ZESZYTY NAUKOWE UNIWERSYTETU SZCZECIŃSKIEGO

NR 878 STUDIA INFORMATICA NR 38 2015

DOI: 10.18276/si.2015.38-11

Wojciech Sałabun*

IDENTYFIKACJA EKSPERTOWEGO MODELU DECYZYJNEGO W PROBLEMACH WIELOKRYTERIALNYCH Z ZASTOSOWANIEM METODY OBIEKTÓW CHARAKTERYSTYCZNYCH

Streszczenie

W artykule przedstawiono nowe podejście do rozwiązywania wielokryterialnych problemów decyzyjnych, polegające na identyfikacji ekspertowego modelu decyzyjnego w przestrzeni stanu problemu. Metoda obiektów charakterystycznych identyfikuje model decyzyjny z wykorzystaniem stałych punktów odniesienia oraz teorii zbiorów rozmytych. Metoda ta jest całkowicie odporna na zjawisko *rank reversal*, czyli odwracania rankingów przy dodaniu nowej alternatywy lub w momencie usunięcia alternatywy ze zbioru już rozpatrywanych obiektów. Za pomocą metody obiektów charakterystycznych identyfikowany jest model oceny ryzyka wystąpienia ataku serca u pacjenta w okresie najbliższych 10 lat, w celu lepszego zobrazowania działania metody COMET.

Słowa kluczowe: wielokryterialne wspomaganie procesu decyzyjnego, metoda obiektów charakterystycznych, teoria zbiorów rozmytych, zjawisko *rank reversal*, metoda COMET

Wprowadzenie

Analiza decyzyjna odgrywa bardzo istotną rolę jako pomoc w lepszym zrozumieniu problemów, z którymi borykają się decydenci. Decyzje podejmowane przez nich w sposób heurystyczny nie zawsze są decyzjami właściwymi (Pedrycz i in., 2011). Najczęstszym powodem błędnie podejmowanych decyzji jest fakt, iż wiele problemów decyzyjnych angażuje przeciwstawne kryteria, trudne w ocenie z powodu występowania pomiędzy nimi różnego stopnia korelacji (Goodwin i in., 2009; Mosavi, 2014). Wielokryterialne metody wspomagania decyzji stworzono do wspomagania rozwiązywania złożonych problemów, gdzie podejście heury-

* Wojciech Sałabun, mgr inż., Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, Wydział Informatyki, e-mail: wsalabun@wi.zut.edu.pl

styczne jest niewystarczające. Do najczęściej stosowanych w pracach naukowych metod w zakresie wielokryterialnego wspomagania decyzji można zaliczyć takie metody, jak: SAW (*Simple Additive Weighting*), wykorzystywaną raczej w mniej skomplikowanych problemach, takich jak prezentowane przez (Afshari i in., 2010; Salih i in., 2014; Huang i in., 2013); AHP (*Analytic Hierarchy Process*), należącą do tak zwanej szkoły amerykańskiej podejmowania decyzji (Blair i in., 2010; Dong i in., 2010; Saaty i in., 2009; Saaty i in., 2011), TOPSIS (*Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution*) najszerzej stosowaną przez naukowców azjatyckich (Kwanyoung i in., 2013; Kuo i in., 2012; La Scalia i in., 2011; Kim i in., 2013; Sun i in., 2011; Sałabun, 2013); metody z rodziny ELECTRE (*Elimination and Choice Expressing Reality*), należące do szkoły europejskiego podejmowania decyzji (Norse i in., 2013; Hatami-Marbini i in., 2011; Brito i in., 2010; Montazer i in., 2009) oraz metoda PROMETHEE (*The Preference Ranking Organization METHod for Enrichment of Evaluations*) (Eppe i in., 2014; Amaral i in., 2014; Makan i in., 2013; Ziolkowska, 2013).

Wszystkie wymienione powyżej metody są niestety podatne na występowanie zjawiska *rank reversal* (Triantaphyllou i in., 1989), co prowadzi do problemu związanego z wiarygodnością rankingu badanych alternatyw. Przykładowo, dwie dowolne alternatywy decyzyjne mogą mieć różne oceny względem siebie w zależności od doboru pozostałych alternatyw w rozpatrywanym problemie. Metoda obiektów charakterystycznych (COMET) eliminuje ten problem poprzez zastosowanie stałych punktów referencyjnych, a dodatkowo umożliwia przeprowadzenie testów prawidłowości działania tak uzyskanego modelu, które to wymagają jednak korzystania z wiedzy eksperckiej.

W podrozdziale 1 przedstawiono podstawowe definicje i pojęcia teorii zbiorów rozmytych wykorzystywane w metodzie COMET. Mechanizm działania samej metody, podzielony na pięć etapów, zaprezentowano w podrozdziale 2. W podrozdziale 3 metoda COMET wykorzystano do zidentyfikowania rozmytego modelu oceny ryzyka wystąpienia ataku serca u pacjenta w okresie najbliższych 10 lat jego życia. W podsumowaniu zawarto wnioski.

Teoria Zbiorów Rozmytych – podstawowe definicje

Teoria zbiorów rozmytych została wprowadzona przez Lotfi A. Zadeha w 1965 roku jako rozszerzenie klasycznej teorii zbiorów (Zadeh, 1965). W krótkim czasie stała się ona bardzo popularnym podejściem w modelowaniu i sterowaniu w wielu problemach naukowych. Modelowanie rozmyte dowiodło swojej efektywności w formułowaniu wielokryterialnych problemów decyzyjnych (Zimmermann, 2001; Pedrycz i in., 2011). W poniższym rozdziale zostaną przedstawione najważniejsze definicje i koncepty związane z teorią zbiorów rozmytych, które pomogą czytelnikowi lepiej zrozumieć działania metody obiektów charakterystycznych.

Definicja 1. *Zbiór rozmyty oraz funkcja przynależności.*

Zbiorem rozmytym A, w pewnej numerycznej przestrzeni rozważań X, nazywamy zbiór par: $A = \{(x, \mu_A(x))\}$, gdzie: μ_A jest *funkcją przynależności* zbioru rozmytego A, która każdemu elementowi $x \in X$ przypisuje stopień jego *przynależności* μ_A (x) do zbioru rozmytego A, przy czym: $\mu_A(x) \in [0, 1]$. Funkcja przynależności realizuje odwzorowanie przestrzeni numerycznej X danej zmiennej do przedziału [0, 1], co możemy zapisać jako, μ_A: $X \rightarrow [0, 1]$. Pojęcie zbioru rozmytego umożliwia matematyczne formułowanie zapisu wartości lingwistycznych i liczb rozmytych stosowanych przez ludzi (Piegat, 2009; Kumar i in., 2010).

Definicja 2. *Trójkątna liczba rozmyta (TFN – Triangular Fuzzy Number).*

Zbiór rozmyty A, zdefiniowany w pewnej przestrzeni rozważań X, będzie nazywany trójkątną liczbą rozmytą $A(a, m, b)$, jeżeli funkcja przynależności przyjmie następującą postać (Pedrycz i in., 2011), gdzie wartości a i b wyznaczają odpowiednio lewy i prawy kraniec nośnika TFN, a wartość m jest jądrem TFN (1):

$$\mu_A(x, a, m, b) = \begin{cases} 0, x \leq a \\ \frac{x-a}{m-a}, a \leq x \leq b \\ 1, x = m \\ \frac{b-a}{b-a}, m \leq x \leq b \\ 0, x \geq a \end{cases} \tag{1}$$

Definicja 3. *Nośnik zbioru rozmytego S(A).*

Nośnikiem zbioru rozmytego A, nazywamy podzbiór nierozmyty zbioru A, którego wszystkie elementy posiadają niezerowy stopień przynależności do zbioru A. Nośnik zbioru rozmytego przyjmuje następującą postać (Piegat, 2009) (2):

$$S(A) = \{x\colon \mu_A(x) > 0\} = [a, b] \tag{2}$$

Definicja 3. *Jądro zbioru rozmytego C(A).*

Jądrem zbioru rozmytego A, nazywamy podzbiór nierozmyty zbioru A, którego wszystkie elementy posiadają stopień przynależności równy dokładnie 1. Jądro zbioru rozmytego przyjmuje następującą postać (Piegat, 2009) (3):

$$C(A) = \{x\colon \mu_A(x) = 1\} = m \tag{3}$$

Definicja 4. *Reguła rozmyta.*

Pojedyncza reguła rozmyta jest oparta na tautologii Uogólnione Mudus Ponens (UMP), która umożliwia użycie rozmytych sformułowań w przesłankach i konkluzjach (tzw. wnioskowanie przybliżone). W procesie wnioskowania stosuje się operatory logiczne *IF*, *AND* oraz *OR* (Piegat 2009; Wang i in., 2001).

Definicja 5. *Operator t-normy: iloczyn algebraiczny.*

Operator t-normy jest funkcją T realizującą operację połączenia, za pomocą operatora logicznego *AND*, dwóch zbiorów rozmytych A i B, $\mu_A(x)\ AND\ \mu_B(y) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(y)$.

Definicja 6. *Operator s-normy: suma algebraiczna.*

Operator s-normy jest funkcją S realizującą operację połączenia, za pomocą operatora logicznego *OR*, dwóch zbiorów rozmytych A i B, $\mu_A(x)\ OR\ \mu_B(y) = \mu_A(x) + \mu_B(y)$.

Metoda Obiektów Charakterystycznych

Metoda obiektów charakterystycznych jest przedstawiona w pracy jako metoda przeznaczona do skuteczniejszego rozwiązywania problemów wielokryterialnych. Metoda ta jest całkowicie odporna na zjawisko *rank reversal*, ponieważ raz zidentyfikowany model zwraca te same wartości ocen dla wszystkich ocenianych obiektów (Sałabun, 2014a). Bazuje na mechanizmach zbiorów rozmytych (Zadeh, 1965), które wielokrotnie były stosowane do opracowania modeli eksperckich (Sałabun, 2012; 2014b). Podejście to zakłada przeprowadzenie pięciu etapów postępowania (Sałabun, 2015).

Etap 1. *Zdefiniowanie przestrzeni problemu*.

Pierwszym krokiem jest określenie wymiarowości problemu poprzez wskazanie liczby r kryteriów C_1, C_1, ..., C_r. Następnie należy wskazać zbiór trójkątnych liczb rozmytych dla każdego pojedynczego kryterium C_i w następującej postaci: $\widetilde{C}_{i1}, \widetilde{C}_{i2}, ..., \widetilde{C}_{ic_i}$. W ten sposób otrzymujemy przestrzeń rozważanego problemu o następującej postaci (4):

$$\begin{gathered} C_1 = \{\widetilde{C}_{11}, \widetilde{C}_{12}, ..., \widetilde{C}_{1c}\} \\ C_2 = \{\widetilde{C}_{21}, \widetilde{C}_{22}, ..., \widetilde{C}_{2c}\} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ C_r = \{\widetilde{C}_{r1}, \widetilde{C}_{r2}, ..., \widetilde{C}_{rc}\} \end{gathered} \tag{4}$$

gdzie $C_1, C_2, ..., C_r$ oznaczają liczbę zbiorów rozmytych (trójkątnych liczb rozmytych) odpowiednio dla wszystkich kryteriów $C_1, C_2, ..., C_r$.

Etap 2. *Wygenerowanie obiektów charakterystycznych.*

Obiekty charakterystyczne są otrzymywane poprzez zastosowanie iloczynu kartezjańskiego na zbiorach jąder trójkątnych liczb rozmytych wszystkich wskazanych kryteriów (5):

$$CO = C(C_1) \times (C)C_2) \times ... \times C(C_r) \tag{5}$$

W rezultacie otrzymuje się uporządkowany zbiór wszystkich obiektów charakterystycznych w postaci (6), gdzie wartość t oznacza liczbę uzyskanych obiektów charakterystycznych (7).

$$\begin{gathered} CO_1 = \{C(\widetilde{C}_{11}), C(\widetilde{C}_{21}), ..., C(\widetilde{C}_{r1})\} \\ CO_1 = \{C(\widetilde{C}_{11}), C(\widetilde{C}_{21}), ..., C(\widetilde{C}_{r2})\} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ CO_t = \{C(\widetilde{C}_{1c_1}), C(\widetilde{C}_{2c_1}), ..., C(\widetilde{C}_{rc_r})\} \end{gathered} \tag{6}$$

$$t = \prod_{i=1}^{r} c_i \tag{7}$$

Etap 3. *Rankingowanie i ocena obiektów charakterystycznych***.**

Należy wyznaczyć macierz ocen eksperckich (MEJ – *Matrix of Expert Judgment*), która powstaje poprzez porównanie parami wszystkich obiektów charakterystycznych. W rezultacie struktura macierzy MEJ przyjmuje formę (8):

$$MEJ = \begin{array}{c|c} \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1t} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2t} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{t1} & \alpha_{t2} & \dots & \alpha_{tt} \end{pmatrix} & \begin{matrix} CO_1 \\ CO_2 \\ \dots \\ CO_t \end{matrix} \\ \begin{matrix} CO_1 & CO_2 & \dots & CO_t \end{matrix} & \end{array} \tag{8}$$

gdzie α_{ij} jest wartością wynikającą z porównania obiektów charakterystycznych CO_i oraz CO_j dokonanej przez eksperta. Silniej preferowany obiekt, w porównywanej parze, otrzymuje jeden punkt, a drugi obiekt zero punktów. Jeżeli preferencje obu obiektów są w przybliżeniu równe, to wówczas każdy z nich otrzymuje po połowie punktu. Proces oceniania jest uzależniony wyłącznie od wiedzy eksperta i może zostać przedstawiony formalnie jako (9):

$$\alpha_{ij} = f(CO_i, CO_j) = \begin{cases} 0.0, f_{\exp}(CO_i) < f_{\exp}(CO_j) \\ 0.5, f_{\exp}(CO_i) = f_{\exp}(CO_j) \\ 1.0, f_{\exp}(CO_i) > f_{\exp}(CO_j) \end{cases} \tag{9}$$

gdzie $f_{\exp}$ jest funkcją mentalną oceny eksperta. Funkcja ta nie jest znana w sposób jawny oraz zależy od wiedzy i doświadczenia konkretnego eksperta. Ważną właściwością $f_{\exp}$ jest to, że porównanie $\alpha_{ii} = f(CO_i, CO_i)$ nie wnosi żadnych istotnych informacji. Może być zatem automatycznie uzupełnione zerem punktów. Liczba porównań niezbędnych do powstania macierzy MEJ nie wynosi t^2 ze względu na zależność $\alpha_{ji} = 1 - \alpha_{ij}$, która redukuje liczbę niezbędnych porównań do p zapytań (10):

$$p = \binom{t}{2} = \frac{t(t-1)}{2} \tag{10}$$

Następnie wyznaczany jest pionowy wektor *SJ*, który sumuje liczbę uzyskanych punktów przez każdy obiekt charakterystyczny. Dokonuje się tego poprzez zsumowanie każdego wiersza macierzy *MEJ* (11):

$$SJ_i = \sum_{j=1}^{t} \alpha_{ij} \tag{11}$$

Ostatnim krokiem w tym etapie jest przypisanie dla każdego obiektu charakterystycznego aproksymowanej wartości preferencji. W wyniku powstaje pionowy wektor *P*, gdzie wartość z i-tego wiersza oznacza wartość preferencji przybliżoną za pomocą reguły nierozróżnialności Laplace'a dla i-tego obiektu charakterystycznego. Dokładny algorytm jest zaprezentowany poniżej jako fragment kodu w języku programowania pakietu obliczeniowego Matlab:

```
1: k = length(unique(SJ));
2: P = zeros(t,1);
3: for i = 1:k
4: ind = find(SJ == max(SJ));
5: P(ind) = (k - i) / (k - 1);
6: SJ(ind) = 0;
7: end
```

W linii numer 1 obliczana jest ilość niepowtarzalnych wartości należących do wektora *SJ.* W linii numer 2 tworzony jest wektor *P* o identycznej wymiarowości jak wektor *SJ,* ale wypełniony samymi zerami. W linii numer 3 rozpoczyna się pętlę, której ciało zostanie wywołane k-krotnie. W linii numer 4 wyszukiwany jest indeks z największą wartością z wektora *SJ.* W linii numer 5 indeks ten jest wykorzystywany do wyznaczenia preferencji na podstawie reguły nierozróżnialności Laplace'a. W linii numer 6 zerowana jest maksymalna wartość wektora *SJ.*

Etap 4. *Tworzenie bazy reguł.*

Każdy obiekt charakterystyczny wraz z jego aproksymowaną wartością preferencji przekształcany jest w regułę rozmytą zgodnie z tautologią Uogólniony Modus Ponens (12), co można przedstawić w formie szczegółowej jako (13):

$$IF\ \ CO_i\ \ THEN\ \ P_i \tag{12}$$

$$IF\ \ C(\widetilde{C}_{1i})\ \text{AND}\ \ C(\widetilde{C}_{2i})\ \ AND\ \dots\ \ THEN\ \ P_i \tag{13}$$

Kompletna baza reguł powstaje po przekształceniu wszystkich dostępnych obiektów charakterystycznych i można ją zapisać jako (14):

$$\begin{array}{c} F\ \ CO_1\ \ THEN\ \ P_1 \\ IF\ \ CO_2\ \ THEN\ \ P_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ IF\ \ CO_t\ \ THEN\ \ P_t \end{array} \tag{14}$$

Etap 5. *Wnioskowanie rozmyte i otrzymanie końcowego rankingu.*

Każda alternatywa jest zdefiniowana jako zbiór ostrych wartości, które odpowiadają poszczególnym kryteriom modelu $C_1, C_2, ..., C_r$. Przykładowo i-ta alternatywa może zostać zapisana jako (15):

$$Ai = \{a_{1i}, a_{2i}, ..., a_{ri}] \tag{15}$$

pod warunkiem spełnienia następujących warunków (16):

$$\begin{array}{l} a_{1i} \in [C(\tilde{C}_{11}), C(\tilde{C}_{1c_1})] \\ a_{1i} \in [C(\tilde{C}_{21}), C(\tilde{C}_{2c_2})] \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{1i} \in [C(\tilde{C}_{r1}), C(\tilde{C}_{rc_r})] \end{array} \tag{16}$$

Baza reguł rozmytych (14) jest w rzeczywistości formalnym zapisem modelu Mamdaniego. Ewaluowana alternatywa aktywuje nie więcej niż 2^r reguł. Dla każdej aktywowanej reguły obliczany jest stopień jej aktywacji za pomocą funkcji przynależności (1) oraz wcześniej zdefiniowanych operatorów t-normy oraz s-normy. W rezultacie wartość preferencji dla każdej alternatywy jest wyliczana jako suma produktu stopnia aktywacji wszystkich aktywowanych reguł oraz ich aproksymowanej wartości preferencji P. Ostateczny ranking alternatyw uzyskuje się poprzez sortowanie uzyskanych stopni preferencji.

Praktyczne zastosowanie metody obiektów charakterystycznych

W celu przedstawienia praktycznego działania metody COMET, analizowany jest problem związany z ryzykiem wystąpienia zawału serca. W problemie badane są przypadki pacjentów płci męskiej, którzy nie palą papierosów oraz nie leczyli się na nadciśnienie tętnicze. Ryzyko ma uwzględniać horyzont czasowy najbliższych 10 lat życia. Estymacja takiego ryzyka posiada duży potencjał przy automatycznej analizie wyników badań lekarskich i może być przydatnym narzędziem w profilaktyce chorób serca.

Etap 1. *Zdefiniowanie przestrzeni problemu.*

Do oceny ryzyka są wykorzystane cztery kryteria ($r = 4$): C_1 – wiek pacjenta (w latach od 20 do 80), C_2 – cholesterol całkowity (w mg/dl od 130 do 320), C_3 – cholesterol HDL (w mg/dl od 20 do 100) oraz C_4 – ciśnienie skurczowe krwi (w mmHg od 90 do 200). Dla uproszczenia przyjęto równomierny podział domeny każdego z kryteriów na trzy trójkątne liczby rozmyte (17).

$$
\begin{aligned}
C_1 &= \{C_{11}(20, 20, 50), C_{12}(20, 50, 80), C_{13}(50, 80,80)\} \\
C_2 &= \{C_{21}(130, 130, 225), C_{22}(130, 225, 320), C_{23}(225, 320, 320)\} \\
C_3 &= \{C_{31}(20, 20, 60), C_{32}(20, 60, 100), C_{33}(60, 100, 100)\} \\
C_4 &= \{C_{41}(90, 90, 145), C_{42}(90, 145, 200), C_{43}(145, 200, 200)\}
\end{aligned} \tag{17}
$$

Etap 2. *Wygenerowanie obiektów charakterystycznych.*

Na podstawie wzoru (5) generowane są obiekty charakterystyczne, które zaprezentowano w tabeli 1.

Tabela 1

Szczegółowy zapis 81 obiektów charakterystycznych dla problemu ryzyka zawału serca

CO_i	C_1	C_2	C_3	C_4	CO_i	C_1	C_2	C_3	C_4	CO_i	C_1	C_2	C_3	C_4
CO_1	20	130	20	90	CO_{27}	50	130	20	90	CO_{55}	80	130	20	90
CO_2	20	130	20	145	CO_{28}	50	130	20	145	CO_{56}	80	130	20	145
CO_3	20	130	20	200	CO_{29}	50	130	20	200	CO_{57}	80	130	20	200
CO_4	20	130	60	90	CO_{30}	50	130	60	90	CO_{58}	80	130	60	90
CO_5	20	130	60	145	CO_{31}	50	130	60	145	CO_{59}	80	130	60	145
CO_6	20	130	60	200	CO_{32}	50	130	60	200	CO_{60}	80	130	60	200
CO_7	20	130	100	90	CO_{33}	50	130	100	90	CO_{61}	80	130	100	90
CO_8	20	130	100	145	CO_{34}	50	130	100	145	CO_{62}	80	130	100	145
CO_9	20	130	100	200	CO_{35}	50	130	100	200	CO_{63}	80	130	100	200
CO_{10}	20	225	20	90	CO_{36}	50	225	20	90	CO_{64}	80	225	20	90
CO_{11}	20	225	20	145	CO_{37}	50	225	20	145	CO_{65}	80	225	20	145
CO_{12}	20	225	20	200	CO_{38}	50	225	20	200	CO_{66}	80	225	20	200
CO_{13}	20	225	60	90	CO_{39}	50	225	60	90	CO_{67}	80	225	60	90
CO_{14}	20	225	60	145	CO_{40}	50	225	60	145	CO_{68}	80	225	60	145
CO_{15}	20	225	60	200	CO_{41}	50	225	60	200	CO_{69}	80	225	60	200
CO_{16}	20	225	100	90	CO_{42}	50	225	100	90	CO_{70}	80	225	100	90
CO_{17}	20	225	100	145	CO_{43}	50	225	100	145	CO_{71}	80	225	100	145
CO_{18}	20	225	100	200	CO_{44}	50	225	100	200	CO_{72}	80	225	100	200
CO_{19}	20	320	20	90	CO_{45}	50	320	20	90	CO_{73}	80	320	20	90
CO_{20}	20	320	20	145	CO_{46}	50	320	20	145	CO_{74}	80	320	20	145
CO_{21}	20	320	20	200	CO_{47}	50	320	20	200	CO_{75}	80	320	20	200
CO_{22}	20	320	60	90	CO_{78}	50	320	60	90	CO_{76}	80	320	60	90
CO_{23}	20	320	60	145	CO_{49}	50	320	60	145	CO_{77}	80	320	60	145
CO_{24}	20	320	60	200	CO_{50}	50	320	60	200	CO_{78}	80	320	60	200
CO_{25}	20	320	100	90	CO_{51}	50	320	100	90	CO_{79}	80	320	100	90
CO_{26}	20	320	100	145	CO_{52}	50	320	100	145	CO_{80}	80	320	100	145
CO_{27}	20	320	100	200	CO_{53}	50	320	100	200	CO_{81}	80	320	100	200

Źródło: opracowanie własne.

Etap 3. *Rankingowanie i ocena obiektów charakterystycznych***.**

W celu utworzenia rankingu wszystkich obiektów charakterystycznych (18) należy zgodnie ze wzorem (10) dokonać 3240 porównań parami. Liczba ta jest jednak zredukowana poprzez zastosowanie przechodniości porównań trójstanowych (9) (Sałabun, 2014b). Przed dokonaniem porównań parami zdefiniowano dwie klasy obiektów: wartość $P_i = 0$ dla braku ryzyka zawału serca oraz $P_i = 1$ dla bardzo wysokiego ryzyka wystąpienia zawału. W ten sposób 17 obiektów charakterystycznych zostało zaklasyfikowanych do klasy $P_i = 0$ oraz 7 obiektów do klasy $P_i = 1$. Po dokonaniu wszystkich porównań parami stosując (9) i (11) wyznaczony został wektor preferencji P (tab. 2) za pomocą wiedzy eksperckiej (NIH, 2015).

Tabela 2

Szczegółowy zapis 81 obiektów charakterystycznych dla problemu ryzyka zawału serca

CO_i	P_i	CO_i	P_i	CO_i	P_i	CO_i	P_i	CO_i	P_i	CO_i	P_i
CO_1	0,0000	CO_{15}	0,0000	CO_{29}	0,3043	CO_{43}	0,1304	CO_{57}	1,0000	CO_{71}	0,4783
CO_2	0,0000	CO_{16}	0,0000	CO_{30}	0,0435	CO_{44}	0,2174	CO_{58}	0,4348	CO_{72}	0,6522
CO_3	0,0000	CO_{17}	0,0000	CO_{31}	0,0870	CO_{45}	0,5625	CO_{59}	0,7391	CO_{73}	0,8261
CO_4	0,0000	CO_{18}	0,0870	CO_{32}	0,1304	CO_{46}	0,9130	CO_{60}	0,9565	CO_{74}	1,0000
CO_5	0,0000	CO_{19}	0,1739	CO_{33}	0,0435	CO_{47}	1,0000	CO_{61}	0,3043	CO_{75}	1,0000
CO_6	0,0000	CO_{20}	0,2609	CO_{34}	0,0435	CO_{78}	0,2609	CO_{62}	0,4783	CO_{76}	0,3913
CO_7	0,0000	CO_{21}	0,0435	CO_{35}	0,0870	CO_{49}	0,4348	CO_{63}	0,6957	CO_{77}	0,6522
CO_8	0,0000	CO_{22}	0,0435	CO_{36}	0,3478	CO_{50}	0,6087	CO_{64}	0,8696	CO_{78}	0,8696
CO_9	0,0000	CO_{23}	0,0870	CO_{37}	0,5217	CO_{51}	0,1739	CO_{65}	1,0000	CO_{79}	0,2609
CO_{10}	0,0435	CO_{24}	0,0000	CO_{38}	0,7826	CO_{52}	0,3043	CO_{66}	1,0000	CO_{80}	0,4348
CO_{11}	0,0435	CO_{25}	0,0435	CO_{39}	0,1304	CO_{53}	0,3913	CO_{67}	0,3913	CO_{81}	0,6522
CO_{12}	0,0000	CO_{26}	0,0435	CO_{40}	0,2174	CO_{54}	0,9130	CO_{68}	0,6957		
CO_{13}	0,0000	CO_{27}	0,1304	CO_{41}	0,3478	CO_{55}	1,0000	CO_{69}	0,9130		
CO_{14}	0,0000	CO_{28}	0,2174	CO_{42}	0,0870	CO_{56}	1,0000	CO_{70}	0,2609		

Źródło: opracowanie własne.

Etap 4. *Tworzenie bazy reguł***.**

Dla każdego obiektu charakterystycznego tworzona jest reguła rozmyta. W omawianym przykładzie powstaje 81 reguł rozmytych, które posiadają 24 unikalne wartości oceny ryzyka.

Etap 5. *Wnioskowanie rozmyte i otrzymanie końcowego rankingu.*

W etapie wnioskowania rozważa $A_1 = \{42, 224, 43, 145\}$, $A_2 = \{43, 215, 75, 196\}$, $A_3 = \{66, 253, 73, 128\}$, $A_4 = \{68, 265, 34\ 155\}$. Otrzymamy dla nich odpowiednio ocenę ryzyka: 0,311948, 0,208297, 0,384129, 0,644766. Oznacza to następujący ranking: $A_4 > A_3 > A_1 > A_2$. Oznacza to, iż największe ryzyko wystąpienia zawału serca występuje u pacjenta A_4, a najmniejsze u pacjenta A. Dane te można wykorzystać w trakcie leczenia osób ciężko chorych, gdy przy większej liczbie pacjentów występuje problem z właściwym ustawieniem priorytetów przyjęć. Prawidłowe ustalenie rankingu pacjentów jest wówczas niezwykle istotne ze względu na kryterium ich przeżywalności.

Podsumowanie

Za pomocą metody obiektów charakterystycznych zidentyfikowany został ekspertowy model decyzyjny dla problemu ryzyka wystąpienia zawału serca w horyzoncie 10-letnim. Wykorzystanie stałych punktów referencyjnych gwarantuje całkowitą odporność na zjawisko *rank reversal*, czyli odwracania rankingów przy dodaniu nowej alternatywy lub w momencie usunięcia alternatywy ze zbioru rozpatrywanych obiektów. Zidentyfikowany model oceny ryzyka wystąpienia ataku serca wymagał wyłącznie porównań parami wskazującymi, który obiekt charakterystyczny z pary posiada wyższą wartość preferencji. Ekspert nie musi wskazywać siły stopnia przewyższenia, co w sposób znaczący ułatwia ewaluację. Dodatkowo zmiana wielkości zbioru ocenianego nie pociąga za sobą konieczności dodatkowych zapytań, gdyż posiadamy zidentyfikowany model oceny.

Bibliografia

Afshari A., Mojahed M., Yusuff R. (2010), *Simple Additive Weighting approach to Personnel Selection problem*, „International Journal of Innovation, Management and Technology”, vol. 1, iss. 5, s. 511–515.

Amaral T.M., Costa A.P.C. (2014), *Improving decision-making and management of hospital resources: An application of the PROMETHEE II method in an Emergency Department*, „Operations Research for Health Care”, vol. 3, no. 1, s. 1–6.

Blair A.R., Mandelker G.N., Saaty T.L., Whitaker R. (2010), *Forecasting the resurgence of the u.s. economy in 2010: An expert judgment approach*, „Socio-Economic Planning Sciences”, vol. 44, no. 3, s. 114–121.

Brito A.J., de Almeida A.T., Mota C.M. (2010), *A multicriteria model for risk sorting of natural gas pipelines based on ELECTRE TRI integrating utility theory*, „European Journal of Operational Research", vol. 200, no. 3, s. 812–821.

Dong Y., Zhang G., Hong W.C., Xu Y. (2010), *Consensus models for AHP group decision making under row geometric mean prioritization method*, „Decision Support Systems", vol. 49, no. 3, s. 281–289.

Eppe S., De Smet Y. (2014), *Approximating Promethee IIs net flow scores by piecewise linear value functions*, „European Journal of Operational Research", vol. 233, no. 3, s. 651–659.

French S. (2009), *Decision behavior, analysis and support*, Cambridge, New York.

Goodwin P., Wright G. (2009), *Decision Analysis for Management Judgment*, John Wiley & Sons, Chichester.

Hatami-Marbini A., Tavana M. (2011), *An extension of the ELECTRE I method for group decision-making under a fuzzy environment*, „Omega, vol. 39, no. 4, s. 373–386.

Huang Y.S., Chang W.C., Li W.H., Lin Z.L. (2013), *Aggregation of utility-based individual preferences for group decision-making*, „European Journal of Operational Research", vol. 229, no. 2, s. 462–469.

Kim Y., Chung E.S., Jun S.M., Kim S.U. (2013), *Prioritizing the best sites for treated wastewater instream use in an urban watershed using fuzzy TOPSIS*, „Resources Conservation and Recycling", vol. 73, s. 23–32.

Kumar A., Singh P., Kaur A., Kaur P. (2010), *RM approach for ranking of generalized trapezoidal Fuzzy numbers*, „Fuzzy Information and Engineering", vol. 2, iss. 1, s. 37–47.

Kuo R.J., Wu Y.H., Hsu T.S. (2012), *Integration of fuzzy set theory and TOPSIS into HFMEA to improve outpatient service for elderly patients in Taiwan*, „Journal of the Chinese Medical Association", vol. 75, no. 7, s. 341–348.

Kwanyoung I., Hyunbo C. (2013), *A systematic approach for developing a new business model using morphological analysis and integrated fuzzy approach*, „Expert Systems with Applications", vol. 40, no. 11, s. 4463–4477.

La Scalia G., Aiello G., Rastellini C., Micale R., Cicalese L. (2011), *Multi-criteria decision making support system for pancreatic islet transplantation*, „Expert Systems with Applications", vol. 38, no. 4, s. 3091–3097.

Makan A., Mountadar M. (2013), *Sustainable management of municipal solid waste in Morocco: Application of PROMETHEE method for choosing the optimal management scheme*, „African Journal of Environmental and Waste Management", vol. 1, no. 1, s. 1–13.

Montazer G.A., Saremi H.Q., Ramezani M. (2009), *Design a new mixed expert decision aiding system using fuzzy ELECTRE III method for vendor selection*, „Expert Systems with Applications", vol. 36, no. 8, s. 10837–10847.

Mosavi A. (2014), *Decision-Making in Complicated Geometrical Problems*, „International Journal of Computer Applications", vol. 87, iss. 19, s. 22–25.

NIH National Heart, Lung, Blood Institute, http://cvdrisk.nhlbi.nih.gov (15.05. 2015).

Norese M.F., Carbone V. (2014), *An Application of ELECTRE Tri to Support Innovation*, „Journal of Multi-Criteria Decision Analysis", vol. 21, iss. 1–2, s. 77–93.

Pedrycz W., Ekel P., Parreiras R. (2011), *Fuzzy Multicriteria Decision-making: Models, Methods and Applications*, John Wiley & Sons, Chichester.

Piegat A. (2009), *Modelowanie i sterowanie rozmyte*, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa.

Saaty T.L., Brandy C. (2009), *The encyclicon, volume 2: a dictionary of complex decisions using the analytic network process*, RWS Publications, Pittsburgh.

Saaty T.L., Shang J.S. (2011), *An innovative orders-of-magnitude approach to AHP-based mutli-criteria decision making: Prioritizing divergent intangible humane acts*, „European Journal of Operational Research", vol. 214, no. 3, s. 703–715.

Salih Y., See O., Ibrahim R., Yussof S., Iqbal A. (2015), *A Novel Noncooperative Game Competing Model Using Generalized Simple Additive Weighting Method to Perform Network Selection in Heterogeneous Wireless Networks*, „International Journal of Communication Systems", vol. 28, iss. 6, s. 1112–1125.

Sałabun W. (2012), *The use of Fuzzy logic to evaluate the nonlinearity of human multi-criteria used in decision making*, „Przegląd Elektrotechniczny", vol. 88, iss. 10b, s. 235–238.

Sałabun W. (2013), *The mean error estimation of TOPSIS method using a fuzzy reference models*, „Journal of Theoretical and Applied Computer Science", vol. 7, no. 3, s. 40–50.

Sałabun W. (2014a), *Application of the Fuzzy Multi-criteria Decision-Making Method to Identify Nonlinear Decision Models*, „International Journal of Computer Applications", vol. 89, iss. 15, s. 1–6.

Sałabun W. (2014b), *Reduction in the Number of Comparisons Required to Create Matrix of Expert Judgment in the Comet Method*, „Management and Production Engineering Review", vol. 5, iss. 3, s. 62–69.

Sałabun W. (2015), *The Characteristic Objects Method: A New Distance-based Approach to Multicriteria Decision-making Problems*, „Journal of Multi-Criteria Decision Analysis", vol. 22, iss. 1–2, s. 37–50.

Sun Y.F., Liang Z.S., Shan C.J., Viernstein H., Unger F. (2011), *Comprehensive evaluation of natural antioxidants and antioxidant potentials in Ziziphus jujuba Mill. var. spinosa (Bunge) Huex H. F. Chou fruits based on geographical origin by TOPSIS method*, „Food Chemistry", vol. 124, no. 4, s. 1612–1619.

Triantaphyllou E., Mann S.H. (1989), *An Examination of the Effectiveness of Multi-Dimensional Decision-Making Methods: A Decision-Making Paradox*, „International Journal of Decision Support Systems", vol. 5, s. 303–312.

Wang G., Wang H. (2001), *Non-fuzzy versions of fuzzy reasoning in classical logics*, „Information Sciences", vol. 138, iss. 1–4, s. 211–236.

Zimmermann H.J. (2001), *Fuzzy Set Theory – and Its Applications*, Kluwer, Boston.

Ziolkowska J.R. (2013), *Evaluating sustainability of biofuels feedstocks: A multi-objective framework for supporting decision-making*, „Biomass and Bioenergy", vol. 55, s. 425–440.

IDENTIFICATION OF AN EXPERT DECISION-MAKING MODEL TO SOLVING MULTI-CRITERIA PROBLEMS USING THE CHARACTERISTIC OBJECTS METHOD

Summary

The paper presents a new approach to solving Multi-criteria decision-making problems. The presented approach identifies an expert decision-making model in the state of the problem. The characteristic objects method identifies a model by using fuzzy set theory and characteristic objects as reference objects. This method is complete free of the rank reversal phenomenon. It means that if new alternatives are added or removed from alternatives set then rank existing order will be not changed. The characteristic objects method will be used to identify the multi-criteria model of 10-year risk of having a heart attack.

Translated by Wojciech Sałabun

Keywords: multi-criteria decision-making, fuzzy sets theory, rank reversal, COMET method