

# OCENA WIARYGODNOŚCI PROGNOZY JAKOŚCI KOPALINY NA PODSTAWIE MODELU 3D (NA PRZYKŁADZIE FRAGMENTU ZŁOŻA WAPIENI I MARGLI BARCIN-PIECHCIN-PAKOŚĆ)

## AN EVALUATION OF THE RELIABILITY OF THE PREDICTION OF RAW MATERIAL QUALITY BASED ON THE 3D MODEL (ON AN EXAMPLE OF THE PART OF THE BARCIN-PIECHCIN-PAKOŚĆ LIMESTONE AND MARL DEPOSIT)

Jacek Mucha, Monika Wasilewska-Błaszczuk - AGH Akademia Górniczo-Hutnicza  
Małgorzata Cieniawska, Wojciech Chudzik - Lafarge Kruszywa i Beton sp. z o.o.

Geostatystyczny model 3D rozkładu przestrzennego zawartości wybranych składników chemicznych ( $\text{CaO}$ ,  $\text{SiO}_2$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) w złożu wapieni i margli Barcin-Piechcin-Pakość został zbudowany przy zastosowaniu procedury krigingu zwyczajnego, w oparciu o wyniki opróbowania rdzeni wiertniczych z 452 otworów, wykonanych na etapie rozpoznania złoża. Celem badań była ocena wiarygodności i przydatności modelu 3D dla potrzeb prognozy jakości kopaliny w urobku, uzyskiwanym w elementarnych jednostkach wydobywczych oraz obszarach rocznej i 2-3 letniej eksploatacji. Podstawę weryfikacji stanowiły dane uzyskane na etapie rozpoznania eksploatacyjnego złoża w wyniku opróbowania bardzo licznych otworów strzałowych, wykonywanych na froncie eksploatacji. Wyniki badań wskazują na zróżnicowaną w odniesieniu do rozpatrywanych składników chemicznych i generalnie niewystarczającą dokładność prognozy jakości kopaliny przewidzianej do wydobywania w małych, elementarnych jednostkach eksploatacji. Z praktycznego punktu widzenia za satysfakcjonujące można uznać rezultaty prognozy zawartości  $\text{CaO}$  i  $\text{SiO}_2$  w obszarach o wielkości odpowiadającej co najmniej rocznej eksploatacji. Prognoza zawartości  $\text{Al}_2\text{O}_3$  dla rozpatrywanych wariantów bloków wykazuje zbyt słabą korelację z zawartościami składników stwierdzonymi w otworach strzałowych i nie może być uważana za wiarygodną.

Przyczyn słabych cech predykcyjnych modelu 3D w lokalnej skali obserwacji należy upatrywać w dużym rozstawie otworów wiertniczych (100-200 m) w stosunku do poziomych rozmiarów elementarnych bloków eksploatacyjnych (120x5 m), zróżnicowanej jakości danych podstawowych użytych do budowy modelu 3D oraz wygładzających właściwości interpolacji wykonanej przy zastosowaniu procedury krigingu zwyczajnego.

**Słowa kluczowe:** wapień, model 3D, kriging zwyczajny, prognoza jakości

A geostatistical 3D model of the spatial distribution of the selected chemical components ( $\text{CaO}$ ,  $\text{SiO}_2$ , and  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) in the Barcin-Piechcin-Pakość limestone and marl deposit was developed using ordinary kriging procedure based on core samples from 452 boreholes drilled at the stage of deposit exploration. The aim of the study was to assess the reliability and suitability of the 3D model for the prediction of the quality of raw material in the excavated material from exploitation blocks and 1, 2, or 3-year operating areas. The model was verified on the basis of data obtained at the stage of deposit exploration and resulting from samples collected from numerous blast holes drilled at the exploitation front. The results of the study suggest that the accuracy of the prediction of the quality of raw material to be extracted from small exploitation blocks is highly variable and generally insufficient in relation to the analyzed chemical components. From a practical point of view, the results of the prediction of the  $\text{CaO}$  and  $\text{SiO}_2$  content for areas with the minimum one-year exploitation period can be considered satisfactory. The predicted  $\text{Al}_2\text{O}_3$  content for the analyzed variants of exploitation blocks shows too low correlation with the content of components determined in the blast holes and cannot be considered reliable.

The reasons for poor prediction features of the 3D model in the local scale of observation should be seen in large distances between boreholes (100-200m) compared to the horizontal dimensions of exploitation blocks (120x5m), the varied quality of the basic data used to build the 3D model, and in the smoothing properties of the interpolation performed using ordinary kriging.

**Keywords:** limestones, 3D model, ordinary kriging, prediction of quality

### Wprowadzenie

Modelowanie trójwymiarowe złóż zdobywa, ze względu na swoje zalety, coraz większą popularność w Polsce i zaczyna częściowo zastępować lub uzupełniać tradycyjne modelowanie

dwuwymiarowe wyrażane głównie za pomocą map izolinowych. Przedmiotem modelowania są najczęściej: przestrzenne rozmieszczenie najważniejszych składników chemicznych kopaliny (modelowanie geochemiczne) lub wydziałów litologicznych (modelowanie litologiczne). Modele konstruowane za

pomocą licznych już i coraz bardziej dostępnych programów komputerowych umożliwiając szybkie wyznaczenie średnich zawartości i zasobów składników chemicznych we wskazanej, dowolnej bryle przestrzeni złożowej. Podstawowym mankamentem takiego postępowania jest z reguły brak praktycznej możliwości weryfikacji wiarygodności oszacowań w bryłach. Stosowana dla takich celów procedura krosvalidacji [1] informuje jedynie o błędzie prognozowania zawartości składników chemicznych na podstawie modelu jedynie w punktach rozpoznania złoża bez możliwości takiej weryfikacji w bryłach złoża zawartych w przestrzeni złożowej.

Przedmiotem prezentowanych badań była weryfikacja poprawności zbudowanego przy zastosowaniu geostatystycznej procedury krigingu modelu 3D rozmieszczenia zawartości trzech składników chemicznych ( $\text{CaO}$ ,  $\text{SiO}_2$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) w złożu wapieni i margli Barcin-Piechcin-Pakość. Podstawę modelowania stanowiły wyniki opróbowania rdzeni wiertniczych z otworów rozpoznawczych. Zawartości wymienionych składników, na tle wielu innych oznaczanych w próbach, można uznać za wiodące z uwagi na to, że stanowią one elementy wzorów na moduły (hydrauliczny, krzemianowy, glinowy) wyznaczające przydatność kopaliny do produkcji cementu, a także są podstawą wydzielenia gatunków surowcowych dla przemysłu wapienniczego ( $\text{CaO}$ ,  $\text{SiO}_2$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) i sodowego ( $\text{CaO}$ ,  $\text{SiO}_2$ ).

Do weryfikacji jakości modelu 3D składników chemicznych wykorzystano wyniki opróbowania bardzo licznych otworów strzałowych wywierconych na frontach eksploatacji w południowo-wschodniej części wyrobiska Wapienno Wschód.

### Lokalizacja i pozycja geologiczna złoża

Złoże wapieni i margli jurajskich Barcin-Piechcin-Pakość położone jest w województwie kujawsko-pomorskim, w odległości około 25 km na zachód od Inowrocławia. Stanowi ono fragment wychodni utworów węglanowych górnej jury. Złoże usytuowane jest w południowo-zachodnim skrzydle brachyantykliny Zalesia i przykryte glinami oraz piaskami czwartorzędowymi [2]. Serię złożową tworzą utwory górnourajskie zaliczane do oksfordu i kimerydu zapadające monoklinalnie pod kątem  $12\text{--}22^\circ$  w kierunku południowo-zachodnim. W granicach złoża Barcin-Piechcin największym udziałem charakteryzują się surowce odbierane przez przemysł sodowy (około 40%) i przemysł cementowy (około 29%) [4].

### Stan rozpoznania i granice udokumentowanego złoża

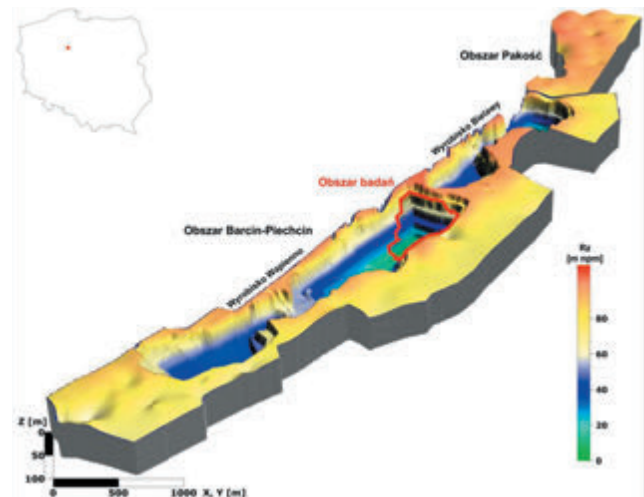
Złoże zostało rozpoznane w czterech etapach i udokumentowane w oparciu o wyniki opróbowania 452 otworów wykonanych w latach 1953–1999. Rozpiętość czasowa wykonania otworów sięga 50 lat, co wobec stopniowo ulepszanej techniki wierceń, metod opróbowania, przygotowania próbek do analiz chemicznych jak i samych oznaczeń składników chemicznych, pozwala założyć z wysokim prawdopodobieństwem, że jakość całego zbioru danych podstawowych jest bardzo zróżnicowana. W dokumentacjach geologicznych rozpatrywanego złoża brak jest informacji dotyczącej ilościowej oceny błędów szeroko rozumianego procesu opróbowania.

Dokumentowane złożo obejmuje dwa obszary o łącznej powierzchni  $5,86 \text{ km}^2$  i oddzielnie prowadzonej ewidencji zasobów: obszar Barcin-Piechcin (o powierzchni  $4,4 \text{ km}^2$ ), w którym prowadzone jest wydobywanie w wyrobisku Wapienno

Wschód i Wapienno Zachód oraz nieeksploatowany obszar Pakość. Kontur złoża tworzy wielobok, którego boki są odcinkami łączącymi skrajne otwory pozytywne oraz odcinki poprowadzone po granicy wyrobiska. W profilu pionowym górną granicę złoża wyznacza spąg utworów czwartorzędowych nadkładu, zaś dolną poziom  $-20 \text{ m n.p.m.}$  lub wychodnia utworów keloweju (w części północnej obszaru). Złoże wyznaczone w myśl przedstawionych zasad ma formę wydłużonego wzdłuż osi NW-SE wieloboku o długości około 8 km i zmiennej szerokości od 0,4 do 1,1 km (rys. 1).

Z uwagi na złożoną budowę geologiczną (zjawiska tektoniczne, procesy epigenetyczne i dużą zmienność jakości spowodowaną występowaniem różnych i licznych odmian litologicznych utworów) złożo zaliczono do II grupy. Kategorie udokumentowania zasobów ( $B$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ ) zostały określone stosownie do gęstości rozpoznania złoża otworami wiertniczymi.

Średni rozstaw otworów w strefie modelowania wynosił w zależności od kategorii rozpoznania od 100 do 200 m. Aktualnie eksploatacja prowadzona jest w wyrobisku Wapienno Zachód na 4 piętrach eksploatacyjnych oraz w wyrobisku Wapienno Wschód, gdzie osiągnięto 6 poziom wydobywczy.



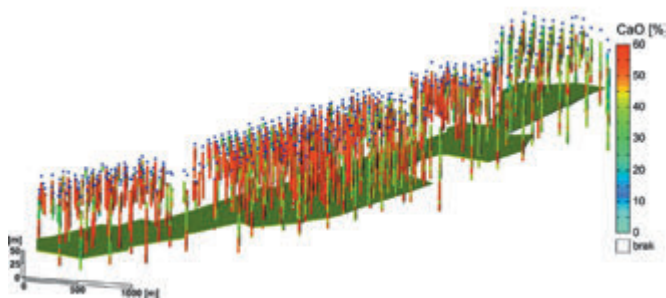
Rys. 1. Wizualizacja 3D przebiegu stropu złoża wapieni i margli Barcin-Piechcin-Pakość w granicach jego udokumentowania z uwzględnieniem stanu eksploatacji na 2012 r. (czerwoną linią oznaczono granicę obszaru badań)

Fig. 1. A 3D visualization of the roof of the Barcin-Piechcin-Pakość limestone and marl deposit within its documentation boundaries and taking into account the state of exploitation as of 2012 (the boundary of the research area is designated by red line)

### Materiał podstawowy badań

Podstawę badań stanowił geostatystyczny model trójwymiarowy (3D) rozmieszczenia zawartości trzech podstawowych składników chemicznych ( $\text{CaO}$ ,  $\text{SiO}_2$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) w fragmencie złoża wapieni i margli Barcin-Piechcin-Pakość oraz wyniki analiz chemicznych prób pobranych z otworów strzałowych w obszarze wyrobiska Wapienno Wschód. Model 3D tworzy zespół komórek elementarnych (minibloków) o rozmiarach  $10 \times 10 \times 1 \text{ [m]}$ , w których oszacowano przy zastosowaniu procedury krigingu zwyczajnego zawartości  $\text{CaO}$ ,  $\text{SiO}_2$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$  w oparciu o dane pochodzące z najbliższych tym komórkom otworów rozpoznawczych [8]. Zbiór danych wykorzystany w modelowaniu 3D obejmował wyniki opróbowania rdzeni 452 otworów wiertniczych. Ich lokalizację wraz z zasięgiem

głębokościowym opróbowania przedstawiono na tle granicy dokumentowania złoża Barcin-Piechcin-Pakość (rys. 2). Z rdzeni otworów wiertniczych pobrano łącznie 5087 prób odcinkowych, z czego 4200 prób ze złoża bilansowego. W próbkach odcinkowych oznaczono zawartości podstawowych składników chemicznych, w tym zawartości CaO, SiO<sub>2</sub>, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. Długość prób odcinkowych w granicach złoża wahała się w szerokich granicach od 0,1 do 19 m, ze średnią równą 7,4 m i medianą 9,0 m. Tak silnie zróżnicowane długości prób odcinkowych, należało przed przystąpieniem do modelowania przestrzennego rozmieszczenia składników zregulować. Proces regularyzacji polega na doborze odpowiedniej, wzorcowej długości utworzonych „sztucznie” próbek, którym przyporządkowuje się zawartości składników ocenione zgodnie z algorytmem średniej ważonej (wagę stanowi pierwotna długość próby odcinkowej). Dobierając długość do jakiej zregulowano pierwotne próby odcinkowe (cząstkowe) kierowano się wysokością pionową minibloków (komórek elementarnych) sieci interpolacyjnej 3D, w którym odbędzie się szacowanie zawartości składników. Dla dokładnego okonturowania deniwelacji w stropie i spągu złoża przyjęto stosunkowo niewielką, pionową wysokość minibloku równą 1 m i w konsekwencji do tej wielkości zregulowano próby odcinkowe z rozpoznawczych otworów wiertniczych.



Rys. 2. Wizualizacja 3D rozmieszczenia otworów wiertniczych w granicach złoża Barcin-Piechcin-Pakość, z informacją o zawartości CaO w próbkach odcinkowych

Fig. 2. A 3D visualization of the arrangement of boreholes within the Barcin-Piechcin-Pakość deposit with the information on the CaO content in chip samples

Do realizacji zadania wykorzystano procedury geostatystyczne, a w szczególności procedurę blokowego krigingu zwyczajnego 3D. Budowa finalnego modelu jakościowego złoża Barcin-Piechcin była wieloetapowa i obejmowała następujące kroki:

- weryfikację poprawności zarejestrowanych w formie zbiorów numerycznych danych podstawowych i materiałów graficznych (karty otworów wiertniczych),
- regularyzację próbek cząstkowych (odcinkowych) polegającą na odpowiednim ujednoczeniu ich silnie zróżnicowanych długości wraz z właściwym przeliczeniem zawartości składników chemicznych,
- statystyczne opracowanie zbiorów danych w próbkach zregulowanych,
- modelowanie 2D za pomocą map izoliniowych powierzchni stropu i spągu złoża bilansowego,
- geostatystyczny opis struktury zmienności zawartości SiO<sub>2</sub>, CaO, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> w granicach złoża bilansowego za pomocą semiwariogramów uśrednionych i kierunkowych, modelowanie semiwariogramów empirycznych (określenie postaci semiwariogramów teoretycznych),
- skonstruowanie modelu przestrzennego rozmieszczenia

zawartości CaO, SiO<sub>2</sub>, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> w miniblokach (komórkach elementarnych) w granicach złoża bilansowego.

Ocenie wiarygodności został poddany fragment modelu 3D w granicach czynnego wyrobiska Wapienno Wschód (rys. 1). Rejon ten charakteryzuje się silnymi zaburzeniami tektonicznymi, występują liczne pustki i szczeliny, które zostały wtórnie wypełnione utworami krasowymi. Otwory wyprzedzające zostały wykonane na 4 poziomach eksploatacyjnych na froncie południowym oraz wschodnim. Odległość między otworami strzałowymi wzdłuż frontu eksploatacji wynosi około 5 m. Pojedynczą porcję urobku uzyskuje się przez odpalenie od 8 do 40 otworów. Średnio w ciągu dnia odpala się materiały wybuchowe sumarycznie w 30 otworach, rozmieszczonych wzdłuż jednej lub dwóch linii usytuowanych w różnych partiach złoża.

W trakcie wykonywania otworów strzałowych, pobierany jest zwiercany materiał skalny do badań. Wiertnica umożliwia opróbowanie złoża na całej długości otworu strzałowego, który jest równy wysokości ściany eksploatacyjnej oraz z odcinka o długości 2 m w głąb kolejnego piętra. Próba pobrana z jednego otworu o masie 1-2 kg jest przekazywana do laboratorium, gdzie jest uśredniana i pomniejszana przez kwartowanie do momentu uzyskania masy od 70 do 80 gram. W kolejnym etapie jest poddawana suszeniu w temperaturze 110°C do uzyskania stałej masy. Po ostygnięciu próbki, odmierzają się 25 g materiału, który jest umieszczany w młynku planetarnym i mielony przez 5 minut. Próba przygotowana w ten sposób poddawana jest badaniu fluorescencyjnym spektrometrem rentgenowskim XRF. W jego wyniku otrzymuje się informację o zawartości pierwiastków takich jak CaO, SiO<sub>2</sub>, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, MgO, SO<sub>3</sub>, K<sub>2</sub>O, Na<sub>2</sub>O, Cl, charakteryzującą odcinek pionowy danego piętra eksploatacyjnego. W celu określenia przydatności danej partii urobku, bądź jej części dla konkretnej gałęzi przemysłu porównuje się zawartość CaO, SiO<sub>2</sub>, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, MgO, SO<sub>3</sub> z odpowiednimi normami lub wymaganiami odbiorców.

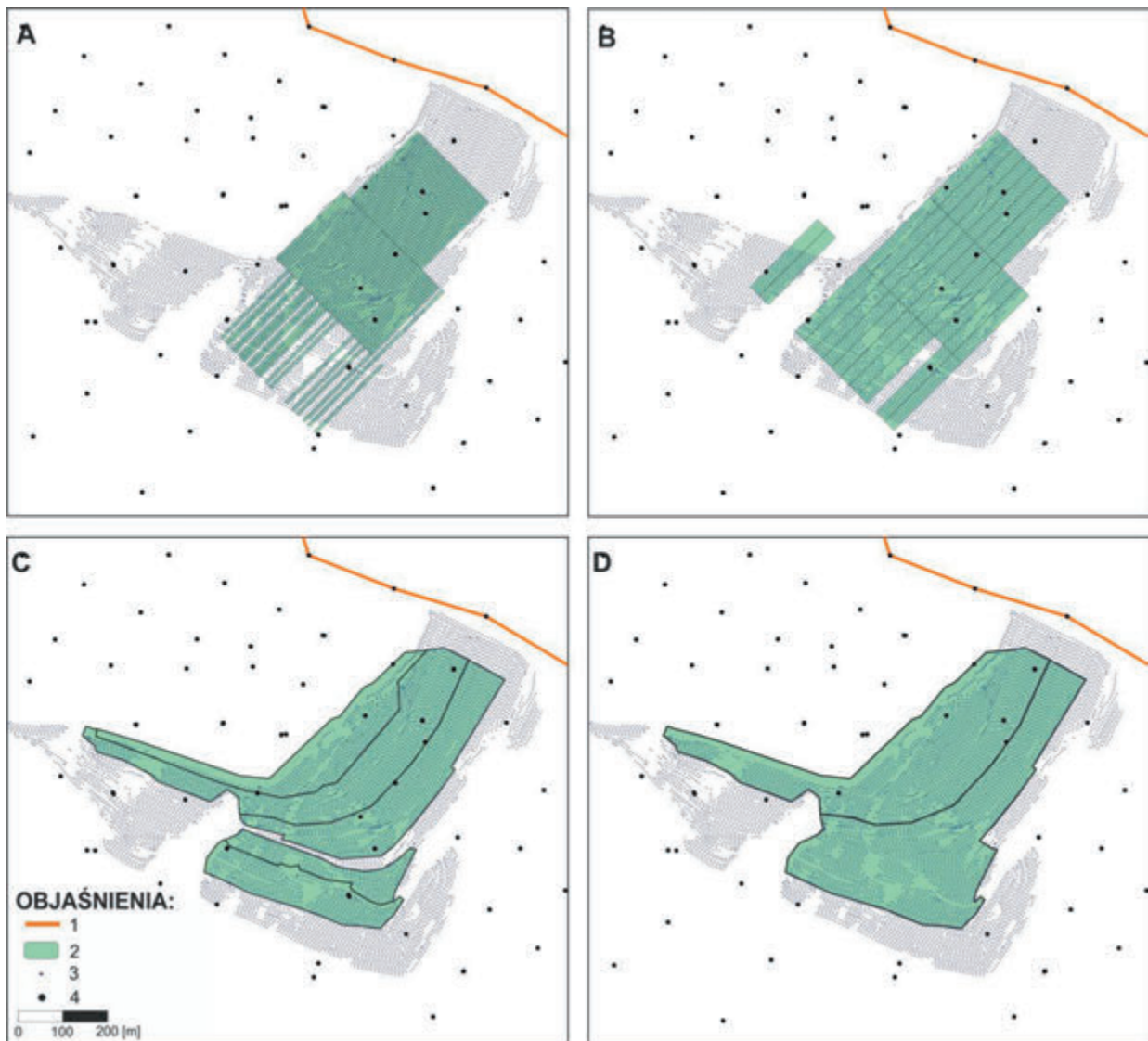
### Metodyka statystycznej analizy porównawczej oszacowań składników chemicznych

Dla zrealizowania celu badań czyli oceny wiarygodności i przydatności modelu 3D dla potrzeb prognozy jakości kopaliny w urobku, w złożu wydzielono 4 zespoły bloków obliczeniowych o wysokościach równych wysokości piętra eksploatacyjnego (średnio około 20 m), ale o różnych powierzchniach poziomych (rys. 3):

- 5x150 m – zbliżonych do elementarnej jednostki wydobywczej, z której uzyskuje się urobek wskutek odstrzału w jednej linii otworów strzałowych (299 bloków) (rys. 3A),
- 20x150 m – odpowiadających czterokrotnej szerokości bloków elementarnych (99 bloków) (rys. 3B),
- odpowiadających obszarom rocznej eksploatacji (o powierzchniach 0,5-3,4 ha z medianą 1,4 ha, odpowiadających ekwiwalentnemu kwadratowi o boku 120 m) (20 bloków) (rys. 3C),
- odpowiadających obszarom 2-3 letniej eksploatacji (2,5-5,7 ha z medianą 3,5 ha, odpowiadających ekwiwalentnemu kwadratowi o boku 190 m) (8 bloków) (rys. 3D).

W każdym z bloków zlokalizowanych na 4 poziomach eksploatacyjnych oszacowano dwukrotnie zawartości trzech wytypowanych składników (CaO, SiO<sub>2</sub>, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>), stosując kolejno uśrednienie arytmetyczne danych odpowiednio z modelu 3D i z otworów strzałowych. Dla liczbowej oceny dokładności





Rys. 3. Lokalizacje bloków obliczeniowych w poziomie I w obszarze weryfikacji modelu 3D: 5x150 m (A), 20x150 m (B), 1-roku (C), 2-3 lata (D)

Objaśnienia: 1 – granica dokumentowania, 2 – bloki obliczeniowe, 3 – otwór strzałowy, 4 – otwór wiertniczy

Fig. 3. Localization of computational blocks in level I in the area of the 3D model verification: 5x150 m (A), 20x150 m (B), 1-year (C), 2-3 years (D)

Explanation: 1 - documentation boundary, 2 - computational blocks, 3 - blast hole, 4 - borehole

oceny zawartości składników w pierwszej kolejności wyznaczono dla wszystkich bloków obliczeniowych, o tej samej wielkości, względne różnice ( $d_{Ri}$ ) i względne absolutne różnice ( $D_{Ri}$ ) między prognozami zawartości składników chemicznych dokonany w oparciu o model 3D i dane z otworów strzałowych stosując wzory:

$$d_{Ri} = \frac{z_{Mi}^* - z_{OSi}}{z_{OSi}} 100 \% \quad (1)$$

$$D_{Ri} = \frac{|z_{Mi}^* - z_{OSi}|}{z_{OSi}} 100 \% \quad (2)$$

gdzie:  $z_{Mi}^*$ ,  $z_{OSi}$  – zawartości składnika ustalone odpowiednio z modelu 3D i otworów strzałowych, oddzielnie dla poszczególnych zespołów bloków obliczeniowych.

Przy założeniu, że oceny z otworów strzałowych są bliskie zawartościom rzeczywistym, średnie arytmetyczne wartości  $d_R$  i  $D_R$  można traktować jako miary błędów oszacowania zawartości składników na podstawie modelu 3D, odpowiednio: systematycznego i losowego. W prezentowanych badaniach zamiast średnich wyznaczano mediany błędów, które są znacznie bardziej odporne na wystąpienia pojedynczych lub

nielicznych wartości anomalnych i tym samym są bliższe błędom rzeczywistym.

W następnej kolejności zbadano zgodność prognoz zawartości składników chemicznych według modelu 3D i danych z otworów strzałowych zlokalizowanych w obrębie poszczególnych zespołów bloków obliczeniowych stosując statystyczną analizę korelacji i regresji liniowej oraz w ograniczonym zakresie nieliniowej. Teoretycznie, w przypadku idealnej zgodności obu ocen zależność powinna mieć charakter liniowy ze współczynnikiem determinacji równym 1 (lub 100%) oraz parametrami modelu liniowego  $b_0=0$  (wyraz wolny) i  $b_1=1$  (współczynnik kierunkowy prostej). Brak statystycznie istotnej korelacji dyskwalifikuje model regresyjny jako narzędzie predykcji. W przypadku statystycznie istotnej korelacji zmiennych, model zależności uznawano za przydatny do predykcji, gdy spełniony był dodatkowy warunek: zmienność wyjaśniona przez model stanowi co najmniej połowę całkowitej zmienności zmiennej zależnej (objaśnianej) co liczbowo ujmuje wartość współczynnika determinacji [6]. Podejście takie uzasadnione jest w geologii górniczej oczekiwaniem, a niekiedy wymogiem wysokiej korelacji zmiennych przy wykorzystywaniu jednej z nich jako predyktora drugiej [3]. Często bowiem zdarza się,

że dla licznych zbiorów danych testy statystyczne wskazują na statystyczną istotność korelacji pomimo, że miary dopasowania modelu do danych empirycznych takie jak np. współczynniki determinacji są bardzo niskie – rzędu kilkunastu procent.

W przedstawionej dalej analizie, udział zmienności wyjaśnionej zmiennej zależnej w jej całkowitej zmienności, scharakteryzowano ilościowo za pomocą skorygowanego współczynnika determinacji, który w odróżnieniu od jego wersji pierwotnej ma tę zaletę, że uwzględnia również liczbę korelowanych par danych i liczbę wyrazów modelu regresji. Wartość skorygowanego współczynnika determinacji wyznacza się ze wzoru:

$$R_{sk}^2 = 1 - \frac{n-1}{n-m} \left( 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \right) \quad (3)$$

gdzie:  $y_i$  i  $\hat{y}_i$  – wartości zmiennej zależnej stwierdzone (pomierzone) i odczytane z modelu regresji liniowej dla „i” – tego pomiaru,  $\bar{y}$  – średnia arytmetyczna,  $n$  – liczba par pomiarów wartości zmiennych,  $m$  – liczba wyrazów modelu regresji ( $m=2$  dla prostego modelu liniowego).

Dodatkowo, jako miarę dobroci predykcji zmiennej zależnej z modelu regresji wyznaczono wartości średniego, absolutnego odchylenia jej wartości ocenionych na podstawie otworów strzałowych ( $y_i$ ) i wyznaczonych z równania regresji  $\hat{y}_i$  (MAE). Oblicza się go ze wzoru:

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|}{n} \quad (4)$$

gdzie:  $y_i$  i  $\hat{y}_i$  – wartości zmiennej zależnej odpowiednio: stwierdzone (pomierzone) i odczytane z modelu regresji liniowej dla „i” – tego pomiaru.

Dla zweryfikowania statystycznej istotności korelacji zastosowano obliczane w statystycznych pakietach komputerowych (np. STATGRAPHICS, STATISTICA) tzw. prawdopodobieństwo testowe oznaczane w angielskiej literaturze przedmiotu symbolem p-value. Można je zdefiniować jako najostrożniejszy poziom istotności, przy którym można odrzucić testowaną hipotezę na podstawie danych empirycznych,

którymi się dysponuje [5]. Gdy dla najczęściej stosowanego w geologii górniczej poziomu istotności  $\alpha=0,05$  zachodzi relacja  $p\text{-value} \leq \alpha=0,05$ , hipotezę o braku korelacji zmiennych odrzuca się z ryzykiem błędu mniejszym od 0,05, co w praktyce pozwala przyjąć statystyczną istotność modelu zależności. Dla relacji przeciwnej brak jest podstaw do odrzucenia hipotezy o braku zależności korelacyjnej. Dla modeli, które uznano za przydatne do predykcji, wyznaczono równania regresji liniowej wiążącej oceny zawartości składników w blokach obliczeniowych uzyskane z otworów strzałowych (zmienna zależna) i z modelu 3D (zmienna niezależna). Można założyć, że oceny z otworów strzałowych są znacznie dokładniejsze z uwagi na ich małe rozstawy niż oceny z modelu 3D skonstruowane w oparciu o rzadko rozmieszczone otwory rozpoznawcze i jako bliskie rzeczywistym mogą być traktowane jako referencyjne. Znajomość równań regresji może być przy takim założeniu wykorzystana do korekty prognozy zawartości składników wyznaczonych z modelu 3D.

## Wyniki i dyskusja

Wyjaśnienie metodyki badania dokładności oszacowania składników na podstawie modelu 3D przedstawiono na rysunku 4. Szacowanie wartości parametru w miniblokach modelu 3D wykonano na podstawie zregulowanych prób cząstkowych otworów wiertniczych (rys. 4A). Minibloki modelu 3D objęte eksploatacją w przyjętych blokach obliczeniowych danego poziomu eksploatacji zostały wydzielone poprzez zasięg pionowy określony na podstawie wyinterpolowanej rzędnej powierzchni danego poziomu i poziomu niższego (rys. 4A). Na rysunku 4B przedstawiono minibloki wydzielone z modelu 3D odpowiadające eksploatacji w latach 2006-11. W obszarze rocznej eksploatacji w poziomie I w roku 2006 uśredniona arytmetycznie zawartość CaO z minibloków (rys. 4C) i z otworów strzałowych (rys. 4D) wyniosła odpowiednio 52,6 i 50,9%. Względna absolutna różnica ( $D_{Ri}$ ) między prognozami zawartości składników chemicznych dokonanymi w oparciu o model 3D i dane z otworów strzałowych dla okresu rocznej eksploatacji wyniosła 3,2%.

Wstępna ocena możliwości predykcji zawartości badanych składników w oparciu o model 3D, wyrażona ilościowo za

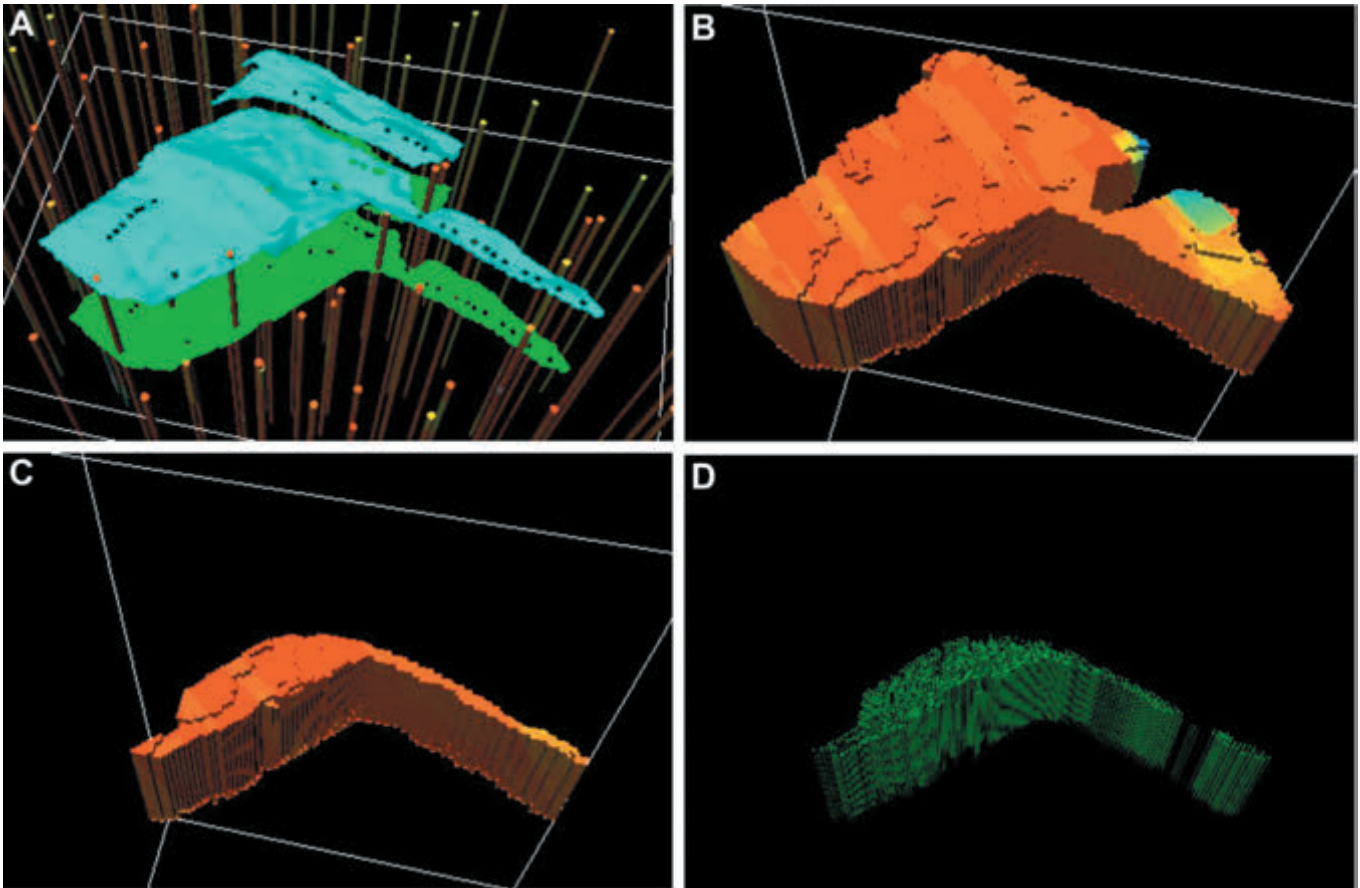
Tab. 1. Statystyka błędów szacowania zawartości składników chemicznych w zespołach bloków obliczeniowych na podstawie modelu 3D (fragment złoża Barcin-Piechcin-Pakość)

Tab. 1. Statistics of estimation errors in estimating the content of chemical components in computational blocks on the basis of the 3D model (part of the Barcin-Piechcin-Pakość deposit)

Składnik chemiczny	Mediany błędów względnych $d_r / D_{Ri}$ [%]			
	dla zespołów bloków obliczeniowych o przeciętnych powierzchniach poziomych:			
	0.075 [ha] (5x150 [m]) (n=299)	0.3 [ha] (20x150 [m]) (n=99)	1.4 [ha]* (~120x120 [m]) (n=20)	3.5 [ha]** (~190x190 [m]) (n=8)
CaO	0.9 / 1.2	0.8 / 1.2	0.6 / 0.7	0.6 / 0.6
SiO <sub>2</sub>	-11.8 / 21.5	-13.8 / 19.2	-14.2 / 16.5	-10.5 / 10.5
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	-7.3 / 21.7	-0.9 / 20.7	-6.5 / 14.1	-5.8 / 12.5

Objaśnienia: \*, \*\* - odpowiada przeciętnej powierzchni eksploatacji rocznej\* i 2-3 letniej\*\* w poziomie eksploatacyjnym,  $n$  – liczba bloków,  $d_r$  – mediana względnych różnic między prognozami zawartości składników chemicznych dokonanymi w oparciu o model 3D i dane z otworów strzałowych (błąd systematyczny),  $D_{Ri}$  – mediana względnych absolutnych różnic między prognozami zawartości składników chemicznych dokonanymi w oparciu o model 3D i dane z otworów strzałowych (błąd losowy)

Explanation: \*, \*\* - corresponds to the average 1\*, 2, or 3-year operating area\*\* in the exploitation level,  $n$  – the number of blocks,  $d_r$  – median of relative differences between the projected content of chemical components based on the 3D model and data obtained from blast holes (systematic error),  $D_{Ri}$  – median of relative differences between the projected content of chemical components based on the 3D model and data obtained from blast holes (random error)



Rys. 4. Lokalizacja otworów wiertniczych na tle powierzchni poziomów eksploatacji: I (kolor niebieski) i II (kolor zielony) w obszarze badań (A). Fragment modelu 3D złoża z oszacowanymi zawartościami CaO w miniblokach obejmujący eksploatację w poziomie I w latach 2006-2011 (B) i tylko w roku 2006 (C). Otwory strzałowe w poziomie I odwiercone w roku 2006 (D)

Fig. 4. The location of boreholes against the surfaces of the exploitation levels: I (blue color) and II (green color) in the examined area (A). A part of the 3D model of the deposit with the estimated CaO content in exploitation blocks covering the level I exploitation in the years 2006-2011 (B) and only in the year 2006 (C). Blast holes in level I drilled in 2006 (D)

pomocą median błędów względnych systematycznych i losowych ujawnia konsekwentne obniżanie się błędów losowych ze wzrostem powierzchni obszaru, dla którego dokonuje się predykcji (tab. 1). Odnotowuje się ponadto wyraźne zróżnicowanie dokładności oceny zawartości CaO oraz  $\text{SiO}_2$  i  $\text{Al}_2\text{O}_3$ . W przypadku zawartości CaO mediany relatywnych błędów systematycznych i losowych są tego samego rzędu wielkości i począwszy od obszarów odpowiadających rocznej eksploatacji w poziomach eksploatacyjnych wynoszą około 0,6% co odpowiada mniej więcej zawartościom bezwzględnym CaO rzędu 0,3-0,4%. Można więc uznać, że prognoza zawartości tego składnika na podstawie modelu 3D jest w praktyce zadowalająca. W odróżnieniu od CaO predykcja zawartości szczególnie  $\text{SiO}_2$  i w nieco mniejszym stopniu  $\text{Al}_2\text{O}_3$  obciążona jest znaczącym błędem systematycznym, sięgającym maksymalnie odpowiednio: 15% i 8%. Jeszcze wyższe wartości, zbliżone dla obu składników, przyjmują maksymalne błędy losowe sięgające 22%. W odniesieniu do tych dwóch składników prognoza ich zawartości z modelu 3D jest niewystarczająco wiarygodna.

Analiza siły korelacji zawartości składników wyznaczonych w oparciu o dane z otworów strzałowych i modelu 3D dla wydzielonych zespołów bloków obliczeniowych wykazała, że w przypadku zawartości  $\text{Al}_2\text{O}_3$  jest ona pomimo swej statystycznej istotności (z wyjątkiem bloków odpowiadających obszarom 2-3 - letniej eksploatacji) bardzo słaba, ze skorygowanymi współczynnikami determinacji <25% i nie spełnia przyjętych założeń.

W przypadku zawartości CaO i  $\text{SiO}_2$  możliwości wiary-

godnej predykcji w oparciu o model regresji liniowej pojawiają się dla bloków obliczeniowych o powierzchni poziomej odpowiadającej wielkością obszarom co najmniej rocznej eksploatacji.

Średnie odchylenia absolutne od modelu (MAE) odniesione do średnich zawartości składników dla obszarów rocznej eksploatacji wynoszą dla CaO i  $\text{SiO}_2$  odpowiednio: 1,1% i 20,5% natomiast dla obszarów eksploatacji 2-3 - letniej odpowiednio: 0,8% i 9,4%. Przyjmując jako wartość dopuszczalną  $\text{MAE} = 10\%$  można przyjąć, że akceptowalne w praktyce dokładności prognozy zawartości  $\text{SiO}_2$  są realne do osiągnięcia dla obszaru szacowania odpowiadającego 2-3-letniej eksploatacji, natomiast zawartości CaO dla obszaru jednorocznej eksploatacji.

Należy jednak dodać, że zauważalnie silniejsze korelacje ocen zawartości  $\text{SiO}_2$  można uzyskać przy zastosowaniu regresji nieliniowej. Interpretacja tego rezultatu na podstawie dostępnych materiałów jest jednak trudna. Dokonując predykcji w oparciu o modele regresji linowej i nieliniowej należy pamiętać, aby nie wykraczać znacząco poza skrajne wartości zmiennej niezależnej.

Uzyskane wyniki analiz statystycznych wskazują na ograniczone możliwości dokładnej predykcji rozpatrywanych składników chemicznych w oparciu o ich geostatystyczne modele 3D rozkładu przestrzennego, szczególnie w lokalnej skali obserwacji. Dla elementarnych jednostek wydobywczych, za które umownie uznano partie złoża, z których uzyskuje się urobek w trakcie pojedynczego odstrzału (o rozmiarach w planie zbliżonych do 5x150 m), prognoza zawartości jest mało



Tab. 2. Jakość modeli liniowych opisujących zależności wiążące oceny zawartości składników chemicznych uzyskane w oparciu o dane z otworów strzałowych (zmienna zależna) i z modelu 3D złoża (zmienna niezależna)

Tab. 2. The quality of linear models describing the relationship between the assessments of chemical components based on data obtained from blast holes (dependent variable) and the 3D model of the deposit (independent variable)

Składnik chemiczny	Zespoły bloków obliczeniowych o przeciętnych powierzchniach poziomych:							
	0.075 [ha]		0.3 [ha]		1.4 [ha]		3.5 [ha]	
	$R_{sk}^2$	MAE	$R_{sk}^2$	MAE	$R_{sk}^2$	MAE	$R_{sk}^2$	MAE
CaO[%]	35.7%*	0.81%	47.7%*	0.81%	60.4%*	0.55%	75.2%*	0.42%
SiO <sub>2</sub> [%]	24.1%*	1.12%	41.0%*	1.06%	57.2%*	0.72%	90.3%*	0.32%
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> [%]	9.8%*	0.16%	21.3%*	0.17%	23.2%*	0.14%	23.2%*	0.11%

Objaśnienia: \* korelacja statystycznie istotna dla poziomu istotności  $\alpha=0.05$  (p-value> $\alpha$ );  $R_{sk}^2$  – skorygowany współczynnik determinacji, MAE – średnie odchylenia absolutne od modelu liniowego zmiennej zależnej

Explanation: \* correlation statistically significant for significance level  $\alpha=0.05$  (p-value> $\alpha$ );  $R_{sk}^2$  – the corrected coefficient of determination, MAE – mean absolute errors (deviations from the linear model of the dependent variable)

wiarygodna, gdyż jej korelacja z zawartościami ustalonymi na podstawie opróbowania otworów strzałowych jest słaba, a porównanie zawartości wskazuje na występowanie silnie zaznaczonych błędów systematycznych i losowych, uwidaczniających się szczególnie w odniesieniu do zawartości SiO<sub>2</sub> i Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. Możliwa do zaakceptowania w praktyce siła korelacji liniowej, ale jedynie w przypadku zawartości CaO i SiO<sub>2</sub>, pojawia się dopiero dla większych partii złoża, począwszy od obszarów rocznej eksploatacji złoża, o rozmiarach poziomych zbliżonych do rozstawu otworów rozpoznawczych. W przypadku zawartości Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> słabe korelacje wskazują, że wiarygodna prognoza tego składnika nie jest możliwa i w decydującej mierze ma ona charakter przypadkowy.

Trudności w zadowalającej predykcji na podstawie modelu 3D wynikają co najmniej z kilku powodów:

- konieczności regularyzacji próbek pobranych z otworów wiertniczych,
- właściwości estymatorów opartych na średnich ważonych,
- rozstawu otworów rozpoznawczych,
- jakości opróbowania rdzeni wiertniczych.

Jak wynika z opisu danych podstawowych, długości próbek były silnie zróżnicowane, a regularyzacja prowadzi do sztucznego obniżenia rzeczywistej zmienności zawartości składników chemicznych w kierunku pionowym (zgodnym z osią otworów). Wadą zastosowanej do interpolacji geostatystycznej procedury krigingu zwyczajnego, podobnie jak i interpolatorów deterministycznych (np. z wagowaniem na odwrotność odległości), jest towarzyszące jej wygładzanie wartości, maskujące lokalną zmienność interpolowanego parametru [7]. Przejawia się to

Tab. 3. Zestawienie zakresów zmienności i wartości średnich (w nawiasach) ocen zawartości składników wg modelu 3D (M) i danych z otworów strzałowych (OS) dla bloków obliczeniowych

Tab. 3. The summary of ranges of variation and mean values (in parentheses) of component content based on the 3D model (M) and data from blast holes (OS) for computational blocks

Składniki chemiczne	Bloki obliczeniowe				Otwory strzałowe (n=35 925)
	5x150 [m] (n=299)	20x150 [m] (n=99)	1.4 ha (1 rok) (n=20)	3.5 ha (2-3 lata) (n=8)	
CaO-M[%]	51.8-53.7 (52.9)	51.6-54.1(52.9)	52.0-53.5 (52.9)	52.2-53.4 (52.9)	9.5-56.1 (51.8) (v=6.3%)
CaO-OS[%]	44.7-54.5 (52.1)	47.9-54.4 (52.1)	48.8-53.8 (52.2)	50.2-53.6 (52.3)	
SiO <sub>2</sub> -M[%]	1.72-3.76 (2.81)	1.52-3.72 (2.77)	1.84-3.72 (2.71)	2.01-3.62 (2.73)	0.0-67.4 (4.02) v=109.1%
SiO <sub>2</sub> -OS[%]	1.12-15.7 (3.67)	1.27-9.14 (3.72)	2.03-7.91 (3.51)	2.07-6.18 (3.42)	
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> -M[%]	0.44-1.34 (0.79)	0.43-1.32 (0.83)	0.63-1.10 (0.82)	0.67-1.05 (0.79)	0.0-8.4 (0.87) v=43.8%
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> -OS[%]	0.39-1.66 (0.82)	0.41-1.57 (0.84)	0.50-1.43 (0.81)	0.57-1.14 (0.79)	

## Podsumowanie i wnioski

Geochemiczne modelowanie 3D w przypadku rozpatrywanego złoża wapieni i margli nie daje możliwości wiarygodnej, lokalnej prognozy zawartości składników chemicznych w elementarnych jednostkach wydobywczych (5x150 m). W odniesieniu do CaO i SiO<sub>2</sub> jest ona poprawna w większej skali obserwacji, odpowiadającej obszarom co najmniej rocznej eksploatacji. Zazwyczaj takie partie złoża rozpoznane są przynajmniej jednym otworem wykonanym w ich obrębie lub najbliższym sąsiedztwie. Skonstruowany model 3D odzwierciedla głównie generalne prawidłowości zmian zawartości składników w przestrzeni złożowej. Zapewne nieco lepsze rezultaty można by uzyskać stosując bardziej zaawansowane ale i bardziej skomplikowane geostatystyczne techniki interpolacyjne oparte na jednej z metod symulacyjnych. Poważną barierą do ich osiągnięcia jest jednak jakość danych stanowiących podstawę budowy modelu 3D. W przypadku ich niskiej jakości stosowanie coraz bardziej skomplikowanych metod nie będzie skutkowało zauważalnym wzrostem dokładności interpolacji i prognozy zawartości składników. Należy

zwrócić uwagę na fakt, że dokładność interpolacji może być różna dla różnych składników z uwagi na ich zróżnicowaną intensywność zmienności i styl zmienności. W omawianym złożu najbardziej wiarygodną prognozę zawartości składników z modelu 3D uzyskuje się dla CaO, gorszą dla SiO<sub>2</sub> i nieakceptowalną dla Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. Dwie pierwsze należy jeszcze skorygować stosując równania regresji wiążącej je z ocenami uzyskanymi na podstawie otworów strzałowych. Prognozując zawartości składników w elementarnych jednostkach wydobywczych dla zakwalifikowania urobku do określonej grupy odbiorców nie można więc rezygnować z bieżącego opróbowania otworów strzałowych.

*Podziękowania dla firmy Lafarge Cement S.A. jak i Lafarge Kruszywa sp. z o.o. za zgodę na wykorzystanie materiałów dokumentacyjnych.*

*Praca zrealizowana została częściowo w ramach badań statutowych Katedry Geologii Złożowej i Górniczej (nr 11.11.140.320) w 2017 roku.*

## Literatura

- [1] Clark I. *The art of cross-validation in geostatistical applications*. Proceedings 19th APCOM, s. 211-220, 1986
- [2] *Dokumentacja geologiczna złoża wapieni i margli jurajskich „Barcin-Piechcin-Pakość” w kategorii B+C1+C2*. Przedsiębiorstwo Geologiczne Kraków, 1987 (Radwan D., Jarecka K., Szuwarzyńska K.)
- [3] Nieć Marek (red.) i in. *Metodyka dokumentowania złóż kopalni stałych. Cz. IV, Szacowanie zasobów*. Ministerstwo Środowiska, 2012, 241s, ISBN 978-83-62922-13-0
- [4] Ostreża i in. *Projekt Zagospodarowania Złoża wapieni i margli jurajskich Barcin-Piechcin-Pakość wraz z kopalnią towarzyszącą w postaci piasków kwarcowych dla Zakładu Górniczego Kujawy Lafarge Cement S.A.*, Arch. Lafarge Cement S.A., 2014
- [5] Sokołowski A. *O niewłaściwym stosowaniu metod statystycznych*. StatSoft Polska (dokument pdf on-line www.statsoft.pl), 2004, s. 5-14
- [6] Stanisław A. *Przystępny kurs statystyki z zastosowaniem STATISTICA PL na przykładach medycyny*, tom 2, Modele liniowe i nieliniowe. StatSoft Polska, 2007, s. 868, ISBN: 978-83-88724-30-5
- [7] Wasilewska M., Mucha J. *Korekta efektu wygładzenia w procedurze interpolacyjnej krigingu zwyczajnego*. Przegląd Górniczy, 2006, nr 1, 31 – 36, ISSN 0033-216X
- [8] Wasilewska-Błaszczuk M., Mucha J. *Jakościowy model 3D złoża wapieni i margli Barcin-Piechcin*. Oprac. niepubl., Arch. Lafarge Cement S.A., 2014