

Inżynierskie zastosowania metody elementów dyskretnych

Paweł Mendiaka

1. Wprowadzenie

Metoda Elementów Dyskretnych (ang. *Discrete lub Distinct Element Method*), w literaturze spotykana jest również nazwa Metoda Elementów Osobnych), zwana w skrócie DEM, pozwala na symulowanie ruchu i wzajemnego oddziaływania wielu elementów (cząstek) o skończonych wymiarach. Zgodnie z definicją z publikacji [1], programy komputerowe wykorzystujące metodę elementów dyskretnych powinny pozwalać na symulację skończonych przemieszczeń i obrotów ciał o charakterze dyskretnym (wraz z możliwością ich całkowitego odrywania się od siebie) oraz automatycznie wykrywać występujące interakcje (kontakty) pomiędzy elementami w procesie symulacji. Ze względu na dosyć unikalne możliwości symulacji ośrodków nieciągłych (w tym materiałów sypkich), metoda DEM znajduje szerokie zastosowanie w analizach inżynierskich związanych z przemysłem wydobywczym, energetycznym, budowlanym, geotechnicznym czy transportowym. Tego typu symulacje pozwalają modelować obiekty o bardzo skomplikowanym, nieliniowym i niestacjonarnym opisie matematycznym, związanym z transportem i przeróbką materiału ziarnistego. Pozwala to lepiej dobrać m.in. parametry układów napędowych bądź dokładniej dostrajać stosowane algorytmy sterujące procesami. W niniejszym artykule przedstawiono krótko opis metody oraz przykłady jej zastosowania w analizach inżynierskich.


W dalszej treści artykułu przyjęto konwencję określania pojedynczej masy dyskretnej mianem elementu dyskretnego, w nawiązaniu do nazwy metody; inne spotykane w literaturze nazwy to cząstki (ang. *particles*) lub – ze względu na często stosowaną postać 3D elementów – po prostu kulki (ang. *balls*).

2. Metoda elementów dyskretnych

W metodzie DEM przyjmuje się, że elementy dyskretne to sztywne cząstki o określonej masie, mogące w ogólnym przypadku poruszać się niezależnie od siebie, zarówno ruchem postępowym, jak i obrotowym. Elementy oddziałują na siebie za pośrednictwem tzw. modeli kontaktowych, opisujących matematycznie zależności dotyczące działających sił i momentów. Zmiana stanu układu w czasie wyliczana jest numeryczną metodą *explicit* z równań dynamiki Newtona. Siły działające na układ mogą wywoływać stan równowagi statycznej (w którym nie występuje ruch elementów) lub powodować przepływ symulowanego materiału (ruch elementów dyskretnych).

Jeśli przyjęty model kontaktowy opisuje sprężyste oddziaływanie pomiędzy elementami, wzajemne zachowanie tych elementów jest modelowane za pomocą tzw. „kontaktu miękkiego”,

Streszczenie: W artykule przedstawiono ogólne założenia i warunki brzegowe stosowania Metody Elementów Dyskretnych, zwanej w skrócie DEM (ang. *Discrete Element Method*). Przedstawiono schematycznie proces symulacji z wykorzystaniem opisywanej metody, wskazując na istotną rolę modeli kontaktowych. Opisano również zalety najczęściej stosowanych pakietów oprogramowania implantujących DEM. Szczególną uwagę poświęcono przemysłowym zastosowaniom metody, tj. symulacjom transportu, ładowania, kruszenia i granulacji materiałów sypkich i ziarnistych. Referat podsumowano, podając najważniejsze zalety i wady związane ze stosowaniem metody DEM.

 **Abstract:** The article presents the general assumptions and boundary conditions for the use of the Discrete Element Method (DEM). The simulation process implementing described method is presented schematically, indicating the important role of contact models. The advantages of the most commonly used DEM software packages are also described. Particular attention has been paid to industrial applications of the method: transport, loading, crushing and granulation of bulk and granular materials. The paper summarizes the main advantages and disadvantages associated with the use of the DEM.

w którym określona zadana sztywność elementu na kierunku normalnym opisuje siłę kontaktową połączenia pomiędzy elementami, a same elementy mogą na siebie nachodzić w otoczeniu punktu kontaktowego, modelując w ten sposób ściśliwość materiału. Możliwe jest też zastosowanie bardziej zaawansowanych modeli kontaktowych, opisujących wzajemną interakcję pomiędzy elementami (np. model Hertza, Burgera, modele połączenia płaskiego itp.). Przykładowo, w bardziej rozbudowanym modelu kontaktowym można uwzględnić możliwość występowania quasi-stabilnego połączenia pomiędzy elementami, które to połączenie na skutek działania dużych sił zewnętrznych może ulec zerwaniu. Tego typu model pozwala na przenoszenie sił rozciągających pomiędzy elementami, na co nie pozwalał prosty model miękkiego kontaktu oparty jedynie na parametrze sztywności. Rozwijając tę ideę dalej, możliwe staje się modelowanie struktur o budowie ziarnistej, np. skał, z uwzględnieniem niejednorodności ziaren (różne rozmiary

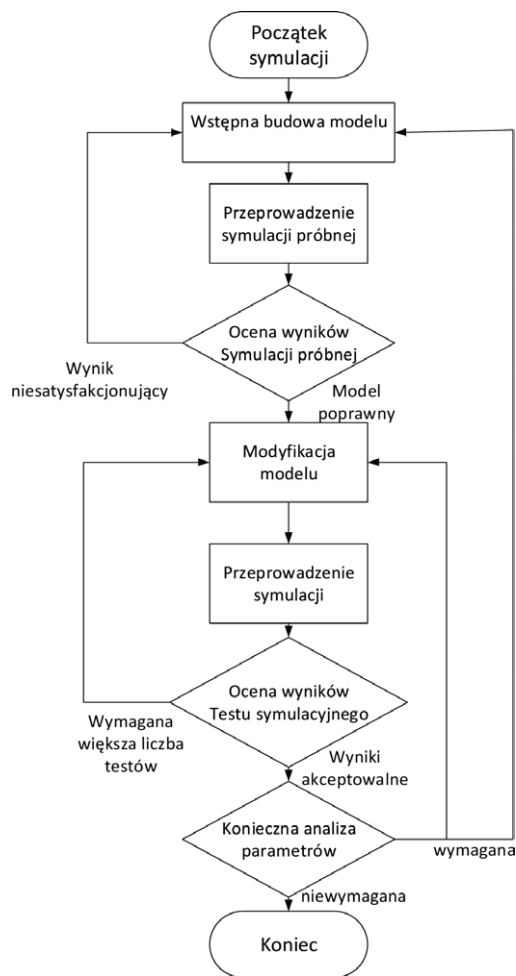
elementów dyskretnych) oraz obecnością spękań wewnętrznych (poprzez odpowiedni rozkład parametrów połączeń trwałych).

W metodzie DEM interakcja pomiędzy elementami jest traktowana jako proces dynamiczny, którego stan równowagi osiągany jest w momencie równowagi sił wewnętrznych i zewnętrznych. Siły kontaktowe i przemieszczenia elementów znajdowane są dzięki śledzeniu ruchu poszczególnych ciał. Ruch ten jest wypadkową działania sił zewnętrznych oraz sił kontaktowych elementu z innymi elementami lub ograniczeniami przestrzeni (ścianami). Można więc zauważyć, że obliczenia wykonują się w sposób cykliczny: najpierw na podstawie aktualnego położenia elementów wyliczane są wartości działających sił kontaktowych, następnie w oparciu o zasady dynamiki Newtona dokonywane jest dyskretne przemieszczenie ciała, co skutkuje zmianą wartości sił kontaktowych, na podstawie których obliczone zostanie kolejne przemieszczenie.

Dynamiczne zachowanie elementów jest reprezentowane numerycznie przez algorytm kroku czasowego, zakładający stałość przyspieszeń i prędkości w danym kroku. Metoda obliczania kolejnych wartości parametrów ruchu jest identyczna jak w przypadku Metody Różnic Skończonych (ang. FDM – *Finite Difference Method*) dla ośrodków ciągłych. Metoda DEM oparta jest na założeniu, że dla dostatecznie małego kroku czasowego dane zaburzenie struktury nie będzie propagować dalej niż pomiędzy bezpośrednio sąsiadującymi elementami skończonymi. Ponieważ prędkość propagacji danego zaburzenia jest funkcją parametrów systemu dyskretnego, w oparciu o te parametry możliwy jest dobór takiego kroku czasowego, który zapewni prawdziwość powyższego założenia. Zastosowanie metody *explicit*, w odróżnieniu od metody *implicit*, pozwala na symulowanie nieliniowych interakcji pomiędzy dużą ilością elementów bez nadmiernego wykorzystania pamięci komputera oraz bez konieczności stosowania obliczeń iteracyjnych.

Metoda DEM została zaproponowana przez Cundalla w publikacji [2] dla analizy problemów mechaniki skał. W późniejszym okresie metoda ta została zaadaptowana do analizy mechaniki gruntów ([3]). Szczegółowy opis metody znajduje się w dwuczęściowej publikacji Cundalla i Harta [3] i [8], jak również m.in. w instrukcji do programu UDEC [10]. W Polsce metodą DEM zajmuje się przede wszystkim Rojek z IPPT PAN (m.in. publikacje [13] i [15]), Jakubowski [11] oraz inni pracownicy AGH ([5], [6] i [12]).

Szczególny wkład w rozpropagowanie i przemysłowe wdrożenie metody DEM, obok wspomnianego prof. Rojka i dr. Jakubowskiego, miał śp. profesor Marek Kwaśniewski z Politechniki Śląskiej. Prof. Kwaśniewski analizował problemy geoinżynierijne, w których opisywaną w artykule metodę przyjęło się nazywać Metodą Elementów Odrębnych. Symulowane elementy najczęściej mają kształt płytkowy bądź blokowy, co pozwala inżynierom modelować górotwory blokowe bądź spękane. W publikacji [19] prof. Jakubowski prezentował dynamiczne oddziaływanie górotworu na obudowy zmechanizowane, natomiast w publikacji [20] przedstawił on symulację eksploatacji pokładu węgla systemem ścianowym z zawałem stropu.



Rys. 1. Ogólny algorytm przeprowadzania testu symulacyjnego z wykorzystaniem DEM

3. Modelowanie w środowisku DEM

Proces budowy i przeprowadzania testu symulacyjnego z wykorzystaniem metody DEM w dużym stopniu zależy od zastosowanego oprogramowania i jego możliwości. Ogólnie można wyróżnić cztery etapy definiowania modelu:

1. ustalenie typu, rozmiaru i kształtu środowiska, w którym zostanie przeprowadzony test (w tym zdefiniowanie fizycznych barier i elementów ruchomych);
2. generacja zdefiniowanej liczby i typu elementów dyskretnych;
3. zdefiniowanie stosowanych modeli kontaktowych i parametrów materiałowych;
4. zadanie warunków brzegowych i początkowych.

Na rysunku 1 przedstawiono prostą i skuteczną procedurę przeprowadzania testu symulacyjnego z wykorzystaniem DEM, uwzględniającą fazę budowy modelu, przeprowadzenie testów właściwych i ewentualną analizę wpływu zmiany parametrów modelowych na wynik symulacji.

Poniżej przedstawiono kilka dodatkowych rozważań, istotnych przy budowie modeli wykorzystywanych w badaniach symulacyjnych z wykorzystaniem DEM (na podstawie publikacji [9]).

3.1. Różnice pomiędzy modelami 2D i 3D

Z uwagi na fakt, że elementy 2D posiadają mniej stopni swobody niż ich wersje 3D, czas wykonywania symulacji jest dla nich znacząco krótszy. Kolejnymi zaletami stosowania modeli 2D jest lepsza skalowalność elementów – zmniejszenie wymiarów liniowych elementu przy zachowaniu takich samych gabarytów całego modelu dla wersji 2D powoduje znacznie mniejszy wzrost liczby elementów, a przez to złożoności obliczeniowej, jak dla wersji 3D, oraz ułatwia analizę wyników symulacji. Z tych względów, jeśli jest to możliwe, zaleca się przeprowadzać w pierwszej fazie badań symulacje z wykorzystaniem modeli 2D. Trzeba jednak mieć przy tym świadomość, że modele dwuwymiarowe posiadają istotne ograniczenia w opisywaniu zjawisk fizycznych w stosunku do modeli trójwymiarowych.

Modele 2D uwzględniają działanie jedynie dwóch komponentów siły oraz jednego komponentu momentu, w opozycji do trzech komponentów sił i trzech składowych momentów w układach 3D. Siły działające w płaszczyźnie prostopadłej do modelu w układzie 2D nie są w żaden sposób rozpatrywane podczas wyliczania równań ruchu elementów. W uproszczeniu można przyjąć, że o ile modele 3D rozpatrują ruch i wzajemne oddziaływanie elementów kulistych, to modele 2D symulują podobny zbiór elementów walcowych o jednostkowej grubości. W praktyce rozwiązania modeli 2D i 3D są tożsame jedynie dla układów o płaskim stanie naprężeń lub odkształceń bądź dla układów o wyraźnej symetrii – jak np. długie tunele czy przenośniki taśmowe w swoich środkowych fragmentach. Ograniczenia modeli 2D muszą być brane pod uwagę przy każdej przeprowadzanej symulacji i analizie jej wyników; pomimo to, z uwagi na znacząco krótszy czas wykonywania obliczeń, uproszczone symulacje 2D, wykonywane w celu walidacji danej hipotezy bądź algorytmu numerycznego (np. własnego modelu kontaktowego), są zalecane niemal na każdym etapie prowadzonych badań.

3.2. Kształt elementu dyskretnego

Główną różnicą pomiędzy metodą DEM a analizami ośrodków ciągłych (np. metodą elementów skończonych) jest kształt podstawowego elementu: dysku w modelach 2D bądź kuli w modelu 3D. Jeśli analizowany problem dotyczy wprost interakcji pomiędzy dyskami bądź kulami, metoda DEM może być zastosowana bezpośrednio. Jeżeli natomiast rzeczywiste cząstki mają bardziej złożone kształty, odwzorowanie tychże może być kluczowe dla otrzymania adekwatnych wyników symulacji. Wyróżnia się dwie podstawowe metody odwzorowania takich złożonych kształtów:

- poprzez miękkie połączenie kilku niewielkich elementów dyskretnych – wiązania pomiędzy elementami są stałe, ale każdy kulisty element jest rozpatrywany na tych samych prawach, jak elementy swobodne; dodatkowo, po spełnieniu założonego warunku, elementy składowe cząstki mogą ulegać rozerwaniu, symulując proces pęknięcia cząstki;
- poprzez wykorzystanie trwale połączonych mniejszych elementów dyskretnych – z tą różnicą do przypadku wcześniejszego, że tego typu cząstka jest rozpatrywana jako całość (z angielskiego określana jest często jako *clump*), a nie zbiór połączonych mniejszych cząstek; w ogólnym przypadku,

stosowanie takiego podejścia zmniejsza wymagania obliczeniowe symulacji.

W przypadku bardzo zaawansowanych symulacji można rozważyć zastosowanie połączenia mieszanego – badać aglomeraty (zgodnie z propozycją pierwszą) cząstek zbudowanych z elementów typu *clump* (wg propozycji drugiej). Tego typu analiza została przedstawiona w publikacji [16].

3.3. Modelowanie układów o niepełnym bądź niedokładnym opisie

W wielu dziedzinach inżynierii, szczególnie w geotechnice, często nie ma dostępu do pełnego opisu parametrów modelowanego ośrodka bądź opis ten obarczony jest znaczącą niepewnością. W takich przypadkach należy zmienić metodologię modelowania w stosunku do wykorzystywanej w przypadku np. inżynierii mechanicznej. W publikacji [17] zawarto szczegółowe uwagi co do postępowania z systemami o ograniczonej ilości opisujących je informacji. W skrócie ujmując, dane oparte o badania połowe nigdy nie będą określone w pełni z zerową niepewnością. W związku z tym niecelowe jest oczekiwanie, że wynik symulacji w oparciu o takie dane dostarczy konkretnych informacji, mogących zostać wykorzystywanych w dalszych fazach prac inżynierskich, np. w procesie projektowania. Pomimo tego model numeryczny jest wciąż użyteczny w obrazowaniu mechanizmów i zachowań mogących mieć miejsce w analizowanym układzie fizycznym. W tym wypadku model symulacyjny służy rozbudowie intuicji i zmysłu inżynierskiego badacza, dostarczając mu szeregu przykładów typu przyczyna – skutek. W związku z tym opracowane modele mogą być stosunkowo proste, zakładając przybliżoną zgodność danych doświadczalnych z przyjętymi parametrami symulacyjnymi. W takim przypadku budowa rozbudowanych i skomplikowanych modeli symulacyjnych jest tylko stratą czasu i dodatkowym wysiłkiem inżyniera, dodatkowo często zaciemniając istotę analizowanego zjawiska.

3.4. Modelowanie układów chaotycznych

W niektórych obliczeniach, szczególnie tych uwzględniających materiały niejednorodne i nieciągłe, wyniki symulacji mogą być bardzo wrażliwe nawet na niewielkie zmiany warunków początkowych czy drobne różnice w charakterystyce zadane obciążenia. Na pierwszy rzut oka stwierdzenie takiego zachowania modelu może skutkować brakiem dalszego zaufania do wyników analiz numerycznych. Jednakże takie zachowanie nie jest błędem – tego typu wrażliwości występują również w rzeczywistych układach fizycznych. Występują przynajmniej dwa źródła tego typu zjawisk.

Część kształtów geometrycznych występujących nieciągłości może skutkować koniecznością wyboru, w ogólnym przypadku losowym, pomiędzy kilkoma możliwymi rozwiązaniami danego zagadnienia. Dla przykładu, rozważając upadek niewielkiej, nieregularnej bryłki skalnej na wierzchołek stożkowego wzgórza, trudno przewidzieć, w którą stronę (którym zboczem) potoczy się ta bryłka. W tym przypadku nawet niewielkie odchylenie bryłki w locie może drastycznie zmienić jej późniejszy kierunek staczenia się po zboczu wzgórza.

Dla niektórych układów można zaobserwować zjawisko osłabiania, lub bardziej ogólnie, dodatniego sprzężenia zwrotnego. Przykładowo w niemal jednorodnym polu naprężeń dla materiału z osłabieniem niewielkie zaburzenia stają się coraz bardziej znaczące wraz z postępem czasowym w związku z faktem, iż na bardziej odkształcony obszar oddziałują większe naprężenia, co powoduje dalszy wzrost odkształceń itp.

Obydwa te zjawiska powodują skrajnie chaotyczne zachowanie układu (szerzej opisane w pracach [4] i [18]). Badania nad układami chaotycznymi dowodzą, że dokładna ewolucja ich rozwiązań jest nieprzewidywalna, nawet w zarysie. Obserwowana wrażliwość modelu komputerowego jest po prostu odzwierciedleniem tej samej wrażliwości występującej w rzeczywistym układzie. W związku z tym, podobnie jak w przypadku układów o niepełnych bądź niepewnych danych, nie jest celowe poszukiwanie „prawdziwego” i „dokładnego” rozwiązania, gdyż i tak takie rozwiązanie nie będzie odpowiadać warunkom rzeczywistym. W przypadku modeli chaotycznych należy zatem oczekiwać skończonego zbioru różnych rozwiązań, występujących z określonym prawdopodobieństwem. W nawiązaniu do tego należy zastosować modele statystyczne – zarówno rozkładu parametrów początkowych, jak i (na podstawie przeprowadzonych dla nich analiz) rozkładu rozwiązań danego problemu. Takie podejście daje znacznie lepszy obraz badanego zagadnienia, ale jest też znacznie bardziej wymagające i czasochłonne.

4. Oprogramowanie implementujące metodę DEM

Na rynku dostępnych jest kilka programów umożliwiających wykonywanie analiz metodą DEM. Do najważniejszych z nich należą m.in.:

- **CFDEM Workbench** – oprogramowanie firmy DCS computing w ramach projektu CFDEM. Umożliwia wykonanie skojarzonych symulacji DEM i CFD, jak również udostępnienia (zarówno w wersji darmowej, jak i komercyjnej) bardzo wydajny algorytm obliczeniowy LIGGGHTS;
- **PFC** (zarówno w wersjach 2D, jak i 3D) – środowisko symulacyjne firmy Itasca; dostarcza użytkownikowi rozbudowany graficzny post-procesor, umożliwia prowadzenie skojarzonych analiz termicznych i przepływowych, jak również pozwala na programowanie własnych skryptów;
- **Rocky** – oprogramowanie firmy ESSS, nastawione głównie na wykorzystania przemysłowe; umożliwia symulację elementów o kształtach niekulistych;
- **EDEM** – rozbudowane i popularne środowisko symulacyjne firmy EDEM, umożliwiające m.in. łatwą współpracę z innymi programami inżynierskimi, takimi jak ANSYS, Simulink czy ADAMS;
- **NEWTON** – oprogramowanie firmy ACTek, posiadające szereg opcji ułatwiających analizy przenośników taśmowych;
- **LS-Dyna** – oprogramowanie firmy LSTC do analizy zjawisk szybkozmiennych, w tym m.in. zderzeń pojazdów czy wybuchów jądrowych; umożliwia również wykorzystanie metody DEM bądź SPH.

Autor niniejszej publikacji w swoich badaniach używa zasadniczo dwóch spośród powyżej wymienionych środowisk symulacyjnych: programu PFC 3D w wersji 5.0 oraz pakietu LS-Dyna.

Podobnie jak inne wymienione powyżej programy, pakiet PFC umożliwia symulowanie przepływu elementów dyskretnych przy poniższych założeniach:

1. Elementy traktowane są jako bryły sztywne.
2. Podstawowym kształtem elementu jest koło (w przypadku modelu 2D) lub kula (w przypadku modelu 3D).
3. Zastosowanie tzw. „logiki bryłowej” (*clump logic*) pozwala na tworzenie na stałe połączonych ze sobą aglomeratów elementów o wypadkowym niekulistym kształcie. Każda powstała w ten sposób bryłka zachowuje się jak bryła sztywna.
4. Elementy oddziałują na siebie za pośrednictwem matematycznych modeli kontaktowych, wymuszających powstawanie sił i momentów kontaktowych. Mechanika takiego kontaktu oparta jest o zbiór reguł (praw) które uaktualniają kolejne wartości parametrów siłowych.
5. Fizyczne zachowanie elementów wykorzystuje model tzw. „kontaktu miękkiego”, pozwalającego elementom zchodzić na siebie, modelując w ten sposób kompresję objętości elementu.
6. Pomędzy elementami mogą występować połączenia o charakterze trwałym bądź tymczasowym, umożliwiające przenoszenie sił rozciągających.
7. Oddziaływania na dalsze odległości mogą zostać zastosowane w oparciu o zależności energii potencjalnych elementów.

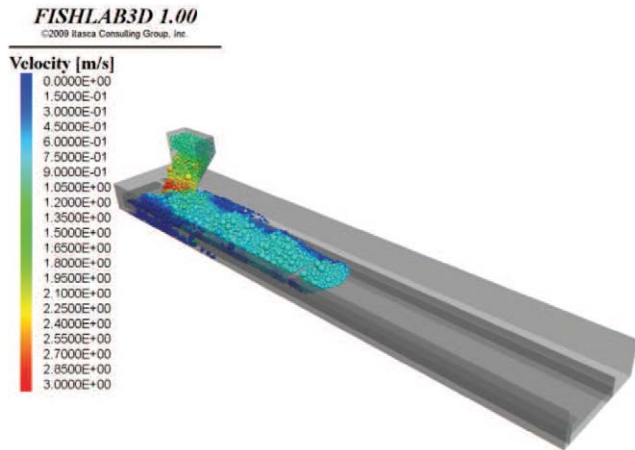
Jak widać z powyższego zestawienia, założenia stosowane podczas modelowania w środowisku PFC bezpośrednio korespondują z założeniami metody DEM.

5. Zastosowania DEM w praktyce inżynierskiej

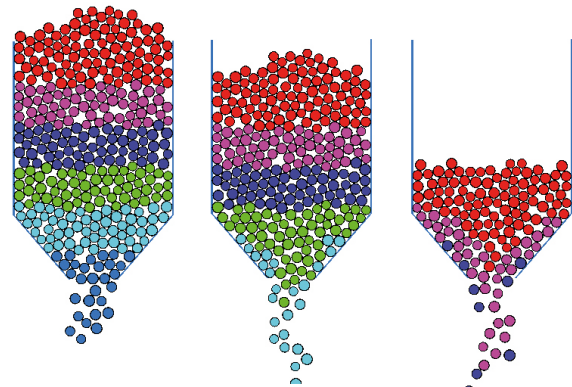
Metoda DEM znalazła najszersze zastosowanie w analizie zachowania materiałów sypkich bądź drobnodziarnistych, szczególnie w aspekcie ich transportu bądź oddziaływania z maszynami technologicznymi. Powszechnie analizowanymi materiałami są surowce mineralne (piaski, żwir, rudy metali, kruszywa), granulowane tworzywa sztuczne, produkty spożywcze (ziarna zbóż, cukier, owoce, warzywa), produkty farmaceutyczne (tabletki) czy nawozy sztuczne. Analizowanymi procesami są przede wszystkim transport materiałów sypkich, ich załadunek bądź rozładunek, kruszenie oraz granulacja. Szczególnie należy zwrócić uwagę na możliwość oszacowania parametrów kinematycznych i energetycznych symulowanego procesu, co pozwala m.in. lepiej dobierać układy napędowe bądź opracowywać dokładniejsze, bardziej odporne na zmienne warunki systemy sterowania danym procesem.

5.1. Transport

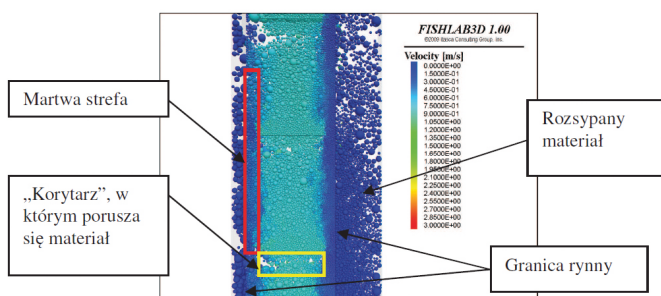
Podstawowym zastosowaniem metody elementów dyskretnych jest symulacja transportu materiałów sypkich z wykorzystaniem różnego typu technicznych środków transportu i odstawy. Na rysunkach 2 i 3 przedstawiono symulację (opisaną w publikacji [7]) transportu węgla przez przenośnik zgrzeblowy. Metoda DEM pozwala symulować zarówno załadunek materiału na przenośnik, jak i sam proces transportu – a w przypadku bardziej zaawansowanych modeli również rozdrabnianie materiału.



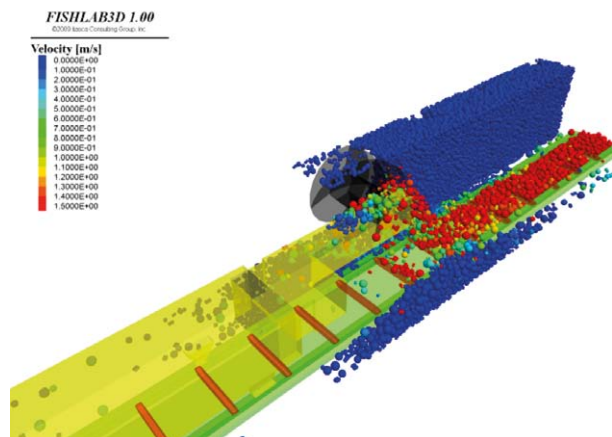
Rys. 2. Symulacja transportu materiału sypkiego z wykorzystaniem przenośnika zgrzeblowego [7]



Rys. 4. Symulacja 2D rozładowywania zasobnika materiału sypkiego



Rys. 3. Rozkład prędkości strugi urobku na przenośniku zgrzeblowym [7]



Rys. 5. Symulacja 3D załadunku węgla na przenośnik zgrzeblowy przez organ ślimakowy kombajnu ścianowego ([5])

Istotną cechą transportu materiału przez przenośnik zgrzeblowy jest występowanie okresowego klinowania się materiału w rynnach urządzenia. Powoduje to, że wymagania stawiane układowi napędowemu muszą być wyższe niż wynikałoby to z prostego wyliczenia zapotrzebowania mocy i momentu. Metoda DEM pozwala w lepszy sposób modelować te opory, a przez to lepiej określać wymagane parametry silników i przekładni napędzających przenośnik zgrzeblowy.

5.2. Ładowanie i rozładowywanie

W przypadku ładowania bądź rozładowywania naczyń i zbiorników na materiały sypkie następuje mieszanie materiału, a jego oddziaływanie na powierzchnie zbiorników jest w ogólnym przypadku nieokreślone. Metoda DEM pozwala symulować proces załadunku i rozładunku różnego typu zbiorników, co pozwala projektować je w taki sposób, aby uniknąć blokowania się materiału oraz powstawania nawisów, zapewniając założoną przez projektanta prędkość rozładunku. Przykład symulacji 2D rozładowywania zbiornika z materiałem sypkim przedstawiono na rys. 4.

W przypadku mechanizowanych urządzeń ładujących również określenie wydajności ładowania na drodze teoretycznej jest zadaniem nietrywialnym. Symulacja wykorzystująca metodę elementów dyskretnych znalazła zastosowanie m.in. w analizie ładowania organów węglowych kombajnów ścianowych (prowadzonych przez Czubę i Gospodarczyka, opisanych m.in. w publikacji [5]).

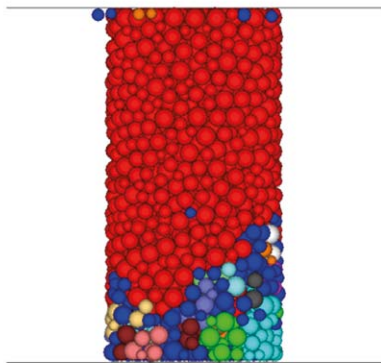
Również w przedstawionym przypadku kombajnu ścianowego metoda DEM pozwala lepiej przeanalizować wymagania stawiane napędowi organów roboczych. W ogólnym przypadku energia dostarczana do organu kombajnu ścianowego utylizowana jest na proces urabiania oraz ładowania; szczególnie w przypadku niskich wyrobisk węglowych proces ładowania zaczyna być dominujący. Symulacja metodą DEM pozwala oszacować zarówno zapotrzebowanie mocy wynikające tylko z procesu ładowania (poprzez wprowadzenie do modelu znikomo małych oporów urabiania), bądź analizować oba wymienione procesy równocześnie. Wyniki takiej analizy pozwalają dodatkowo określić optymalne parametry kinematyczne pracy organu, a tym samym ulepszyć stosowane w kombajnach algorytmy sterujące.

5.3. Kruszenie i pękanie materiału

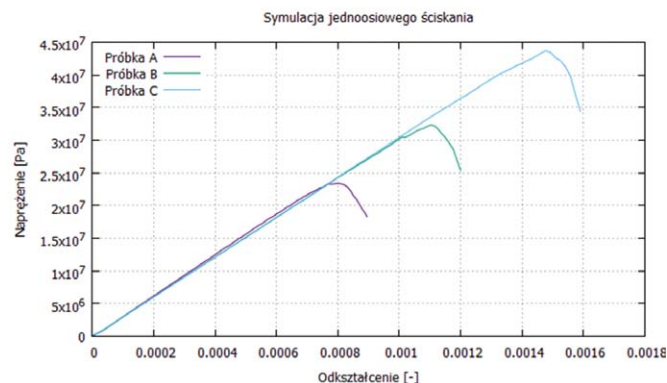
Bardziej zaawansowanym procesem, wymagającym zastosowania złożonych modeli kontaktowych, jest symulacja kruszenia i pękania materiału. Zasadniczo występują dwa podejścia modelowania takiego procesu: poprzez rozpad większych aglomeratów elementów dyskretnych (ang. BPM – *Bonded Particle Method*) lub przez zastępowanie większego, „skruszonego” elementu kilkoma mniejszymi (ang. PRM – *Particle Replacement Method*). Metoda pierwsza daje znacznie lepsze wyniki w porównaniu z rzeczywistym eksperymentem, natomiast druga metoda jest znacznie mniej złożona obliczeniowo. Oba te podejścia zostały opisane w monografii [12]. Na rysunku 6 przedstawiono rozpad granulki materiału na skutek upadku z wysokości, natomiast na rysunkach 7 i 8 przedstawiono przebieg symulacyjnej próby jednoosiowego ściskania materiału skalnego.



Rys. 6. Symulacja rozkruszenia granulki na skutek upadku z wysokości na sztywne podłoże



Rys. 7. Modelowa próbka poddawana jednoosiowemu ściskaniu



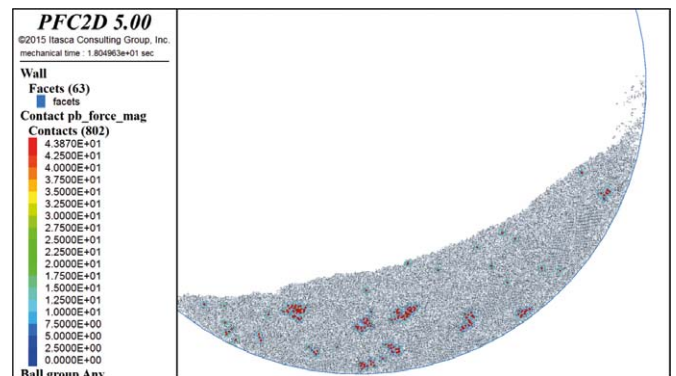
Rys. 8. Wykres maksymalnego napężenia w funkcji odkształcenia dla kilku przeprowadzonych testów ściskania

W środowisku DEM znacznie rzadziej symulowane jest mielenie materiałów – ze względu na małe rozmiary ziaren, ich dużą liczbę – często przekraczającą kilkanaście milionów, oraz skokową zmianę własności fizycznych ziarna wraz ze zmianą jego rozmiaru poniżej pewnej granicy.

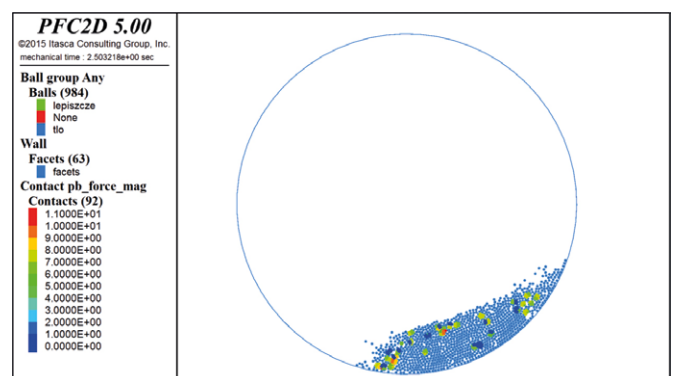
5.4. Granulacja

Najbardziej złożonym zagadnieniem możliwym do badań za pomocą metody DEM jest zagadnienie łączenia się cząstek w większe aglomeraty, jak ma to np. miejsce w procesie granulacji. Zasadnicze trudności koncentrują się na braku dokładnych modeli fizycznych procesu granulacji, gdyż ze względu na wymagania przemysłowe oraz różnorodność materiałów dotychczas wystarczające były jedynie przybliżone modele eksperymentalne; dodatkową trudnością jest również bardzo duża (przekraczająca milion) liczba elementów biorących udział w procesie.

Podczas symulacji procesu granulacji niezbędna jest adaptacja fizycznego modelu łączenia się elementów dla potrzeb metody numerycznej, zwykle z wykorzystaniem dodatkowych cząsteczek lepiszcza (np. wody). Poza tym nie należy zapominać, że równoległe z procesem granulacji przebiega proces kruszenia i rozpadu powstających ziaren. Badania nad symulacją granulacji metodą DEM prowadził P. Kasza ([14]).



Rys. 9. Symulacja procesu granulacji w granulatorze talerzowym ([14])



Rys. 10. Wartości sił kontaktowych podczas procesu granulacji ([14])

5.5. Problemy zaawansowane

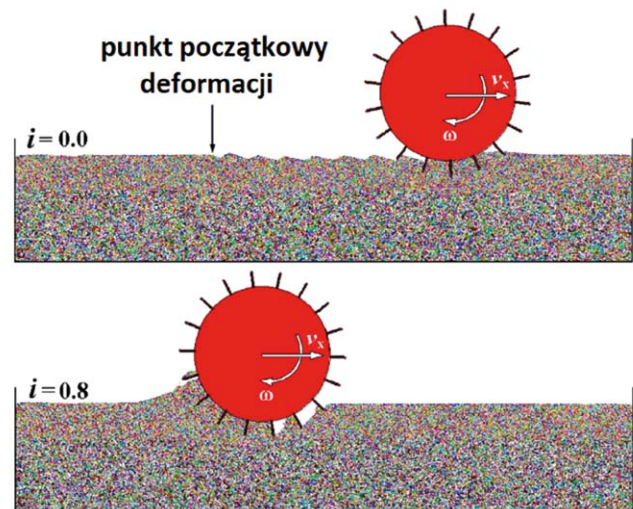
Metoda elementów dyskretnych jest również wykorzystywana w bardziej zaawansowanych zastosowaniach, jak np. analiza pracy układów napędowych pojazdów poruszających się po niestabilnym, grząskim gruncie. Dla przykładu, w publikacji [21] przedstawiono analizę ruchu łożyska księżycowego napędzanego silnikiem elektrycznym. Łażysko wyposażone jest w specjalnie zaprojektowane koła do pokonywania powierzchni żwirowej Księżyca; na etapie projektowym koła te zostały poddane zarówno badaniom laboratoryjnym, jak i symulacyjnym (z wykorzystaniem DEM). Symulacje posłużyły analizie kontaktu koła ze zdeformowaną powierzchnią. Na rysunku 11 przedstawiono, za publikacją [21], próbę pokonywania różnego typu nierówności. Autorzy przyjęli współczynnik nierówności terenu i , odpowiadający stosunkowi wysokości nierówności do promienia koła łożyska. Przeprowadzona analiza dowodzi, że metoda DEM może być wykorzystana do symulowania układów napędowych pojazdów o znanej charakterystyce wymuszenia ruchu koła bądź gąsienicy. Jeśli taka charakterystyka nie jest znana, możliwe jest dokonanie kosymulacji z wykorzystaniem środowiska DEM i innego oprogramowania badawczego, umożliwiającego odtworzenie pracy poszczególnych elementów układu napędowego (silników, łożysk, wałów, przekładni itp.).

6. Podsumowanie

Metoda Elementów Dyskretnych DEM jest obecnie wykorzystywana przemysłowo do analizy mieszania, segregacji, separacji, magazynowania, ładowania, transportu, rozdrabniania materiałów ziarnistych. Z inżynierskiego punktu widzenia metoda ta jest szczególnie przydatna przy analizie zapotrzebowania mocy układów napędowych, jak również przy określaniu najkorzystniejszych kinematycznych warunków pracy urządzeń, dostarczając informacji kluczowych z punktu widzenia układów sterowania. Ze względu na swoją złożoność poza przemysłem górnictwem metoda DEM jest badana i rozwijana głównie przez ośrodki badawcze. Podejście wykorzystujące symulację elementów dyskretnych jest szczególnie użyteczne w przypadku, gdy rzeczywisty eksperyment ze względu na swoją skalę bądź niezbędny zestaw aparaturowy jest kosztowny, drogi i czasochłonny. Korzystając z metody DEM, można wyznaczyć takie parametry, jak:

- strumień przepływu materiału;
- siły, momenty i moce stosowanych urządzeń;
- siły i rozkład obciążeń pochodzących od materiału na stosowane urządzenia;
- strefy kruszenia materiału;
- rozkłady energii w układach;
- profile prędkości i strefy martwe;
- stopień wymieszania i segregacji materiału w określonych obszarach;
- rozkład rozmiarów cząstek w badanej strefie.

Główną przeszkodą stosowania metody DEM jest jej inherentna złożoność obliczeniowa, rosnąca wykładniczo wraz ze wzrostem liczby elementów dyskretnych. Dodatkowo stosowanie elementów niekulek, ruchomych powierzchni oddziaływania, złożonych modeli obliczeniowych czy dodatkowych sił (np. z obliczonej równoległej symulacji CFD) również zwiększa



Rys. 11. Pokonywanie nierówności przez układ jezdny łożyska marsjańskiego (za [21])

złożoność obliczeniową. Z uwagi jednak na gwałtowny rozwój możliwości obliczeniowych współczesnych komputerów, ograniczenie to staje się z czasem coraz mniej znaczące.

Adnotacje

Niniejsza publikacja powstała w ramach Grantu Dziekańskiego nr 15.11.130.409 pt. „Badania procesu urabiania z wykorzystaniem metody elementów dyskretnych”, realizowanego w Akademii Górniczo-Hutniczej im. Stanisława Staszica w Krakowie, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki. Na podstawie publikacji powstał referat przedstawiony w ramach międzynarodowej konferencji TUR 2017.

Literatura

- [1] CUNDALL P.A., HART R.: *Numerical Modeling of Discontinua*, J. Engr. Comp., 9/1992.
- [2] CUNDALL P.A.: *A Computer Model for Simulating Progressive Large Scale Movements in Blocky Rock Systems*. Proceedings of the Symposium of the International Society of Rock Mechanics (Nancy, France, 1971), Vol. 1, Paper No. II-8 (1971).
- [3] CUNDALL P.A.: *Formulation of a Three-Dimensional Distinct Element Model – Part I. A Scheme to Detect and Represent Contacts in a System Composed of Many Polyhedral Blocks*. Int. J. Rock Mech., Min. Sci. & Geomech. Abstr., 25(3)/1988.
- [4] GLEICK J.: *Chaos: Making a New Science*. Penguin Books, New York 1987.
- [5] GOSPODARCZYK P.: *Modeling and simulation of coal loading by cutting drum in flat seams – Modelowanie i symulacja ładowania węgla przez ślimakowy organ urabiający w niskich pokładach*. „Archives of Mining Sciences (Archiwum Górnictwa)”, vol. 61, no. 2, 2016.
- [6] GOSPODARCZYK P. ET AL.: *Wybrane zagadnienia modelowania procesów urabiania, ładowania i odstawy w kompleksach ścianowych – Selected issues of modeling mining, loading and hauling processes in longwall mining complexes*. Wydawnictwa AGH, Kraków 2015.

- [7] GOSPODARCZYK P., KULINOWSKI P., CZUBA W.: *Zastosowanie Metody Elementów Dyskretnych (DEM) do symulacji odstawy urobku przez ścianowy przenośnik zgrzeblowy*. Symulacja w Badaniach i Rozwoju 1.3/2010.
- [8] HART, R., CUNDALL P. A. LEMOS. J.: *Formulation of a Three-Dimensional Distinct Element Model – Part II. Mechanical Calculations for Motion and Interaction of a System Composed of Many Polyhedral Blocks*. Int. J. Rock Mech., Min. Sci. & Geomech. Abstr., 25(3)/1988.
- [9] Itasca Consulting Group Inc, dokumentacja techniczna programu PFC 5.0, wersja z dnia 5.08.2016.
- [10] Itasca Consulting Group Inc. UDEC (Universal Distinct Element Code), Version 5.0. Minneapolis: ICG, (2011).
- [11] JAKUBOWSKI J.: *Uogólnienia metody elementów skończonych w inżynierskich symulacjach numerycznych ośrodka nieciągłego i dyskretnego – Finite element metod generalizations applied to numerical simulations of discontinuous and discret solid models*. Górnictwo i Geoinżynieria, Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica, Kraków 2010.
- [12] KOTWICA K. ET AL.: *Wybrane problemy urabiania, transportu i przeróbki skał trudno urabialnych. Tom 1 – Selected problems of mining, transport and dressing of highly cohesive rocks. Tome 1*. Wydawnictwa AGH, Kraków 2016.
- [13] LABRA C., ROJEK J., ONATE E., ZARATE F.: *Advances in discrete element modelling of underground excavations*. Acta Geotechnica, 3/2008.
- [14] MENDYKA P., KASZA P., FELIKS J., STOPKA G.: *Modeling of granulation process in plate granulator using DEM*. International multidisciplinary scientific geoconference: Science and technologies in geology, exploration and mining, 29 June – 5 July, 2017, Albena, Bulgaria, Conference Proceedings. Vol. 17 iss. 11, Geology & Mineral Processing, 2017.
- [15] ROJEK J., PIETRZAK K., CHMIELEWSKI M., KALIŃSKI D., NOSEWICZ S.: *Discrete Element Simulation of Powder Sintering*. Computer Methods in Materials Science, 11, No. 1/2011.
- [16] RONG G., LIU G., HOU D., ZHOU C.: *Effect of Particle Shape on Mechanical Behaviors of Rocks: A Numerical Study Using Clumped Particle Model*. The Scientific World Journal, vol. 2013, 589215, (2013).
- [17] STARFIELD A.M., CUNDALL P.A.: *Towards a Methodology for Rock Mechanics Modeling*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., 25(3)/1988.
- [18] THOMPSON J.M.T., STEWART H.B.: *Nonlinear Dynamics and Chaos*. John Wiley & Sons, New York 1986.
- [19] KWAŚNIEWSKI M., WINKLER T., SZYGUŁA M., TOKARCZYK J.: *Próba identyfikacji dynamicznego oddziaływania górotworu na obudowy zmechanizowane metodami elementów odrębnych i skończonych*. „Maszyny Górnicze” 22(4)/ 2004.
- [20] KWAŚNIEWSKI M., WANG J.: *Symulacja komputerowa eksploatacji pokładu węgla systemem ścianowym z zawalem stropu*. Wybrane problemy eksploatacji złóż na dużych głębokościach – VI Sympozjum, Gliwice, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, 1994.
- [21] WEN L., YONG H., YI C., SUJUN D., JUN W.: *Trafficability analysis of lunar mare terrain by means of the discrete element method for wheeled rover locomotion*. Journal of Terramechanics, Vol. 47, Issue 3, 2010.

 Paweł Mendyka – AGH Akademia Górniczo-Hutnicza

artykuł recenzowany