



**PROPOZYCJA PRAWA OPORU POWIETRZA DLA ODŁAMKÓW
SFERYCZNYCH UTWORZONEGO NA PODSTAWIE DANYCH
PUBLIKACJI SOJUSZNICZEJ AASTP-1**

***A CONCEPT OF THE AIR DRAG LAW FOR SPHERICAL FRAGMENTS
PREPARED ON THE BASIS OF AASTP-1 ALLIED PUBLICATION DATA***

Cezary KWIECIEN

Wojskowy Instytut Techniczny Uzbrojenia, ul. Wyszyńskiego 7, 05-220 Zielonka
Military Institute of Armament Technology, 7 Wyszyński St., 05-220 Zielonka, Poland
Author's e-mail address: kwiecienc@witu.mil.pl

DOI 10.5604/01.3001.0012.6809

Streszczenie: W artykule przedstawiono propozycję prawa oporu powietrza dla odłamków o kształcie sferycznym (kulkowych), utworzonego w oparciu o zbiór dyskretnych wartości współczynników oporu powietrza, przedstawionych w dokumencie AASTP-1 [1], publikacji sojuszniczej dotyczącej zasad przechowywania amunicji i materiałów wybuchowych. Propozycja ma na celu zwiększenie wiarygodności obliczeń przy przeprowadzaniu wszelkiego rodzaju ekspertyz dotyczących oddziaływania na obiekty amunicji o wymuszonej fragmentacji, z odłamkami sferycznymi. Proponowana metoda może być stosowana w pracach projektowych, lub w inżynierii odwrotnej, przy ocenie potencjalnego zagrożenia ze strony nieznanymi typów środków bojowych. Może też być przydatna w obliczeniach z obszaru tzw. balistyki zewnętrznej amunicji śrutowej (myśliwskiej i policyjnej), ale także w czołgowej amunicji kartaczowej. W dobie powszechnego dostępu do maszyn obliczeniowych (komputerów) stanowi zachętę do odejścia od metod uwzględniających stałą wartość współczynnika oporu aerodynamicznego.

Słowa kluczowe: prawo oporu powietrza, współczynnik oporu aerodynamicznego, amunicja śrutowa, odłamki sferyczne, odłamki kulkowe, RGO-88

1. Wstęp

W praktyce obliczeń związanych z oddziaływaniem urządzeń wybuchowych na

Abstract: A concept of the air drag law for spherical fragments (balls) is presented in the paper on the base of a set of discrete values of the air drag coefficients included in the AASTP-1 [1] document – an allied publication on the principles for storage of ammunition and explosive materials. The proposal is aimed to increase the reliability of calculations for different expert investigations concerning possible impacts of enforced fragmentation ammunition with spherical fragments into the objects. The proposed method may be used at designing stages or at the reverse engineering for assessing potential threats caused by unknown types of the ordnance. It may be also useful at external ballistic calculations for pellet ammunition (hunting and police) and moreover for the tank canister shells. Anyway the common access to computers is an encouragement for leaving apart the methods which assume a constant value of the aerodynamical drag coefficient.

Keywords: the air drag law, aerodynamical drag coefficient, pellet ammunition, spherical fragments, ball fragments, RGO-88

1. Introduction

A usual practice of calculations connected with the impact of explosive devic-

obiekty (siłę żywą, sprzęt wojskowy itp.) najbardziej interesującymi parametrami są zasięg skutecznego rażenia i odległość bezpieczna. Może to być rażenie odłamkami, powietrzną falą uderzeniową, falą termiczną, falą parasejsmiczną itp. W przypadku zagadnień związanych z oddziaływaniem odłamków stosuje się popularne wzory obliczeniowe, bazujące na stałej wartości współczynnika oporu aerodynamicznego c_x , przyjętego w zależności od kształtu odłamka. Ponieważ w przypadku zagadnienia skutecznego rażenia danego celu przyjmuje się względnie dużą energię odłamka, nierzadko zbliżoną do jego energii początkowej, przyjęcie stałej wartości współczynnika oporu aerodynamicznego jest jak najbardziej uzasadnione. Przykładowo do przebicia blachy pancerniej o grubości 4 mm potrzebna jest energia jednostkowa (gęstość energii) o wartości około 800 J/cm^2 [2]. Sferyczne odłamki stalowe o takich energiach posiadają prędkość większą od prędkości dźwięku (jeśli ich masa nie jest większa niż ok. 85 g), w okolicach której (w stronę prędkości zerowej) występuje najpierw wzrost, a następnie gwałtowny spadek wartości współczynnika oporu powietrza c_x .

2. Obliczenia ze stałym współczynnikiem oporu powietrza

Energię kinetyczną jednostkową E_{jk} odłamka sferycznego z jego prędkością v wiąże wzór (1),

$$v \left(\frac{\text{J}}{\text{cm}^2} \right) = \sqrt{\frac{5000 \cdot E_{jk} \pi d^2}{q}} \quad (1)$$

gdzie:

d – średnica odłamka sferycznego (kulkowego) [m],

q – masa odłamka sferycznego (kulkowego) [kg],

wyprowadzony z poniższych zależności na energię kinetyczną (2) i na gęstość powierzchniową energii kinetycznej (3):

$$E_k = \frac{qv^2}{2} \text{ [J]} \quad (2)$$

es into the objects (live force, military equipment, etc.) is mostly focused on effective range and safe zones. It may be a strike caused by fragments, blasting wave, thermal wave, quasi-seismic wave, etc. In the questions connected with the interaction of fragments the typical calculating relations are deployed which are based on a constant value of the aerodynamical drag coefficient c_x that is accepted depending on the shape of fragments. The acceptance of the constant value of the aerodynamical drag coefficient is totally justified in questions of hitting effectiveness into specific objects when a relatively high energy, often close to initial energy, of a fragment is taken. For instance the puncture of armour plate with 4 mm thickness needs a unit energy (density of energy) of ca. 800 J/cm^2 [2]. Steel spherical fragments possessing such energies have the supersonic velocities (provided that their weight is below ca. 85 g) whereas near the velocity of sound it may be observed at decreasing velocities that the air drag coefficient c_x first increases and then falls rapidly.

2. Calculations at Constant Air Drag Coefficient

The unit kinetic energy E_{jk} for a spherical fragment depends on its velocity v according to relation (1),

where:

d – diameter of spherical (ball like) fragment [m],

q – weight of spherical (ball like) fragment [kg],

which has been derived from the dependencies for the kinetic energy (2) and the superficial density of kinetic energy (3):

$$E_{jk} = \frac{E_k}{S} = \frac{qv^2}{2 \cdot \pi(d/2)^2} = \frac{qv^2 \cdot 2}{\pi d^2} = \{S[m^2] \rightarrow S[cm^2]\} = \frac{qv^2 \cdot 2}{10000 \cdot \pi d^2} =$$

$$= \frac{qv^2}{5000 \cdot \pi d^2} \quad \left[\frac{J}{cm^2} \right] \quad (3)$$

Przykładowo w badaniach odłamkooodporności osłon balistycznych przeznaczonych do ochrony siły żywej (określanie parametru V50, będącego wyznacznikiem wymaganej odłamkooodporności) stosuje się tzw. „odłamek standardowy” [6] o kształcie zbliżonym do walca, wykonany ze stali o masie około 1,1 g. Przyjmując uproszczenie zakładające kształt sferyczny, średnica d takiego odłamka wynosi w takim przypadku ok. 6,5 mm (wszystkie obliczenia w niniejszej pracy zakładają odłamek wykonany ze stali). Chcąc przebić blachę pancerną o grubości 4 mm (800 J/cm^2 , [2]) należałoby zapewnić, aby prędkość takiego odłamka była nie mniejsza niż:

For instance at testing the resistance of ballistic protections dedicated for protection of live force against the fragments (identification of V50 parameter for a specific level of resistance against fragments) a “standard fragment” [6] made of steel in a cylinder-like form and weight of ca. 1.1 g is used. Accepting a simplification of a spherical shape the d diameter for the fragment gives ca. 6.5 mm (all calculations in the paper are made for fragments made of steel). In order to puncture an armour plate of 4 mm thickness (800 J/cm^2 , [2]) the velocity of such fragment has to be above:

$$v_{sk\left(\frac{800 \text{ J}}{\text{cm}^2}\right)} = \sqrt{\frac{5000 \cdot 800 \cdot 3,14 \cdot 0,0065^2}{0,00113}} \approx 685 \text{ [m/s]} \quad (4)$$

W przypadku odłamków przeznaczonych do rażenia nieosłoniętej siły żywej stosuje się zależność (5) [2], [3], wywodzącą się z ZSRR.

In case of fragments dedicated for striking the unprotected live force the relationship (5) [2], [3] originating from the Soviet Union is used.

$$E_{jk\ sk} = \begin{cases} 108 \cdot m^{-0,91} \left[\frac{J}{cm^2} \right] & \text{dla (for) } 0,25 \text{ g} \leq m \leq 1,1 \text{ g} \\ 98 \left[\frac{J}{cm^2} \right] & \text{dla } m > 1,1 \text{ g} \end{cases} \quad (5)$$

Inne kryterium, przyjęte we Francji, stosowane również w balistyce końcowej broni strzeleckiej (m.in. w Polsce) w przypadku rażenia celu żywego (siły żywej) zakłada, że minimalna gęstość powierzchniowa energii skutecznej odłamka (pocisku) wynosi 150 J/cm^2 ($1,5 \text{ J/mm}^2$) [3]. Odpowiada to rażeniu standardowo umundurowanego żołnierza (bez ew. kamizelki kuloodpornej). Inne kryterium, stosowane w krajach NATO, wywodzące się z USA zakłada, że granica skuteczności (energia kinetyczna) odłamka

Another criterion accepted in France and used also in the terminal ballistics of small arms (above all in Poland) assumes that at the hitting of a live target (live force) the minimal superficial density of fragment (bullet) effective energy is 150 J/cm^2 (1.5 J/mm^2) [3]. It corresponds to the hitting of a soldier in a standard uniform (without a bulletproof jacket). Another criterion used by NATO countries and originating from the US assumes that the limit of effectiveness (kinetic energy) for the fragment is 78

wynosi 78 J (przekształcone na układ SI 8 kGm), [3], [4], [6]. Kryterium to jest stosowane do odłamków o masie od kilku gramów do kilkunastu kilogramów (nie nadaje się do obliczeń związanych z „odłamkiem standardowym”).

Przykład 1.: Obliczyć prędkość minimalną odłamka skutecznego granatu ręcznego RGO-88.

Rozwiązanie:

Ręczy granat obronny RGO-88 zawiera ok. 1150 odłamków stalowych, sferycznych. Średnia masa odłamka wynosi 0,25 g. Odłamki są napędzane heksogenem w ilości 60 g. Minimalna energia jednostkowa odłamka skutecznego wynosi:

J (converted into SI system it gives 8 kGm), [3], [4], [6]. This criterion is used for the fragments having the weight between a few grams to a dozen of kilograms (it cannot be used for calculations deploying the “standard fragment”).

Example 1.: Calculate the minimal velocity of an effective fragment of RGO-88 hand grenade.

Solution:

RGO-88 defence hand grenade includes ca. 1150 steel spherical fragments. The average weight of a fragment is 0.25 g. The fragments are driven by the hexogen in amount of 60 g. The minimal unit energy for the effective fragment is:

$$E_{jksk} = 108 \cdot 0,25^{-0,91} \approx 381 \left[\frac{J}{cm^2} \right] \quad (6)$$

Do obliczenia prędkości odłamka skutecznego konieczna będzie znajomość jego średnicy d . Ponieważ masę odłamka oblicza się ze wzoru (7),

The velocity of the effective fragment may be calculated provided that its diameter d is known. As the weight of the fragment is calculated from the relation (7),

$$q = \frac{4}{3} \pi (d/2)^3 \cdot \rho_{\text{steel}} \quad (7)$$

gdzie:

ρ_{steel} – gęstość stali ($7,85 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$),
to po prostym przekształceniu:

where:

ρ_{steel} – the density of steel ($7.85 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$),
then after a simple conversion:

$$d = 2 \cdot \sqrt[3]{\frac{3q}{4\pi \cdot \rho_{\text{steel}}}} \quad (8)$$

$$d = 2 \cdot \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 0,00025}{4 \cdot 3,14 \cdot 7,85 \cdot 10^3}} \approx 0,00393 \text{ [m]} = 3,93 \text{ [mm]} \quad (9)$$

Prędkość minimalna odłamka skutecznego wynosi:

The minimal velocity of the effective fragment is:

$$v_{sk \left(\frac{381 J}{cm^2} \right)} = \sqrt{\frac{5000 \cdot 381 \cdot 3,14 \cdot 0,00393^2}{0,00025}} \approx 608 \left[\frac{m}{s} \right] \quad (10)$$

Odpowiedź: Prędkość minimalna odłamka skutecznego granatu RGO-88 wynosi 608 m/s.

Answer: The minimal velocity of the effective fragment for RGO-88 grenade is 608 m/s.

Dla porównania metoda francuska:

For a comparison the French method gives:

$$v_{sk(\frac{150 J}{cm^2})} = \sqrt{\frac{5000 \cdot 150 \cdot 3,14 \cdot 0,00393^2}{0,00025}} \approx 382 \left[\frac{m}{s} \right] \quad (11)$$

Warto zauważyć, że według zależności (5) masa odłamka zasadniczego (sferycznego) granatu RGO-88 jest na granicy skuteczności.

Jeśli przyjąć, że granica skuteczności (gęstość powierzchniowa energii kinetycznej) odłamka sferycznego („odłamek standardowy” o hipotetycznym kształcie sferycznym) o masie 1,1 g wynosi 99 J/cm² [3] (rażenie siły żywej, zależność (5)), to minimalna prędkość odłamka skutecznego wynosi już tylko 241 m/s (obliczenie (12)).

It is worth to note that according to (5) the weight of RGO-88 grenade basic (spherical) fragment is at the limit of effectiveness.

By assuming that the limit of effectiveness (superficial density of kinetic energy) for the spherical fragment (“standard fragment” with presumably spherical shape) and weight of 1.1 g is equal to 99 J/cm² [3] (striking the live force, dependence (5)) then the minimal velocity of the effective fragment is only 241 m/s (calculation (12)).

$$v_{sk(\frac{99 J}{cm^2})} = \sqrt{\frac{5000 \cdot 99 \cdot 3,14 \cdot 0,0065^2}{0,00113}} \approx 241 \left[\frac{m}{s} \right] \quad (12)$$

Otrzymano prędkość poddźwiękową. Przy prędkościach okołodźwiękowych, niezależnie od kształtu obiektu występuje największa w całym zakresie jego prędkości wartość współczynnika oporu powietrza c_x . W tym przypadku (odłamek skuteczny o masie 1,1 g) występuje pełne przejście z prędkości naddźwiękowej do poddźwiękowej, gdzie wartość współczynnika oporu z kolei jest najniższa, co ma wpływ na dokładność obliczeń. Jak to zostanie wykazane później, może to mieć znaczenie przy obliczaniu tzw.: „odległości bezpiecznej” („promienia strefy niebezpiecznej”). W przypadku rażenia siły żywej odłamkiem o kształcie sferycznym o gładkiej powierzchni maksymalna wartość gęstości energii odłamka bezpiecznego wynosi 17 J/cm² [4]. Przykładowo prędkość „odłamka standardowego” bezpiecznego, o hipotetycznym kształcie sferycznym wynosi:

A subsonic velocity was received. For the velocities nearing the velocity of sound the air drag coefficient c_x reaches the highest values for all object's velocities and independently on its shape. In this case (the effective fragment with the weight of 1.1 g) a full transition takes place from the supersonic to subsonic velocity where the drag coefficient has the lowest value, what affects the accuracy of calculations. As it will be shown further this fact may affect the calculation of a “safe distance” (“a radius of hazardous zone”). In the case when a fragment of spherical shape and smooth surface hits the living force the maximal value of energy density for the safe fragment is 17 J/cm² [4]. For instance the velocity of the safe “standard fragment” of presumably spherical shape equals to:

$$v_b(\frac{17 J}{cm^2}) = \sqrt{\frac{5000 \cdot 17 \cdot 3,14 \cdot 0,0065^2}{0,00113}} \approx 99,9 \left[\frac{m}{s} \right] \quad (13)$$

Zależność (14) przedstawia jedną z klasycznych metod obliczania zasięgu rażenia (w tym przypadku skutecznego, R_{sk}).

Dependence (14) represents one of classical methods for calculating the effective range (in this case the effective one R_{sk}).

$$R_{sk} = \frac{\sqrt[3]{q}}{A \log e} \log \left(0,5D \sqrt{\frac{\alpha \cdot k\varphi \cdot \sqrt[3]{q}}{E_{jsk}(2 - \alpha)}} \right) \quad [m] \quad (14)$$

gdzie:

A – współczynnik empiryczny kształtu odłamka (dla odłamka sferycznego – 0,0184 ÷ 0,0191 $\frac{\sqrt[3]{kg}}{m}$),

kφ – współczynnik empiryczny (dla odłamka sferycznego – 0,00162 $\frac{J s^2}{cm^2 m^2 \sqrt[3]{g}}$),

α – współczynnik napełnienia (stosunek masy ładunku do masy całkowitej przedmiotu wybuchowego),

E_{jsk} – wymagana energia jednostkowa skuteczna odłamka [J/cm²],

D – prędkość detonacji danego materiału wybuchowego [m/s],

e – podstawa logarytmu naturalnego (e ≈ 2,7182818...).

Przykład 2: Obliczyć maksymalną odległość skutecznego rażenia dla granatu RGO-88.

Rozwiązanie:

Korzystając z zależności (14) otrzymuje się:
- współczynnik napełnienia:

$$\alpha = \frac{m_c}{m_c + m_f} = \frac{60}{60 + 1150 \cdot 0,25} \approx 0,173 \quad (15)$$

- odległość skutecznego rażenia:

$$R_{sk(\frac{381 J}{cm^2}, sfera)} = \frac{\sqrt[3]{0,25}}{(0,0184 \div 0,0191) \cdot 0,43429} \log \left(0,5 \cdot 8700 \sqrt{\frac{0,173 \cdot 0,00162 \cdot \sqrt[3]{0,25}}{381 \cdot (2 - 0,173)}} \right) \approx 25,9 \div 26,9 [m] \quad (16)$$

Odpowiedź: Maksymalna odległość skutecznego rażenia dla granatu RGO-88 zawiera się w przedziale 25,9 m – 26,9 m.

Dla porównania obliczenia tą samą metodą dla przypadku hipotetycznego odłamka o nieregularnym kształcie, pozostałe parametry bez zmian:

where:

A – empirical coefficient of fragment's shape (for the spherical fragment – 0.0184 ÷ 0.0191 $\frac{\sqrt[3]{kg}}{m}$),

kφ – empirical coefficient (for the spherical fragment – 0.00162 $\frac{J s^2}{cm^2 m^2 \sqrt[3]{g}}$),

α – coefficient of charging (relation between the weight of the charge and the total weight of the explosive device),

E_{jsk} – required unit effective energy of the fragment [J/cm²],

D – detonating velocity of the explosive material [m/s],

e – base of the natural logarithm (e ≈ 2.7182818...).

Example 2: Calculate maximal effective range for RGO-88 grenade.

Solution:

Consideration of relation (14) leads to:
- Coefficient of charging:

- Effective range:

Answer: Maximal effective range for RGO-88 grenade is within the range 25.9 m – 26.9 m.

For a comparison the same method of calculation is applied below to a theoretical fragment with an irregular shape at unchanged remaining parameters:

$$R_{sk(\frac{381J}{cm^2}, nieregularny)} = \frac{\sqrt[3]{0,25}}{(0,029 \div 0,030) \cdot 0,43429} \log \left(0,5 \cdot 8700 \sqrt{\frac{0,173 \cdot 0,00103 \cdot \sqrt[3]{0,25}}{381 \cdot (2 - 0,173)}} \right) \approx$$

$$\approx 11,7 \div 12,1 [m] \quad (17)$$

Jak łatwo zauważyć, zasięg odłamka nieregularnego dla tej metody jest ok. 2,2 razy mniejszy w porównaniu do odłamka sferycznego.

Gdyby przyjąć kryterium francuskie (150 J/cm²) byłoby:

It is easy to note that the range of the irregular fragment is by ca. 2.2 times lower than for the spherical fragment.

If the French criterion was accepted (150 J/cm²) then it would be:

$$R_{sk(\frac{150J}{cm^2})} = \frac{\sqrt[3]{0,25}}{(0,0184 \div 0,0191) \cdot 0,43429} \log \left(0,5 \cdot 8700 \sqrt{\frac{0,173 \cdot 0,00162 \cdot \sqrt[3]{0,25}}{150 \cdot (2 - 0,173)}} \right) \approx$$

$$\approx 41,2 \div 42,8 [m] \quad (18)$$

Otrzymało zasięg zwiększony o ok. 59 % w stosunku do kryterium bazowego (381 J/cm²).

Inna metoda, Helda [2] (błędny zapis, w którym czynnik X/d jest proporcjonalny do v₀ zamiast występować w potęgze liczby e), dla odłamków sferycznych, stalowych, zdeformowanych wybuchem:

The received range is by ca. 59 % greater than for the basic criterion (381 J/cm²).

Another method of Helda's [2] (a wrong notation where the factor X/d is proportional to v₀ instead to be placed in the power of number e) for the spherical fragments deformed by the explosion:

$$v = v_0 e^{-1,18 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{X}{d}} \quad [m/s] \quad (19)$$

gdzie:

v₀ – prędkość początkowa odłamka sferycznego [$\frac{m}{s}$],

X – odległość między punktami, w których prędkości odłamka wynoszą v₀ i v [m],

v – prędkość odłamka w odległości X od miejsca wybuchu [$\frac{m}{s}$],

d – średnica odłamka sferycznego [m].

Logarytmując obustronnie i kolejno przekształcając:

where:

v₀ – initial velocity of the spherical fragment [$\frac{m}{s}$],

X – distance between points for which the velocities of the fragment are v₀ and v [m],

v – velocity of the fragment at distance X from the place of explosion [$\frac{m}{s}$],

d – diameter of the spherical fragment [m].

Applying the operation of logarithm for two sides and successive conversions:

$$\ln \frac{v}{v_0} = \ln e^{-1,18 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{X}{d}} \quad (20)$$

$$\ln \frac{v}{v_0} = -1,18 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{X}{d} \cdot \ln e \quad (21)$$

$$\ln \frac{v}{v_0} = -1,18 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{X}{d} \cdot 1 \quad (22)$$

Otrzymano ogólny wzór (23) na zasięg rażenia, X.

General relation (23) is received to effective range X.

$$X = \frac{d \cdot \ln \frac{v}{v_0}}{-1,18 \cdot 10^{-4}} \quad (23)$$

Dokonyjąc podstawienia oznaczenia odległości skutecznego rażenia,

By substitution of marking of the effective range,

$$X = R_{sk} \quad (24)$$

i potrzebnych danych otrzymano:

and required data the following is received:

$$R_{sk(\frac{381J}{cm^2})} = \frac{0,00393 \cdot \ln \frac{608}{1260}}{-1,18 \cdot 10^{-4}} \approx 24,2 [m] \quad (25)$$

gdzie prędkość początkową v_0 napędzonych odłamków określono wg metody Gurney'a, dla ładunku o kształcie sferycznym:

where the initial velocity v_0 of projected fragments was determined according to Gurney's method for a spherical charge:

$$v_{0(sfera)} = \frac{G_K}{\sqrt{\frac{m_f}{m_c} + \frac{3}{5}}} \quad (26)$$

gdzie:

G_K – prędkość Gurney'a, charakterystyczna dla danego materiału wybuchowego (RDX – 2926 m/s),

m_f – masa odłamków fragmentujących,

m_c – masa materiału wybuchowego kruszącego (jednostka ta sama, co m_f).

where:

G_K – Gurney's velocity typical for the explosive material (RDX – 2926 m/s),

m_f – weight of splitting fragments,

m_c – weight of high explosive material (the unit identical as m_f).

$$m_f = 1150 \cdot 0,00025 \approx 0,2875 [kg] \quad (27)$$

$$v_{0(RDX,sfera)} = \frac{2926}{\sqrt{\frac{0,2875}{0,06} + \frac{3}{5}}} \approx 1260 [m/s] \quad (28)$$

Otrzymane wyniki są porównywalne.

The received results are comparable.

Przykład 3.: Obliczyć odległość bezpieczną dla granatu RGO-88 wykorzystując metodę Helda.

Example 3.: Calculate the safe distance for RGO-88 grenade by using the Held's method.

Rozwiązanie:

Solution:

Prędkość maksymalna odłamka bezpiecznego granatu RGO-88 wynosi:

Maximal velocity of a safe fragment for RGO-88 grenade is:

$$v_{b(\frac{17J}{cm^2})} = \sqrt{\frac{5000 \cdot 17 \cdot 3,14 \cdot 0,00393^2}{0,00025}} \approx 128 \left[\frac{m}{s} \right] \quad (29)$$

Odległość bezpieczna granatu RGO-88 wynosi: | The safe distance for RGO-88 grenade is:

$$R_{b(Held)} = \frac{0,00393 \cdot \ln \frac{128}{1260}}{-1,18 \cdot 10^{-4}} \approx 76,2 [m] \quad (30)$$

Dla porównania obliczenia metodą określoną formułą (14):

For comparison the calculations by method using formula (14):

$$R_{b(\frac{17J}{cm^2})} = \frac{\sqrt[3]{0,25}}{(0,0184 \div 0,0191) \cdot 0,43429} \log \left(0,5 \cdot 8700 \sqrt{\frac{0,173 \cdot 0,00162 \cdot \sqrt[3]{0,25}}{17 \cdot (2 - 0,173)}} \right) \approx \approx 77,1 \div 80,1 [m] \quad (31)$$

Odpowiedź: Minimalna odległość bezpieczna od detonującego granatu RGO-88 wynosi 76,2 m.

Answer: The minimal safe distance from the detonating RGO-88 grenade is 76.2 m.

3. Zmienny współczynnik oporu aerodynamicznego i prawo oporu powietrza na podstawie dokumentu AASTP-1

3. Changeable Coefficient of Aerodynamical Drag and Air Drag Law on the Base of AASTP-1 Document

Wiedząc, że współczynnik oporu aerodynamicznego obiektu o kształcie sferycznym (odłamek o kształcie kulki, odłamek kulkowy) dla małych prędkości (po dużym wyhamowaniu) wynosi już tylko ok. 0,47 (ponad dwukrotny spadek w porównaniu do jego maksymalnej wartości), łatwo uzmysłowić sobie, że przyjęcie jego stałej wartości może nieść ze sobą duży błąd w obliczeniach. Wartości współczynnika oporu powietrza c_x (oznaczenie zachodnie - C_D) dla różnych prędkości wg dokumentu AASTP, dotyczącego bezpieczeństwa przechowywania amunicji i materiałów wybuchowych, przedstawia tabela 1 [1]. Dokument nie informuje, czy odłamek jest zdeformowany wybuchem tak, jak w przypadku zależności Helda. Porównując jednak wartość współczynnika oporu c_x dla prędkości zerowej (0 m/s) z powszechnie dostępnymi danymi widać wyraźnie, że tabela dotyczy odłamków niezdeformowanych (idealny kształt sferyczny odłamka).

Knowing that the coefficient of aerodynamical drag for a spherical object (a fragment with the shape of small ball) and low velocities (after deceleration) is equal to just ca. 0.47 (more than two times lower than its maximal value) it is easy to realise that acceptance of its permanent value may lead to erroneous calculations. The values of air drag coefficient c_x (C_D in Western terminology) for different velocities are presented in table 1 [1] according to AASTP document dealing with the safety of storing for explosive materials and ammunition. The document does not provide any information if a fragment is deformed by the explosion as in the case of Held's dependence. But by the comparison of the value of drag coefficient c_x for a nought velocity (0 m/s) with commonly accessible data it is clearly visible that the table refers to undeformed fragments (ideal spherical fragment).

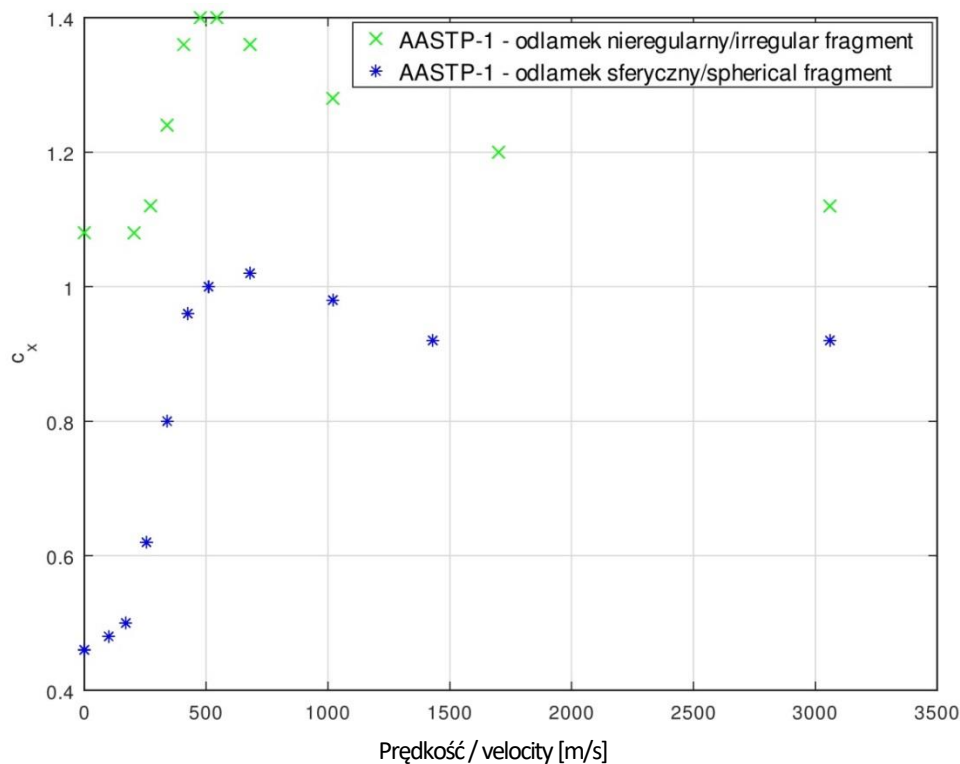
Tab. 1. Współczynniki oporu powietrza c_x w funkcji prędkości v . Źródło: AASTP-1 [1].

Tab. 1. Air drag coefficients c_x versus velocity v . Source: AASTP-1 [1].

Współczynnik oporu aerodynamicznego dla odłamka sferycznego/ <i>Aerodynamic drag coefficient for spherical fragment</i>		Współczynnik oporu aerodynamicznego dla odłamka o kształcie nieregularnym/ <i>Aerodynamic drag coefficient for irregular fragment</i>	
V [m/s]	$c_x (C_D)$	V [m/s]	$c_x (C_D)$
0	0,46	0	1,08
100	0,48	204	1,08
170	0,50	272	1,12
255	0,62	340	1,24
340	0,80	408	1,36
425	0,96	476	1,40
510	1,00	544	1,40
680	1,02	680	1,36
1 020	0,98	1 020	1,28
1 430	0,92	1 700	1,20
3 060	0,92	3 060	1,12

Zobrazowanie w skali liniowej współczynnika oporu powietrza wg AASTP przedstawia rysunek 1.

The air drag coefficient is presented in linear coordinates and in accordance to AASTP in figure 1.



Rys. 1. Wykresy punktowe współczynnika oporu powietrza c_x w funkcji prędkości v dla odłamków sferycznych i nieregularnych. Źródło: opracowanie własne

Fig. 1. The points expressing the air drag coefficient c_x as function of velocity v for spherical and irregular fragments. Source: own elaboration

Do obliczenia zasięgów rażenia odłamkami można zastosować aparat matematyczny „Siacci III” autorstwa Francesco Siacci, a konkretnie równanie (32), przeznaczone do liczenia współrzędnej poziomej x dowolnego punktu na torze rzutu (strzału).

Effective range for fragments may be calculated by deploying a mathematical approach of “Siacci III” prepared by Francesco Siacci and particularly a relation (32) used to calculate the horizontal coordinate x for any point placed on the projecting (firing) path.

$$x = \frac{1}{c\beta}[D(U) - D(v_0)] \quad (32)$$

Gdzie:

U – tzw. „prędkość pozorna” w danym punkcie toru rzutu, warunkowo tożsama z prędkością rzeczywistą w danym punkcie toru v ,
 v_0 – prędkość początkowa pocisku,
 c – współczynnik balistyczny pocisku, zdefiniowany wzorem (35),
 β – współczynnik poprawkowy Siacci dla kątów rzutu większych od 5° ,
 $D(U)$ – tzw. „funkcja pierwotna Siacci III”, odpowiadająca za donośność (*franc. Distance*), zdefiniowana równaniem (33),

Where:

U – an “artificial velocity” of a given point of projection path, that is conditionally identical to real velocity in a given point of path v ,
 v_0 – the initial velocity of the projectile,
 c – the projectile ballistic coefficient defined by relation (35),
 β – the Siacci corrective coefficient for the projecting angles greater than 5° ,
 $D(U)$ – the so called „Siacci III original function” responsible for the range (*Distance*) and defined by relation (33),

$$D(U) = 1000 - \int_{1500}^U \frac{U}{F(U)} dU \quad (33)$$

gdzie:

$F(U)$ – funkcja oporu powietrza (prawo oporu powietrza) Siacci III określona formułą (34) ($U = v$, przy założeniu prostoliniowego toru lotu odłamka).

where:

$F(U)$ – the Siacci III function of air drag (the air drag law) defined by formula (34) ($U = v$, assuming the straight line of flying path for the fragment).

$$F(v) = 0,2002v - 48,05 + \sqrt{(0,1648v - 47,95)^2 + 9,6} + \frac{0,0442v(v - 300)}{371 + \left(\frac{v}{200}\right)^{10}} \quad (34)$$

Natomiast współczynnik balistyczny określa zależność (35),

The ballistic coefficient is defined by the relation (35)

$$c = \frac{id^2}{q} 1000 \quad (35)$$

gdzie:

i – współczynnik kształtu pocisku (tutaj odłamka sferycznego, $i = 1$),
 d – kaliber (średnica) pocisku (tutaj odłamka sferycznego),
 q – masa pocisku (tutaj odłamka sferycznego).

where:

i – the coefficient of projectile shape (here a spherical fragment, $i = 1$),
 d – the calibre (diameter) of projectile (here the spherical fragment),
 q – the weight of projectile (here the spherical fragment).

Przekształcając postać (32) przeznaczoną do

After the transformation from a form (32)

pracy z tabelami funkcji pierwotnych Siacci $D(U)$ do postaci przeznaczonych do obliczeń numerycznych (komputerowych):

exploiting the tables of Siacci $D(U)$ original functions into the form designated for numerical (computer) calculations:

$$\begin{aligned} D(U) - D(v_0) &= 1000 - \int_{1500}^U \frac{U}{F(U)} dU - (1000 - \int_{1500}^{v_0} \frac{U}{F(U)} dU) = \\ &= - \int_{1500}^U \frac{U}{F(U)} dU + \int_{1500}^{v_0} \frac{U}{F(U)} dU = \int_U^{1500} \frac{U}{F(U)} dU + \int_{1500}^{v_0} \frac{U}{F(U)} dU = \int_U^{v_0} \frac{U}{F(U)} dU \end{aligned} \quad (36)$$

otrzymuje się:

the following may be received:

$$x = \frac{1}{c\beta} [D(U) - D(v_0)] = \frac{1}{c\beta} \int_U^{v_0} \frac{U}{F(U)} dU \quad (37)$$

Zakładając względnie prostoliniowe tory rzutów (kął rzutu $\alpha < 5^\circ$) odłamków można przyjąć, że:

Assuming paths of projections for fragments as relatively straight lines (projection angle $\alpha < 5^\circ$) it may be accepted that:

$$\beta = 1 \quad (38)$$

$$U = v \quad (39)$$

Ostatecznie:

Finally:

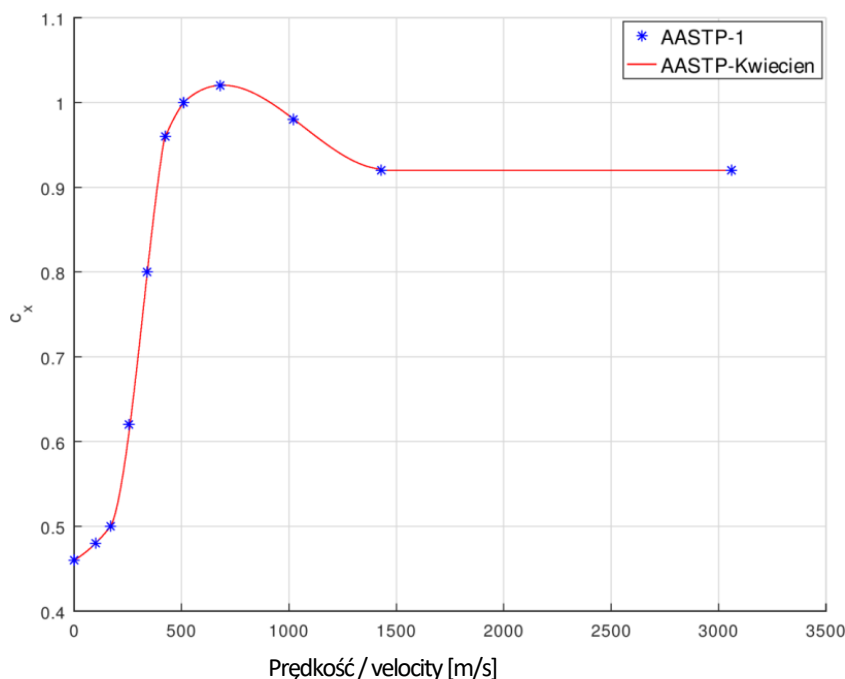
$$x = \frac{1}{c} \int_v^{v_0} \frac{v}{F(v)} dv \quad (40)$$

Oryginalna funkcja oporu powietrza (prawo oporu powietrza) Siacci III (34), $F(v)$ utworzona była dla pocisków klasycznych (walec z zaokrąglonym przodem), a nie o kształcie sferycznym. Ponadto powyższe prawo oporu jest mało dokładne w zakresie prędkości powyżej 1000 m/s. Jednym z rozwiązań tego problemu jest przyjęcie formuły (41) wraz z zaproponowanym dalej, zmieniającym się współczynnikiem oporu powietrza $c_x(v)$ (zwanym „ogólną funkcją oporu powietrza”) dla odłamków (pocisków) o kształcie sferycznym. Połączenie to na potrzeby niniejszej publikacji zostało nazwane „prawem oporu powietrza AASTP-Kwiecień”.

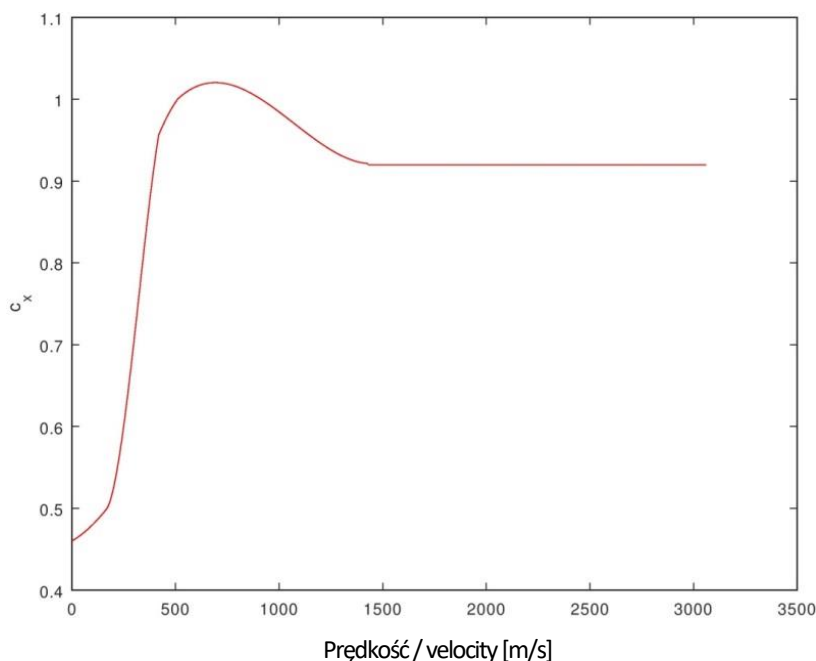
The Siacci III $F(v)$ original air drag function (the air drag law) (34) was created for conventional projectiles (a cylinder with rounded front) but not for a spherical shape. Above all the mentioned law is not too accurate for higher velocities than 1000 m/s. This question may find a solution by accepting the formula (41) with $c_x(v)$ air drag coefficient proposed further (named “general function of air drag”) for the fragments (projectiles) with spherical shape. This combination made for the needs of present publication was named as “AASTP-Kwiecień law of air drag”.

$$F(v) = 0,000474 \cdot v^2 \cdot c_x(v) \quad (41)$$

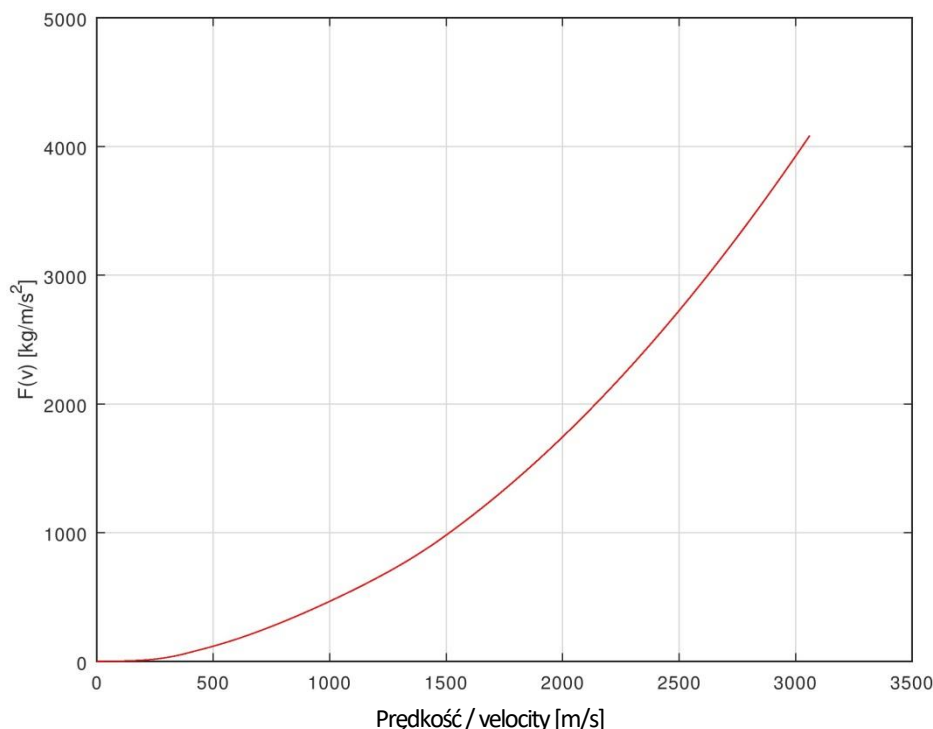
$$c_x(v) = \begin{cases} 0,46 + 1,4957 \cdot 10^{-4} v + 5,045 \cdot 10^{-7} v^2 & \text{dla } v \leq 170 \frac{m}{s} \\ \frac{1}{1,49 + 0,52 \sin(859^\circ - 350 \log v)} & \text{dla } 170 \frac{m}{s} < v \leq 418 \frac{m}{s} \\ 0,46 + 1,7647 \cdot 10^{-3} v - 1,384 \cdot 10^{-6} v^2 & \text{dla } 418 \frac{m}{s} < v \leq 510 \frac{m}{s} \\ 0,617319 + 1,3843 \cdot 10^{-3} v - 1,477 \cdot 10^{-6} v^2 - 4,5989 \cdot 10^{-10} v^3 & \text{dla } 510 \frac{m}{s} < v \leq 1430 \frac{m}{s} \\ 0,92 & \text{dla } 1430 \frac{m}{s} < v \leq 3060 \frac{m}{s} \end{cases}$$



Rys. 2. Wykres współczynnika oporu powietrza c_x w funkcji prędkości v . Źródło: opracowanie własne
 Fig. 2. Graph of the air drag coefficient c_x versus velocity v . Source: own development



Rys. 3. Wykres otrzymanej ogólnej funkcji oporu powietrza (funkcji współczynnika oporu powietrza c_x). Dla przejrzystości usunięto wartości dyskretne współczynników oraz siatkę.
 Źródło: opracowanie własne
 Fig. 3. Graph of received general function for the air drag (air drag coefficient function c_x). Discrete values of coefficients and the reticle were removed for clarity.
 Source: own development



Rys. 4. Wykres otrzymanej funkcji oporu powietrza $F(v)$. Źródło: opracowanie własne

Fig. 4. Graph of received air drag function $F(v)$. Source: own development

Różnice bezwzględne ogólnej funkcji oporu powietrza (współczynnika oporu) c_x w punktach węzłowych:

Absolute differences of general function for of the air drag (drag coefficient) c_x in the junction points are:

$$\Delta c_x(170) \approx 0,000174; \Delta c_x(418) \approx 0,000759; \Delta c_x(510) \approx 0,000131; \Delta c_x(1430) \approx -0,00136.$$

Z myślą o realizacji numerycznej implementacji funkcji odwrotnych, w przypadku zagadnień, w których poszukiwaną wartością jest prędkość zadbano o to, aby znaki różnic bezwzględnych w punktach węzłowych były zgodne z monotonicznością funkcji.

Having in mind a numerical implementation of reverse functions in questions involving the velocity as a searched value a care was taken to secure the compliance of signs of absolute differences in junction points with the monotonousness of the function.

Wersję uproszczoną, na potrzeby balistyki broni śrutowej (amunicja poddźwiękowa) przedstawia zależność (42):

A simplified version dedicated for the pellet shotgun ballistics (subsonic ammunition) is represented by dependence (42):

$$c_x = \begin{cases} 0,46 + 1,4957 \cdot 10^{-4} v + 5,045 \cdot 10^{-7} v^2 & \text{dla (for) } v \leq 170 \frac{m}{s} \\ \frac{1}{1,49 + 0,52 \sin(859^\circ - 350 \log v)} & \text{dla (for) } 170 \frac{m}{s} < v \leq 418 \frac{m}{s} \end{cases} \quad (42)$$

Przykład 4.: Obliczyć zasięg skutecznego rażenia i odległość bezpieczną dla granatu RGO-88 wykorzystując proponowane prawo oporu powietrza. Wyniki porównać z metodą Helda.

Example 4.: Calculate the range of effective range and safe distances for RGO-88 grenade by using the proposed law of air drag. Compare the results with the Held's method.

Rozwiązanie:

Pierwszą czynnością jest obliczenie współczynnika balistycznego c zdefiniowanego wzorem (35).

$$c = \frac{1 \cdot 0,00393^2}{0,00025} 1000 \approx 61,78 [m^2/kg] \quad (43)$$

Wartość współczynnika kształtu ($i = 1$) wynika z tego, że obliczenia dotyczą odłamka o kształcie zgodnym z prawem oporu. Odłamek o innym kształcie (np. zdeformowany wybuchem) będzie odłamkiem odniesionym do odłamka sferycznego (i prawa oporu go reprezentującego), a jego współczynnik kształtu zawsze będzie większy od 1.

Zasięg skutecznego rażenia i odległość bezpieczna:

Solution:

In the first step the ballistic coefficient c defined by formula (35) has to be calculated.

The value of the shape coefficient ($i = 1$) results of the fact that calculations concern a fragment having the shape complying with the law of drag. A fragment possessing another shape (e.g. deformed by the explosion) will be a fragment that has to be referred to the spherical fragment (and the law of drag representing it) and its coefficient of shape will be always greater than 1.

Effective range and safe distances are:

$$R_{sk} = \frac{1}{61,78} \int_{608}^{1260} \frac{v}{F(v)_{A-K}} dv \approx 25,0 [m] \quad (44)$$

$$R_b = \frac{1}{61,78} \int_{128}^{1260} \frac{v}{F(v)_{A-K}} dv \approx 103,3 [m] \quad (45)$$

Różnica względna odległości bezpiecznej R_b dla metody Helda:

$$\delta = \frac{R_{b(Held)} - R_{b(A-K)}}{R_{b(A-K)}} = \frac{76,2 - 103,3}{103,3} \cdot 100 \% \approx -26,2 \% \quad (46)$$

Różnica względna odległości bezpiecznej R_b dla metody określonej formułą (14):

$$\delta_{max} = \frac{R_{b(14)} - R_{b(A-K)}}{R_{b(A-K)}} = \frac{77,1 - 103,3}{103,3} \cdot 100 \% \approx -25,4 \% \quad (47)$$

$$\delta_{min} = \frac{R_{b(14)} - R_{b(A-K)}}{R_{b(A-K)}} = \frac{80,1 - 103,3}{103,3} \cdot 100 \% \approx -22,5 \% \quad (48)$$

W przypadku obliczania odległości skutecznego rażenia otrzymano wyniki porównywalne z metodą Helda i metodą określoną formułą (14). Należy zwrócić uwagę na fakt, że obydwie wartości, chociaż bardzo zbliżone różnią się znacznie (pięciokrotnie) od zasięgu skutecznego rażenia podanego w nocie katalogowej producenta ZM DEZAMET (5 m) [7]. Różnica ta wynika z przyjęcia innej defi-

Relative difference of safe distance R_b for the Held's method is:

Relative difference of safe distance R_b for method (14) is:

In calculations of effective range the comparable results were received to method of Held and method expressed by (14). It has to be noted that the both values even if at similar level differ significantly (five times) from the effective range given in the catalogue of manufacturer ZM DEZAMET (5 m) [7]. The difference is caused by accepting another definition of efficiency i.e.

nicji skuteczności, tj. odległości, na której otrzymuje się określoną ilość przebić tarczy o określonej powierzchni.

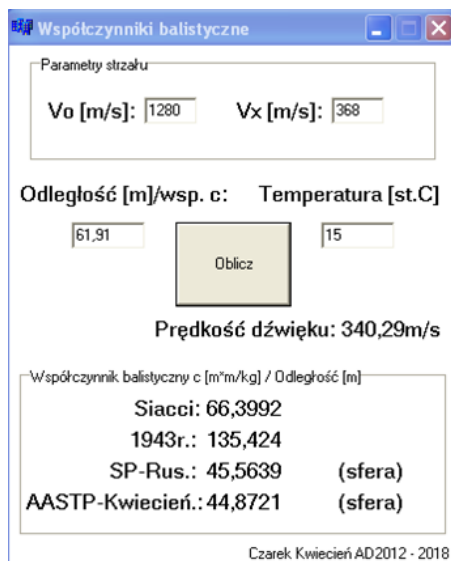
Traktując proponowaną metodę jako najdokładniejszą, w przypadku obliczania odległości bezpiecznej metodą klasyczną (Held) otrzymano zaniżoną wartość tej odległości aż o ok. 26% (obliczenie (46)). Należy jednak pamiętać, że Held podaje swoją metodę dla odłamków zdeformowanych wybuchem, co przekłada się na zmniejszenie zasięgu względem odłamka o kształcie idealnie sferycznym.

Zasięg skutecznego rażenia dla metody francuskiej (energia jednostkowa równa 150 J/cm²) wynosi:

$$R_{sk(\frac{150J}{cm^2})} = \frac{1}{61,91} \int_{382}^{1260} \frac{v}{F(v)_{A-K}} dv \approx 42,5 [m] \quad (49)$$

4. Przykład aplikacji umożliwiającej obliczenie współczynnika balistycznego i zasięgu rażenia

Na rysunku 5 przedstawiono przykład aplikacji „Współczynniki balistyczne”, umożliwiającej obliczenie, w zależności od potrzeb, współczynnika balistycznego lub zasięgu rażenia. Aplikacja umożliwia jednocześnie wykonywanie obliczeń dla czterech praw oporu powietrza, w tym: Siacci i 1943 r.



Poniżej przedstawiono fragment kodu w języku C niniejszej aplikacji:

the distance for which a specific number of target penetrations is received for a particular area.

Assuming that the proposed method is more accurate the calculation of the safe distance by conventional method (Held) provides a value for this distance that is lower by ca. 26% (calculatrion (46)). But it has to be remembered that Held recommends his method for fragments deformed by explosion what translates on reduction of the range in relation to a fragment with the perfect spherical shape.

The effective range for the French method (the unit energy equals to 150 J/cm²) is:

4. An example of Application for Calculating the Ballistic Coefficient and Effective Range

Fig. 5 shows an example of „Ballistic coefficients” application calculating optionally the ballistic coefficient or the effective range. The application may be used in simultaneous calculations for four laws of air drag including Siacci and 1943.

Rys. 5. Wygląd przykładowej aplikacji wykonującej obliczenia wg równania (40). Temperatura potrzebna do obliczenia prędkości dźwięku w prawie oporu 1943 r. Źródło: opracowanie własne

Fig. 5. An example of application performing calculations according to equation (40). Temperature for calculating sound velocity by the Law of drag of 1943. Source: own development

A fragment of code in C language for the current application:


```

// Funkcja oblicza różnicę funkcji          // Function calculates difference of
// pierwotnych Siacci'ego [D(V)-          // Siacci original functions [D(V)-
// D(V0)] dla prawa oporu AASTP-         // D(V0)] for the law of drag AASTP-
// Kwiecień. - całkowanie metodą        // Kwiecień. - integration by a method
// trapezów                               // of trapezes
// korzysta z funkcji                     // deploys function fopaastp_kwiecien
// fopaastp_kwiecien
double ddsiaci_aastp_kwiecien(double a, double v, double v0)
{
    const int n = 12000000; // ilość przedziałów całkowania

    double d = 0, h, v1;
    int i;

    v1 = v;
    h = (v0-v)/n;
    d = (v/fopaastp_kwiecien(v) + v0/fopaastp_kwiecien(v0)) / 2.0;

    for (i = 1; i < n; i++) {
        v = v1 + h*(double)i;
        d += v/fopaastp_kwiecien(v);
    }

    d *= h;

    return d;
}

// Funkcja oporu powietrza F(V) dla      // Air drag function F(V) for the
// prawa oporu AASTP-Kwiecień.          // law of drag AASTP-Kwiecień.
// Wejścia do funkcji: v - prędkość     // Input to the function: v - ball
// odłamka kulkowego (śrutu)           // fragment (pellet) velocity
double fopaastp_kwiecien(double v)
{
    double cx;

    if (v <= 170.0) // Jeśli v <= 170 m/s
        cx = 0.46 + 1.4957e-4*v + 5.045e-7*v*v;

    else if (v > 170.0 && v <= 418.0) // Jeśli 418 >= v > 170 m/s
        cx = 1/(1.49 + 0.52*sin(859 - 350*log10(v))*M_PI/180.0);

    else if (v > 418.0 && v <= 510.0) // Jeśli 510 >= v > 418 m/s
        cx = 0.46 + 1.7647e-3*v - 1.384e-6*v*v;

    else if (v > 510.0 && v <= 1430.0) // Jeśli 1430 >= v > 510 m/s
        cx = 0.617319 + 1.3843e-3*v - 1.477e-6*v*v + 4.5989e-10*v*v*v;

    else // Jeśli v > 1430 m/s
        cx = 0.92;

    return pow(v, 2.0)*cx*4.74e-4;
}

```

5. Wnioski

Jak wykazano, stosowanie zmiennej wartości współczynnika oporu powietrza $c_x(v)$ (lub jeszcze lepiej $c_x(Ma)$) do obliczeń odległości bezpiecznej jest jak najbardziej uzasadnione. W przypadku obliczeń metodą klasyczną, przy stałej wartości współczynnika oporu powietrza, otrzymuje się заниzony wynik odległości bezpiecznej. Jest to niekorzystne i może być tragiczne w skutkach.

Z braku wiarygodnych danych zmierzonych, a nie wyliczonych prędkości odłamków (pocisków) sferycznych ograniczono się jedynie do prezentacji proponowanego prawa, bez jego weryfikacji. Celem pracy nie było stworzenie prawa oporu idealnego, a prawa oporu zgodnego z zaledwie jedenaściami wartościami, podanymi w dokumencie AASTP-1 [1]. Posiada wady, jak wejście do ogólnej funkcji oporu powietrza ($c_x(v)$) poprzez prędkość, a nie liczbę Macha (Ma , stosunek prędkości obiektu do prędkości dźwięku), jednak w przypadku zagadnień związanych z napędzaniem odłamków nie jest to aż tak istotne, jak w przypadku balistyki broni strzeleckiej. Należy jednak mieć na uwadze, że pocisków sferycznych nie używa się do strzelań precyzyjnych, na większych dystansach. Z tego powodu wpływ temperatury na prędkość dźwięku można pominąć i stosować zmienny współczynnik oporu powietrza zależny jedynie od prędkości.

Zaletą są małe różnice bezwzględne w węzłach funkcji współczynnika oporu powietrza $c_x(v)$. Zakładając, że prędkości początkowa i końcowa odłamka są dobrze określone można przyjąć, że dzięki proponowanej metodzie zostanie zwiększona dokładność obliczeń odległości bezpiecznej (promienia strefy niebezpiecznej).

Literatura / Literature

- [1] AASTP-1 – *Manual of NATO Safety Principles for the Storage of Military Ammunition and Explosives*, NATO International Staff – Defence Investment Division 2010.
- [2] Feliks Pogorzelski: *Ocena skuteczności rażenia ludzi i sprzętu wojskowego odłamkami granatów*, Problemy Uzbrojenia i Radiolokacji.
- [3] Józef Kaczmarzyk: *Optymalizacja działania głowic odłamkowych*, Problemy Uzbroje-

5. Conclusions

It has been proved that the use of changeable value of $c_x(v)$ air drag coefficient (or even better $c_x(Ma)$) for calculating the safe distance is a reasonable approach. For the calculations deploying the conventional methods at constant value of the air drag coefficient the lower results of the safe distance are received. It is a disadvantageous situation which may result in tragic consequences.

As the reliable measurement data, contrary to calculated, for velocities of spherical fragments (projectiles) is not available then the paper contains only a presentation of the proposed law without its verification. The publication was not aimed to describe an ideal law of drag but the law of drag complying just with eleven values given in AASTP-1 document [1]. It has some deficiencies such as the enter for the general function of air drag ($c_x(v)$) through the velocity and not the Mach number (Ma – ratio between the object's and sound velocities) but this matter is not of such importance for questions involving the projection of fragments as for the ballistics of firearms. Anyway the spherical projectiles are not used for the precise firings at greater distances. For this reason the influence of temperature on the sound velocity may be neglected and the changeable air drag coefficient dependable only on the velocity may be deployed.

The benefits are in small absolute differences in the junctions of air drag coefficient function $c_x(v)$. Assuming that the initial and terminal velocities of the fragment are well identified then it seems that the proposed method may increase the accuracy of calculations for the safe distance (radius of hazardous zone).

nia i Radiolokacji.

- [4] Wiesław Stępniaak: *Ręczny granat obronny wz. 88 w świetle obecnych rozwiązań światowych i wymogów skuteczności*. Problemy Uzbrojenia i Radiolokacji.
- [5] Manfred Held: *Fragmentation Ballistics*, AWRF, 1976.
- [6] Bogdan Piątek, Bohdan Zarzycki.: *Symulatory odłamków*, Problemy Techniki Uzbrojenia 2/2016 str. 87 – 97.
- [7] http://dezamet.com.pl/files/files/pl/Dezamet_granaty_reczne-88_pl.pdf

