

REAKCJE UKŁADU PODPOROWEGO W OCENIE STATECZNOŚCI ŻURAWIA SAMOJEZDNEGO

W artykule przedstawiono metodę obliczenia reakcji podłoża układu podporowego żurawia w całym zakresie jego pracy. Przeprowadzono weryfikację modelu matematycznego z wykorzystaniem metody elementów skończonych MES. Uzyskane wyniki obliczeń numerycznych wykorzystano do analizy stateczności układu przeladunkowego żurawia samojezdnego dla wybranych konfiguracji i warunków pracy. Jako wyniki badań symulacyjnych przedstawiono zmiany wartości reakcji układu podporowego oraz obwiedni toru ładunku dla zadanych udźwignięć i wysięgu żurawia.

WSTĘP

Transport ładunków z wykorzystaniem żurawi samochodowych wymaga zapewnienia zachowania bezpieczeństwa pracy ludzi i urządzeń przy przenoszeniu ładunków na duże wysokości, przy jednoczesnym operowaniu tym ładunkiem na znacznym wysięgu [1, 2, 4, 5, 8; 9]. Jednocześnie urządzenia te, ze względu na charakter wykonywanej pracy, muszą mieć podwozie wraz z układem podporowym o małych wymiarach. Duże wysokości podnoszenia i wysięgu, wysoko położony środek ciężkości, mały rozstaw podwozia czy układu podporowego stwarzają trudne warunki do zachowania równowagi trwałej (stateczności) przez konstrukcję żurawia. Równowaga ta musi być zachowana zarówno przy operowaniu ładunkiem podczas pracy, jak przy postoju żurawia nieobciążonego [3, 11, 12]. Dodatkowym czynnikiem zewnętrznym, który należy wziąć pod uwagę, jest niekorzystne działanie parcia wiatru na konstrukcję wysięgników i powierzchnię ładunku [10].

Obciążenie od przenoszonego ładunku działają na dużym ramieniu (wysięgu) i wytwarzają niekorzystny moment do utrzymania równowagi żurawia względem krawędzi wywrotu. Moment ten zwany momentem wywracającym M_w sumuje się w pewnych z dodatkowo powstałymi momentami sił bezwładności (spowodowanych ruchem ładunku, żurawia i jego części) oraz obciążenia wiatrem, zmniejszając stateczność żurawia. Momentowi wywracającemu M_w przeciwdziałają moment o przeciwnym kierunku, zwany momentem ustalającym M_u - wywołanym ciężarem konstrukcji żurawia.

Żuraw jest stateczny wówczas, gdy algebraiczna suma momentów ustalających M_u jest większa niż suma momentów wywracających M_w .

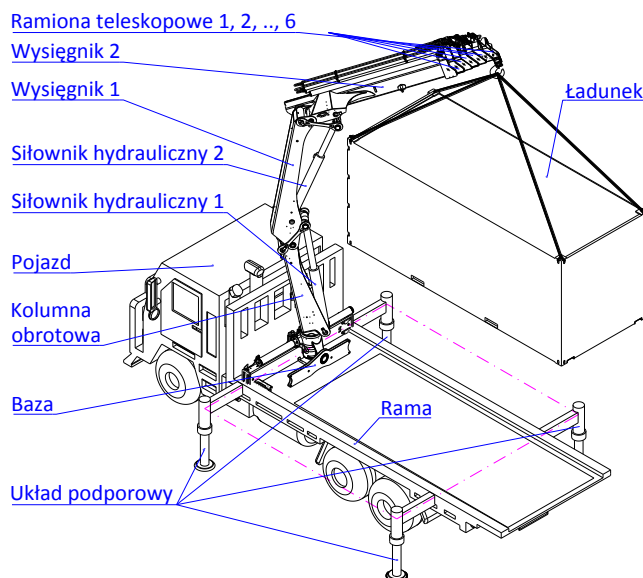
$$M_u > M_w \quad (1)$$

Odpowiednio zaprojektowany układ sterowania ruchami roboczymi żurawia, w szczególności ruchem obrotowym wysięgników, może zapewnić jego stateczność. Jeżeli dodatkowo będą monitorowane wartości sił nacisku układu podporowego żurawia na podłoże, to istnieje możliwość takiego sterowania ruchami roboczymi maszyny, że w trakcie ruchu nie pojawi się zagrożenie utraty stateczności. W przypadku realizacji strategii sterowania ruchami roboczymi żurawia należy zapewnić kontakt wszystkich podpór żurawia z podłożem. W przypadku gdy któraś z podpór traci kontakt z podłożem, żuraw traci stateczność.

1. MODEL MATEMATYCZNY ŻURAWIA

W pracy zaprezentowano model żurawia przeznaczony do obliczenia reakcji podłoża jego układu podporowego w trakcie wykonywania ruchu obrotowego kolumny, zmiany pochylenia wysięgników i zmiany długości ramion teleskopowych przy zmiennym ciężarze przenoszonego ładunku. Zapis równań stanowiących model matematyczny umożliwia ich wykorzystanie w badaniach symulacyjnych sterowania ruchami roboczymi żurawia.

Widok żurawia wraz z jego układem podporowym pokazano na rysunku 1.



Rys. 1. Układ przeladunkowy żurawia samojezdnego

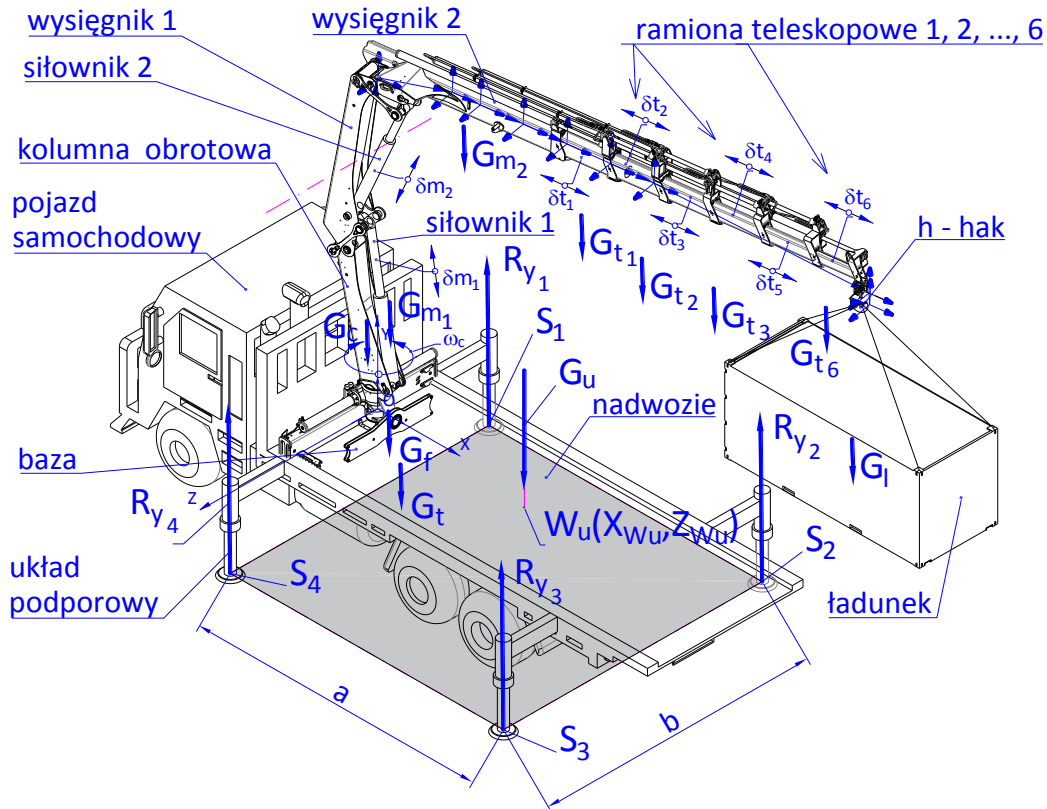
Opracowany model układu nośnego składa się ze sprzężonych ze sobą następujących zespołów żurawia: ramy podwozia pojazdu samochodowego, układu podporowego umieszczonego w ramie bazy żurawia, połączonej z ramą podwozia pojazdu, bazy żurawia, kolumny obrotowej, dwóch wysięgników z osadzonym sześcioczołowym ramieniem teleskopowym, oraz zawieszonym obciążonym przenoszonym ładunkiem. W modelowaniu żurawia uwzględniono masy elementów wyposażenia i zespołów obciążających układ [2].

Zmiana konfiguracji układu żurawia związana jest z jego ruchami roboczymi. Ruchy te określane są kątem obrotu kolumny względem jej położenia transportowego, kątami obrotów w płaszczyźnie pionowej pierwszego wysięgnika względem kolumny, drugiego wysięgnika względem pierwszego oraz przemieszczeniami liniowymi sześciu ramion teleskopowych w pionowej płaszczyźnie podnoszenia.

Wyznacznikiem statycznych dopuszczalnych obciążeń żurawia, wynikających z warunków z warunku utrzymania stateczności [6, 7],

są wartości reakcji podłoża na układ podporowy oraz położenie punktu przyłożenia wypadkowej siły ciężkości maszyny. Przyjęto do obliczeń, że żuraw jest sterowany bezstopniowo, stąd siły bezwładności można pominąć.

Wyznaczenie reakcji w podporach oraz siły ciężkości układu żurawia przeprowadzono na podstawie schematu obliczeniowego pokazanego na rysunku 2.



Rys. 2. Schemat obliczeniowy układu przeładunkowego żurawia: gdzie: G_u - ciężar całkowity układu żurawia; G_t - ciężar samochodu ciężarowego wraz z układem podporowym; G_f - ciężar bazy żurawia; G_c - ciężar kolumny obrotowej; G_{w1} , G_{w2} - ciężary wysięgników 1 i 2; G_{m1} , G_{m2} - ciężary siłowników hydraulicznych; G_{t1} , G_{t2} , ..., G_{t6} - ciężary ramion sześciocłonowego wysięgnika żurawia; G_h - ciężar haka, G_l - ciężar ładunku; a i b - rozstaw podpór żurawia; ω_c - napęd obrotowy kolumny; δ_{m1} , δ_{m2} - napędy liniowe siłowników, δ_{t1} , δ_{t2} , ..., δ_{t6} - napędy ramion teleskopowych

W pierwszej kolejności, wykorzystując model kinematyczny żurawia opracowany w systemie CAD/CAE - SolidWorks [2], wyznaczono środek ciężkości układu przeładunkowego $S_u(x_{S_u}, y_{S_u}, z_{S_u})$ w tym jego elementów składowych.

Znając położenie środka ciężkości S_u układu przeładunkowego można napisać równania równowagi dla sumy momentów względem osi x , z oraz sumy rzutów sił na oś y . Obszar stateczności żurawia jest wyznaczony przez prostokąt $S_1S_2S_3S_4$. Krawędziami wyrotu są odcinki S_1S_2 , S_2S_3 , S_3S_4 , S_1S_4 .

Jeżeli prosta działania wypadkowej pionowych sił nacisków G_u podpór na podłożu przechodzi przez punkt $W_u(x_{S_u}, z_{S_u})$ znajdujący się na płaszczyźnie podłoża i punkt ten leży wewnątrz prostokąta $S_1S_2S_3S_4$, to żuraw stoi na wszystkich podporach. Z kolei zaś wypadkowa reakcji G_u przechodzi przez którąkolwiek z krawędzi wyrotu, to oderwaniu od podłoża ulegają dwie przeciwległe podpory i żuraw traci stateczność.

Aby obliczyć reakcje w podporach, obszar stateczności żurawia podzielono na 9-ć stref $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3, C_1, C_2$ i C_3 (Rys. 3). Jeżeli współrzędne środka ciężkości W_u znajdują się w obszarze B_2 układ jest stateczny. Natomiast w przypadku kiedy współrzędne środka W_u znajdują się poza tym obszarem moment wywracający M_w jest większy od momentu ustalającego M_u i żuraw traci stateczność.

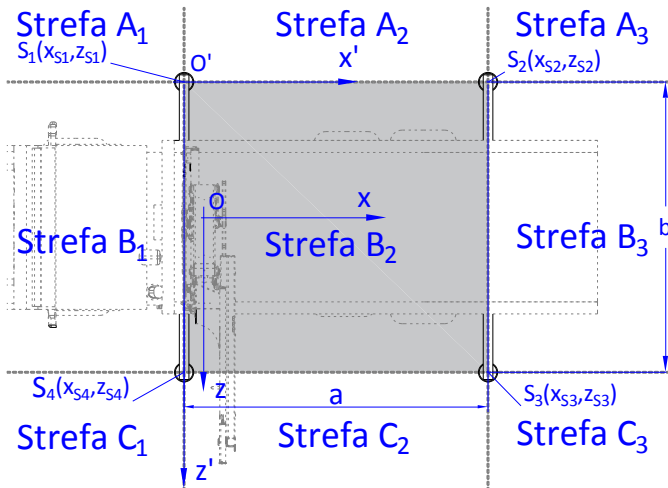
W zastępczym układzie współrzędnych $O'x'y'z'$, wartość reakcji pionowych R_{y1} , R_{y2} , R_{y3} , R_{y4} można obliczyć na podstawie równań równowagi (2), (3) i (4), dla sumy momentów względem osi x' , z' oraz sumy rzutów sił na oś y .

$$\sum M_{x'} = -R_{y1} \cdot b - R_{y2} \cdot b + G_u \cdot (z_{S_4} - z_{S_u}) = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_{z'} = R_{y2} \cdot a + R_{y3} \cdot a - G_u \cdot (x_{S_u} - x_{S_1}) = 0 \quad (3)$$

$$\sum R_y = R_{y_1} + R_{y_2} + R_{y_3} + R_{y_4} - G_u = 0 \quad (4)$$

gdzie: $a = 3,8 \text{ m}$, $b = 3,8 \text{ m}$ - rozstaw podpór żurawia;
 $x_{S_1} = x_{S_4} = 0,25 \text{ m}$; $x_{S_2} = 3,55 \text{ m}$; $z_{S_1} = z_{S_2} = 1,75 \text{ m}$; $z_{S_4} = 1,85 \text{ m}$;
 x_{S_u} , z_{S_u} - współrzędne środka ciężkości wyznaczono na podstawie badań symulacyjnych modelu kinematycznego układu przeladunkowego żurawia samojezdnego.



Rys. 3. Obszary stateczności układu podporowego żurawia

Układ trzech równań (2), (3), (4) zawiera cztery niewiadome R_{y_1} , R_{y_2} , R_{y_3} , R_{y_4} . Stąd, aby wyznaczyć dodatkowe równanie, przyjęto następujące założenia:

a) Wartości pionowych reakcji podłoża, dla wypadkowej siły nacisku G_u przechodzącej przez środek ciężkości $W_u(x_{S_u}, z_{S_u})$ znajdujący się w narożnikach prostokąta $S_1S_2S_3S_4$, przyjmują następujące wartości:

$$S_1(x_{S_u} = x_{S_1}, z_{S_u} = z_{S_1}) \rightarrow R_{y_1} = G_u, R_{y_2} = R_{y_3} = R_{y_4} = 0 \quad (5)$$

$$S_2(x_{S_u} = x_{S_2}, z_{S_u} = z_{S_2}) \rightarrow R_{y_2} = G_u, R_{y_1} = R_{y_3} = R_{y_4} = 0 \quad (6)$$

$$S_3(x_{S_u} = x_{S_3}, z_{S_u} = z_{S_3}) \rightarrow R_{y_3} = G_u, R_{y_1} = R_{y_2} = R_{y_4} = 0 \quad (7)$$

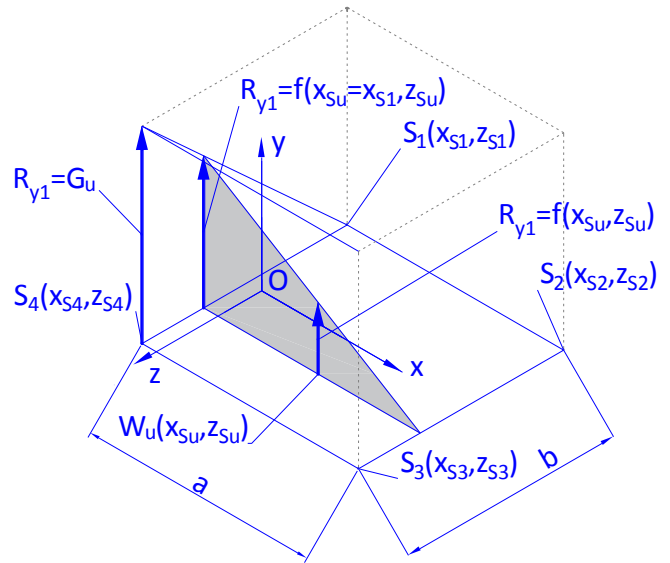
$$S_4(x_{S_u} = x_{S_4}, z_{S_u} = z_{S_4}) \rightarrow R_{y_4} = G_u, R_{y_1} = R_{y_2} = R_{y_3} = 0 \quad (8)$$

b) Wartości pionowych reakcji podłoża, dla wypadkowej siły nacisku G_u przechodzącej przez środek ciężkości W_u , znajdujący się wewnątrz prostokąta $S_1S_2S_3S_4$, zmieniają się proporcjonalnie w funkcji odległości punktu $W_u(x_{W_u}, z_{W_u})$ od krawędzi wyrotu. Na podstawie schematu obliczeniowego, pokazanego na rysunku 4, wyznaczono reakcje pionowe R'_{y_1} i R_{y_1} , które wynoszą:

$$R'_{y_1} = G_u \cdot \frac{(z_{S_4} - z_{S_u})}{(z_{S_4} - z_{S_1})} = G_u \cdot (z_{S_4} - z_{S_u})/b \quad (9)$$

$$R_{y_1} = R'_{y_1} \cdot \frac{(x_{S_2} - x_{S_u})}{(x_{S_2} - x_{S_1})} \quad (10)$$

Na podstawie zależności (2÷10), wyznaczono wartości reakcji pionowych R_{y_1} , R_{y_2} , R_{y_3} , R_{y_4} w podporach S_1 , S_2 , S_3 , S_4 , które wiążą równania:



Rys. 4. Uproszczony schemat obliczeniowy reakcji R_{y_1}

$$R_{y_1} = \begin{cases} G_u \Rightarrow A_1 \\ G_u \cdot (x_{S_2} - x_{S_u})/a \Rightarrow A_2 \\ G_u \cdot (z_{A_4} - z_{S_u})/b \Rightarrow B_1 \\ \frac{G_u \cdot (z_{A_4} - z_{S_u}) \cdot (x_{S_2} - x_{S_u})}{a \cdot (x_{S_2} - x_{S_u}) \cdot (x_{S_2} - x_{S_1})} \Rightarrow B_2 \\ 0 \Rightarrow A_3, B_3, C_1, C_2, C_3 \end{cases} \quad (11)$$

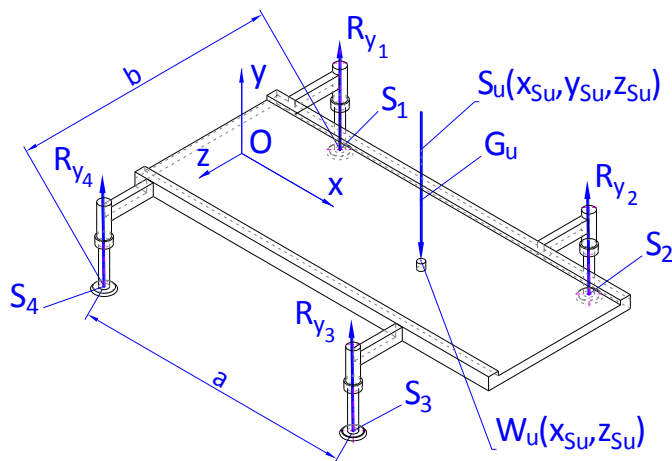
$$R_{y_2} = \begin{cases} G_u \cdot (x_{S_u} - x_{S_1})/a \Rightarrow A_2 \\ G_u \Rightarrow A_3 \\ -R_{y_1} + G_u \cdot (z_{S_4} - z_{S_u})/b \Rightarrow B_1 \\ G_u \cdot (z_{S_3} - z_{S_u})/b \Rightarrow B_3 \\ 0 \Rightarrow A_1, B_1, C_1, C_2, C_3 \end{cases} \quad (12)$$

$$R_{y_3} = \begin{cases} -R_{y_2} + G_u \cdot (x_{S_u} - x_{S_1})/a \Rightarrow B_2 \\ G_u \cdot (z_{S_u} - z_{S_2})/b \Rightarrow B_3 \\ G_u \cdot (x_{S_u} - x_{S_1})/a \Rightarrow C_2 \\ G_u \Rightarrow C_3 \\ 0 \Rightarrow A_1, A_2, A_3, B_1, C_1 \end{cases} \quad (13)$$

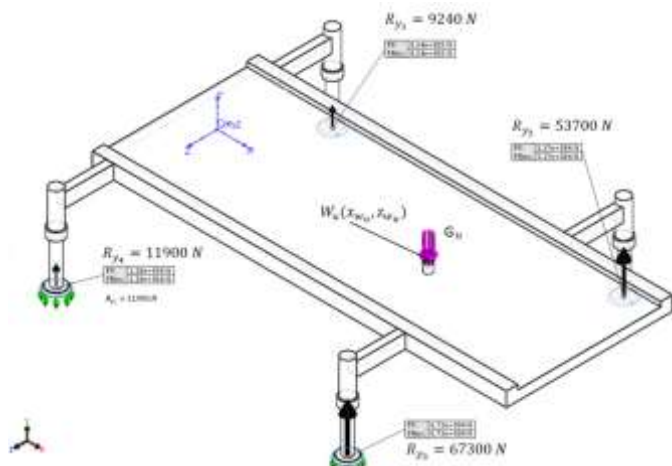
$$R_{y_4} = \begin{cases} G_u \cdot (z_{S_u} - z_{S_1})/b \Rightarrow B_1 \\ G_u - R_{y_1} - R_{y_2} - R_{y_3} \Rightarrow B_2 \\ G_u \Rightarrow C_1 \\ G_u \cdot (x_{S_3} - x_{S_u})/a \Rightarrow C_2 \\ 0 \Rightarrow A_1, A_2, A_3, B_3, C_3 \end{cases} \quad (14)$$

Do weryfikacji wzorów (2÷14), określających wartości reakcji pionowych podłoża, opracowano trójwymiarowy model bryłowy układu podporowego żurawia pokazany na rysunku 5.

Opracowany model, w systemie CAD/CAE, umożliwił symulacje przestrzennych stanów naprężeń i odkształceń metodą elementów skończonych MES, w tym również pozwolił na wyznaczenie reakcji w podporach S_1, S_2, S_3, S_4 . Na rysunku 6 przedstawiono wyniki badań symulacyjnych pokazujących wartości reakcji działających na układ podporowy obciążony siłą wypadkową $G_u = 149,5$ kN, którą przyłożono w środku ciężkości układu żurawia w punkcie $S_u = (x_{S_u} = 3000$ mm, $x_{S_u} = 482$ mm, $z_{S_u} = 250$ mm). Z kolei wartości reakcji obliczone na podstawie wzorów (19÷22) wynoszą: $R_{y_1} = 9323$ N, $R_{y_2} = 55089$ N, $R_{y_3} = 68861$ N, $R_{y_4} = 11653$ N.



Rys. 5. Model przestrzenny układu podporowego żurawia



Rys. 6. Reakcje podłoża na układ podporowy żurawia

Z analizy porównawczej wynika, że różnica pomiędzy wartościami reakcji pionowych obliczonych z wzorów oraz z badań symulacyjnych MES jest niewielka i nie przekracza 3 %.

Znajomość wartości reakcji, obliczonych i zweryfikowanych na podstawie badań symulacyjnych MES, pozwala na wyznaczenie warunków stateczności układu żurawia w zależności od jego konfiguracji i obciążenia.

2. WYNIKI SYMULACJI NUMERYCZNYCH

Wykonano szereg badań symulacyjnych dla różnych konfiguracji układu żurawia. Do badań symulacyjnych wykorzystano zinte-

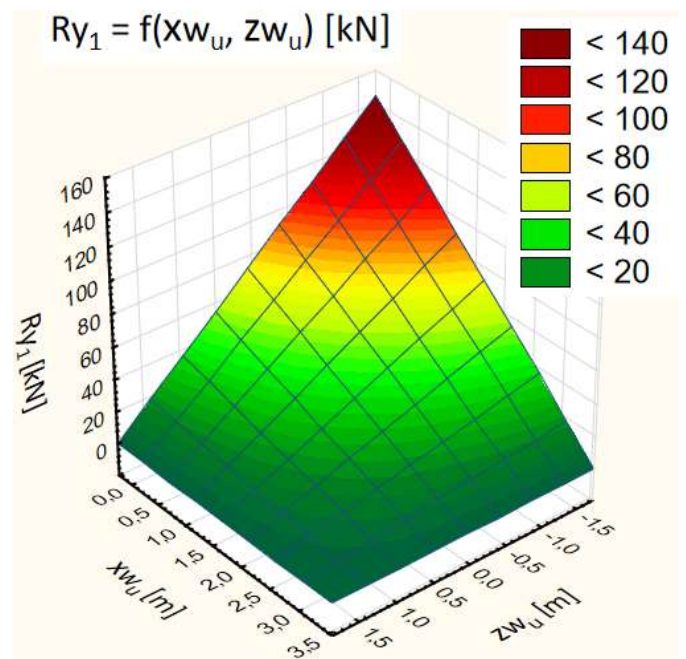
growany system CAD/CAE, pozwalający między innymi, na: dokładne określenie współrzędnych dowolnego punktu układu żurawia, zakreślenie trajektorii środka ciężkości żurawia $W_u(x_{W_u}, z_{W_u})$; obliczenie reakcji w podporach $R_{y_1}, R_{y_2}, R_{y_3}, R_{y_4} = f\{G_l, W_u(x_{W_u}, z_{W_u}), t\}$ - gdzie: G_l - ciężar ładunku; t - czas realizacji zadania przeładunkowego; wyznaczenie wartości udźwignów oraz krzywych podnoszenia żurawia; określenie warunków stateczności żurawia funkcji udźwigu i wysięgu żurawia.

2.1. Reakcje podłoża w podporach

Do obliczenia reakcji podłoża w podporach przyjęto, iż żuraw znajduje się w następujących warunkach:

- wyposażony jest w wysięgniki w_1 i w_2 oraz ramiona teleskopowe $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6$ ustawione poziomo do podłoża (wysięgniki i ramiona teleskopowe są poddane najmniej korzystnym obciążeniom);
- kąt obrotu kolumny żurawia zawiera się w przedziale $\varphi_k = 0 \div 360^\circ$;
- w badaniach symulacyjnych przyjęto, że żuraw nie jest poddany działaniu siły parcia wiatru (prędkość wiatru jest mniejsza od $\vartheta_w < 8,3$ m i jest pominięta);
- ruchy robocze żurawia są sterowane płynnie, stąd przyjęto, że siły bezwładności mogą być pominięte;
- maksymalny moment udźwigu wynosi $M_Q = 10$ kT.

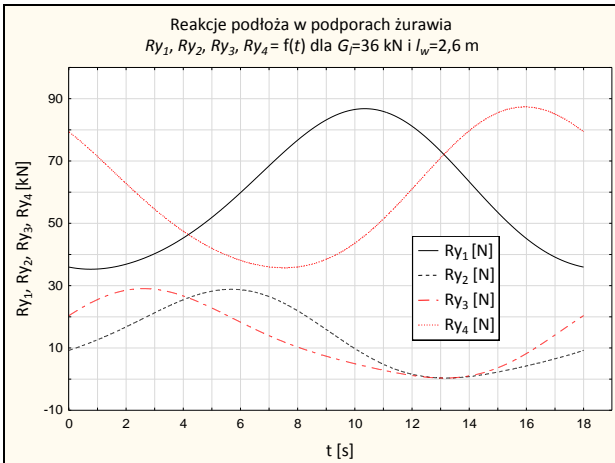
Poniżej przedstawiono wybrane wyniki uzyskane z wykorzystaniem badań symulacyjnych w systemie CAD/CAE oraz opracowanej aplikacji numerycznej. Na rysunku 7 pokazano wpływ położenia środka ciężkości żurawia W_u na wartość reakcji w podporze S_1 .



Rys. 7. Wartość reakcji pionowej $R_{y_1} = f(W_u(x_{W_u}, z_{W_u}))$, dla $G_u = 144,9$ kN, $G_l = 36$ kN

Wielkość reakcji R_{y_1} zmienia się w szerokim przedziale od 0 do $G_u = 144,9$ kN. Dla małych wartości pionowych reakcji R_{y_1} stateczność żurawia jest zagrożona, szczególnie wtedy gdy środek ciężkości W_u znajduje się w pobliżu podpory S_2 oraz wzdłuż krawędzi wyrotu S_1S_2 lub S_2S_3 .

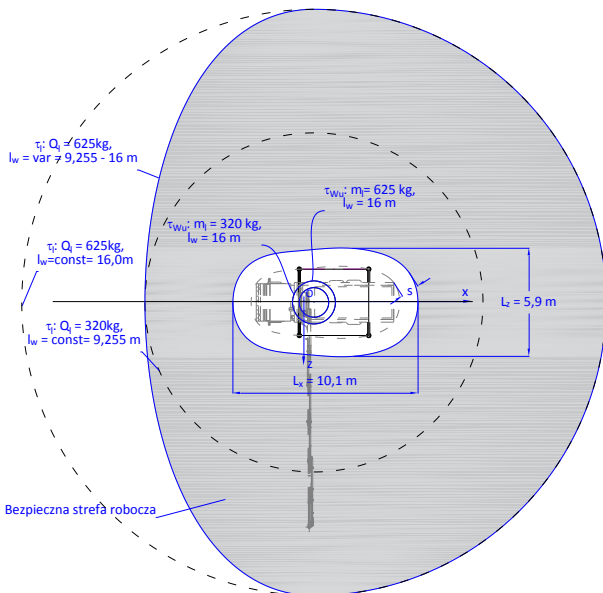
Z kolei na rysunku 8 pokazano kształtowanie wartości reakcji pionowych podłoża dla żurawia przenoszącego ładunek o masie $m_l = 2200$ kg i wysięgu $l_w = 4$ m. W całym cyklu pracy, żuraw stał na wszystkich podporach (wszystkie reakcje są dodatnie), a więc układ jest stateczny. Jednakże zaobserwowano niebezpieczną strefę wzdłuż krawędzi wyrotu S_1S_4 , w przedziale czasowym $t = 10 \div 16$ s. W strefie tej wartości reakcji R_{y_2} oraz R_{y_3} są bardzo małe, a więc jest zagrożony kontakt w podporze S_2 i S_3 .



Rys. 8. Reakcje podłoża na układ podporowy żurawia przy przenoszeniu ładunku o masie $m_l = 3600$ kg i wysięgu żurawia $l_w = 2,6$ m

2.2. Obwiednie toru ładunku

Na podstawie przeprowadzonych badań symulacyjnych oraz obliczeń numerycznych, można wyznaczyć obwiednie toru ładunku τ w funkcji kąta obrotu φ_k kolumny żurawia, dla masy przenoszonego ładunku Q_l oraz wysięgu żurawia l_w . W przykładzie pokazanym na rysunku 9, obwiednie te wyznaczone w płaszczyźnie poziomej przy największym wysięgu żurawia l_w^{\max} dla zadanego udźwigu Q_l .



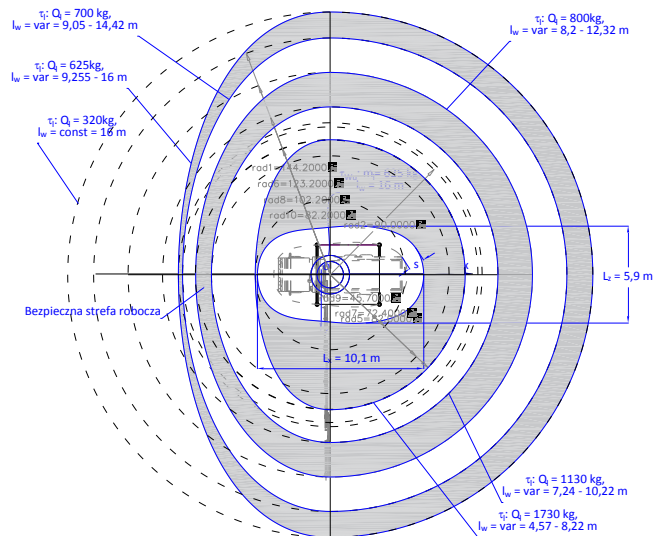
Rys. 9. Obwiednie toru ładunku dla udźwignięć $Q_l = 320 \div 625$ kg i $l_w = 9,255 \div 16$ m

Obwiednie τ_l toru ładunku $Q_l = 320$ kg i $Q_l = 625$ kg i wysięgu $l_w = 16$ m, są okręgami. Jednakże w przypadku przenoszenia ładunku $Q_l = 625$ kg, w zakresie kąta obrotu kolumny $\varphi_k = 175^\circ \div 355^\circ$, środek masy W_u układu żurawia znajduje się w obszarze utraty stateczności. W tej strefie podpory S_2 i S_3 utraciły by kontakt

z podłożem ($R_{y_2} = R_{y_3} = 0$ N) co spowodowało by wywrócenie się żurawia względem krawędzi wyrotowej S_1S_4 . Aby temu zapobiec w zagrożonej strefie zmniejszono wysięg żurawia do wartości $l_w = 9,225$ m, przy kącie obrotu kolumny $\varphi_k = 270^\circ$.

W celu uniknięcia kolizji, pomiędzy przenoszonym ładunkiem a pojazdem samochodowym, wyznaczono obszar o wymiarach $L_x = 10,1$ m i $L_z = 5,9$ m - uwzględniający wymiar gabarytowy s przenoszonego ładunku. Zaznaczona na rysunku 9 bezpieczna strefa robocza pozwala na stabilną pracę układu żurawia przy przenoszeniu ładunków o masie do $Q_l = 625$ kg i wysięgu $l_w^{\max} = 16$ m.

Analogicznie wyznaczono obwiednie dla udźwignięć zmieniających się w zakresie od $Q_l = 320$ kg do $Q_l = 1730$ kg (Rys. 10).



Rys. 10. Obwiednie toru ładunku dla udźwignięć $Q_l = 320 \div 1730$ kg i wysięgów $l_w = 4,57 \div 16$ m

Dzięki znajomości granicznych obwiedni τ toru ładunku można zapewnić stabilną pracę żurawia w zależności od jego udźwignięcia Q_l oraz wysięgu l_w .

PODSUMOWANIE

W niniejszej artykule przedstawiono metodę obliczenia reakcji podłoża układu podporowego żurawia w całym zakresie jego pracy. Przeprowadzono weryfikację modelu matematycznego z wykorzystaniem metody elementów skończonych MES. Uzyskane wyniki obliczeń numerycznych wykorzystano do analizy stateczności układu przeladunkowego żurawia samojezdnego dla wybranych konfiguracji i warunków pracy.

Znajomość przedstawionych w pracy zależności można wykorzystać przy projektowaniu układu podporowego żurawia oraz automatycznego systemu do kontroli stabilności układu podczas pracy. Kontrola stabilności może odbywać się automatycznie i w sposób ciągły, pozwalając operatorowi na pełną koncentrację na wykonywanych czynnościach, ponieważ dynamiczne tworzenie obwiedni ładunku w zależności od pozycji środka ciężkości układu żurawia umożliwia w pełni bezpieczną pracę w każdych warunkach.

Projekt finansowany przez Narodowe Centrum Badań i Rozwoju w ramach Programu Badań Stosowanych - umowa nr: PBS3/A6/28/2015.

BIBLIOGRAFIA

1. Janusz J., Kłosiński J., *Wpływ wybranych strategii sterowania ruchami roboczymi żurawia samojezdnego na jego stateczność*, Acta Mechanica et Automatica, Vol.10, no.2 2010, 74÷80
2. Kacalak W., Budniak Z., Majewski M., *Analiza stateczności żurawia dla różnych stanów obciążeń i różnych przemieszczeń ładunku*, Mechanik, nr 11, 2016.
3. Kiliclan S., Balkan T., Ider S.K., *Tipping loads of mobile cranes with flexible booms*, Journal of Sound and Vibration, 223 (1999), 645÷657.
4. Majewski M., Kacalak W., *Conceptual Design of Innovative Speech Interfaces with Augmented Reality and Interactive Systems for Controlling Loader Cranes*, Advances in Intelligent Systems and Computing, Vol. 464, Artificial Intelligence Perspectives in Intelligent Systems, Springer 2016, 237÷247.
5. Majewski M., Kacalak W., *Intelligent Speech Interaction of Devices and Human Operators*, Advances in Intelligent Systems and Computing, Vol. 465, Software Engineering Perspectives and Application in Intelligent Systems, Springer 2016, 471÷482
6. PN-ISO 4304:1998, *Żurawie samojezdne, Wyznaczanie stateczności*.
7. PN-ISO 4305:1998, *Dźwignice. Żurawie samojezdne. Wyznaczanie stateczności*.
8. Posiadała B., Waryś.P., *Modelowanie i badania symulacyjne ruchu żurawia leśnego w cyklu roboczym*, Modelowanie inżynierskie, T.10, nr 41 (2011), 331÷338.
9. Rauch A., Singhose W., Fujioka D., Jones T., *Tip-Over Stability Analysis of Mobile Boom Cranes With Swinging Payloads*, ASME, Journal of Dynamic Systems Measurement and Control 135(3):031008 (2013), 1÷6.
10. Skrzymowski W., *Żurawie samojezdne i wieżowe. Konserwacja i montaż*, Wydawnictwo KaBe 2007.
11. Suwaj S., Mączyński A., *Sprawdzanie stateczności żurawia w trakcie realizacji ruchów roboczych*, Transport przemysłowy, nr 4/10 (2002), 26÷29.
12. Wua J., Guzzomi A., Hodkiewicz M., *Static stability analysis of non-slewing articulated mobile cranes*, Australian Journal of Mechanical Engineering, 12 (2014), 60÷76.

Support system reactions in the assessment of mobile crane stability

The article presents a method for computing the ground reaction forces of the crane support system in the entire operating range. A verification of the mathematical model was performed using the finite element method. The results of numerical computations were used to analyze the stability of the mobile crane load handling system for selected configurations and operating conditions. The results of the simulation show changes of the reaction forces in the support system and the envelope of the load path for given load capacities and reach of the crane.

Autorzy:

prof. dr hab. inż., dr hc. **Wojciech Kacalak** – Politechnika Koszalińska, e-mail: wojciech.kacalak@tu.koszalin.pl .

dr inż. **Zbigniew Budniak** – Politechnika Koszalińska, e-mail: zbigniew.budniak@tu.koszalin.pl .

dr hab. inż. prof. ndzw. **Maciej Majewski** – Politechnika Koszalińska, e-mail: maciej.majewski@tu.koszalin.pl