Tomasz KLEKIEL¹

¹Zakład Inżynierii Biomedycznej, Uniwersytet Zielonogórski

METODA POZYCJONOWANIA POWIERZCHNI STAWOWYCH W MODELOWANIU MES

Streszczenie: Praca dotyczy opracowania metody przeznaczonej do pozycjonowania modeli geometrycznych kości na podstawie przyjętego obiektywnego Zagadnienie zdefiniowano kryterium. jako problem optymalizacyjny. Zastosowano metodę Newtona do pozycjonowania elementów kostnych stawu kolanowego dla dowolnego kąta zgięcia. Zaproponowano rozwiązanie umożliwiające ustalenie wzajemnego położenia powierzchni stawowych stawu kolanowego dla modeli geometrycznych kości udowej oraz piszczelowej pozyskanej z tomografii komputerowej dla wyprostowanej proponowanej kończyny. Zastosowanie metody umożliwia dokładne pozycjonowanie elementów bryłowych, dzięki czemu uzyskano wymagany kontakt powierzchni stawowych. Przedstawiona metoda umożliwia uzyskanie dokładnych modeli stawu dla dowolnych położeń.

Słowa kluczowe: modelowanie, metoda Newtona, metoda elementów skończonych

1. WSTĘP

Uszkodzenia stawu kolanowego z penetracją odłamków do kości są jednymi z najbardziej skomplikowanych urazów, w których istnieje wiele problemów w procesie leczenia. Zwykle tego typu urazy powodują rozległe zniszczenia wszystkich anatomicznych struktur stawu [5]. W analizie i doborze procesu leczenia nieodzowne obecnie stało się obrazowanie tomografii komputerowej (CT) bądź rezonansu magnetycznego (MRI) [11]. Zakłada się, że we wszystkich przypadkach ocenę kliniczną prowadzi się poprzez staranny wywiad pacjenta. Wywiad ten pozwala na analizę aktualnego stanu stawu kolanowego zarówno pod kątem powstałego urazu jak i historii związanej ze zmianami zwyrodnieniowymi. Stan pacjenta w chwili powstania urazu jest istotny, ponieważ istnieje wiele czynników wpływających na wiotkość i stabilność stawu tj. tętno, samopoczucie, cykl menstruacyjny u kobiet, czy leczenie farmakologiczne lub genowe [13]. Również należy założyć, że osoby po świeżo przebytym leczeniu złamania w okolicach stawu kolanowego są statystycznie częściej narażenie na jego zwichnięcia podczas wykonywania codziennych czynności tj. stanie czy chodzenie. Obciążenia nagłe i stanowczo przekraczające te codzienne i naturalne dla funkcjonowania człowieka z całą pewnością prowadzą do powstawania urazów czy odnawiania się wcześniejszych kontuzji [7]. Również charakter obciążeń kolana w trakcie wykonywania codziennych czynności np. pracy może mieć istotny wpływ na kinematykę ruchów, jak i zdolność do przenoszenia obciążeń [3].

Powszechnie znane z literatury modele stawu kolanowego są wykorzystywane między innymi do wyznaczania sił kontaktu pomiędzy powierzchniami stawowymi [2, 6] lub prowadzone są badania numeryczne w kierunku ustalenia obciążeń struktur więzadeł krzyżowych i bocznych [4,10]. Odmienną grupę stanowią prace nad opisem kinematyki ruchu stawu pod obciążeniem wykorzystującą metody dynamiki układów wieloczłonowych [12, 14]. Jednak w każdym z przypadków analiza dotyczy określonych kątów zgięcia w stawie kolanowych lub założonych obciążeń jak np. faza podnoszenia z przysiadu [14] czy wybrane fazy chodu [15].

W celu badania sił kontaktu powierzchni stawowych jak również do określenia odkształceń poszczególnych struktur tkankowych powszechnie używana jest metoda elementów skończonych [9]. Wymaga ona m. in. określenia geometrii tkanek kostnych mięśniowych oraz więzadeł. Zwykle kształt kości otrzymuje się na podstawie obrazowania CT i MRI. Ograniczeniem tych metod jest pozyskiwanie geometrii kończyn w położeniach wynikających z ułożenia ciała podczas skanowania. W przypadku chęci pozyskania geometrii stawu w innym położeniu kończyny (np. zgięcie w stawie) powstaje konieczność ponownego skanowania lub "ręcznej" zmiany położenia kończyny poprzez układanie jej komponentów z zachowaniem cech anatomicznych w programach CAD.

Niniejsza publikacja przedstawia skuteczną metodę służącą do precyzyjnego ułożenia kości stawu kolanowego przy dowolnym kącie zgięcia kolana. Dzięki zastosowaniu proponowanej metody nie ma konieczności wielokrotnego skanowania kończyny w przypadku potrzeby uzyskania modeli geometrycznych w różnych położeniach [8].

2. OPIS METODY

2.1 Sformułowanie funkcji celu

Poszukiwanie optymalnego położenia elementów kostnych względem siebie wymaga znalezienia wzajemnego położenia elementów wybranego do analizy modelu przy następujących założeniach:

1. Odległość między powierzchniami stawowymi będą równe grubości chrząstek stawowych.

2. Wystąpi minimalna długość więzadeł ($L_i \div L_n$) min $(\sum |L_i|)$.

3. Nie będzie występować kolizja pomiędzy powierzchniami stawowymi (z uwagi na wymagania kontaktu w metodzie MES nie będą się przenikać)



Rys.1. Model relacji pomiędzy obiektami (kośćmi)

Wyznaczenie wzajemnego położenia struktur kostnych w stawie wymaga procesu optymalizacji w którym optymalne położenie będzie określone poprzez minimalną długość

więzadeł. Uwzględniając założenie, że więzadła oddziałują z różną siłą na kość można założyć, że:

$$\min(f) = \min\left(\sum w_i |L_i|\right) \tag{1}$$

gdzie w_i - jest wagą uzależnioną od powierzchni przekroju poprzecznego i charakterystyką więzadła, L_i - jest odległością pomiędzy punktami.

Im dane więzadło charakteryzuje się większą sztywnością, przy jednostkowym wydłużeniu, dana waga powinna być większa. Wagi powinny być tak dobrane, aby nie zdominować jednego więzadła w stosunku do pozostałych, co można zrealizować przy pomocy funkcji kary w postaci odchylenia standardowego długości poszczególnych więzadeł. Zatem funkcja celu w ogólnym przypadku przyjmie postać:

$$f(L_i) = K(L_i) \left[\sum w_i |L_i| + std(w_i |L_i|) \right]$$
⁽²⁾

Opisywane zagadnienie optymalizacyjne powinno także uwzględniać bezwzględne ograniczenie, które wyklucza możliwość wzajemnej kolizji elementów. We wzorze (2) funkcja kary $K(L_i)$ w zależności od wystąpienia kolizji przyjmuje wartości:

$$K(L_i) = \begin{cases} 1 & \text{brak kolizji} \\ k & \text{jest kolizja} \end{cases}$$
(3)

Wartość k należy dobrać empirycznie i może przyjmować wartości w przedziale $(1;\infty)$. Z uwagi na różniczkowalność równania (2) stwierdzono, że wybór gradientowej metody optymalizacji przedstawionego problemu będzie wystarczający.





Wyznaczenie optymalnej odległości pomiędzy krzywoliniowymi powierzchniami o określonym i skończonym obszarze można przeprowadzić definiując zadanie, jako zagadnienie optymalizacyjne.

Działanie prezentowanej metody daje się wyjaśnić na przykładzie pary punktów P i Q rozmieszczonych w przestrzennym układzie współrzędnych, dla których poszukuje się takiego ich położenia, aby uzyskać ustaloną odległość r_d . Należy, zatem przyjąć, że między tymi punktami zachodzi relacja opisana funkcją f_L (4), która została zdefiniowana w postaci:

$$f_L = f(L - r_d) \tag{4}$$

gdzie:

$$L = \sqrt{(x_P - x_Q)^2 + (y_P - y_Q)^2 + (z_P - z_Q)^2}$$
(5)

W równaniu (4) L jest aktualną odległością między punkami, a r_d zadaną wartością. Przyjmując f_L jako funkcję celu w zagadnieniu optymalizacji, można zagadnienie sformułować jako poszukiwanie takich współrzędnych punktów, aby minimalizować funkcję (4). Ten prosty przykład, pokazany na rys. 2., posłużył do wyznaczenia poszukiwanego położenia punktów jako odległości pomiędzy tymi punktami poprzez niezależną zmianę współrzędnych tych punktów, a zatem rozpatrywany przykład zawiera 6 zmiennych opisujących współrzędne tych punktów.

2.2. Metoda poszukiwania rozwiązania

Zadanie można rozwiązać iteracyjnie stosując sekwencyjnie dla każdej i-tej zmiennej w j-tej iteracji, schemat metody Newtona nożna zapisać w postaci:

$$x_i^j = x_i^{j-1} - f_L \cdot \left(\frac{\partial f_L}{\partial x_i}\right)^{-1}$$
(6)

Operację taką należy powtarzać do chwili spełnienia warunku $f_L \cong 0$. Funkcja (4) przyjmie wartość 0 jeśli odległość pomiędzy punktami będzie równa zadanej wartości.

Zaimplementowano niniejszy algorytm tak, aby schemat z wyrażenia (6) powtarzać sekwencyjnie dla każdej z sześciu zmiennych niezależnie. W wyniku implementacji algorytmu, uzyskano odpowiednią zbieżność. Rysunek 6 przedstawia tę zbieżność, dla której optymalne położenie punktów uzyskuje się po kilku (4-6) iteracjach bez względu na położenie punktów w przestrzeni.

W obliczeniach przyjęto, że układ współrzędnych kości piszczelowej będzie równocześnie początkiem globalnego układu współrzędnych, natomiast ułożenie kości udowej zdefiniowane na stałe względem początku układu współrzędnych. Takie podejście umożliwiło poszukiwanie optymalnego położenia kości piszczelowej względem kości udowej. Ostatecznie zmiany w macierzy roto-translacji dla kości piszczelowej będą mogły być przeniesione do modelu kości.

2.3. Zależności geometryczne

Do opisu relacji pomiędzy łączonymi punktami przyjęto, że punkty należące do danej powierzchni będą miały wspólny układ współrzędnych. Zmiana położenia tego układu będzie powodować zmianę położenia punktów w układzie globalnym. Rysunek 4 przedstawia relacje między obiektami posiadającymi indywidualne układy współrzędnych.

Zmiana odległości między punktami może się odbywać poprzez rotację i translację tych układów. Relację pomiędzy współrzędnymi punktu w lokalnym i globalnym układzie współrzędnych można przedstawić w postaci równania (7):

$$\mathbf{Q}_{\mathbf{i}} = \mathbf{M}\mathbf{P}_{\mathbf{i}} \tag{7}$$



gdzie: $s_x = \sin(\phi_x)$, $s_y = \sin(\phi_y)$, $s_z = \sin(\phi_z)$, $c_x = \cos(\phi_x)$, $c_y = \cos(\phi_y)$, $c_z = \cos(\phi_z)$



Rys.4. Relacja między punktami należącymi do dwóch obiektów

Na potrzeby równania (6) można zdefiniować pochodne względem kolejnych zmiennych występujących w równaniu. Zatem poszczególne pochodne można przedstawić w następującej postaci:

Do opisu położenia punktów w przestrzeni użyto zapisu matematycznego używanego zarówno w robotyce jak i analizie układów wieloczłonowych [1]. Dany układ współrzędnych jest opisany poprzez macierz roto-translacji (8) tworzonej na podstawie współrzędnych środka układu oraz kątów obrotu wokół trzech osi tego układu. Równanie (8) można zróżniczkować względem zmiennych translacji x_0 , y_0 , z_0 oraz rotacji ϕ_x , ϕ_y , ϕ_z . Równanie (9) przedstawia odpowiednie pochodne.

4. PRZYKŁAD OBLICZENIOWY

Przedstawiona metoda została wykorzystana do poszukiwania wzajemnego położenia kości udowej i kości piszczelowej tworzących staw kolanowy w celu uzyskania modelu. Modele kości występujące w postaci geometrii siatki elementów skończonych, posiadają indywidualne układy współrzędnych względem których definiowane są współrzędne punktów siatki trójkątów na powierzchni geometrii kości. Modyfikacja metody opisanej w punkcie 2.1 na potrzeby zastosowania w procesie automatycznego ułożenia elementów kostnych wymaga uwzględnienia faktu, że zmiana położenia danego punktu należącego do obiektu (w tym przypadku kości) następuje nie poprzez zmianę współrzędnych punktów siatki a poprzez zmianę położenia lokalnego układu współrzędnych obiektu. Takie podejście sprawia, że na potrzeby określenia wzajemnego położenia powierzchni stawowych, każdy punkt należący do tego samego obiektu posiada 6 stopni swobody, a zatem zmiana położenia punktu, bez zaburzenia wzajemnego położenia punktów siatki opisującej geometrię kości, wymaga określenia wektora przesunięcia układu współrzędnych oraz kątów obrotu wokół osi.

Geometrię kości piszczelowej oraz udowej uzyskano na podstawie tomografii komputerowej w pozycji wyprostowanej. Przyjęto, że kości stawu kolanowego powinny być ułożone anatomicznie przy różnych kątach zgięcia. W naturalny sposób, położenie kończyny ustalane jest poprzez odpowiednie napięcie mięśni.

Zastosowano uproszczenie pozwalające pominąć funkcję mięśni w procesie poszukiwania wzajemnego ułożenia kości w stawie. Uproszczenie polegało na hipotetycznym przyjęciu powierzchni kontaktu w stawie poprzez wygenerowanie zbioru 4 punktów dla każdej z kości piszczelowej i udowej. Poszukiwanie optymalnego położenia dokonano na podstawie analizy 8 odcinków. Dodatkowo odtworzono punkty stanowiące przyczepy więzadeł: bocznego, przyśrodkowego oraz więzadeł krzyżowych.



Rys.5. Model stawu kolanowego z uwzględnieniem powierzchni kontaktu

Rysunek 5 przedstawia model stawu kolanowego składający się z kości udowej, kości piszczelowej wraz z kością strzałkową stanowiący jedną grupę obiektów przemieszczanych wspólnie w celu znalezienia poszukiwanego położenia. Pozostałe elementy modelu takie jak więzadła krzyżowe, powierzchnie stawowe, rzepka i inne nie są istotne dla prowadzonej analizy, z tym, że w przypadku rzepki wymagane było by pozycjonowanie podobne do przedstawionego w niniejszym artykule. Rysunek 5.a przedstawia położenie punktów określających miejsce kontaktu oraz odcinków łączących te punkty i opisujących wzajemne położenie elementów stawu. Rysunki 5b i 5c przedstawiają w powiększeniu powierzchnie przyśrodkową i boczną stawu. Rysunek 5d przedstawia przekrój przez powierzchnie stawową. W opisywanym przykładzie przyjęto nieruchomą kość udową i poszukiwano położenia kości piszczelowej względem kości udowej. Na obu kościach zamodelowano geometrię chrząstki stawowej. Proces optymalizacji położenia dotyczył poszukiwania najbardziej prawdopodobnego położenia względnego powierzchni stawowych przy uwzględnieniu występowania chrząstki oraz płynu synowialnego w stawie poprzez nadanie odległości pomiędzy powierzchniami stawowymi na poziomie 5mm.

Współrzędne punktów do obliczeń oraz położenia układów współrzędnych określono na podstawie oprogramowania ANSYS w którym realizowano model. Wyniki obliczeń posłużyły ostatecznie do dokonania transformacji na elementach modelu tak aby uzyskać prawidłowy układ powierzchni stawowych.

5. WYNIKI

W obliczeniach przyjęto, że układ współrzędnych kości piszczelowej będzie równocześnie początkiem globalnego układu współrzędnych, natomiast ułożenie kości udowej zostało zdefiniowane na stałe względem początku układu współrzędnych. Takie podejście umożliwiło poszukiwanie optymalnego położenia kości piszczelowej względem kości udowej. Ostatecznie zmiany w macierzy roto-translacji dla kości piszczelowej mogły być przeniesione do aktualnego modelu kości.

Lp	Kąt zgięcia [°]	Różnica odległości (min) [mm]
1	0	0,023
2	10	0,032
3	30	0,111
4	60	0,098
5	90	0,045

Tabela 1. Dokładność odwzorowania kontaktu pomiędzy powierzchniami stawowymi



Rys.6. Zbieżność metody Newtona

Zaimplementowano niniejszy algorytm tak, aby schemat z wyrażenia (6) powtarzać sekwencyjnie dla każdej z sześciu zmiennych niezależnie. W wyniku implementacji algorytmu, uzyskano odpowiednią zbieżność. Rysunek 6 przedstawia tę zbieżność, dla której optymalne położenie punktów uzyskuje się po kilku (4-6) iteracjach bez względu na położenie punktów w przestrzeni.

Przyjęto globalną funkcję celu zdefiniowaną jako suma funkcji dopasowania dla poszczególnych odcinków. Jako poszukiwaną odległość przyjęto 3mm jako typowa przestrzeń dla płynu synowialnego w stawie kolanowym. W celu uzyskania żądanych kątów zgięcia układ współrzędnych dla kości piszczelowej ułożono tak, aby oś x była zgodna z osią obrotu w stawie. W ten sposób wyłączenie tej zmiennej spowodowało, że kąt zgięcia nie ulegał zmianie. Prezentowana metoda wymaga, aby dla każdego poszukiwanego położenia przyjąć miejsce kontaktu na kłykciach kości udowej w postaci punktów.

Weryfikację poprawności obliczeń przeprowadzono poprzez pomiar minimalnej odległości pomiędzy powierzchniami stawowymi. Różnice w odległościach pomiędzy otrzymaną a przyjętą wartością przedstawiono w Tabeli 1. Wyniki uzyskano przy założeniu zatrzymania obliczeń według wzoru (2), jeśli zmiana wartości funkcji jest mniejsza od 1e-4. Dokładność pozycjonowania otrzymaną w wyniku obliczeń na poziomie dziesiątek nanometrów należy uznać za wystarczająco dokładną.

Uzyskiwane wyniki w znaczny sposób zależały od wyboru punktów stanowiących o miejscu kontaktu. Prezentowane wyniki uzyskano dla punktów umieszczonych w niewielkim sąsiedztwie od przewidywanego punktu styku. Dzięki temu możliwe było uzyskanie znacznych dokładności pozycjonowania.

Tabela 1 przedstawia dokładność pozycjonowania w zależności od przyjętego kąta. Jak wynika z przedstawionych danych, proponowany algorytm charakteryzuje się dobrą zbieżnością, a co za tym idzie pozwala uzyskiwać znaczne dokładności. Otrzymane położenia wzajemne powierzchni stawowych odpowiadają takiemu ułożeniu tych powierzchni, które z jednej strony odpowiada przyjętym kryteriom poszukiwania a z drugiej jest zgodne z ułożeniem anatomicznym, czyli takim, które uważa się powszechnie za prawidłowe w zdrowym stawie.

5. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono skuteczną metodę służącą do poszukiwania wzajemnych położeń obiektów przestrzennych w celu uzyskania założonych cech kontaktu i wzajemnego oddziaływania. Przedstawiono metodykę opartą na algorytmach optymalizacji. Proponowaną metodę z powodzeniem zastosowano do wzajemnego ułożenia elementów kostnych stawu kolanowego przy różnych kątach zgięcia kolana. Przedstawioną metodę użyto do wzajemnego ułożenia kości udowej i piszczelowej stanowiącej staw kolanowy. Analizowana dokładność pozycjonowania brył wskazuje na wysoką skuteczność i dokładność proponowanej metody. Dokładność przedstawionej metody ściśle zależy od wyboru punktów należących do powierzchni kontaktu. Prawidłowy ich wybór gwarantuje uzyskanie oczekiwanego ułożenia kości w numerycznych modelach kończyn.

LITERATURA

- Casolo F., Legnani G., A new approach to identify kinematic peculiarities in human motion, XII International Congress of Biomechanics ISB, 26-30 June 1989 University of California, Los Angeles, USA.
- [2] Chen Z., Jin Z., Prediction of in-vivo kinematics and contact track of total knee arthroplasty during walking, Biosurface and Biotribology, vol. 2, 2016, p.86–94.
- [3] Gaudreault N., Hagemeister N., Poitras S., Guise d. A. J., Comparison of knee gait kinematics of workers exposed to knee straining posture to those of non-knee straining workers, Gait & Posture, vol. 38, 2013, p.187–191.
- [4] Gerus P., Sartori M., F. Besier T., Fregly J. B., Delp L. S., Banks A. S., Pandy G. M., D'Lima, David G. Lloyd, Subject-specific knee joint geometry improves predictions of medial tibiofemoral contact forces, Journal of Biomechanics, vol. 46, 2013, p.2778–2786.
- [5] Golubović Z., Popović Z., Milenković S., Stojiljković P., Stevanović G., Radovanović Z., Golubović I., Trenkić M., Najman S., Petrović S., Missile Injury of the Knee Joint, Scientific Journal of the Faculty of Medicine in Niš, 2013, vol. 30(4), p.225-231.
- [6] Guess M. T., Razu S., Loading of the medial meniscus in the ACL deficient knee: A multibody computational study, Medical Engineering and Physics, vol. 41, 2017, p.26– 34.
- [7] Howells R. N., Brunton R. L., Robinson J., Porteus J. A., Eldridge D. J., Murray R. J., Acurate knee dislocation: An evidence based approach to the management of the multiligament injured knee, Injury, Int. J. Care Injured, vol. 42, 2011, p.1198-1204.
- [8] Klekiel T., Będziński R., Finite element analysis of large deformation of articular cartilage in upper ankle joint of occupant in military vehicles during explosion, Archives of Metallurgy and Materials, Vol 60, Issue 3B, 2015.
- [9] Klekiel T., Biomechanical analysis of lower limb of soldiers in vehicle under high dynamic load from blast event, J. Series on Biomechanics, vol. 29, 2-3, 14-30, 2015.
- [10] Rahman M., Cil A., P. Stylianou A., Prediction of elbow joint contact mechanics in the multibody framework, Medical Engineering and Physics, vol. 38, 2016, p.257–266.
- [11] Rossi R., Dettoni F., Bruzzone M., Cottino U., D'Elicio G. D., Bonasia E. D., Clinical examination of the knee: know your tools for diagnosis of knee injuries, Rossi et al. Sports Medicine, Arthroscopy, Rehabilitation, Therapy & Technology, 2011, vol. 3, p.25.
- [12] Sancisi N., Gasparutto X., Parenti-Castelli V., Dumas R., A multi-body optimization framework with a knee kinematic model including articular contacts and ligaments, Meccanica, 2017, vol. 52, p.695–711.
- [13] Vauhnik R., Morrissey C. M., Rutherford M. O., Turk Z., Pilih A. I., Perme P. M., Correlates of knee anterior laxity in sportswomen, The Knee, vol.16, 2009, p.427–431.

- [14] Wilson D. R., O'Connor J.J., A three-dimensional geometric model of the knee for the study of joint, Gait& Posture, 1997, p.108-115.
- [15] Winby R. C., Lloyd G. D., Besier F. T., Kirkb B. T., Muscle and external load contribution to knee joint contact loads during normal gait, Journal of Biomechanics, vol.42, 2009, p.2294–2300.

A METHOD FOR POSITIONING THE GEOMETRICAL MODELS OF HUMAN JOINTS IN DIFFERENT POSITIONS

Abstract: This paper presents the method to preparation geometrical models in which the suitable position is required. The author applied the Newton algorithm to finding solution for nonlinear set of equations. These equations are prepared from general relations between independent coordinates. Application was realized in VBA language based on data received from model generated in ANSYS Inc. Software. The proposed method was examined for finding position problem for the fibula and tibia bones in knee joint for different angles during bending of knee. The error of solutions was determined as a mean distance between selected spaces. The results were compared on the space selected to represented the cartilage contact in the joint.