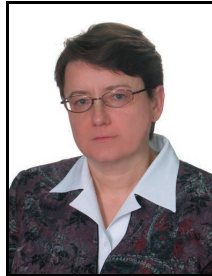


**Anna DOMAŃSKA**

POLITECHNIKA POZNAŃSKA, WYDZIAŁ ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI

**Algorytmy CAV i MAV filtracji sygnałów kwantowanych z ditherem**

Dr hab. inż. Anna DOMAŃSKA



Ukończyła studia na Wydziale Elektrycznym Politechniki Poznańskiej w 1979 r. i na Wydziale Mat-Fiz-Chem Uniwersytetu Wrocławskiego w 1984 r. W 1987 r. uzyskała stopień doktora n.t. a w 1996 r. doktora habilitowanego n.t., obydwa na Wydziale Elektrycznym PP. Główne zainteresowania naukowe dotyczą systemów pomiarowych z cyfrowym algorytmem pomiaru oraz teorii i zastosowań konwersji a-c z sygnałem ditherowym.

e-mail: domanska@et.put.poznan.pl

**Streszczenie**

Działania zmierzające do poprawy dokładności systemów pomiarowych z cyfrowym algorytmem pomiaru mają między innymi na celu poprawę dokładności konwersji analogowo-cyfrowej. Użyteczną okazała się metoda przetwarzania a-c z sygnałem ditherowym. Jej celem jest randomizacja błędu konwersji a-c i jego redukcja w wyniku filtracji. Filtracja może polegać na uśrednianiu wyników metodą kumulacji (cumulating average CAV także nazywane coherent averaging) albo na przetwarzaniu ich w filtrze typu „ruchoma średnia” (moving average MAV). W artykule przedstawiono wyniki porównania skuteczności filtracji CAV i MAV w przypadku konwersji a-c sygnału periodycznego. Jako miarę skuteczności przyjęto wartość błędu operacji konwersji.

**Słowa kluczowe:** przetwornik A/C, dither, ruchoma średnia, uśrednianie metodą kumulacji

**CAV and MAV algorithms of the filtration of signals quantized using dither****Abstract**

Actions leading to an improvement in the accuracy of measuring systems with digital measuring algorithm are aimed, among others, at improving the accuracy of a-d conversion. One of the methods applied is a-d conversion with dither signal. Its aim is the randomization and reduction of a-d conversion error as the result of filtration. Filtration can consist in the averaging of results using the cumulating average CAV (called also coherent averaging), or in processing them in a filter of the moving average (MAV) type. The paper presents the results of comparing the efficiency of CAV and MAV filtration in the case of the a-d conversion of periodic signal. The value of the conversion error was assumed as the efficiency measure.

**Keywords:** A/D converter, dither, cumulating average, moving average

**1. Wstęp**

Konwersja a-c jest przetworzeniem obecnym w każdym systemie pomiarowym z cyfrowym algorytmem pomiaru. Podlegają jej zarówno dane przetwarzane w procesie pomiaru właściwego jak i dane przetwarzane w procesie kalibracji systemu. Niedokładność konwersji ma więc wpływ na niepewność wyniku pomiaru oraz na niedokładność systemu pomiarowego. Jedną z metod poprawy dokładności jest zastosowanie przetwarzania z dodatkowym sygnałem ditherowym. Główne cele takiej modyfikacji są następujące [1, 4]: - spowodowanie randomizacji błędu kwantowania oraz błędu DNL przetwornika A/C, przez co stają się one łatwiejsze do zredukowania (wykorzystywane w celu zmniejszenia niepewności

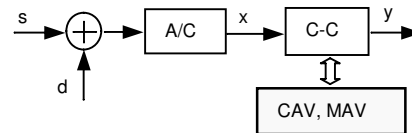
wyniku),

- osiągnięcie rozróżnialności wartości pośrednich między poziomami kwantowania (wykorzystywane zwłaszcza w kalibracji systemów pomiarowych).

Sygnał ditherowy powinien posiadać następujące cechy:

- niezależność od sygnału przetwarzanego,
- zerowa wartość średnia i impulsowa autokorelacja (szum biały),
- symetryczna funkcja gęstości prawdopodobieństwa,
- stacjonarność.

Przetwarzanie jest połączone z koniecznością zastosowania dodatkowej operacji – uśredniania cyfrowych rezultatów konwersji. Schemat zmodyfikowanego przetwarzania przedstawia rys. 1.



Rys. 1. Konwersja a-c z sygnałem ditherowym i z przetwarzaniem c-c  
Fig. 1. A-D conversion with dither signal and d-d processing

Przetwarzanie  $Q$  z błędem  $e_0$  w zwykłym przetworniku A/C, zastąpione zostaje przetwarzaniem  $\bar{Q}$  z błędem  $e$  w zmodyfikowanym układzie konwersji

$$s \xrightarrow{A/C} Q(s), \quad e_0 = Q(s) - s$$

$$s \rightarrow s + d \xrightarrow{A/C} Q(s + d) \xrightarrow{C-C} \bar{Q}(s + d), \quad e = \bar{Q}(s + d) - s \quad (1)$$

Uśrednianie może być zrealizowane z zastosowaniem metody kumulacji (CAV) (nazywanej także metodą synchroniczną) albo metody ruchomej średniej (MAV). Teoretycznie, jeśli sygnał jest periodyczny lub jest możliwy wielokrotny pomiar tego samego zbioru danych, stosowane mogą być obie metody. W przeciwnym wypadku, stosowana może być tylko metoda MAV.

W dalszej części przedstawiono metody CAV i MAV oraz porównano skuteczność redukcji zrandomizowanego błędu w wariantach konwersji a-c z sygnałem ditherowym i z CAV oraz konwersji a-c z sygnałem ditherowym i MAV, w przypadku przetwarzania sygnału periodycznego. Jako miarę oceny skuteczności przyjęto wartość całkowitego błędu przetwarzania.

**2. Konwersja a-c z sygnałem ditherowym i uśrednianiem typu CAV**

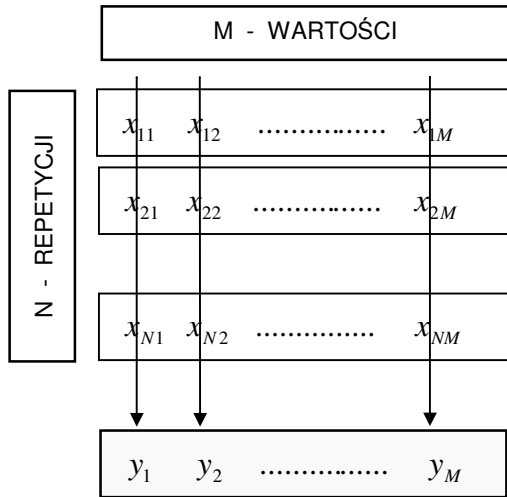
Uśrednianie typu CAV polega na zebraniu  $M$  próbek sygnału z pewnego okna czasowego i powtórzenie tego  $N$ -krotnie ( $N$  repetycji). Momenty początków repetycji są zsynchronizowane. Poszczególne repetycje nie zachodzą na siebie. Odstępy między nimi należy określać uwzględniając charakter szumu (przedział zaniku do zera funkcji autokorelacji) tak, by zapewniona była zerowa korelacja między realizacjami szumu obecnymi w każdej z repetycji. Zasadę CAV przybliżono na rys. 2.

W wyniku CAV otrzymuje się ciąg  $M$  próbek. Wartość każdej z nich jest średnią z  $N$  wartości próbek branych z tej samej chwili czasu względem początku z każdej repetycji [2].

$$y(m) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(m), \quad m = 1, \dots, M \quad (2)$$

Cechą CAV jest to, iż składowe deterministyczne dodają się spójnie (wartość średnia jest taka sama jak wartość pojedynczego składnika) a składowe losowe są uśredniane do małej wartości na skutek ich niespójności.

Skuteczność zredukowania błędu konwersji a-c w przypadku zastosowania sygnału ditherowego i CAV można ocenić,



Rys. 2. Zasada uśredniania – metoda z kumulacją  
Fig. 2. Principle of averaging – cumulative method

porównując błąd przetworzenia (w układzie z rys. 1) zdefiniowany następująco:

$$e(m) = y(m) - s(m) \quad (3)$$

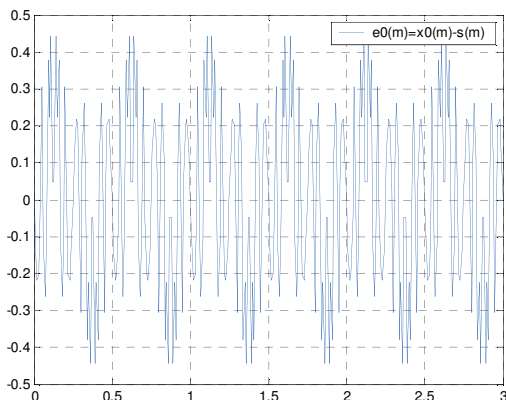
$y$  - ostateczny rezultat konwersji a-c z ditherem,  
 $s$  - sygnał wejściowy.

z odniesieniem, którym jest błąd konwersji a-c bez stosowania sygnału ditherowego i CAV, określony jako:

$$e_0(m) = x_0(m) - s(m) \quad (4)$$

$x_0$  - rezultat konwersji a-c bez ditheru (wyjście przetwornika A/C).

Błąd-odniesienie przedstawia rys. 3.



Rys. 3. Błąd  $e_0$  konwersji a-c sygnału sinusoidalnego  
Fig. 3. A-D conversion error  $e_0$  of a sinusoidal signal

Celem modyfikacji konwersji a-c (dither+CAV) jest osiągnięcie relacji:

$$|e(m)| < |e_0(m)| \quad (5)$$

Przeprowadzono badania symulacyjne dla przetwornika A/C, 10 bitowego, bipolarnego, o charakterystyce typu „roundoff” („zaokrąglający”, czyli ze stabilnością w zerze). Sygnałem wejściowym był sygnał sinusoidalny o amplitudzie  $2.5 \cdot q$  ( $q$  - rozdzielczość przetwornika) Maksymalna wartość błędu  $e_0$  nie przekracza zakresu  $\pm q/2$ . Uśrednieniu poddano  $N=10$  i  $N=100$  repetycji. Stosowano dither gaussowski o odchyleniu standardowym zmieniającej się w przedziale od 0,1 do 0,9 i dither o prostokątnej funkcji gęstości prawdopodobieństwa (rozpiętość  $\pm D/2$ ) o parametrze  $D/q$  zmieniającym się w przedziale od 0,2 do 1,8. W konwersji a-c z sygnałem ditherowym, w której stosowane jest CAV a przetwarzany sygnał jest sinusoidalny, błąd przetworzenia może być skutecznie zredukowany do wartości wielokrotnie mniejszej niż błąd występujący w konwersji bez ditheru. Rozmiar redukcji zależy od doboru wariancji ditheru. Przykładowe wyniki przedstawiono na rys. 4 i rys. 5.

Optymalna wartość znormalizowanego odchylenia standardowego ditheru gaussowskiego wynosi 0,5. Dla tej wartości redukcja błędu postępuje najszybciej, przy zwiększaniu liczby repetycji (rys. 4).

Optymalna wartość znormalizowanej rozpiętości ditheru o prostokątnej funkcji gęstości prawdopodobieństwa wynosi 1. Dla tej wartości redukcja błędu postępuje najszybciej przy wzroście liczby repetycji (rys. 5).

### 3. Konwersja a-c z sygnałem ditherowym i uśrednianiem typu MAV

Uśrednianie typu MAV jest realizacją filtracji cyfrowej. Jest to filtr cyfrowy typu FIR o odpowiedzi impulsowej mającej obwiednię prostokątą, którego pole wynosi 1 [3].

$$h(m) = \begin{cases} 1/M, & 0 \leq m \leq M-1 \\ 0 & \text{pozost.} \end{cases} \quad (6)$$

Wynik MAV jest splotem, co można zapisać następująco:

$$y(m) = h(m) * x(m) = \sum_{k=0}^{M-1} h(m) x(m-k) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} x(m-k) = \frac{1}{M} \{x(m) + x(m-1) + \dots + x[m-(M-1)]\} \quad (7)$$

Praktycznie oznacza to, że wartość każdej próbki wyjściowej filtru jest średnią z  $M$  wyników konwersji a-c następujących po sobie w czasie, w oknie o długości  $M$ .

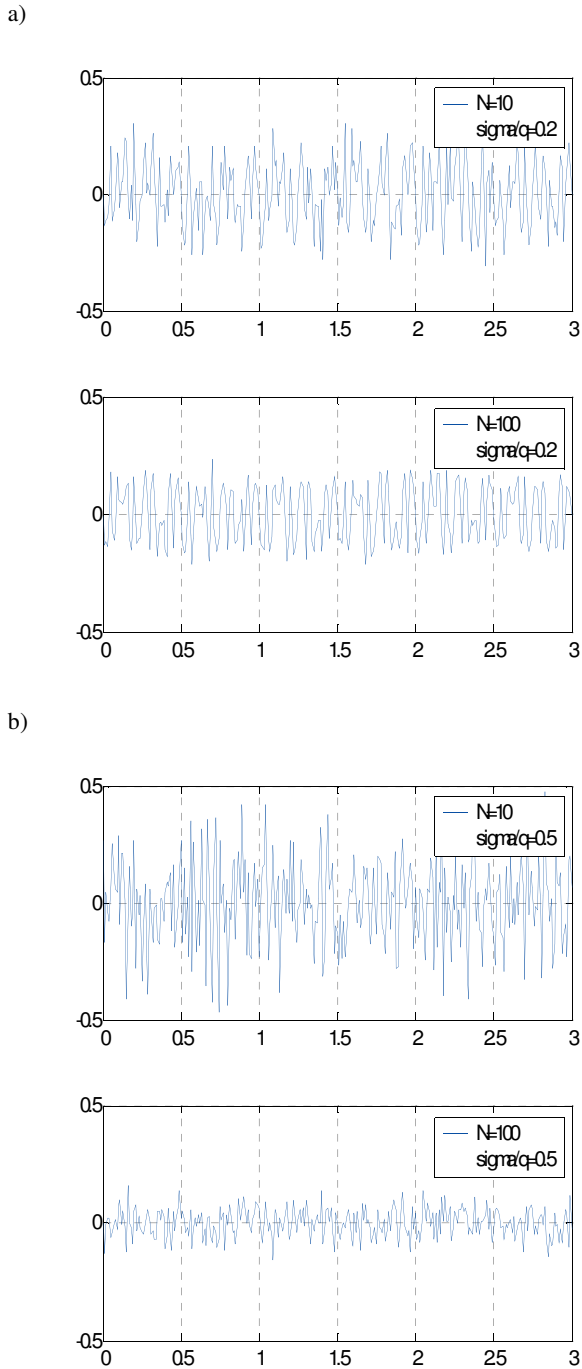
Szerokość okna nie powinna być zbyt duża albowiem uśrednieniu ulegnie także sygnał. Jednocześnie okno nie powinno być zbyt wąskie, bo efekt filtracji będzie słaby.

Charakterystyka częstotliwościowa filtru ma następująca postać:

$$H(e^{j\Omega}) = \frac{1}{M} \cdot \frac{\sin \Omega M / 2}{\sin \Omega / 2} e^{-j\Omega(M-1)/2} \quad (8)$$

$\Omega$  -pulsacja unormowana względem częstotliwości próbkowania.

Wynika z niej, że skutek filtracji sygnał doznaje opóźnienia. Jeżeli długość okna wynosi  $M$  próbek, to opóźnienie wyniesie  $(M-1)/2$ . Charakterystykę amplitudową filtru MAV, o oknie długości 5 i 10 próbek, przedstawiono na rys. 6 a charakterystykę fazową na rys. 7.

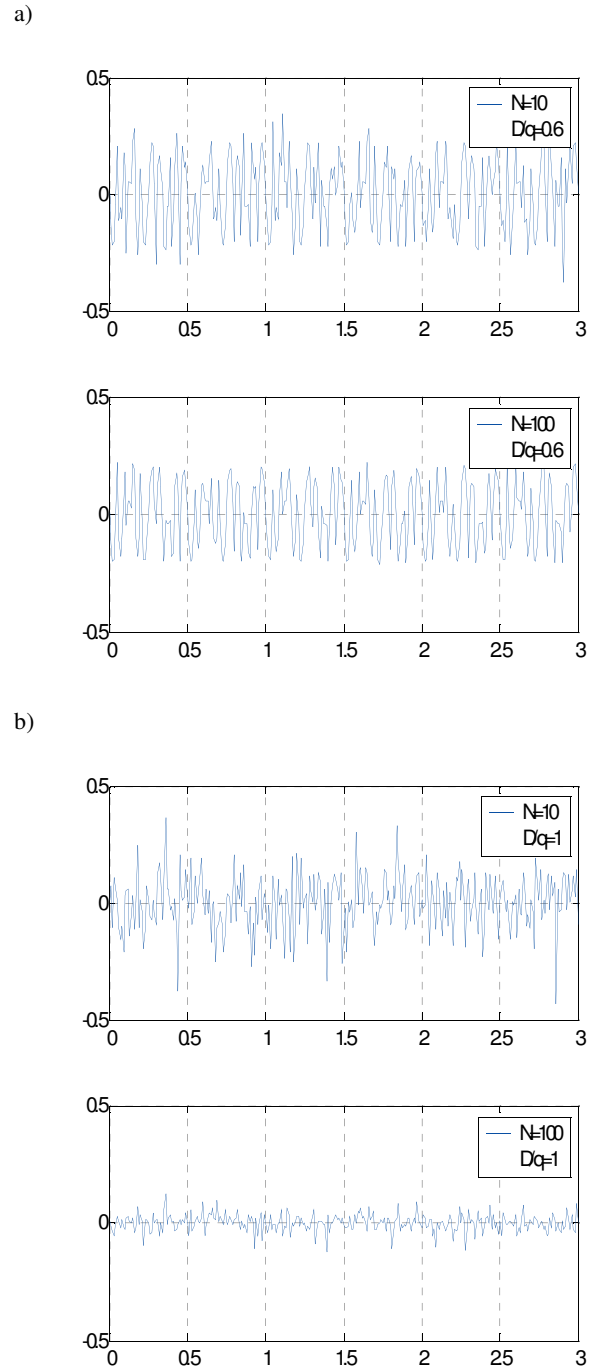


Rys. 4. Błąd  $e(m)$  konwersji a-c z ditherem gaussowskim i CAV  
 a) dither o znormalizowanym odchyleniu standardowym 0,2, liczba repetycji 10 i 100  
 b) dither o znormalizowanym odchyleniu standardowym 0,5, liczba repetycji 10 i 100

Fig. 4. A-D conversion error  $e(m)$  with Gaussian dither and CAV  
 a) normalized standard deviation of dither 0,2, 10 and 100 repetitions  
 b) normalized standard deviation of dither 0,5, 10 and 100 repetitions

Wydłużenie okna poprawia charakterystykę amplitudową, zmniejsza poziom listków bocznych, czyli poprawia tłumienie w paśmie zaporowym.

Skuteczność zredukowania błędu konwersji a-c, w przypadku zastosowania sygnału ditherowego i MAV można ocenić w ten sam sposób jak w przypadku CAV. Aby odzwierciedlić wyłącznie zmianę błędu pochodzącego z konwersji a-c, błąd przetwarzania jest wyznaczany względem sygnału wejściowego  $s$ , po skompensowaniu opóźnienia wprowadzanego przez filtr.



Rys. 5. Błąd  $e(m)$  konwersji a-c z ditherem równomiernym i CAV  
 a) dither o znormalizowanej rozpiętości 0,6, liczba repetycji 10 i 100  
 b) dither o znormalizowanej rozpiętości 1, liczba repetycji 10 i 100

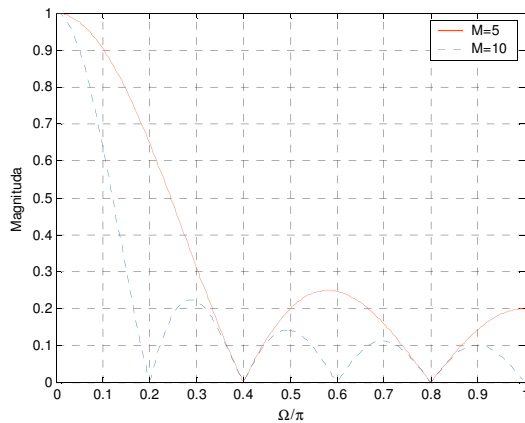
Fig. 5. A-D conversion error  $e(m)$  with uniform dither and CAV  
 a) normalized dither range 0,6, 10 and 100 repetitions  
 b) normalized dither range 1, 10 and 100 repetitions

$$e_c(m) = y(m) - s \left( m - \frac{M-1}{2} \right) \quad (9)$$

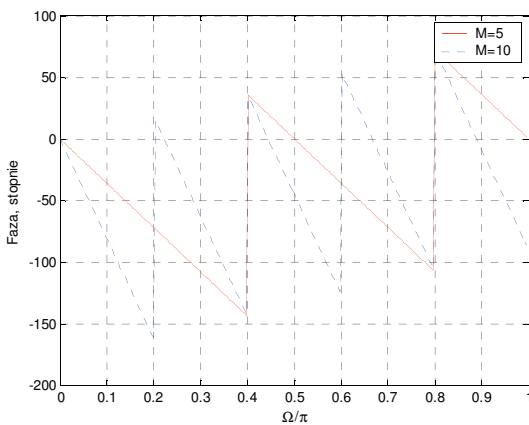
Celem modyfikacji konwersji a-c (dither+MAV) jest osiągnięcie relacji:

$$|e_c(m)| < |e_o(m)| \quad (10)$$

Przeprowadzono badania symulacyjne z zachowaniem tych samych warunków, co w badaniach dotyczących CAV oraz z zastosowaniem okien o różnych długościach  $M$  od 3 do 9.

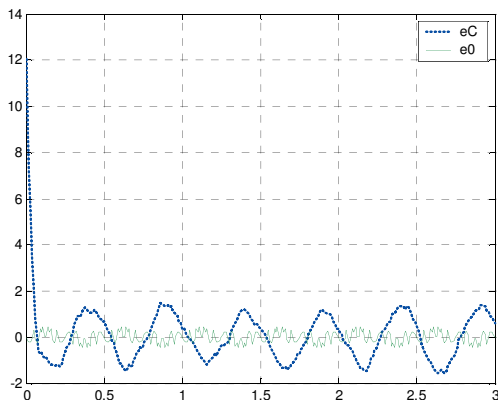


Rys. 6. Charakterystyka amplitudowa filtra MAV o długości 5 i 10  
Fig.6. Amplitude characteristic of the MAV filter of length 5 and 10



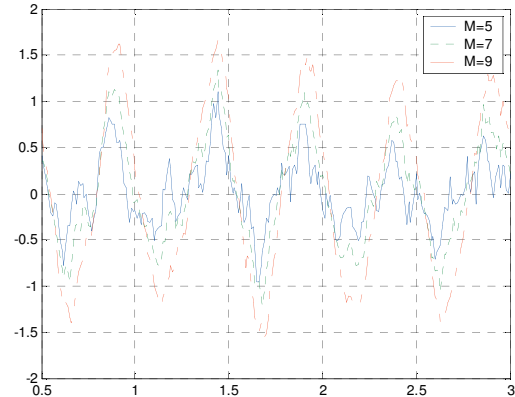
Rys. 7. Charakterystyka fazowa filtra MAV o długości 5 i 10  
Fig. 7. Phase characteristic of the MAV filter of length 5 and 10

Wykazały one, że w konwersji a-c z ditherem, w której stosowane jest MAV a przetwarzany sygnał jest sinusoidalny, błąd przetworzenia nie może być skutecznie zredukowany do wartości mniejszej niż błąd występujący w konwersji bez ditheru. Wynik, przy  $M=5$ , przedstawiono na rys. 8.



Rys. 8. Błąd  $e_C(m)$  konwersji a-c z ditherem i MAV,  $M=5$   
Fig. 8. A-D conversion error  $e_C(m)$  with dither and MAV,  $M=5$

Praktycznie nie zależy on ani od rodzaju ditheru ani od jego parametrów. W każdym wariancie otrzymano podobny rezultat: błąd  $e_C$  jest większy od błędu  $e_0$ . Wydłużanie okna czyniło tę relację jeszcze bardziej niekorzystną. Błąd  $e_C$  przy różnych długościach okna przedstawiono na rys. 9.



Rys.9. Błąd  $e_C(m)$  konwersji a-c z ditherem i filtrem MAV o długości 5, 7, 9

Fig.9. A-D conversion error  $e_C(m)$  with dither and MAV filter of length 5, 7, 9

Błąd konwersji a-c z ditherem jest szerokopasmowym szumem o niskim poziomie. Dlatego przedstawia się przez listki boczne charakterystyki MAV (rys. 6), czyli nie jest skutecznie filtrowany. Znaczne wydłużenie okna daje zmniejszenie poziomu listków bocznych, lecz wówczas niezamierzonymu uśrednieniu ulega także i sam sygnał, co sprawia, że błąd konwersji staje się jeszcze większy.

## 4. Wnioski

- Spośród dwóch metod CAV i MAV redukcji wartości zrandomizowanego błędu konwersji a-c w przypadku, gdy przetworzeniu podlega sygnał periodyczny, skuteczne okazuje się tylko stosowanie CAV. Stosowanie MAV jest nieskuteczne głównie z tego powodu, że zrandomizowany błąd konwersji a-c jest szumem szerokopasmowym o niskim poziomie i przenika przez listki boczne filtra.
- Zastosowanie konwersji a-c z ditherem i CAV redukuje błąd przetwarzania i umożliwia osiągnięcie obu wymienników we wstępie celów takiej konwersji. Teoretycznie redukcja błędów będzie tym większa im więcej repetycji będzie wykorzystanych. Praktycznie należy stosować możliwie małą ich liczbę, by ograniczyć wpływ niedoskonałej synchronizacji początków repetycji w układzie rzeczywistym. Korzystniej jest optymalizować przetwarzanie dobierając parametry ditheru.

## 5. Literatura

- [1] Adamo F., Attivissimo F., Giaquinto N., Trotta A., A/D converters nonlinearity measurement and correction by frequency analysis and dither, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 52, No. 4, 2003, str. 1200-1205.
- [2] Lyons R., Wprowadzenie do cyfrowego przetwarzania sygnałów, WKŁ, 1999.
- [3] Smith S., Digital signal processing: a practical guide for engineers and scientist, Elsevier, 2003.
- [4] Suresh Babu B., Wollman H., Testing an ADC linearized with pseudorandom dither, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. 47, No. 4, 1998, str. 839-848.