

Piotr DERUGO\*  
Jarosław KACERKA\*\*  
Marcin JASTRZĘBSKI\*\*  
Krzysztof SZABAT\*

## ANALIZA ARN-R PID Z WARSTWĄ TRANZYCJI PETRIEGO, W STEROWANIU SILNIKIEM LINIOWYM Z MAGNESAMI TRWAŁYMI

Pierwsza część artykułu jest częścią teoretyczną. Opisano w niej zasadę działania rozważanego Adaptacyjnego Regulatora Neuronowo-Rozmytego (ARN-R) z Warstwą Tranzycji Petriego (WTP). Przeanalizowano wpływ WTP na działanie i złożoność obliczeniową algorytmu, a także rozważania na temat stabilności i zbieżności algorytmu. W części drugiej – eksperymentalnej, po krótko opisano obiekt badawczy w postaci silnika liniowego zasilanego z falownika. Następnie przeanalizowano wyniki uzyskane w trakcie badań eksperymentalnych. W końcowej części przedstawiono wnioski płynące z przeprowadzonych badań.

SŁOWA KLUCZOWE: Warstwa Tranzycji Petriego, silnik liniowy, adaptacyjny, rozmyty

### 1. NEURONOWO-ROZMYTY REGULATOR ADAPTACYJNY PID

Na potrzeby badań zaimplementowany został neuronowo-rozmyty regulator adaptacyjny o trzech wejściach [2]. Jako sygnały wejściowe zastosowano uchyb sterowania położeniem, jego pochodną oraz całkę. Uchyb sterowania rozumiany jest jako różnica pomiędzy sygnałem zadaniem a mierzonym. Rozwiązanie takie zostało podyktowane chęcią uzyskania właściwości analogicznych do regulatora PID dającego możliwość dobrego sterowania zarówno w stanach statycznych jak i dynamicznych. Neuronowo-rozmyty system wnioskowania tego typu składa się z 6 warstw. Rysunek 1 przedstawia schemat rozważanego układu, w którym dla przejrzystości zdecydowano się na umieszczenie jedynie  $m = 3$  funkcji przynależności dla każdego z  $n = 3$  wejść, co skutkuje istnieniem  $3^3$  reguł w bazie. W praktycznej implementacji rozważono regulator o rozmiarze bazy reguł równej  $3^3$ ,  $5^3$ ,  $7^3$  z WTP [1, 2] oraz bez tej warstwy.

---

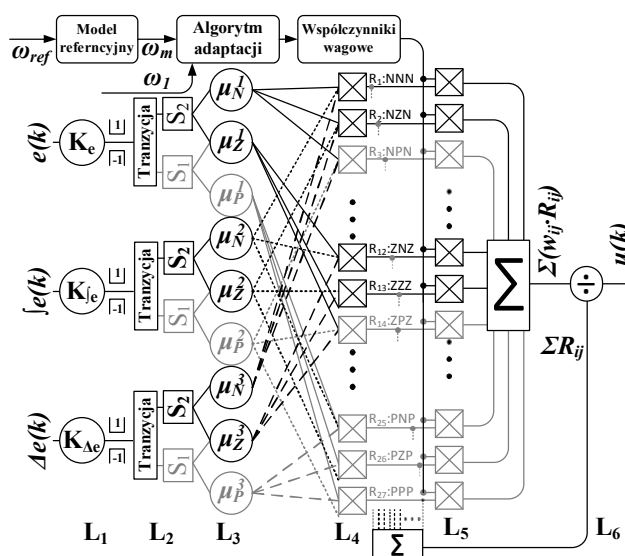
\* Politechnika Wroclawska.

\*\* Politechnika Lodzka.

Warstwa  $L_1$  służy normalizacji sygnałów wejściowych  $in_n$ . Sygnały te są przeskalowywane za pomocą współczynników  $K_n$  oraz ograniczane do rozważanej przestrzeni sterowań (1). Dla przejrzystości rysunku 1 ograniczono się do układu o  $n=3$  wejściach i jednym wyjściu.

$$L_{1out\_n} = \max[\min[(K_n \cdot in_n), 1], -1] = L_{2in\_n} \quad (1)$$

Warstwa druga to Warstwa Tranzykcji Petriego. W warstwie tej na podstawie wartości sygnału znormalizowanego wyznaczany jest aktualny sektor aktywny oraz odpowiadające mu przesłanki.



Rys. 1. Schemat regulatora

W warstwie  $L_3$  na podstawie znormalizowanych sygnałów wejściowych wyznaczane są poziomy aktywacji poszczególnych przesłanek w danych sektorach aktywowanych przez WTP. W regulatorze bez WTP obliczane są wszystkie przesłanki. Dla przejrzystości ograniczono się do przypadku układu o  $m = 3$  funkcji przynależności na każde z  $n = 2$  wejść. Funkcje przynależności zdefiniowano jako  $\mu_{ij}$ , gdzie  $i$  to numer wejścia, natomiast  $j$  to numer funkcji w danym  $m$ -licznym zestawie przyporządkowanym każdemu z  $n$  wejść. Jako kształt funkcji wybrano funkcję gaussowską [5, 6]. Wyjście warstwy  $L_3$  opisuje wzór (2).

$$[L_{3out}] = [\mu_{ij}(L_{3in\_i})]_{\substack{i=1,2 \\ j=1 \dots m}} = [L_{4in}] \quad (2)$$

W warstwie czwartej wyznaczane są poziomy aktywacji poszczególnych reguł. W niniejszym przypadku wykorzystana została  $T$ -norma typu *iloczyn* (product) [6].

Odpowiada to popularnemu rozwiązaniu znanemu zarówno z regulatorów typu Mamdaniego jak i TSK, gdzie  $R_{j_1j_2} = f(\mu_{j_1j_1}, \mu_{j_2j_2}) = \mu_{j_1j_1} \cdot \mu_{j_2j_2}$  [1, 6].

$$[L_{4out}] = \left( \left[ \mu_{ij} \right] \cdot \left[ \mu_{ij} \right] \right)_{j=1 \dots m} = [R_{j_1j_2}]_{j_1=1 \dots m, j_2=1 \dots m} = [L_{5in}] \quad (3)$$

W warstwie  $L_5$  zgodnie z (4) aplikowane są współczynniki wagowe.

$$[L_{5out}] = [L_{5in}] \bullet [w_{ij}] = [L_{6in}] \quad (4)$$

Ostatnią warstwą dającą się wyróżnić w strukturze regulatora jest warstwa defuzyfikacji, która odbywa się zgodnie ze wzorem (5):

$$u(k) = \sum_{j_1, j_2} [L_{6in}] / \sum_{j_1, j_2} [L_{5in}] = \sum_{j_1=1 \dots m, j_2=1 \dots m} (w_{j_1j_2} \cdot R_{j_1j_2}) / \sum_{j_1=1 \dots m, j_2=1 \dots m} R_{j_1j_2} \quad (5)$$

Algorytm adaptacji współczynników wagowych ma postać (6):

$$w_{j_1j_2}(k+1) = w_{j_1j_2}(k) + R_{j_1j_2} \cdot \gamma(e(k)) \quad (6)$$

gdzie:  $R_{j_1j_2}$  – wartość aktywacji reguły,  $\gamma$  – współczynnik uczenia,  $e$  – błąd śledzenia modelu ( $e = \text{położenie zadane modelu} - \text{położenie mierzone biegnika}$ ). Współczynnik uczenia bazuje na wartości błędu śledzenia modelu, jego pochodnej oraz całce z tej wartości (7).

$$\gamma(e_m(t)) = (k_{em} e(t) + k_{\Delta m} \Delta e(t) + k_{\int m} \int e(t) dt) \quad (7)$$

gdzie:  $k_{em}$ ,  $k_{\Delta m}$ ,  $k_{\int m}$  są współczynnikami skalującymi dla składowych współczynników uczenia.

Model referencyjny zdefiniowano jako obiekt oscylacyjny drugiego rzędu [4]:

$$G(s) = \omega_r^2 / (s^2 + 2 \cdot \xi \cdot \omega_r \cdot s + \omega_r^2) \quad (8)$$

$\omega_r$  – pulsacja rezonansowa,  $\xi$  - współczynnik tłumienia

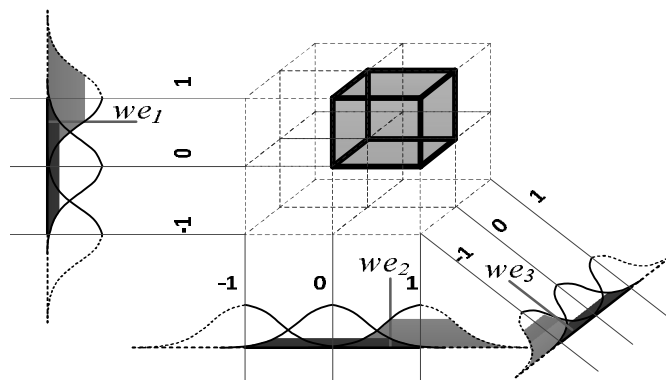
## 2. WPLYW WARSTWY TRANZYKCJI PETRIEGO NA ALGORYTM

Wprowadzenie WTP pozwalającej na wybór sektora zostało podyktowane chęcią zmniejszenia złożoności numerycznej algorytmu bez konieczności ograniczania ilości reguł w bazie. Dodatkowo w trakcie dotychczasowych badań symulacyjnych i eksperymentalnych [3, 4], wykazano, że dla przypadku reguł gaussowskich wprowadzenie warstw Petriego zerujących sygnały, powoduje poprawę wskaźników jakości sterowania.

Rysunek 2 pokazuje przestrzeń sterowania i następstwa zastosowania WTP dla systemu neuronowo-rozmytego o  $n = 3$  wejściach i  $m = 3$  gaussowskich funkcjach przynależności dla każdego z wejść. W przypadku trzech funkcji przynależności dla każdej zmiennej funkcja odpowiedzialna za odwrotny znak niż aktualny znak sygnału wejściowego będzie minimalnie aktywna. Zgadza się to z intuicją: nie jest zasadnym rozważanie ujemnej części przestrzeni sterowań dla przypadku dodatniej wartości sygnału wejściowego. Takie podejście

pozwała dla przypadku regulatora o 3 regułach na każde wejście w każdej iteracji rozważać jedynie  $1/8$  przestrzeni sterowań. W każdym kroku obliczeniowym rozważanych jest jedynie  $2^3$  z pośród  $3^3$  reguł. Zysk ten rośnie wraz ze wzrostem bazy reguł, kiedy rozważanych jest  $2^m$  z pośród  $n^m$  reguł (przy założeniu jednakowej liczby  $m$  reguł na każde z  $n$  wejść).

Istotną cechą funkcji gaussowskich jest ich nieskończony nośnik. Dla dowolnej wartości wejściowej każda z funkcji przynależności ma niezerowy poziom aktywacji. Skutkuje to sytuacją, w której maksymalnie dodatnia wartość wejściowa powoduje aktywację funkcji odpowiedzialnej za wartości maksymalnie ujemne. Zerowanie lub dające analogiczny skutek nieliczenie wartości odpowiednich sygnałów powoduje, że sytuacja tego typu nie ma miejsca.



Rys. 2. Przestrzeń sterowań dla 3 wejść i 3 funkcji gaussowskich dla każdego z wejść

W związku z powyższym zdecydowano się na zawężenie okna obliczeniowego w stosunku do pełnej przestrzeni rozważań. Oknem będzie nazywany obszar charakteryzujący funkcje aktywne i liczone w danej iteracji algorytmu. Okno o wymiarze  $m$  oznacza, że jedynie  $m$  funkcji przynależności dla każdego z wejść jest uznawane za aktywne i ich wartość jest wyznaczana. Okno funkcji aktywnych jest dalej propagowane na bazę reguł. Podobnie reguły spoza okna, których poziomy aktywacji byłyby z racji propagacji równe zero, nie są obliczane w kolejnych krokach algorytmu.

### 3. ANALIZA STABILNOŚCI SYSTEMU

Dobór współczynnika uczenia algorytmu adaptacji jest kluczowy dla poprawnej pracy układu. Aby system neuronowo-rozmyty efektywnie się uczył i prawidłowo dopasowywał do sterowanego obiektu, konieczny jest taki dobór współczynników uczenia, aby zagwarantowana była zbieżność oraz stabilność. Osiągnąć to można poprzez analizę dyskretnej funkcji Lapunowa.

Twierdzenie: Jeżeli  $\gamma$  będzie współczynnikiem uczenia dla współczynników wagowych w warstwie wnioskowania systemu neuronowo-rozmytego z warstwą Petriego, wówczas  $P_{wmax}$  będzie zdefiniowane jako  $P_{wmax} \equiv \max(N) \|P_w(N)\|$ , gdzie  $P_w(N) = \partial u(k) / \partial w_{j1j2}$ ; gdzie  $\|\cdot\|$  jest normą Euklidesową w  $\mathbb{R}^n$ . Zbieżność błędu wyjściowego zostanie dobrane jako  $\gamma^* = \lambda / (3R_d)$ , gdzie  $0 < \lambda \leq (e^2(N) / \delta_o^2 + \varepsilon_o)$ ,  $\varepsilon_o$  jest wartością małą i dodatnią,  $R_d$  – jest liczbą każdorazowo aktywnych reguł w systemie,  $\delta_o$  – przybliżenie jakobianu,  $N$  – numer iteracji.

Dowód: ponieważ

$$P_w(N) = \partial u(k) / \partial w_{j1j2} = \phi_j \quad (9)$$

możliwym jest wyprowadzenie nierówności

$$\|P_w(N)\| < \sqrt{R_d} \quad (10)$$

Należy zdefiniować dyskretną funkcję Lapunova

$$V(N) = e^2(N) / 2 \quad (11)$$

Zmiana funkcji Lapunova będzie wyrażona wzorem

$$\Delta V(N) = V(N+1) - V(N) = (e^2(N+1) - e^2(N)) / 2 \quad (12)$$

Zlinearyzowany model równania błędu opisuje równanie

$$e(N+1) = e(N) + \Delta e(N) = e(N) + [\partial e(N) / \partial w_{j1j2}]^T \Delta w_{j1j2} \quad (13)$$

Gdzie  $\Delta e$  - to zmiana błędu,  $\Delta w_{j1j2}$  - zmiana wagi. Dalej:

$$\begin{aligned} \|e(N+1)\| &= e(N) \cdot \left[ 1 - \gamma \cdot (\delta_o / e(N))^2 \cdot P_w^T(N) \cdot P_w(N) \right] \\ &\leq \|e(N)\| \cdot \left\| \left[ 1 - \gamma \cdot (\delta_o / e(N))^2 \cdot P_w^T(N) \cdot P_w(N) \right] \right\| \end{aligned} \quad (14)$$

Jeżeli

$$\gamma = \lambda / P_{wmax}^2 = \lambda / R_d \quad \text{gdzie} \quad 0 < \lambda \leq (e^2(N)) / (\delta_o^2 + \varepsilon_o) \quad (15)$$

Wówczas

$$\left\| \left[ 1 - \gamma \cdot (\delta_o / e(N))^2 \cdot P_w^T(N) \cdot P_w(N) \right] \right\| < 1 \quad (16)$$

co zapewnia stabilność lokalną. Warto dobrać współczynnik uczenia na poziomie niższym np. 50%  $\max(\gamma)$ , aby uniknąć problemów wynikłych z szumów pomiarowych czy niedokładności obliczeniowych w przypadku implementacji praktycznej. Układ będzie stabilny w sensie Lapunova, co więcej błąd będzie malał w każdej kolejnej iteracji, aż do wartości zerowej.

#### 4. BADANIA EKSPERYMENTALNE

Układ eksperymentalny składał się z silnika liniowego TrustTube TB2510 o maksymalnej sile 104N. Do pomiaru położenia użyty został enkoder liniowy o rozdzielczości 1µm. Zasilanie realizowane jest przez falownik Xenus XTL-230-18 z wbudowanym regulatorem prądu. Sygnał zadawany siły dla falownika, a

także akwizycję danych do komputera PC, zapewniono z użyciem karty dSpace DS1006. Dodatkowa szyna mająca styczność z drewnianym blokiem zamocowanym do biegnika umożliwi zmianę tarcia na drodze przejazdu [8].

W trakcie badań eksperymentalnych wykonane zostały serie pomiarowe dla regulatorów z oraz bez WTP o różnych rozmiarach bazy reguł. Wyniki oceniono pod względem jakości śledzenia położenia zadanego oraz czasu obliczeń pojedynczej iteracji, który ściśle wynika ze złożoności obliczeniowej algorytmu.

Zastosowana trajektoria zadanego położenia ma kształt trapezowy. Amplituda położenia to  $\pm 20$  cm względem punktu 0. Kryteria jakości sterowania jakimi się posłużono, to ISE, ITSE, IAE, ITAE, oraz średni czas wykonania zadania MEAN. Wyniki zestawiono w tabeli 1. Kryteria ilościowe zastosowano dla sygnału błędu odtworzenia położenia modelu ( $e$ ) oraz wyjściowego sygnału regulatora ( $T_{zad}$ ), będącego wartością zadaną dla regulatora prądu. Kryteria dotyczące momentu zadanego pozwalają określić który układ sterowania jest bardziej wydajny energetycznie. Kryteria ilościowe w funkcji błędu sterowania ( $e$ ) pozwalają określić jakość odwzorowania żadanego położenia. Algorytm stworzony z wykorzystaniem narzędzia do automatycznej generacji kodu generuje kod maszynowy składający się z dwóch zadań (Task1 i Task2). Czas wykonania pojedynczej iteracji wynika ze złożoności algorytmu, która rośnie wraz z ilością operacji takich jak wyznaczanie poziomów aktywacji reguł. Im krótszy czas tym większe wymagania czasowe może spełnić układ regulacji.

Tabela 1. Zestawienie kryteriów oceny dla przypadku trajektorii trapezowej

Regulator :	3 <sup>3</sup>	5 <sup>3</sup>	7 <sup>3</sup>	3 <sup>3</sup> z WTP	5 <sup>3</sup> z WTP	7 <sup>3</sup> z WTP
ISE ( $e$ )	5543	5561	5493	5534	5519	5500
ITSE ( $e$ )	83411	83046	82692	83209	83112	82769
IAE ( $e$ )	19169	19223	19105	19206	19088	19097
ITAE ( $e$ )	287700	287376	286714	287991	286382	286543
ISE ( $T_{zad}$ )	27664	12498	13022	25695	18863	16909
IAE ( $T_{zad}$ )	46469	30372	31721	44072	36982	34572
MEAN (T1)	8,09e-06	10,4e-06	14,3e-06	7,96e-06	8,94e-06	10,3e-06
MEAN (T2)	8,14e-06	10,6e-06	15,1e-06	8,01e-06	9,19e-06	11,1e-06

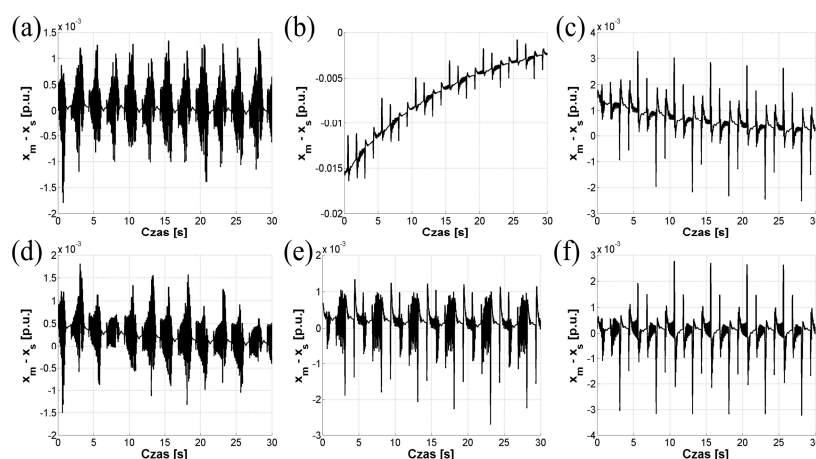
W przypadku trajektorii w pełni osiągalnej przez układ (trapezowa) zwiększenie rozmiaru bazy reguł poprzez większą ilość funkcji przynależności zazwyczaj powoduje poprawienie wszystkich wskaźników jakości sterowania, przy jednoczesnym zmniejszeniu złożoności obliczeniowej algorytmu w stosunku do regulatora o jednakowym wymiarze bazy reguł ale bez WTP.

Regulator o 7 regułach na wejście i oknie obliczeniowym o rozmiarze 2 charakteryzuje się złożonością obliczeniową na poziomie zbliżonym, a nawet nieco lepszym niż regulator o pełnym oknie obliczeniowym i 5 regułach.

Jednocześnie jakość regulacji regulatora z oknem obliczeniowym o rozmiarze 2 jest taka sama lub minimalnie lepsza od regulatora o pełnym oknie.

Z uwagi na to, iż sam układ odniesienia bardzo dobrze śledzi położenie zadane zdecydowano się nie prezentować przebiegów położenia dla różnych przypadków regulatorów gdyż są one niemalże jednakowe. Na rysunku 3. zaprezentowano natomiast przebiegi błędu śledzenia położenia modelu. Przebiegi te są znacznie bardziej miarodajne.

Zaprezentowano kolejno przebiegi błędów śledzenia zadanego położenia dla przypadków regulatorów o  $3^3$ ,  $5^3$  i  $7^3$  regułach bez oraz z WTP. Jak można zauważyć różnice są znaczne, zarówno w przypadku maksymalnych amplitud, oscylacji oraz przebiegu procesu adaptacji. Szczególnie dla przypadków regulatorów o  $5^3$  i  $7^3$  regułach z WTP proces dopasowania się regulatora przebiega znacznie szybciej, gdyż wypadkowa funkcja sterująca dla poszczególnych sektorów jest zależna jedynie od najbardziej aktywnych a więc sąsiadujących przesłanek, a nie jak to ma miejsce w przypadku regulatora bez WTP od wszystkich przesłanek dla każdego punktu przestrzeni sterowań.



Rys. 3. Przebiegi różnicy położenia zadanego modelu oraz mierzonego dla przypadków regulatora PID o  $3^3$  (a),  $5^3$  (b) i  $7^3$  (c) regułach oraz regulatora PID z WTP o  $3^3$  (d),  $5^3$  (e) i  $7^3$  (f) regułach

## 5. WNIOSKI

Regulatory neuronowo rozmyte z WTP charakteryzują się mniejszą złożonością obliczeniową algorytmu, co skutkuje krótszym czasem wykonania się pojedynczej iteracji algorytmu. Co więcej takie regulatory, szczególnie o większej liczbie reguł, szybciej dopasowują się do obiektu sterowanego, co jest istotne szczególnie dla obiektów, których parametry są zmienne. Należy jednocześnie mieć na uwadze konieczność zapewnienia stabilnego działania algorytmu, co jest możliwe dzięki analizie dyskretnej funkcji Lapunova.

## LITERATURA

- [1] Derugo P, Szabat K, „Algorytm implementacji regulatora rozmytego o niskim koszcie numerycznym”, *Przegląd Elektrotechniczny*, R. 90 nr 11/2014, p. 235-238.
- [2] Derugo P; Szabat K, “Implementation of the low computational cost fuzzy PID controller for two-mass drive system”, *Power Electronics and Motion Control Conf. and Exposition (PEMC)*, 2014 16th International. IEEE, 2014. p. 564-568.
- [3] Derugo, P., Dybkowski M., Szabat K. „Zastosowanie adaptacyjnego neuronowo-rozmytego regulatora prędkości z konkurencyjnymi warstwami Petriego do sterowania silnika elektrycznego”, *Przegląd Elektrotechniczny* 89 (2013), p. 64-67.
- [4] Derugo P; Szabat K, “Analysis of adaptive neuro-fuzzy PD controller with competitive Petri layers in speed control system for DC motor”, *Computer applications in electrical engineering*, 2013, p. 267-280
- [5] Orłowska-Kowalska T., K. Szabat, “Damping of torsional vibrations in two-mass system using adaptive sliding neuro-fuzzy approach”, *IEEE Trans. Ind. Informat.*, vol. 4, no. 1, Feb. 2008, p. 47–57.
- [6] Pedrycz, Witold, and Fernando Gomide. *An introduction to fuzzy sets: analysis and design*. Mit Press, 1998.
- [7] Szabat K., “Robust control of electrical drives using adaptive control structures — a comparison”, *IEEE Int. Conf. on Industrial Technology ICIT*, 2008, p. 1–6.
- [8] Jastrzębski, M. “On-line parameter tuning of discontinuous fuzzy friction compensator in linear drive”, *IEEE International Symposium on. Information, Communication and Automation Technologies (ICAT)*, 2013, p. 1-6.

### **ANALYSIS OF PID TYPE ANFC WITH PETRI TRANSITION LAYER FOR LINEAR PERMANENT MAGNET MOTOR CONTROL**

The first part of the paper is theoretical. It describes operation principle of an Adaptive Neuro Fuzzy Controller (ANFC) with Petri Transition Layer (PTL). The influence of PTL on performance and numerical complexity of the algorithm is analyzed. Also discussion on algorithm stability and convergence condition has been made. Second part is experimental. The object consisting of linear permanent magnet motor with inverter has been described. Afterwards experimental results have been analyzed. Eventually summary and conclusions have been presented.