

Mariusz BORKOWSKI\*

## ZASTOSOWANIE BEZPOŚREDNIEJ METODY TREFFTZA-HERRERY W ZAGADNIENIU SZACOWANIA MACIERZY POJEMNOŚCI WZAJEMNYCH UKŁADU PRZEWODNIKÓW

Praca prezentuje metodę szacowania resztkowych pojemności planarnych układów ścieżek przewodzących. Algorytm wykorzystuje bezpośrednią metodę Trefftza-Herrery w celu rozwiązania zagadnienia Laplace'a oraz binarny hierarchiczny podział geometrii analizowanych struktur. Na przykładzie wybranych układów wykazano zbieżność i użyteczność metody w rozważanym zagadnieniu.

SŁOWA KLUCZOWE: pojemności pasożytnicze, układy ścieżek planarnych, bezpośrednie metody brzegowe, metoda Trefftza-Herrery

### 1. WSTĘP

Zagadnienie szacowania parametrów elementów resztkowych struktur mikroelektronicznych już od wielu lat pozostaje ważnym problemem inżynierskim [1, 2]. Wraz ze wzrostem stopnia integracji współczesnych układów scalonych, w celu ograniczenia kosztów produkcji, wzrasta również potrzeba uwzględnienia tych parametrów już na etapie projektu. Szczególne trudności, spowodowane niejednorodnością elektromagnetycznej struktury planarnej, sprawia obliczanie resztkowych pojemności. Jako że analityczny opis zagadnienia jest możliwy w ograniczonym zakresie, do rozwiązania większości problemów wykorzystuje się metody numeryczne. Począwszy od lat 90-tych ubiegłego stulecia stosuje się w tym celu również metodę elementów brzegowych (MEB) w postaci bezpośredniej [3, 4, 5].

Niedawno pojawiły się pierwsze aplikacje innych bezpośrednich metod brzegowych (MB), a mianowicie metod Trefftza [6, 7]. Ich zaletą, w porównaniu do MEB, jest brak osobliwości równań całkowo-brzegowych, a przez to prostsza implementacja oraz mniejsze błędy szacowania całek. Bardziej szczegółowy opis metod Trefftza można odnaleźć m.in. w [6, 9].

Celem tej pracy jest prezentacja możliwości aplikacji bezpośredniej metody Trefftza-Herrery (MTH) w algorytmie hierarchicznego szacowania pojemności. Wyniki uzyskane za pomocą przedstawionej metody są odniesione do rezultatów obliczeń aplikacji Linpar [10].

---

\* Politechnika Rzeszowska.

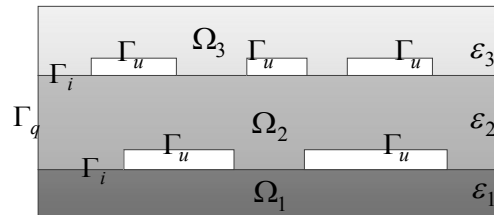
## 2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Dla układu  $N_n > 2$  przewodników pojemności pomiędzy poszczególnymi przewodnikami można wyrazić macierzowo jako

$$\mathbf{Q} = \mathbf{C}\mathbf{u} \quad (1)$$

przy czym  $\mathbf{Q} = [Q_1, \dots, Q_{N_n}]^T$ ,  $\mathbf{u} = [u_1, \dots, u_{N_n}]^T$ , gdzie  $Q_m$  – ładunek zgromadzony na  $m$ -tym przewodniku,  $u_n$  – napięcie  $n$ -tego przewodnika względem masy układu. Macierz  $\mathbf{C} = [C_{mn}]_{N_n \times N_n}$ ,  $N_m = N_n$ , spotykana w literaturze pod nazwą uogólnionej macierzy pojemności [11] (GCM – generalized capacitance matrix), jest symetryczna względem przekątnej głównej. Jej elementy  $C_{mn}$  ( $m \neq n$ ) odpowiadają pojemności wzajemnej przewodnika  $m$ -tego względem  $n$ -tego, natomiast  $C_{mm}$  – pojemności własnej.

Rozważając rzeczywisty układ ścieżek (rys. 1) obliczenie GCM komplikuje fakt występowania strefowych niejednorodności materiałowych obszaru zagadnienia, co rodzi konieczność uwzględnienia zjawisk związanych z zachowaniem się pola elektrycznego na granicy ośrodków.



Rys. 1. Zagadnienie Laplace'a dla planarnej konfiguracji ścieżek przewodzących w strukturze trójwarstwowej

W przypadku metod brzegowych, w takich sytuacjach obszar dzieli się na podobszary  $\Omega_k$  jednorodnie materiałowo. Następnie, dla każdego podobszaru tworzy się równania całkowo-brzegowe. Na granicy podobszarów należy uwzględnić warunki ciągłości, przez co układy równań, opisujące poszczególne podobszary, są ze sobą łączone i powstaje jeden globalny układ równań. W ten sposób problem wyznaczania pojemności resztkowych można rozpatrywać jako zagadnienie pola elektrostatycznego w obszarze pozbawionym ładunków. Ten typ zjawisk opisywany jest równaniem Laplace'a dla zagadnień wewnętrznych, który można zdefiniować następująco

$$\varepsilon_k \nabla^2 u = \varepsilon_k \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (2)$$

$$u = \bar{u} \text{ na } \Gamma_u \quad (3)$$

$$q = \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} = \bar{q} \text{ na } \Gamma_q \quad (4)$$

$$\varepsilon_a q_a + \varepsilon_b q_b = 0, \quad u_a = u_b \text{ na } \Gamma_i \quad (5)$$

gdzie,  $\varepsilon_k$  to stała dielektryczna charakteryzująca  $k$ -ty dielektryk,  $u$ ,  $q$  – szukane wartości odpowiednio potencjału i jego pochodnej normalnej na brzegu,  $\Gamma_u$  to części brzegu z określonym potencjałem (przewodniki),  $\Gamma_i$  – brzeg będący granicą pomiędzy dwoma sąsiadującymi ze sobą obszarami o indeksach  $a$  i  $b$ ,  $\Gamma_q$  – zewnętrzny brzeg struktury z nałożonym jednorodnym warunkiem Neumanna.

### 3. BEZPOŚREDNIA METODA TREFFTZA-HERRERY

Korzystając z metody residuów ważonych zagadnienie opisane równaniami (2)-(4) można przedstawić w postaci sformułowania wariacyjnego odwrotnego:

$$\int_{\Omega} u \nabla^2 w d\Omega - \int_{\Gamma} u \frac{\partial w}{\partial \mathbf{n}} d\Gamma + \int_{\Gamma} \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} w d\Gamma = 0 \quad (6)$$

gdzie  $w$  to dowolna funkcja wagowa. Jej odpowiedni dobór pozwala przekształcić (6) w równanie całkowo-brzegowe, a jednocześnie determinuje wersję bezpośredniej MB. Dla MTH funkcję  $w$  wybiera się ze zbioru tzw. funkcji TH-kompletnych [12]. Dla dwuwymiarowego zagadnienia wewnętrznego Laplace'a ich zbiór wygląda następująco:

$$u_i^* \in \{1, \rho^m \cos m\theta, \rho^m \sin m\theta\} \quad (7)$$

gdzie  $m = 1, 2, 3, \dots$ ,  $\rho$  i  $\theta$  – współrzędne biegunowe. Zmienne  $\rho$  i  $\theta$  wyrażają położenie punktu pola względem środka rozwinięcia. Ponieważ każda z funkcji  $u_i^*$  jest rozwiązaniem (2), wzór (6) upraszcza się do równania całkowo-brzegowego:

$$\int_{\Gamma} u \frac{\partial u_i^*}{\partial \mathbf{n}} d\Gamma = \int_{\Gamma} q u_i^* d\Gamma \quad (8)$$

przy czym  $u$  i  $q$  są częściowo określone warunkami brzegowymi. Obliczenie nieznanych wartości potencjału i jego pochodnej wymaga dyskretyzacji brzegu na  $N_j$  elementów brzegowych. W celu uproszczenia rozważań zakłada się, że  $u$  i  $q$  są interpolowane funkcjami stałymi na każdym elemencie, chociaż możliwie jest również wykorzystanie interpolacji wielomianami wyższych stopni. Uwzględniając powyższe, równanie (8) można zapisać w postaci macierzowej:

$$\mathbf{H}\mathbf{u} = \mathbf{G}\mathbf{q} \quad (9)$$

gdzie  $\mathbf{u} = [u_1, \dots, u_{N_j}]^T$ ,  $\mathbf{q} = [q_1, \dots, q_{N_j}]^T$ ,  $H_{ij} = \int_{\Gamma_j} \frac{\partial u_i^*}{\partial \mathbf{n}} d\Gamma_j$ ,  $G_{ij} = \int_{\Gamma_j} u_i^* d\Gamma_j$ , a  $u_j$  oraz  $q_j$  to wartości potencjału oraz strumienia pola w kierunku normalnym na każdym elemencie brzegowym.

Ostatecznie otrzymuje się:

$$\mathbf{C}_B \mathbf{u} = \mathbf{q} \quad (10)$$

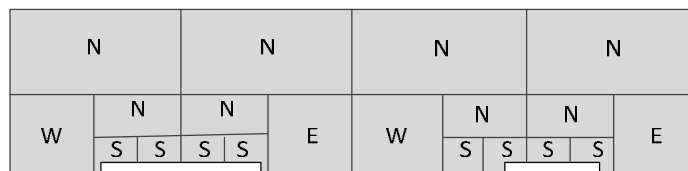
gdzie  $\mathbf{C}_B = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H}$ . Powstała w ten sposób macierz  $\mathbf{C}_B$  wyraża zależność składowej normalnej strumienia pola  $q$  od potencjału  $u$  w poszczególnych węzłach na brzegu obszaru. W pewnych szczególnych przypadkach  $\mathbf{C}_B$  jest równoważna GCM. W ogólności,  $\mathbf{C}_B$  będzie nazywana macierzą pojemności brzegowych (BCM – Boundary Capacitance Matrix). Otrzymanie z niej GCM układu ścieżek będzie wymagało dodatkowych przekształceń przedstawionych w kolejnym rozdziale.

## 4. HIERARCHICZNE SZACOWANIE MACIERZY POJEMNOŚCI

### 4.1. Hierarchiczny podział binarny

W pracy, w celu zwiększenia precyzji obliczeń, zdecydowano się na podział każdej warstwy dielektrycznej na podobszary. Metodą zastosowaną do automatycznej generacji siatki obszaru jest metoda hierarchicznego podziału binarnego [13]. Zaletą tego typu dyskretyzacji jest to, że pozwala ona na zagęszczenie siatki w rejonach przewodników, a co za tym idzie, kontrolę nad dokładnością, przy zachowaniu niewielkiej różnorodności typów podobszarów.

Okazuje się, że dla zrównoważonego i wystarczająco gęstego podziału binarnego (rys. 2), obszary-liście występujące w każdej warstwie dielektrycznej będą w większości elementami należącymi do ograniczonego zbioru elementów. Daje to możliwość konstrukcji biblioteki BCM dla tych elementarnych obszarów [6].



Rys. 2. Hierarchiczny podział binarny linii planarnej o dwóch ścieżkach przewodzących, z zaznaczonymi typami podobszarów: północnym (N), wschodnim (E) i zachodnim (W)

Specyficzny sposób dyskretyzacji przedstawiony w podrozdziale 4.1 pozwala na wykorzystanie struktury binarnego drzewa odpowiadającego podziałowi geometrii w celu hierarchicznego obliczania macierzy pojemności badanych układów.

### 4.2. Makromodele

W przypadku pojedynczego obszaru, odpowiadające mu równanie (10) będzie miało postać:

$$\varepsilon_k \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{cc} & \mathbf{C}_{cd} & \mathbf{C}_{ci} \\ \mathbf{C}_{dc} & \mathbf{C}_{dd} & \mathbf{C}_{di} \\ \mathbf{C}_{ic} & \mathbf{C}_{id} & \mathbf{C}_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_c \\ \mathbf{u}_d \\ \mathbf{u}_i \end{bmatrix} = \varepsilon_k \begin{bmatrix} \mathbf{q}_c \\ \mathbf{q}_d \\ \mathbf{q}_i \end{bmatrix} \quad (11)$$

gdzie węzły na każdym rodzaju brzegu zostały odpowiednio pogrupowane, co jest zasygnalizowane właściwymi indeksami podmacierzy występujących we wzorze (11) c – dla węzłów na przewodnikach oraz d – dla węzłów leżących na brzegu zewnętrznym oraz i – dla węzłów na granicach pomiędzy podobszarami. Pary tych indeksów oznaczają wzajemne oddziaływanie pomiędzy odpowiednimi częściami brzegu, np. cd to oddziaływanie węzłów leżących na elementach z warunkiem Neumanna na węzły na przewodnikach itd.

Obliczenie BCM obszaru powstałego przez połączenie dwóch podobszarów  $\Omega_a$  i  $\Omega_b$ , które graniczą ze sobą, wymaga uwzględnienia warunków ciągłości pola (5) na granicy między nimi. Połączenie macierzy odpowiadających obu obszarom i prosta reorganizacja tworzy się wspólny układ równań:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_{cc} & \mathbf{C}_{cd} & \mathbf{C}_{ci} \\ \mathbf{C}_{dc} & \mathbf{C}_{dd} & \mathbf{C}_{di} \\ \mathbf{C}_{ic} & \mathbf{C}_{id} & \varepsilon_a \mathbf{C}_{ii}^{(a)} + \varepsilon_b \mathbf{C}_{ii}^{(b)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_c \\ \mathbf{u}_d \\ \mathbf{u}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_c \\ \mathbf{q}_d \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

W rozpatrywanym zagadnieniu znajomość wartości strumienia pola w poszczególnych węzłach nie jest konieczna. Z tego powodu, kosztem utraty tej informacji, możliwa jest redukcja wymiarów macierzy z równania (12), poprzez scałkowanie strumienia pola  $q$  na przewodniku. Wartość otrzymana w ten sposób jest całkowitą ilością ładunku  $Q$  zgromadzonego na przewodniku.

Węzły leżące na granicy obszarów da się usunąć zastępując układ równań (12) dopełnieniem Schura.

$$\text{Przyjmując} \quad \mathbf{Z}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{cc} & \mathbf{C}_{cd} \\ \mathbf{C}_{dc} & \mathbf{C}_{dd} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Z}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{ci} \\ \mathbf{C}_{di} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Z}_3 = [\varepsilon_a \mathbf{C}_{ii}^{(a)} + \varepsilon_b \mathbf{C}_{ii}^{(b)}],$$

$\mathbf{Z}_4 = [\mathbf{C}_{ic} \quad \mathbf{C}_{id}]$  uzyskuje się macierz BCM dwóch podobszarów, którą na powrót można zapisać w postaci (11)

$$\mathbf{C}_B = \mathbf{Z}_1 - \mathbf{Z}_2 \mathbf{Z}_3^{-1} \mathbf{Z}_4 \quad (13)$$

Tworzone w ten sposób makromodele można, po dodaniu do biblioteki BCM, również wykorzystywać w dalszym procesie obliczeń.

### 4.3. Transformacja BCM do GCM

Podejście opisane powyżej umożliwia hierarchiczną syntezę podobszarów w ramach każdej z warstw dielektrycznych i obliczenie ich BCM. Następnie, w analogiczny sposób można „skleić” ze sobą i te macierze uzyskując BCM całej struktury. Tak otrzymana macierz opisuje oddziaływanie pomiędzy

przewodnikami, a elementami brzegowymi umieszczonymi na dielektrykach i ograniczającymi strukturę od zewnątrz.

Usunięcie wszystkich węzłów leżących na granicach między dielektrykami pozwala uprościć układ równań (11) do postaci:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_{cc} & \mathbf{C}_{cd} \\ \mathbf{C}_{dc} & \mathbf{C}_{dd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_c \\ \mathbf{u}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_c \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

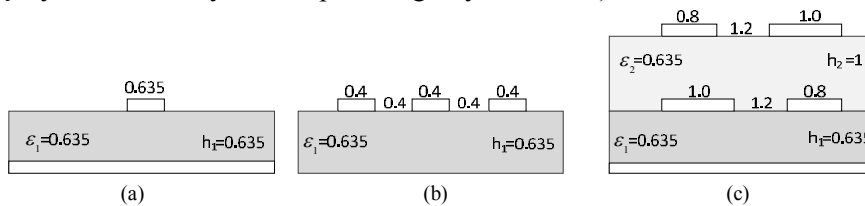
przy czym w równaniu (14) uwzględniono założony jednorodny warunek Neumanna. Przyjmując  $\mathbf{Z}_1 = \mathbf{C}_{cc}$ ,  $\mathbf{Z}_2 = \mathbf{C}_{cd}$ ,  $\mathbf{Z}_3 = \mathbf{C}_{dd}$ ,  $\mathbf{Z}_4 = \mathbf{C}_{dc}$  i korzystając z (13) można wyeliminować z macierzy w równaniu (14) elementy odnoszące się do zewnętrznych węzłów nie leżących na przewodnikach uzyskując:

$$\mathbf{C}_B \mathbf{u}_c = \mathbf{Q} \quad (15)$$

Ostatni wzór jest równoważny równaniu (1), a otrzymana w ten sposób macierz  $\mathbf{C}_B$  jest GCM układu przewodników.

## 5. EKSPERYMENTY NUMERYCZNE, WYNIKI

Zakładając, że propagowane sygnały mają postać fali quasi-TEM rozchodzącej się wzdłuż nieskończenie długich ścieżek, rozważania można ograniczyć do struktur rozpatrywanych jako dwuwymiarowe. Założenie to powoduje, że obliczane wartości są określane na jednostkę długości ścieżki. W modelowanych układach zakłada się niejednorodność warstwową, jednak przyjmuje się, że materiał tworzący każdą warstwę dielektryczną jest liniowy, jednorodny i izotropowy. Ponadto, ze względu na duży stosunek szerokości do grubości ścieżek zakłada się ich zerową grubość. Na rys. 3 przedstawiono geometrię trzech wybranych układów testowych. Poza stałymi dielektrycznymi pozostałe wartości na rysunku są podane w mm (szerokości ścieżek przewodzących, odległości między nimi, oraz wysokości poszczególnych warstw).



Rys. 3. Linia mikropaskowa (a), trójpaskowa linia koplanarna (b) linia dwuwarstwowa (c)

W pierwszym przykładzie, przy założeniu nieskończonej szerokości płaszczyzny masy możliwe jest uzyskanie rozwiązania analitycznego tego przykładu [11], które wynosi  $175.0904 \text{ pF/m}$ . Na tym układzie pokazano zbieżność metody dla coraz gęstszych podziałów binarnych (tabela 1). W kolejnych kolumnach znajdują się: czas obliczeń  $t$ , liczba węzłów na przewodnikach (liczba wszystkich węzłów), wartość obliczonej pojemności oraz pierwiastek błędu średniokwadratowego.

Wyniki otrzymane dla dwóch następnych struktur umieszczono w tabeli 2. Wyniki referencyjne uzyskano przy pomocy programu Linpar.

Dla trójpaskowej linii koplanarnej jako masę przyjęto lewą skrajną ścieżkę. Dla układu z rys. 3(c) płaszczyzna masy znajduje się na spodzie struktury.

Tabela 1. Zbieżność algorytmu dla linii mikropaskowej

$t [s]$	$N_n$	$C_G [pF/m]$	$E$
0,346	20 (98)	145,74	29,35
0,255	38 (221)	154,51	20,58
0,609	148 (851)	159,62	15,47
1,052	294 (1706)	161,59	13,49
1,790	586 (3331)	162,01	13,07
3,288	1172 (6560)	162,18	12,90

Tabela 2. Wyniki obliczeń opisywanym algorytmem ( $C_G$ ) oraz wyniki odniesienia ( $C_{ex}$ ) dla trójpaskowej linii koplanarnej i linii dwuwarstwowej

$N_n$	$C_G [pF/m]$	$C_{ex} [pF/m]$	$E$
106 (1247)	$\begin{bmatrix} 105,8 & -52,9 \\ -52,9 & 63,2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 107,5 & -53,7 \\ -53,7 & 69,7 \end{bmatrix}$	3,41
778 (5173)	$\begin{bmatrix} 363,0 & -8,8 & -112,1 & -11,0 \\ -8,3 & 323,0 & -3,2 & -111,9 \\ -112,4 & -3,2 & 152,9 & -5,8 \\ -11,0 & -111,4 & -6,1 & 170,4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 366,7 & -8,9 & -113,5 & -11,3 \\ -8,9 & 327,2 & -3,6 & -112,9 \\ -113,3 & -3,5 & 157,8 & -6,4 \\ -11,0 & -112,6 & -6,5 & 175,6 \end{bmatrix}$	2,35

## 6. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiony został algorytm hierarchicznego obliczania macierzy pojemności resztkowych układu ścieżek planarnych z wykorzystaniem bezpośredniej MTH. Rezultaty badań potwierdzają przydatność zaprezentowanego algorytmu w omawianym zagadnieniu, a ponieważ MTH nie była do tej pory stosowana, metoda ta poszerza liczbę metod możliwych do aplikacji w takich zagadnieniach. Idea algorytmu jest uniwersalna i dlatego na dalszym etapie badań planuje się jego aplikację do analizy układów bardziej złożonych geometrycznie 2D i 3D.

*Program MATLAB wykorzystany do przeprowadzenia badań został zakupiony w wyniku realizacji Projektu nr UDA-RPPK.01.03.00-18-003/10-00 „Budowa, rozbudowa i modernizacja bazy naukowo-badawczej Politechniki Rzeszowskiej” współfinansowanego ze środków Unii Europejskiej w ramach Regionalnego Programu Operacyjnego Województwa Podkarpackiego na lata 2007-2013, Priorytet I. Konkurencyjna i Innowacyjna Gospodarka, Działanie 1.3 Regionalny system innowacji.*

## LITERATURA

- [1] Harrington R. F., Pontoppidan K., Abrahamsen P., Albertsen N. C. Computation of Laplacian potentials by an equivalent-source method. *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, 116, 10 (1969), 1715-1720.
- [2] Patel P. D., Calculation of Capacitance Coefficients for a System of Irregular Finite Conductors on a Dielectric Sheet. *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, 19, 11, (1971), 862-869.
- [3] Dengi E. A. Rohrer, R. A., Boundary element method macromodels for 2-D hierarchical capacitance extraction. In *Proceedings of the 35th annual Design Automation Conference (New York, NY, USA 1998)*, ACM, 218-223.
- [4] Fukuda S., Shigyo N., Kato K., Nakamura S, A ULSI 2-D capacitance simulator for complex structures based on actual processes. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 9, 1, 1990, 39-47.
- [5] Gu J., Wang Z., Hong X., Hierarchical computation of 3D interconnect capacitance using direct boundary element method. In *IEEE Asia South Pacific Design Automation Conference (2000)*, 447-452.
- [6] Borkowski M., Ocena efektywności metod brzegowych w analizie parametrów resztkowych struktur planarnych. *Rozprawa doktorska. Politechnika Rzeszowska, Rzeszów 2013.*
- [7] Borkowski M., Zastosowanie bezpośredniej metody Trefftza-Kupradze w zagadnieniu hierarchicznego szacowania macierzy pojemności, *Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej. Elektrotechnika*, (w druku).
- [8] Brański A., Borkowski, M., and Borkowska, D. A comparison of boundary methods based on inverse variational formulation. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 36, 4, 2012, 505-510.
- [9] Kita, E. and Kamiya, N. Trefftz method: an overview. *Advances in Engineering Software*, 24, 1-3 (1995), 3-12.
- [10] Djordjevc A.R., Harrington R.F., Sarkar T.K., Bazdar M.B., *Linpar for Windows: Matrix Parameters for Multiconductor Transmission Lines, Twodiskettes and User's Manual (Microwave Software Library)*. Artech House Publishers.
- [11] Paul C. R., *Analysis of Multiconductor Transmission Lines*. Wiley-IEEE Press, 2007.
- [12] Herrera I., Trefftz method: A general theory, *Numerical Methods for Partial Differential Equations*, 16, 6, 561-580, 2000.
- [13] de Berg M., Cheong O., van Kreveld M., Overmars M., *Computational Geometry: Algorithms and Applications*, 3rd Edition. Springer, 2008.

### **APPLICATION OF DIRECT TREFFTZ-HERRERA METHOD IN HIERARCHICAL CAPACITANCE EXTRACTION PROBLEM**

The paper presents the method for parasitic capacitance extraction of planar transmission line structures. Algorithm utilizes direct Trefftz-Herrera method in order to solve Laplace problem and hierarchical binary decomposition of the structure geometry. Specific examples show convergence and usefulness of the method in considered problem.