Konferencja "Jakość Dostawy Energii Elektrycznej – wspólna odpowiedzialność wytwórców, dystrybutorów, konsumentów i prosumentów"

Częstochowa, 28-29 listopada 2019

doi: 10.32016/1.67.16

# ANALIZA ODDZIAŁYWAŃ W OBWODZIE SYSTEMU ELEKTROENERGETYCZNEGO Z OBCIĄŻENIEM NIELINIOWYM

#### Mirosław WCIŚLIK<sup>1</sup>, Paweł STRZĄBAŁA<sup>2</sup>

- 1. Politechnika Świętokrzyska, Wydział Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki tel.: 41 3424212 e-mail: m.wcislik@tu.kielce.pl
- 2. Politechnika Świętokrzyska, Wydział Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki tel.: 41 3424191 e-mail: pstrzabala@tu.kielce.pl

**Streszczenie:** W pracy analizowany jest obwód prądu przemiennego z przykładowym obciążeniem nieliniowym i filtrem biernym LC. Przyjęto obciążenie nieliniowe, którego napięcie na zaciskach zasilania jest proporcjonalne do funkcji signum prądu. Charakterystyka napięciowo - prądowa takiego obciążenia jest jednoznaczna (bez histerezy). Przeprowadzono analizę jakościową przebiegów napięć i prądów obwodu. Wykonano analizy przepływu mocy czynnej i biernej dla harmonicznej podstawowej i wyższych harmonicznych w obwodzie.

**Słowa kluczowe:** obciążenie nieliniowe, wyższe harmoniczne, kompensacja mocy biernej, analiza oddziaływań.

## 1. WSTĘP

Dążenie do poprawy efektywności energetycznej i oszczędności energii elektrycznej powoduje, że konieczne jest zmniejszanie wzajemnych oddziaływań systemu elektroenergetycznego i odbiorników nieliniowych. Do ich ograniczania wykorzystuje się często filtry bierne LC. Filtry te kompensują mocy bierną w obwodzie i dodatkowo mogą ograniczać przepływ wyższych harmonicznych prądu do systemu elektroenergetycznego. Odbiornikami nieliniowymi, które zakłócają jakość napięcia zasilania są m.in. piece łukowe i prostowniki [1]. W [2] wykazano, że obciążenie nieliniowe o jednoznacznej charakterystyce napięciowo prądowej ma całkowitą moc bierną równą zero, a moc bierna pierwszej harmonicznej tego obciążenia jest konwertowana w moc bierną wyższych harmonicznych i w całości przekazywana do reaktancji zastępczej obwodu zasilania. Właściwość ta jest charakterystyczna dla modelu obciążenia nieliniowego opisanego funkcją signum prądu, także dla prostowników. Zjawisko konwersji mocy w obwodach z obciążeniami nieliniowym i układami LC nie było dotychczas analizowane w literaturze. Obciążenie nieliniowe zastępowane jest uproszczonym modelem w postaci źródła prądowego. Przyjmuje się, że odbiornik nieliniowy jest generatorem wyższych harmonicznych prądu [3],[4],[5],[6]. Aby uwzględnić zjawiska konwersji i prowadzić analizy oddziaływań rozpatrywany jest obwód AC z filtrem biernym LC i odbiornikiem nieliniowym o charakterystyce signum prądu. Analiza prowadzona jest przy użyciu zmiennych stanu.

#### 2. MODEL ANALIZOWANEGO OBWODU Z OBCIĄŻENIEM NIELINIOWYM

Analizowany schemat obwodu pokazany jest na rysunku 1. Obwód ten zawiera przykładowe obciążenie nieliniowe zasilane z sinusoidalnego źródła napięcia o amplitudzie  $E_s$  i częstotliwości  $\omega$ . Indukcyjność  $L_s$ i rezystancja  $R_s$  przedstawiają impedancję systemu zasilania. Równolegle do tej impedancji w punkcie PCC jest dołączony filtr bierny LC, który przedstawiany jest przez: indukcyjność  $L_f$ , pojemność  $C_f$  i rezystancje  $R_f$ . Impedancję układu obciążenia przedstawia indukcyjność  $L_l$  i rezystancja  $R_l$ . Przyjęto, że indukcyjność  $L_s$  jest znacznie mniejsza od indukcyjności  $L_l$ . Dodanie kondensatora  $C_p$  ułatwia rozwiązanie modelowanego obwodu w Simulinku. Wartość pojemności  $C_p$  jest znacznie mniejsza od pojemności  $C_f$ . Dla takiej relacji wpływ  $C_p$  na charakterystyki obwodu jest pomijalny.



Rys. 1. Model obwodu AC z obciążeniem nieliniowym i filtrem biernym LC

Charakterystyka napięciowo - prądowa obciążenia nieliniowego może być zapisana z użyciem funkcji signum pradu  $I_1$ :  $U_b = (U_c + 2U_d) \cdot sign(I_1)$ , gdzie  $U_d$  jest to napięcie diody mostka w stanie przewodzenia. Dla uproszczenia zmniejszenia ilości parametrów modelu analiza i prowadzona jest wykorzystaniem zmiennych Z bezwymiarowych. Zastosowano w tym celu zmienne odniesienia w postaci reaktancji  $\omega L_1$  i amplitudy napięcia zasilania  $E_s$  oraz wprowadzono skalowanie czasu  $\tau = \omega t$ . Wtedy równania obwodu z rysunku 1 można zapisać:

$$\frac{di_s}{d\tau} = \frac{1}{x_s} \Big( e_s \sin(\tau + \psi) - i_s r_s - u_p \Big)$$
(1)

$$\frac{di_{1}}{d\tau} = \frac{1}{x_{1}} \left( u_{p} - i_{1}r_{1} - \left( u_{c} + 2u_{d} \right) \cdot sign(i_{1}) \right)$$
(2)

$$\frac{di_f}{d\tau} = \frac{1}{x_f} \left( u_p - i_f r_f - \frac{1}{c_f} \int i_f d\tau \right)$$
(3)

$$u_p = \frac{1}{c_p} \int i_p d\tau \quad gdzie: i_p = i_s - i_f - i_1 \tag{4}$$

$$\frac{du_c}{d\tau} = \frac{1}{c} \left( \left| i_1 \right| - \frac{1}{r_o} u_c \right)$$
(5)

gdzie:

$$\tau = \omega \mathbf{r}; \quad I_m = \frac{E_s}{\omega L_1}; \quad i_s = \frac{I_s}{I_m}; \quad i_1 = \frac{I_1}{I_m}; \quad i_f = \frac{I_f}{I_m}; \\ e_s = \frac{E_s}{E_s} = 1; \quad u_p = \frac{U_p}{E_s}; \quad u_c = \frac{U_c}{E_s}; \quad u_d = \frac{U_d}{E_s}; \\ r_s = \frac{R_s}{\omega L_1}; \quad r_1 = \frac{R_1}{\omega L_1}; \quad r_f = \frac{R_f}{\omega L_1}; \quad r_o = \frac{R_o}{\omega L_1}; \\ x_s = \frac{L_s}{L_1}; \quad x_1 = \frac{L_1}{L_1} = 1; \quad x_f = \frac{L_f}{L_1}; \\ c_f = \omega^2 L_1 C_f; \quad c_p = \omega^2 L_1 C_p; \quad c = \omega^2 L_1 C; \end{cases}$$
(6)

Dla przyjętej charakterystyki obciążenia nieliniowego i przy założeniu, że tętnienia napięcia na wyjściu prostownika są bardzo małe można zapisać w (2), że  $u_o = u_c$ +  $2u_d$ , gdzie  $u_o$  ma stałą wartość i będzie współczynnikiem proporcjonalności dla funkcji signum prądu  $i_1$ .

## 3. ANALIZA ODDZIAŁYWAŃ W OBWODZIE

Do analizy rozpatrywanego obwodu z rysunku 1 wykorzystano równania (1)-(5). Na ich podstawie utworzono schemat operacyjny w Simulinku. Przykładowe charakterystyki obwodu wyznaczono w funkcji zmiennych  $x_s$ i  $c_f$ , zapisanych jako parametry bezwymiarowe. Pozostałe zmienne przyjęto jako stałe:  $r_s = 0.01$ ,  $r_1 = 0.01$ ,  $r_f = 0.01$  i  $u_o$ = 0.5. Całkowita moc bierna pobierana z sinusoidalnego źródła zasilania VS pokazana jest na rysunku 2.



Rys. 2. Całkowita moc bierna źródła zasilania dla  $u_o = 0.5$ w funkcji  $x_s$  i  $c_f$ 

Wykres ten dotyczy przypadku, gdy wartość zmiennej  $x_f$  jest bliska zeru. Jest to częsty przypadek występujący

w obwodach systemu elektroenergetycznego z obciążeniami nieliniowymi i układami kompensacji mocy biernej [5]. Z zamieszczonego wykresu wynika, że moc bierna źródła zasilania jest równa zeru, gdy  $c_f$  wynosi ok. 0.5. Taki przypadek obowiązuje, gdy indukcyjność systemu zasilania  $L_s$  stanowi ok. 10% indukcyjności układu obciążenia  $L_I$ . Dla większych wartości tej relacji zwiększy się wartość  $c_f$ . Wpływ sztywności sieci zasilającej na wartość mocy biernej źródła zasilania szczególnie uwidacznia się przy  $x_s \ge 0.04$ . Wtedy też pokazane kontury charakteryzują się większymi nieliniowościami, niż dla początkowych wartości  $x_s$ .

Stosowanie baterii kondensatorów do kompensacji mocy biernej dla niesztywnego systemu zasilania powoduje zwiększenie odkształceń przebiegów prądów i napięć w obwodzie, które ostatecznie mogą być znacznie większe niż te którą były przed dodaniem kondensatora do kompensacji mocy. Jest to spowodowane przez rezonanse powstające w obwodzie [5]. Przykładowo dla prądu  $i_s$ wartość współczynnika THD, definiowanego zgodnie z IEEE519 [7] pokazana jest na rysunku 3. Charakterystyczne są maksima, których wartości są nawet 200 razy większe niż najmniejsza wartość tego współczynnika. Podobnie dla napięcia  $u_p$  co pokazuje wykres z rysunku 4.



Rys. 3. Współczynnik THD prądu  $i_s$  dla  $u_o = 0.5$  w funkcji  $x_s$  i  $c_f$ 



Rys. 4. Współczynnik THD napięcia  $u_p$  dla  $u_o = 0.5$  w funkcji  $x_s$  i  $C_f$ 

Odkształcenia te występują także w prądzie układu obciążenia  $i_1$ . Współczynnik THD dla prądu  $i_1$  w funkcji  $x_s$  i  $c_f$  pokazany jest na rysunku 5. Wartości tego współczynnika są znacznie mniejsze niż dla prądu  $i_s$  (rys. 3).

Z przeprowadzonych analiz wynika także, że wahania współczynnika THD dla napięcia  $u_b$  mogą wynosić ok. 20%.



Rys. 5. Współczynnik THD prądu  $i_1$  dla  $u_o = 0.5$  w funkcji  $x_s$  i  $c_f$ 

Cechą charakterystyczną pokazanych wykresów jest wzrost odkształceń napięć i prądów w obwodzie, szczególnie gdy system zasilania staje się mniej sztywny. Oddziaływania te przenoszone są na źródło zasilania, które jest sinusoidalne. Przy czym wielkość tych odkształceń może ulec zmniejszeniu w przypadku, gdy zmienne  $r_s$ ,  $r_1$  i  $r_f$  mają większe wartości. Dla otrzymanych wyników przyjęto stałe wartości tych zmiennych, równe 0.01.

#### 4. ANALIZA PRZYKŁADOWYCH PRZEBIEGÓW OBWODU Z FILTREM LC

Odkształcenia przebiegów napięć i prądów można ograniczyć jeżeli szeregowo z kondensatorem do kompensacji mocy biernej  $C_f$  jest dołączony dławik o indukcyjności  $L_f$  [5]. Dławik ten ogranicza oddziaływania i w zależności od częstotliwości własnej układu LC może także redukować wyższe harmoniczne prądu.

Przykładowe przebiegi obwodu otrzymane dla:  $c_f = 0.5$ ,  $x_s = 0.1$ ,  $r_s = 0.01$ ,  $r_1 = 0.01$ ,  $r_f = 0.01$  i  $u_o = 0.5$  pokazane są na rysunku 6. Przebiegi te otrzymano dla przypadku, gdy  $x_f$  jest równe zero. Na rysunku 7 pokazano te same przebiegi, ale  $x_f$  określono tak, aby rząd częstotliwości własnej  $n_r$  układu LC był równy 2.9. Dla przyjętej wartości  $c_f = 0.5$  i  $n_r = 2.9$  zmienna  $x_f$  jest równa 0.2378. Pozostałe parametry obwodu dla których przeprowadzono symulację pozostały niezmienne.



W przebiegach z rysunku 7 występują znacznie mniejsze odkształcenia. Przy czym czas trwania stanów przejściowych w obwodzie po załączeniu napięcia zasilania wydłużył się, dlatego przebiegi pokazane są już dla stanu ustalonego, który osiągany jest dopiero po około 13 okresach. Okres dla przyjętej skali czasu  $\tau$  jest równy  $2\pi$ .



Rys. 7. Przebiegi obwodu z uwzględnieniem parametru  $x_f$  dla:  $u_o = 0.5, x_s = 0.1, c_f = 0.5$  i  $x_f = 0.2378$ 

Do oceny jakościowej przebiegów z rysunków 6 i 7 wykorzystano współczynnik zniekształceń harmonicznych THD. Otrzymane wyniki zestawiono w tablicy 1. Dla  $x_f=0.2378$  wskaźnik odkształcenia THD prądu  $i_s$  maleje niemal dziesięciokrotnie w porównaniu do  $x_f = 0$ . Natomiast dla prądu  $i_f$  prawie czterokrotnie. Praktycznie niezmienne pozostaje THD prądu układu obciążenia  $i_1$ . Zmniejsza się także odkształcenie napięcia  $u_p$ .

Tablica 1. THD dla przebiegów prądów i napięć w obwodzie

$x_f$	THD <sub>i</sub> s	THDi <sub>1</sub>	$THDi_f$	THDu <sub>s</sub>	$THDu_p$	$THDu_b$
0	0.485	0.121	0.402	0.000	0.084	0.473
0.2378	0.049	0.120	0.110	0.000	0.013	0.473

Po uwzględnieniu zmiennej  $x_f$  poprawie ulega także współczynnik mocy PF w charakterystycznych punktach analizowanego obwodu. Wartości współczynnika mocy PF i współczynnika mocy pierwszych harmonicznych PF<sub>1</sub> [7] pokazane są w tablicy 2. Współczynniki te mierzono na zaciskach źródła zasilania (PF<sub>in</sub>, PF<sub>1in</sub>), w punkcie PCC (PF<sub>PCC</sub>, PF<sub>1PCC</sub>) i na zaciskach obciążenia nieliniowego (PF<sub>load</sub>, PF<sub>1load</sub>). Istotny wzrost współczynnika mocy PF po uwzględnieniu zmiennej  $x_f$ =0.2378 zauważalny jest dla źródła zasilania i punktu PCC. Nieznacznie wzrasta współczynnik mocy obciążenia PF<sub>load</sub>. Wartości współczynników mocy pierwszych harmonicznych nie ulegają istotnym zmianom po uwzględnieniu parametru  $x_f$ .

Tablica 2. Współczynnik mocy PF i współczynnik mocy dla pierwszych harmonicznych PF1 w wybranych punktach obwodu

$x_f$	PF <sub>in</sub>	$PF_{PCC}$	PF <sub>load</sub>	PF <sub>1in</sub>	PF <sub>1PCC</sub>	PF <sub>1load</sub>
0	0.9000	0.8944	0.8630	1.0000	0.9991	0.9687
0.2378	0.9893	0.9827	0.8707	0.9906	0.9840	0.9739

Zeszyty Naukowe Wydziału Elektrotechniki i Automatyki PG, ISSN 2353-1290, Nr 67/2019

#### 5. ROZKŁAD MOCY W OBWODZIE

Moce wydzielane w elementach obwodu dla przebiegów z rysunku 6 i 7 zamieszczono w tablicy 3. Analizowano wartości całkowitej mocy czynnej i biernej (odpowiednio P i Q), pierwszych harmonicznych ( $P_{hl}$  i  $Q_{hl}$ ) i mocy wyższych harmonicznych ( $P_{hh}$  i  $Q_{hh}$ ). Moce te odniesione są do  $E_s^2/\omega L_l$  i zapisane bezwymiarowo.

Uwzględniono moc: źródła zasilania (VS), strat w rezystancjach obwodu ( $R_s$ ,  $R_f$  i  $R_1$ ), wydzielaną w indukcyjnościach obwodu ( $L_s$  i  $L_1$ ) i w obciążeniu nieliniowym (*NL*). Wartości tych mocy obliczono numerycznie w MATLABIE na podstawie chwilowych wartości napięć i prądów. Całkowita moc bierna na poszczególnych elementach obwodu liczona jest jako iloczyn spadku napięcia na elemencie obwodu i pochodnej prądu po czasie  $di/d\tau$ , a następnie uśredniana za okres  $2\pi$  [2].

W tablicy 3 dla  $x_f = 0$  całkowita moc bierna Q i moc pierwszej harmonicznej  $Q_{hl}$  źródła zasilania są równe i bliskie zeru. Wynika to z kompensacji mocy biernej w obwodzie. Całkowita moc bierna Q obciążenia nieliniowego jest także prawie zerowa. Moc bierna pierwszej harmonicznej  $Q_{hl}$  i moc bierna wyższych harmonicznych  $Q_{hh}$  obciążenia mają zbliżone wartości, ale przeciwne znaki. Moc bierna wyższych harmonicznych  $Q_{hh}$  wydzielana jest także w indukcyjnościach obwodu i filtrze LC. Wartość mocy biernej wyższych harmonicznych  $Q_{hh}$  w punkcie PCC ma znak ujemny i jest równa co do wartości mocy biernej wyższych harmonicznych  $Q_{hh}$  w indukcyjności  $L_s$ .

Tablica 3. Rozkła	l mocy w obwod	zie
-------------------	----------------	-----

	$x_f = 0$			$x_f = 0.2378$			
	Р	$P_{h1}$	$P_{hh}$	Р	$P_{h1}$	$P_{hh}$	
VS	-0.1939	-0.1939	0.0001	-0.2018	-0.2019	0.0001	
PCC	0.1920	0.1924	-0.0004	0.2001	0.2002	-0.0001	
NL	0.1890	0.1896	-0.0006	0.1964	0.1964	0.0000	
$R_f$	0.0014	0.0012	0.0002	0.0016	0.0016	0.0000	
$R_s$	0.0019	0.0015	0.0004	0.0017	0.0017	0.0000	
$R_1$	0.0019	0.0019	0.0000	0.0020	0.0020	0.0000	
	Q	$Q_{h1}$	$Q_{hh}$	Q	$Q_{h1}$	$Q_{hh}$	
VS	0.0008	0.0008	0.0000	0.0281	0.0281	0.0000	
PCC	-0.0431	-0.0083	-0.0348	-0.0374	-0.0364	-0.0010	
NL	-0.0005	0.0484	-0.0489	0.0002	0.0459	-0.0457	
Filtr LC	-0.2865	-0.2469	0.0396	-0.2817	-0.2826	0.0008	
$L_s$	0.0423	0.0075	0.0348	0.0093	0.0083	0.0010	
$L_1$	0.2439	0.1902	0.0537	0.2442	0.2003	0.0439	

Dla  $x_f = 0.2378$  istotnie maleje moc bierna wyższych harmonicznych  $Q_{hh}$  w punkcie PCC i filtrze LC. Stąd też moc bierna wyższych harmonicznych  $Q_{hh}$  w indukcyjności  $L_s$  także jest mniejsza. Praktycznie niezmienna pozostaje moc bierna wyższych harmonicznych  $Q_{hh}$  na obciążeniu nieliniowym. Jej wartość jest porównywalna z wartością mocy biernej pierwszej harmonicznej tego obciążenia. Moc bierna wyższych harmonicznych  $Q_{hh}$  obciążenia nieliniowego jest przekazywana do indukcyjności  $L_l$ , przy czym wartość tej mocy jest pomniejszona o moc bierną wyższych harmonicznych filtru LC i indukcyjności  $L_s$ .

#### 6. PODSUMOWANIE

Przyjęty model obwodu z obciążeniem nieliniowym i filtrem biernym LC umożliwia analizę ilościową zjawisk zachodzących w obwodzie.

Przeprowadzone analizy potwierdzają wpływ kondensatora do kompensacji mocy biernej i indukcyjności systemu zasilania na wzrost zniekształceń przebiegów prądów i napięć w obwodzie z obciążeniem nieliniowym. Zniekształcenia te dotyczą systemu zasilania oraz układu zasilania samego obciążenia nieliniowego.

Analizowany przypadek dotyczył pracy ciągłej prostownika, natomiast model ten można rozszerzyć także na prace, gdy prąd w obwodzie jest nieciągły. Dla wyznaczonych wartości współczynnika mocy zauważono, że jego wartości są bliskie 1 dla źródła zasilania i w punkcie PCC. Natomiast dla obciążenia nieliniowego jest praktycznie niezmienny, zarówno dla przypadku, gdy kompensacja mocy biernej w obwodzie występuje czy też nie.

## 7. BIBLIOGRAFIA

- 1. Singh B., Chandra A.: Power Quality Problems and Mitigations Techniques, John Wiley & Sons Ltd, 2015.
- 2. M. Wciślik: "Powers Balances in AC Electric Circuit with Nonlinear Load", IEEE 2010.
- 3. R. Klempka: "Designing a group of single-branch filters taking into account their mutual influence", Archives of electrical engineering, 2014, s. 81 91.
- M. Włas: "Projektowanie filtrów pasywnych wyższych harmonicznych", Zeszyty Naukowe Wydziału Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej Nr 28, s. 143-148, 2010.
- A. Lange i M. Pasko: Wybrane metody poprawy jakości energii elektrycznej za pomocą układów LC, Gliwice: Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, 2015.
- C. S. Mboving, Z. Hanzelka i R. Klempka: "Different approaches for designing the passive power filters", Przegląd Elektrotechniczny, 11 2015, s. 102-108.
- IEEE Recommended Practices and Requirements for Harmonic Control in Electrical Power Systems, IEEE Std 519-1992, 15/2004.

## ANALYSIS OF INTERACTIONS IN THE CIRCUIT OF THE POWER SYSTEM WITH NONLINEAR LOAD

The paper deals with the AC circuit with an example of a non-linear load and an LC passive filter. The voltage on the nonlinear load terminals is proportional to the signum function of the current. The voltage - current characteristic of such load is unambiguous (without hysteresis). The quality analysis of the voltage and current waveforms of the circuit was carried out. The analysis of active and reactive power flow for fundamental and higher harmonics in the circuit were carried out.

Keywords: nonlinear load, higher harmonics, reactive power compensation, interaction analysis.