystano do oceny stanu technicznego przekładni silnika wiatrowego pod zmiennymi obciążeniami. Henríquez i inni [14] pokazali, że operator energetyczny sprawdził się również [6] w badaniach łożyska helikoptera. Blaut i inni [5] przedstawili możliwość użycia operatora energetycznego Teagera-Kaisera jako estymatora stabilności hydrodynamicznej łożyska ślizgowego. Wykazano chwilowy 50% wzrost amplitudy TKEO w przypadku pojawienia się niestabilności hydrodynamicznej. Metoda ta pozwala na detekcję niestabilności hydrodynamicznej w niewielkim oknie czasowym bazując na sygnale przemieszczenia czopa łożyska względem jego panwi. Autorzy wykazali, że wartość amplitudy TKEO powiązana jest ze zmianami energetycznymi układu.

W artykule tym zbadano następującą tezę: określając wartość amplitudy TKEO na podstawie ruchu czopa łożyska ślizgowego można wnioskować o zmianie parametrów pracy

układu wirnik-łożyska takich jak stabilność pracy oraz niewyważenie. Teza ta została zbadana doświadczalnie. Podczas badań eksperymentalnych obserwowano pracę łożyska ślizgowego przed wyważeniem i po wyważeniu wirnika stanowiska laboratoryjnego.

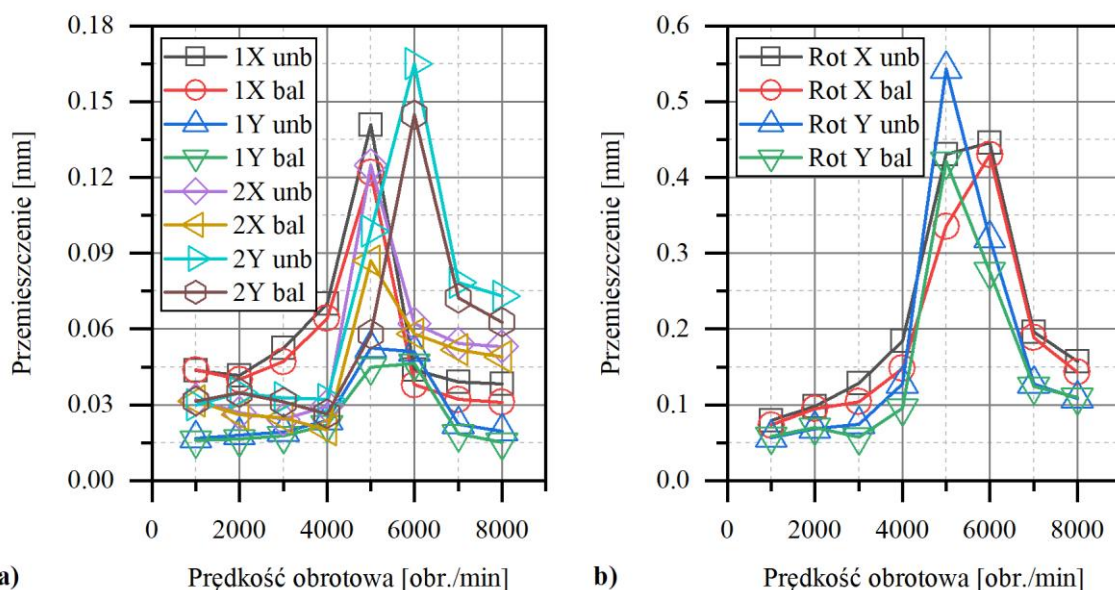
3 Opis i wyniki badań eksperymentalnych

W ramach badań użyto operator energetyczny Teagera-Kaisera w celu detekcji niewyważenia wirnika podpartego na dwóch łożyskach hydrodynamicznych. Analizy były prowadzone na podstawie zarejestrowanego sygnału przemieszczenia czopa łożyska względem jego panwi. Mierzono również przyspieszenia drgań podpór łożyskowych. Sygnały zostały zapisane za pomocą modułu akwizycji danych LMS Scadas Mobile, a następnie przeanalizowane w sposób omówiony poniżej. Pomiary wykonywane były z częstotliwością 25 600 próbek na sekundę.

3.1 Przemieszczenie

Na rys. 5 przedstawiono przemieszczenia zarejestrowane przez czujniki wiropędowe dla dwóch przypadków niewyważenia wirnika. W badaniach z pierwszym przypadkiem niewyważenia podpisanym na wykresach jako „unb” występowało niewyważenie dwukrotnie większe niż dopuszcza to norma ISO 1940-1 w klasie G6.3 [31]. W badaniach z drugim przypadkiem niewyważenia podpisanym jako „bal” wirnik wyważono w klasie G6.3. Lewy wykres pokazany na rysunku pokazuje przemieszczenia czopów łożyskowych, a prawy wykres – przemieszczenia otrzymane dla środkowej części wirnika. Porównując amplitudy drgań łożysk można zauważyć, że amplituda drgań jest większa na pierwszym łożysku przed rezonansem, natomiast po przejściu przez rezonans (powyżej 6 000 obr./min) amplituda drgań jest większa dla drugiego łożyska. Tak jest zarówno dla łożyska wyrównoważonego jak i niewyrównoważonego. Związane jest to najprawdopodobniej ze zmianą kąta nachylenia głównej osi elipsy po przejściu przez rezonans.

Największe amplitudy przemieszczenia drgań zostały zaobserwowane w okolicach rezonansu stanowiska badawczego (ok. 5 000 – 6 000 obr./min). Jest to zjawisko charakterystyczne dla każdej maszyny wirnikowej, która jest nadkrytyczna, to znaczy, że nominalna prędkość obrotowa jest wyższa niż prędkość rezonansowa. W dwóch wykonanych pomiarach wystąpił nieoczekiwany spadek stosunku amplitudy przemieszczenia przed wyważeniem do amplitudy przemieszczenia po wyważeniu. Został on zarejestrowany dla prędkości 1 000 obr./min dla łożyska 1x (spadek 0,4%) oraz łożyska 2y (spadek 5%). Największy wzrost stosunku amplitudy przemieszczenia przed wyważeniem do amplitudy przemieszczenia po wyważeniu wystąpił dla prędkości 5 000 obr./min dla łożyska 2y (wzrost 70%).

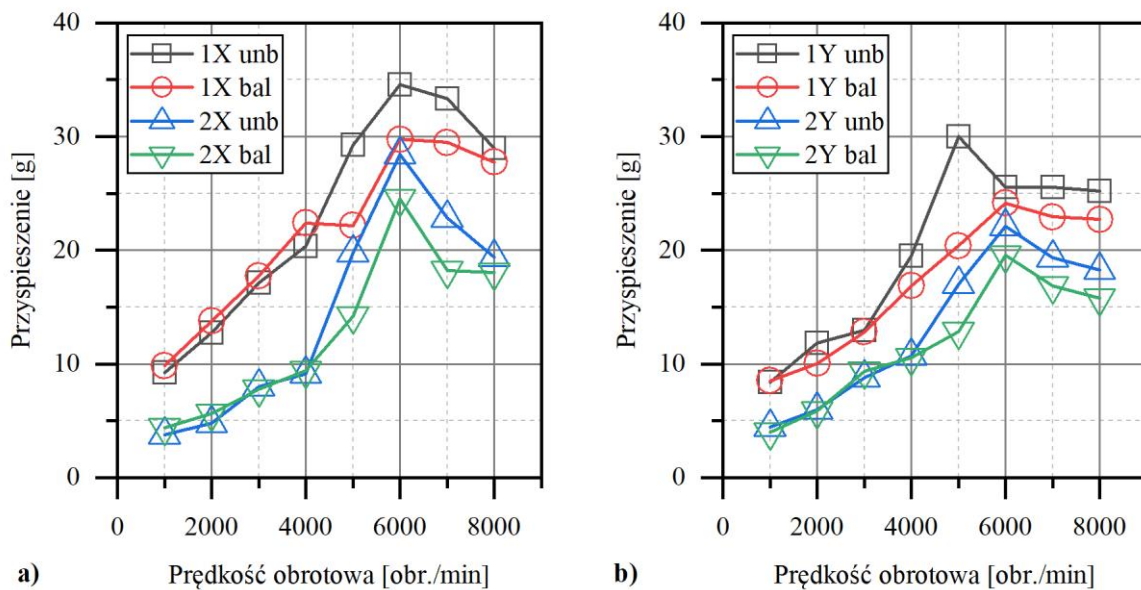


Rys. 5. Wykres przemieszczania w zależności od prędkości obrotowej dla wirnika niewyważonego oraz wyważonego. a) przemieszczenia czopów łożyskowych, b) przemieszczenia tarczy wirnikowej.

3.2 Przyspieszenie drgań

Zarejestrowane przyspieszenie pozwoliło porównać skuteczność detekcji niestabilności układu za pomocą TKEO w porównaniu do oczekiwanego wzrostu amplitudy przyspieszenia drgań. Przyspieszenie drgań obu łożysk wzrasta aż do momentu wystąpienia rezonansu, a następnie spada. Na rys. 6 przedstawiono przyspieszenia drgań zarejestrowane przez akcelerometry umieszczone na podporach łożyskowych. Badania wykonano dla dwóch przypadków niewyważenia wirnika, tak jak to miało miejsce w przypadku przemieszczeń, które opisano w poprzednim podrozdziale. Część a) rysunku przedstawia przyspieszenia drgań podpór łożyskowych w kierunku poziomym (X), a jego część b) pokazuje przyspieszenia drgań podpór łożyskowych w kierunku działania siły grawitacji (Y).

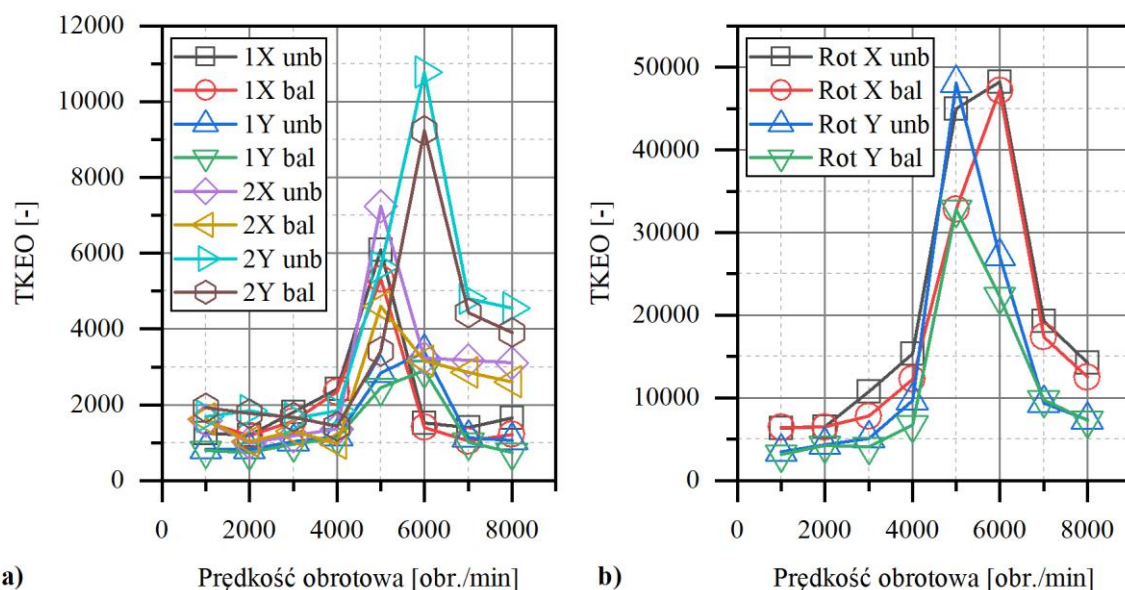
Amplituda przyspieszenia drgań otrzymana po wyważeniu układu zmniejszyła się dla 23 z 32 wykonanych pomiarów. Amplituda przyspieszenia zmalała najczęściej (dla prędkości 1000, 2000, 3000 i 4000 obr./min) w kierunku osi x dla łożyska numer 1. Oraz pojedynczo dla innych miejsc pomiarowych. Największy spadek amplitudy przyspieszenia wystąpił dla prędkości powyżej 4 000 obr./min. Największy wzrost stosunku amplitudy przyspieszenia przed wyważeniem do amplitudy przyspieszenia po wyważeniu wystąpił dla prędkości 5 000 obr./min dla łożyska 1y (wzrost 47%).



Rys. 6. Wykres przyspieszenia podpór łożyskowych w zależności od prędkości obrotowej dla wirnika niewyważonego oraz wyważonego: a) przemieszczenia czopów łożyskowych, b) przemieszczenia tarczy wirnikowej.

3.3 TKEO

Na rys. 7 przedstawiono wartości TKEO wyliczone na podstawie sygnału przemieszczenia przy pomocy wzoru (3). Badania wykonano dla dwóch przypadków niewyważenia wirnika. Część a) rysunku przedstawia wartości TKEO dla czopa łożyskowego, a jego część b) pokazuje wartości TKEO dla środkowej części wirnika. Porównując wartości TKEO z wartością amplitudy przemieszczenia i przyspieszenia można zauważyć analogię maksimum osiągniętych dla sygnałów z osi x i y. Zarówno dla przemieszczenia, przyspieszenia i TKEO maksimum przypada dla prędkości równej 5 000 obr./min dla osi x oraz dla 6 000 obr./min dla osi y. Wartość TKEO otrzymana po wyważeniu układu zmniejszyła się dla 26 z 32 wykonanych pomiarów. Stosunek wartości przed wyważeniem do wartości po wyważeniu dla sygnału przemieszczenia wynosił maksymalnie 70%, dla przyspieszenia 47% a dla TKEO 65%.



Rys. 7. Wykres operatora energetycznego (TKEO) w zależności od prędkości obrotowej dla wirnika niewyważonego oraz wyważonego. a) TKEO dla czopów łożyskowych, b) TKEO dla tarczy wirnikowej.

Siła generowana przez niewyważenie zależy od prędkości obrotowej zgodnie z wzorem (1). Analizując widmo amplitudowo-częstotliwościowe układu można stwierdzić, że pojawienie się niewyrównowazenia jest związane ze wzrostem tego zakresu częstotliwości, który zależy od prędkości obrotowej. Przykładowe widma amplitudowo-częstotliwościowe dla 3 prędkości przedstawione i omówione są w rozdziale: Dyskusja. Niewyrównowazenie związane jest ze wzrostem drgań bezwzględnych układu, co zostało zaprezentowane w podrozdziale 3.2 (przyspieszenie). Wartość TKEO, również związana jest z przyspieszeniem. Wyznaczając stosunek wartości TKEO dla układu przed i po wyrównowazeniu różnią się o $-20 \div +65\%$. Wartości przemieszczenia, przyspieszenia i TKEO w niektórych przypadkach są mniejsze po wyważeniu niż przed, szczególnie dla niskich wartości prędkości obrotowych. Co oznacza, że po wyważeniu drgania dla najmniejszych prędkości obrotowych zmalały a dla pozostałych wzrosły. W tabelach 1 i 2 zaprezentowano stosunek wartości TKEO otrzymanych przed i po wyważeniu wirnika w porównaniu do analogicznych wartości przyspieszenia (tab. 1) oraz przemieszczenia (tab. 2). Wyznaczony stosunek wartości TKEO i wartości przyspieszenia dla punktów pomiarowych (tab. 1) pokazuje, że wartości te raz są większe a raz mniejsze od siebie. Sygnał przemieszczenia (tab. 2) jest bardziej związany z procesem wyważania. Tylko dla dwóch punktów pomiarowych stosunek wartości po wyważeniu do wartości przed wyważeniem jest mniejszy od jeden. Oznacza to, że po wyważeniu w dwóch punktach pomiarowych zauważono spadek amplitudy przemieszczenia. Dla porównania analogiczna wartość dla przyspieszenia to 9, a dla TKEO 6. Wyznaczony stosunek wartości TKEO i wartości przemieszczenia (tab. 2) pokazuje, że wartości te raz są większe a raz mniejsze od siebie. Natomiast nigdy obserwowana wartość TKEO nie jest większa od jeden, gdy wartość przemieszczenia jest od jeden mniejsza.

Tab. 1. Porównanie wartości TKEO i wartości przyspieszenia (Acc) otrzymanych przed i po wyrównoważeniu dla osi x i y (dla łożyska 1 i 2).

obr./min	1x niewyważony/ wyważony		2x niewyważony/ wyważony		1y niewyważony/ wyważony		2y niewyważony/ wyważony	
	TKEO	Acc	TKEO	Acc	TKEO	Acc	TKEO	Acc
1 000	0,80	0,94	0,97	0,86	1,05	0,98	0,88	1,13
2 000	1,017	0,93	0,97	0,86	1,12	1,18	1,04	1,02
3 000	1,17	0,97	0,90	1,03	1,06	1,01	0,98	0,94
4 000	1,03	0,91	1,40	0,97	1,02	1,16	1,29	1,02
5 000	1,14	1,32	1,57	1,39	1,16	1,47	1,65	1,33
6 000	1,09	1,16	1,02	1,16	1,17	1,06	1,17	1,13
7 000	1,34	1,13	1,11	1,25	1,12	1,11	1,08	1,15
8 000	1,36	1,05	1,19	1,07	1,42	1,11	1,16	1,16

Tab. 2. Porównanie wartości TKEO i wartości przemieszczenia (Disp) otrzymanych przed i po wyrównoważeniu dla osi x i y (dla łożyska 1 i 2).

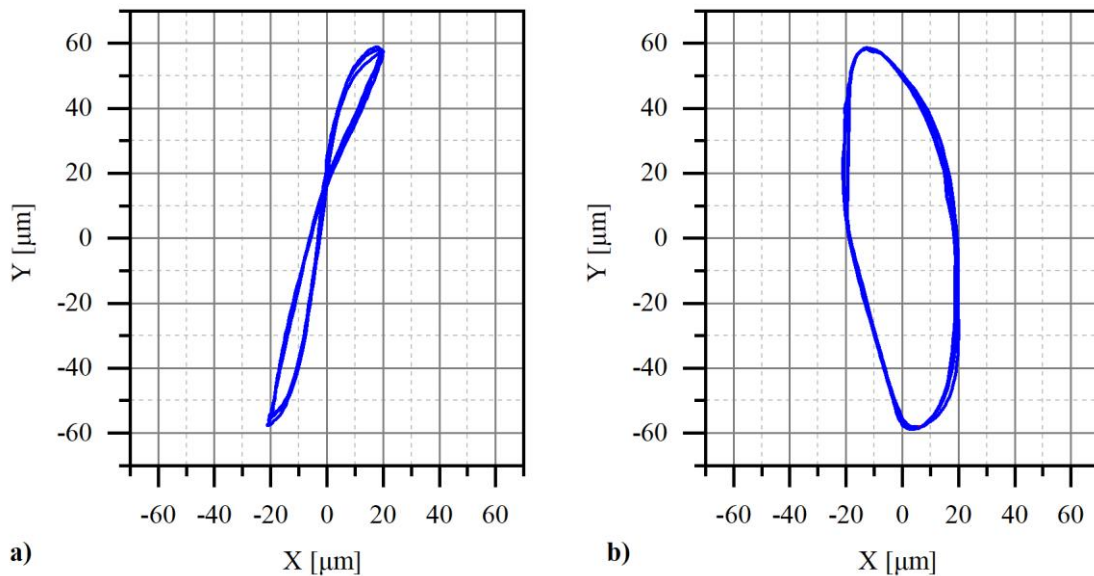
obr./min	1x niewyważony/ wyważony		2x niewyważony/ wyważony		1y niewyważony/ wyważony		2y niewyważony/ wyważony	
	TKEO	Disp	TKEO	Disp	TKEO	Disp	TKEO	Disp
1 000	0,80	1,00	0,97	1,02	1,05	1,06	0,88	0,95
2 000	1,017	1,04	0,97	1,02	1,12	1,10	1,04	1,00
3 000	1,17	1,12	0,90	0,98	1,06	1,09	0,98	1,05
4 000	1,03	1,09	1,40	1,48	1,02	1,08	1,29	1,21
5 000	1,14	1,16	1,57	1,44	1,16	1,17	1,65	1,71
6 000	1,09	1,15	1,02	1,07	1,17	1,09	1,17	1,14
7 000	1,34	1,22	1,11	1,05	1,12	1,19	1,08	1,09
8 000	1,36	1,24	1,19	1,08	1,42	1,28	1,16	1,16

4 Dyskusja

W artykule zaprezentowano użycie TKEO do monitorowania niewyważenia układu. Zaobserwowano wzrost wartości TKEO rzędu kilkudziesięciu procent dla układu przed procesem wyważania. Warunkiem wzrostu był równoczesny wzrost amplitudy przemieszczenia drgań. Dla małych prędkości drgania w układzie były mniejsze po procesie wyważania.

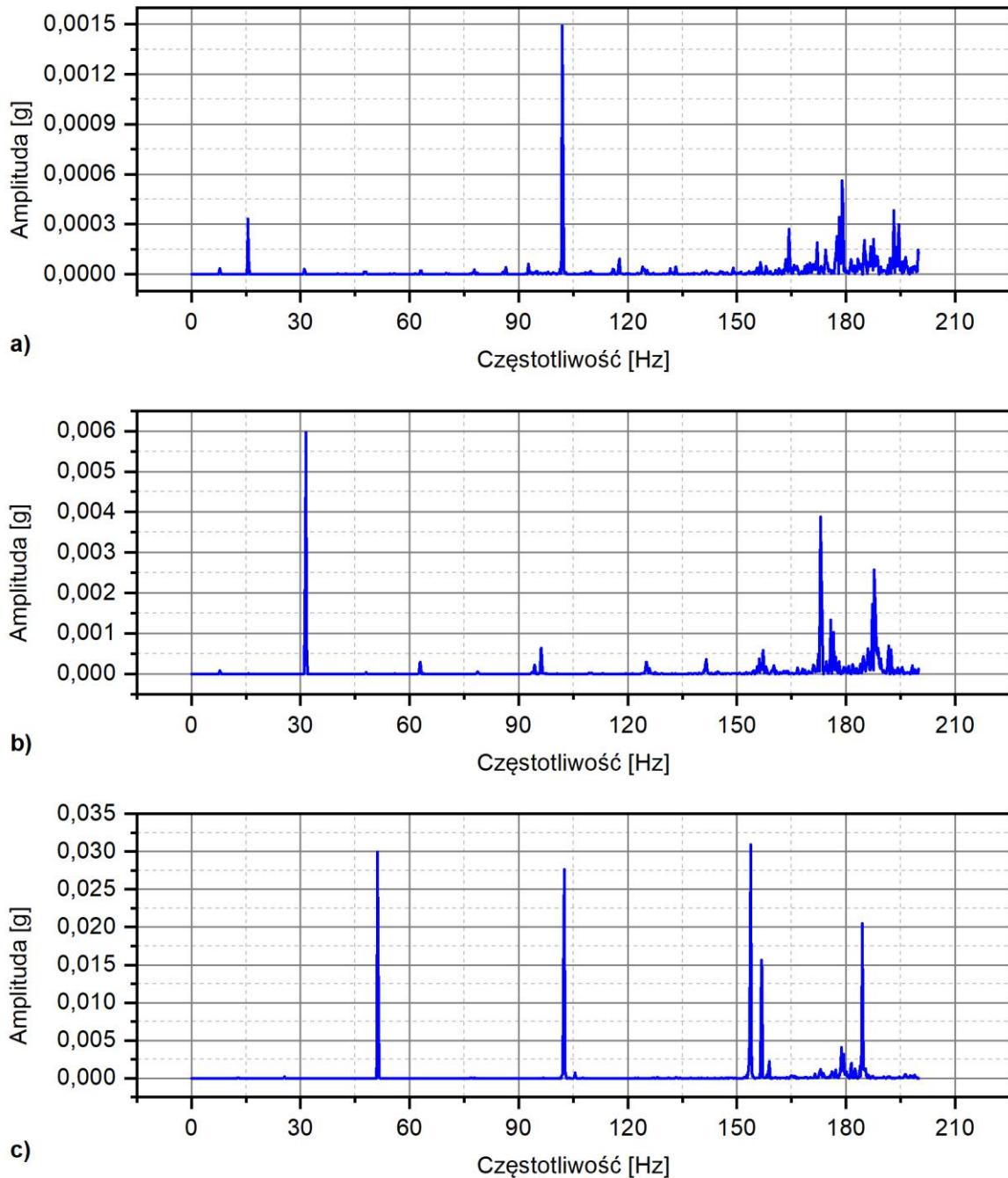
Przeanalizowano wpływ trajektorii drgań łożysk na TKEO. Według literatury TKEO jest czułe na zmiany trajektorii [24] – pojawienie się wirów olejowych powoduje znaczący wzrost TKEO. Podczas eksperymentu trajektorie drgań wału względem panwi zmieniły swój kształt. Zaobserwowano jednak podobieństwo kształtów trajektorii dla różnych prędkości obrotowych przed i po procesie wyważania wirnika. Autorzy artykułu skupili się na porównaniu pracy wirnika z dwoma różnymi niewyważeniami. Ponieważ w pracy

z łożyskami hydrodynamicznymi nie można zmienić jedynie jednego parametru – niewyważenia, dlatego obserwowano również inne zmiany w układzie. Trajektoria spłaszczona, przechodząca w kształt ósemki związana jest z podniesioną składową $2X$ w widmie. Symptomy te sugerują, że przy wyższych prędkościach obrotowych dochodzi do przeciążenia łożyska (wzrastającą siłą odśrodkową od niewyważenia).



Rys. 8. a) Trajektoria niestabilna dla 5 000 obr./min wirnik niewyważony. b) Trajektoria stabilna dla 5 000 obr./min wirnik wyważony.

W przypadku niskich prędkości obrotowych na stanowisku nie zaobserwowano dużych różnic pomiędzy amplitudą przemieszczenia i przyspieszenia. Zjawisko to jest dobrze widoczne na widmach amplitudowo-częstotliwościowych otrzymanych dla kolejnych prędkości, na rys. 9 zaprezentowano kolejne prędkości z widocznym wzrostem składowej związanej z prędkością obrotową oraz proporcjonalnie mniejszymi zakłóceniami. Częstotliwości składowe przyspieszenia drgań dla małych prędkości nie są związane bezpośrednio z prędkością obrotową i stanowią szeroki zakres częstotliwości powyżej 150 Hz. W analizowanym eksperymencie drgania wirnika powyżej 150 Hz mogły być wywołane drganiami elementów stanowiska badawczego, np. pompy zasilającej łożysko. Drgania spowodowane niewyważeniem układu mają szczególnie duże znaczenie przy wysokich prędkościach obrotowych, gdy występują duże zmiany energii układu.



Rys. 9. Widmo amplitudowo-częstotliwościowe dla sygnału przyspieszenia 1x niewyważenie, przy częstotliwości obrotowej: a) 17 Hz, b) 31 Hz, c) 51Hz.

Podczas eksperymentu w celu weryfikacji zależności pomiędzy stabilną pracą łożyska a wartością TKEO przeanalizowano kształt trajektorii (orbit plot) otrzymanych dla sygnałów zarejestrowanych przed i po wyważeniu. Zaobserwowany kształt trajektorii pokrywa się z naszymi przewidywaniami, praca łożyska po wyrównoważeniu jest stabilniejsza – trajektoria przypomina elipsę, natomiast przed procesem wyważania wał w panwi łożyska zatacza kształt przypominający ósemkę. Wartości dla TKEO dla omawianych sygnałów wynoszą kolejno (patrz tab. 1): 1x niewyważony/wyważony: 1,14, 1y niewyważony/wyważony: 1,16. Pomimo znacznej zmiany kształtu trajektorii wzrost TKEO

nie jest tak znaczący jak dla sygnału przemieszczenia z łożyska 2: 2x niewyważony/wyważony 1,57, 2y niewyważony/wyważony 1,65.

W pracy pokazano również procentowy stosunek wartości przed wyważeniem do wartości po wyważeniu dla sygnału przemieszczenia wynosił maksymalnie 70%, dla TKEO 65% natomiast dla przyspieszenia 47%. Te wartości mogą mieć znaczenie przy wdrażaniu omawianej metody w systemach monitorowania obciążonych zakłóceniami (elektrycznymi lub mechanicznymi). Na etapie prac laboratoryjnych omawiany problem nie jest oczywisty i artykuł ma na celu popularyzację omawianej metody szczególnie w zastosowaniach przemysłowych. Dodatkową zaletą wykorzystania TKEO jest brak konieczności filtrowania sygnału, co może być konieczne, jeżeli sygnał przemieszczenia lub przyspieszenia jest zaszumiony.

Z przeprowadzanej analizy wynika zależność pomiędzy kształtem trajektorii drgań a wartością TKEO. Czym bardziej kształt tych trajektorii odbiega od okręgu, tym więcej częstotliwości składowych pojawia się w sygnale. Związek ten jest opisany dla prostego układu mechanicznego o jednym stopniu swobody $x = A\cos(\omega t)$, a wstawiając go do równania (3) otrzymujemy:

$$\begin{aligned}\Psi(x(t)) &= (-A\omega \sin(\omega t))^2 - A\cos(\omega t)(-\omega 2A\cos(\omega t)) \\ &= A^2\omega^2(\sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t)) = A^2\omega^2\end{aligned}\quad (4)$$

Wartość operatora energetycznego TKEO jest zależna zarówno od amplitudy jak i częstotliwości sygnału, co potwierdziły badania eksperymentalne przeprowadzone na stanowisku badawczym dla różnych prędkości obrotowych.

5 Podsumowanie i wnioski

Wraz z rozwojem techniki obserwujemy rozwój metod diagnostycznych. Analizowanie większej liczby parametrów diagnostycznych umożliwia bardziej świadome podjęcie decyzji dotyczącej stanu technicznego maszyny. W zaawansowanych systemach diagnostycznych obserwujemy tendencje zarówno wzrostu liczby różnego rodzaju czujników pomiarowych, ale również rozbudowę oprogramowania umożliwiającego interpretację otrzymanych wyników. Standardem staje się wyznaczanie trendów oraz określanie wartości ostrzegawczych i alarmowych. Zazwyczaj operacje takie wykonywane są bezpośrednio na zmierzonym sygnale, czyli najczęściej na wartościach przemieszczeń, prędkości lub przyspieszeń. W ramach niniejszej pracy zaproponowano nowe podejście – wykorzystanie metody operatora energetycznego Teagera-Kaisera do oceny niewyważenia wirnika. W tym celu wykonano badania eksperymentalne wirnika dla dwóch przypadków niewyważenia.

W celu oceny stanu jakiegokolwiek obiektu technicznego konieczne jest przedstawienie podstawowych parametrów jego pracy, co zostało pokazane na początku niniejszego artykułu. Badanym obiektem było stanowisko laboratoryjne służące do analizy dynamiki wirnika podpartego na łożyskach hydrodynamicznych. Średnica czopów

łożyskowych wynosiła 19,02 mm. Pomiedzy łożyskami znajdował się dysk z otworami, w których kontrolowane było niewyważenie. Był on jednocześnie płaszczyzną, w której wyważano wirnik. Zdjęcie stanowiska oraz jego schemat przedstawiono w treści artykułu. Dzięki takiemu układowi stanowiska laboratoryjnego możliwe było przeprowadzenie obliczeń z wykorzystaniem operatora energetycznego dla niewyważenia na dwóch różnych poziomach. Zestawiono wykresy kaskadowe, z których odczytać można zachowanie dynamiczne wirnika (wyniki analizy FFT) w całym analizowanym zakresie prędkości obrotowych, czyli od 900 do 10 000 obr./min. Opisano dodatkowo łożyska hydrodynamiczne, które były podparciem wirnika.

Wyniki przeprowadzonych analiz przedstawiono dla dwóch przypadków niewyważenia, zestawiając ze sobą nie tylko wartość operatora energetycznego, ale również zmierzone przemieszczenia wirnika oraz przyspieszenia podpór łożyskowych. Wykreślone trajektorie drgań w sposób najbardziej wyraźny obrazują różnice pomiędzy układem wyważonym i niewyważonym. Ich interpretacja wymaga jednak przeprowadzenia czasochłonnych analiz oraz posiadania sporej wiedzy. Różnice w pracy dla układu wyważonego i niewyważonego są widoczne dla wszystkich analizowanych sygnałów (przemieszczenie, przyspieszenie oraz operator energetyczny TKEO), co świadczy o tym, że wszystkie one mogą być z powodzeniem wykorzystywane do oceny wielkości niewyważenia. Analizy oceny niewyważenia za pomocą operatora energetycznego w ramach niniejszej pracy przeprowadzono na podstawie zmian niewyważenia bezpośrednio zadawanych w układzie. Zhand i Zhand [28] przedstawili sposób obliczenia niezawodności systemu równoległego w sytuacji jednocześnie występujących uszkodzeń wywołanych wspólną przyczyną oraz uszkodzeń elementów dzielących obciążenie. Autorzy obliczali średni czas zdatności badanego systemu w różnych konfiguracjach. Operator energetyczny TKEO również może zostać wykorzystany do podobnych analiz. Metodę znajdowania korelacji w krótkim przedziale czasu przy wykorzystaniu niedokładnych danych statystycznych przedstawił np. Hryniewicz [15].

W ostatnich latach pojawia się coraz więcej prac pokazujących w jaki sposób można wykorzystać opracowany w 1990 roku [17] operator energetyczny. Publikowane są np. wyniki badań pokazujące użyteczność operatora energetycznego w różnych gałęziach diagnostyki. Jedna z prac [24] pokazuje, że operator energetyczny można wykorzystać w procesie automatycznego wyważania wirników. Autorzy niniejszego artykułu mają nadzieję, że zestawienie wyników pokazujących jak zmienia się wartość operatora energetycznego z wynikami klasycznych metod diagnostycznych przyczyni się do wykorzystania tego potencjalnie bardzo użytecznego narzędzia diagnostycznego do oceny stanu technicznego maszyn.

Podziękowania

Praca została zrealizowana ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego [nr 16.16.130.942].

Bibliografia

1. Al-Shudeifat M A, Al Hosani H, Saeed A S, Balawi S. Effect of Unbalance Force Vector Orientation on the Whirl Response of Cracked Rotors. *Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME* 2019; 141(2): 1–10.
2. Amroune S, Belaadi A, Menasri N i in. New approach for computer-aided static balancing of turbines rotors. *Diagnostyka* 2019; 20(4): 95–101.
3. Antoniadou I, Manson G, Staszewski W J i in. A time-frequency analysis approach for condition monitoring of a wind turbine gearbox under varying load conditions. *Mechanical Systems and Signal Processing* 2015; 64–65: 188–216.
4. Artyunin A I, Sumenkov O Y. Simulation of the Automatic Balancing Process of A Rotor, Rigidly Fixed in the Housing on Elastic Supports. 2019; 188(AviaENT): 10–14.
5. Blaut J, Korbiel T, Batko W. Application of the Teager-Kaiser energy operator to detect instability of a plain bearing. *Diagnostyka* 2016; 17(4): 99–105.
6. Blaut J, Rumin R, Cieřlik J i in. Application of TKEO in the process of automatic balancing of the rotor. *AUTOBUSY – Technika, Eksploatacja, Systemy Transportowe* 2019; 20(1–2): 161–166.
7. Burdzik R, Konieczny Ł, Warczek J, Cioch W. Adapted linear decimation procedures for TFR analysis of non-stationary vibration signals of vehicle suspensions. *Mechanics Research Communications* 2017; 82: 29–35.
8. Chudzik A, Warda B. Fatigue life prediction of a radial cylindrical roller bearing subjected to a combined load using FEM. *Eksploatacja i Niezawodnosc - Maintenance and Reliability* 2020; 22(2): 212–220.
9. Czmochowski J, Moczko P, Odyjas P, Pietrusiak D. Tests of rotary machines vibrations in steady and unsteady states on the basis of large diameter centrifugal fans. *eksploatacja i Niezawodnosc – maintenance and reliability* 2014; 16(2): 211–216.
10. Dąbrowski Z, Dziurd J. Increase of non-linear disturbances during machines operations. *Journal of Machine Construction and Maintenance* 2017; 1: 37–44.
11. Gałęzia A, Gumiński R, Jasiński M, Mączak J. Application of energy operators for detection of failures in gearboxes. *Mechanics Research Communications* 2017; 82: 3–8.
12. Heindel S, Becker F, Rinderknecht S. Unbalance and resonance elimination with active bearings on a Jeffcott Rotor. *Mechanical Systems and Signal Processing* 2017; 85: 339–353.
13. Heindel S, Müller P C, Rinderknecht S. Unbalance and resonance elimination with active bearings on general rotors. *Journal of Sound and Vibration* 2018; 431: 422–440.
14. Henríquez Rodríguez P, White P R, Alonso J B i in. Application of Teager-Kaiser energy operator to the analysis of degradation of a helicopter input pinion. *The International Conference Surveillance* 6, 2011.
15. Hryniewicz O. Theoretical advances and applications of fuzzy logic and soft

- computing. *Advances in soft computing*. In O. C, P. M, O.M. R i in. (red.): *Theoretical Advances and Applications of Fuzzy Logic and Soft Computing*, Berlin, Heidelberg, Springer Berlin Heidelberg: 2007; 42: 573–582.
16. Ibn Shamsah S M, Sinha J K. Rotor unbalance estimation with reduced number of sensors. *Machines* 2016. doi:10.3390/machines4040019.
 17. Kaiser J F F. On a simple algorithm to calculate the „energy” of a signal. *International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE*: 1990; 407(1): 381–384.
 18. Knotek J, Novotný P, Maršálek O i in. The Influence of Rotor Unbalance on Turbocharger Rotor Dynamics. *Journal of Middle European Construction and Design of Cars* 2016; 13(3): 8–13.
 19. Kosmol J. An extended model of angular bearing - influence of fitting and pre-deformation. *Eksploatacja i Niezawodność - Maintenance and Reliability* 2019; 21(3): 493–500.
 20. Kozłowski E, Mazurkiewicz D, Żabiński T i in. Assessment model of cutting tool condition for real-time supervision system. *Eksploatacja i Niezawodność - Maintenance and Reliability* 2019; 21(4): 679–685.
 21. Pawlik P. Single-number statistical parameters in the assessment of the technical condition of machines operating under variable load. *Eksploatacja i Niezawodność - Maintenance and Reliability* 2019; 21(1): 164–169.
 22. Plantegenet T, Arghir M, Jolly P. Experimental analysis of the thermal unbalance effect of a flexible rotor supported by a flexure pivot tilting pad bearing. *Mechanical Systems and Signal Processing* 2020; 145: 106953.
 23. Rumin R. Mathematical models of balancing rotors based on mathematical and physical relationships. *Advances in Science and Technology* 2011; nr 8(8): 226–232.
 24. Rumin R, Blaut J, Cieślik J. Application of Hurst exponent to the analysis of the rotor balancing device. *Polish Congress of Mechanics, International conference on Computer Methods in Mechanics* 2019.
 25. Singh A, Gupta T C. Effect of rotating unbalance and engine excitations on the nonlinear dynamic response of turbocharger flexible rotor system supported on floating ring bearings. *Archive of Applied Mechanics* 2020. doi:10.1007/s00419-020-01660-z.
 26. Spagnol J P, Wu H, Xiao K. Dynamic response of a cracked rotor with an unbalance influenced breathing mechanism. *Journal of Mechanical Science and Technology* 2018; 32(1): 57–68.
 27. Wang A, Yao W, He K i in. Analytical modelling and numerical experiment for simultaneous identification of unbalance and rolling-bearing coefficients of the continuous single-disc and single-span rotor-bearing system with Rayleigh beam model. *Mechanical Systems and Signal Processing* 2019; 116: 322–346.
 28. Zhang C, Zhang Y. Common cause and load-sharing failures-based reliability analysis for parallel systems. *Eksploatacja i Niezawodność - Maintenance and Reliability* 2019; 22(1): 26–34.
 29. Zhao B, Yuan Q, Li P. Improvement of the vibration performance of rod-fastened rotor

by multioptimization on the distribution of original bending and unbalance. *Journal of Mechanical Science and Technology* 2020; 34(1): 83–95.

30. Zou D, Zhao H, Liu G i in. Application of augmented Kalman filter to identify unbalance load of rotor-bearing system: Theory and experiment. *Journal of Sound and Vibration* 2019. doi:10.1016/j.jsv.2019.114972.
31. ISO 1940-1 Mechanical vibration - balance quality requirements for rotors in a constant (rigid) state. Part 1: Specification and verification of balance tolerances. 2003.
32. ISO 5343:1983 Criteria for evaluating flexible rotor balance. 1983.