

## ODDZIAŁYWANIE POLA MAGNETYCZNEGO NA PŁYNĄCĄ CIECZ O WYBRANYCH WŁAŚCIWOŚCIACH MAGNETYCZNYCH

Mateusz Krawczyk, Mikołaj Skowron

AGH Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Inżynierii Biomedycznej, Katedra Elektrotechniki i Elektroenergetyki

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono wyniki badań oddziaływania pola magnetycznego na płynącą ciecz o właściwościach paramagnetycznych. W obszarze działania stałego w czasie pola magnetycznego indukują się w płynącej cieczy prądy wirowe. Indukowane prądy wpływają na rozkład pola magnetycznego w obszarze w którym przepływa ciecz. Wzajemne oddziaływanie indukowanych prądów i pola magnetycznego wpływa na zmiany kierunku ruchu cieczy oraz zmiany ciśnienia w cieczy. W artykule zaprezentowano wyniki obliczeń rozkładu pola magnetycznego, zmiany kierunku prędkości w przepływającej cieczy, a także zmiany ciśnienia w modelowanej cieczy. Obliczenia wykonano w programie Comsol Multiphysics.

**Słowa kluczowe:** pole magnetyczne, ciecz paramagnetyczna, prądy wirowe

### INFLUENCE OF THE MAGNETIC FIELD ON FLOWING LIQUID OF SELECTED MAGNETIC PROPERTIES

**Abstract.** This paper presents the results of the effect studies of the magnetic field on the paramagnetic, flowing liquid. In the area of direct magnetic field the eddy currents in flowing liquid are induced. The induced currents affect the distribution of the magnetic field in the area where the liquid flows. The interaction of induced currents and magnetic fields affect changes in the direction of movement of the liquid and pressure changes in the liquid. The article presents the results of the calculations of the magnetic field, changes of the direction of flowing liquids, and pressure changes in the modelled liquid. Calculations were run in the Comsol Multiphysics.

**Keywords:** magnetic field, paramagnetic fluid, eddy currents

#### Wstęp

Oddziaływanie sił, występujących w obszarze niejednorodnego pola magnetycznego na cząsteczki magnetyczne zawarte np. w przepływającym płynie, ma wiele zastosowań w procesach przemysłowych. Przykładem takiego użycia jest wysoko gradientowa separacja magnetyczna HGMS, stosuje się ją m.in. do przeróbki minerałów o bardzo małej podatności magnetycznej i wylapywania z nich zanieczyszczeń, cząstek o większej podatności magnetycznej [4-6]. Separacja magnetyczna może mieć również zastosowanie przy oczyszczaniu ścieków z cząstek które posiadają właściwości magnetyczne [12].

Cząstki magnetyczne mają również wiele zastosowań w biomedycynie, np. do leczenia hipertermii, rozdzielania komórek mających różne właściwości magnetyczne, jako środki kontrastowe do obrazowania w rezonansie magnetycznym MRI lub też miejscowe kierowanie leków o właściwościach magnetycznych MDT [1, 8, 11, 14]. W tym ostatnim zastosowaniu, miejscowej aplikacji chemioterapeutyków, można zwiększyć skuteczność ich działania, poprzez połączenie leku z cząstkami magnetycznymi. W konsekwencji cząstki z chemią będą przyciągane poprzez zewnętrzne pole magnetyczne przyłożone w miejsce schorzenia.

Znajomość trajektorii cząstek w przyłożonym polu magnetycznym może pomóc oszacować jaka część cząsteczek została zatrzymana w konkretnym obszarze co pozwala na oszacowanie skuteczności leczenia. W ciągu ostatnich lat nastąpił duży postęp tych badań nie tylko teoretycznych i obliczeniowych ale również eksperymentalnych [7, 13, 15, 17, 18].

Najnowsze badania, oddziaływania sił na cząstki magnetyczne, dotyczą m.in. immunomagnetycznej separacji: DNA, komórek, organelli, białka itp. rozdzielanie płynów o różnych właściwościach magnetycznych wykorzystane może być np. na potrzeby diagnostyki medycznej [2, 3, 19].

We wszystkich wymienionych aplikacjach, szczegółową znajomość trajektorii cząsteczek jest potrzebne do projektowania i odpowiedniego stosowania urządzeń. Ze względu na geometryczną złożoność, zarówno przepływów jak i rozkładu pola magnetycznego, do przewidywania trajektorii wykorzystuje się symulacje numeryczne.

Zanim jednak wyznaczy się trajektorie cząstek, warto obliczyć rozkład ciśnienia przepływającej cieczy, zmiany kierunków prędkości tej cieczy, aby określić w jakim obszarze występują największe zakłócenia ww. wielkości. Czasem takie informacje

wystarczą do weryfikacji poprawności przeprowadzanych badań. Oczywiście wszystkie obliczenia analityczne czy też numeryczne są obciążone błędami wynikającymi z zastosowanych założeń upraszczających.

#### 1. Opis matematyczny modelu

##### 1.1. Równania pola magnetycznego

Magnetyczna część modelu została przyjęta jako statyczna więc prawo Ampera dla pola magnetycznego  $\mathbf{H}$  (A / m) i gęstości prądu  $\mathbf{J}$  (A/m<sup>2</sup>) przyjmuje następującą postać:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (1)$$

oraz zależność wynikająca z prawa Gaussa:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2)$$

W modelu występują trzy rodzaje obszarów w których występują zależności konstytutywne między  $\mathbf{B}$  oraz  $\mathbf{H}$  opisane w następujący sposób [9, 10, 20]:

$$\mathbf{B} = \begin{cases} \mu_0 \mu_r \mathbf{H} + \mathbf{B}_r \\ \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}_f(\mathbf{H})) \\ \mu_0 \mathbf{H} \end{cases} \quad (3)$$

Opisując magnetyczny potencjał wektorowy zależnościami:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad \nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (4)$$

W konsekwencji otrzymuje się równanie pozwalające na obliczanie pola magnetycznego w układzie 2D:

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{A} - \mathbf{M} \right) = 0 \quad (5)$$

Z równania tego wynika, że wektor  $\mathbf{A}$  posiada niezerową składową tylko wzdłuż osi z.

##### 1.2. Siła magnetyczna

Cząsteczki powyżej rozmiaru krytycznego (kilkadziesiąt nanometrów dla najczęściej stosowanych materiałów) zawierają kilka domen magnetycznych.

Dla takich cząsteczek magnetyzacja (do pewnej wartości) może być przyjęta jako wprost proporcjonalna do zewnętrznego pola magnetycznego.

Powyżej tej wartości (magnetyzacji nasycenia) dalszy wzrost nie jest możliwy ponieważ wszystkie składowe dipole są ułożone zgodnie z polem magnetycznym.

$$\mathbf{M} = \begin{cases} \chi \mathbf{H} & H < M_{nas} / |\chi| \\ M_{nas} \mathbf{H} & H > M_{nas} / |\chi| \end{cases} \quad (6)$$

gdzie  $M_{nas}$  jest magnetyzacją nasycenia,  $\chi$  jest podatnością magnetyczną materiału. W niniejszym modelu zastosowano ciecz o podatności  $\chi = 0,3$ .

Na podstawie wcześniej wyprowadzonych wzorów i przyjęciu liniowej magnetyzacji cieczy, magnetyzacja dla odpowiednich składowych przedstawiona jest następująco:

$$\begin{cases} M_x = \frac{\chi}{\mu_0} \frac{\partial A_z}{\partial y} \\ M_y = \frac{\chi}{\mu_0} \frac{\partial A_z}{\partial x} \end{cases} \quad (7)$$

Siła magnetyczna, zwana też siłą magnetoforezy działająca na namagnesowany materiał na jednostkę objętości, przedstawiona jest zależnością:

$$\mathbf{F} = \mu_0 \mathbf{M} \nabla H \quad (8)$$

Wykorzystując powyższy model (6) otrzymujemy:

$$\mathbf{F}_m = \begin{cases} \mu_0 \chi \nabla H^2 / 2 & H < M_{nas} / |\chi| \\ \mu_0 M_{nas} \nabla H & H > M_{nas} / |\chi| \end{cases} \quad (9)$$

Użyto własności:

$$\nabla H^2 / 2 = \mathbf{H} \times (\nabla \times \mathbf{H}) + (\mathbf{H} \cdot \nabla) \mathbf{H} \quad (10)$$

gdzie:

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  – przenikalność magnetyczna próżni [H/m],

$\mathbf{M}$  – magnetyzacja materiału,

$\mathbf{H}$  – natężenie zewnętrznego pola magnetycznego [A/m], założono wirowość pola  $H$

### 1.3. Równania ruchu

Do opisu ruchu cieczy w modelu skorzystano z równania Naviera–Stokesa dla nieściśliwego płynu:

$$\mathbf{F} = \rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - \eta (\nabla^2 \mathbf{u}) + \rho (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla p \quad (11)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (12)$$

gdzie:

$\eta$  – lepkość dynamiczna [kg/(m·s)],

$\mathbf{u}$  – prędkość [m/s],

$\rho$  – gęstość [kg/m<sup>3</sup>],

$p$  – ciśnienie [N/m<sup>2</sup>],

$\mathbf{F}$  – siła działająca na objętość cieczy, siła magnetyczna [N/m<sup>3</sup>].

Po przekształceniu otrzymujemy wyrażenia na składowe siły:

$$F_x = \frac{\chi}{\mu_0 \mu_r^2} \left( \frac{\partial A_z}{\partial x} \frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial A_z}{\partial y} \frac{\partial^2 A_z}{\partial x \partial y} \right) \quad (13)$$

$$F_y = \frac{\chi}{\mu_0 \mu_r^2} \left( \frac{\partial A_z}{\partial x} \frac{\partial^2 A_z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial y} \frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} \right)$$

Aby otrzymać całkowitą siłę działającą na ciecz należy pomnożyć powyższe równania przez masę cząsteczki płynu.

## 2. Numeryczna analiza oddziaływania pola magnetycznego na przepływającą ciecz

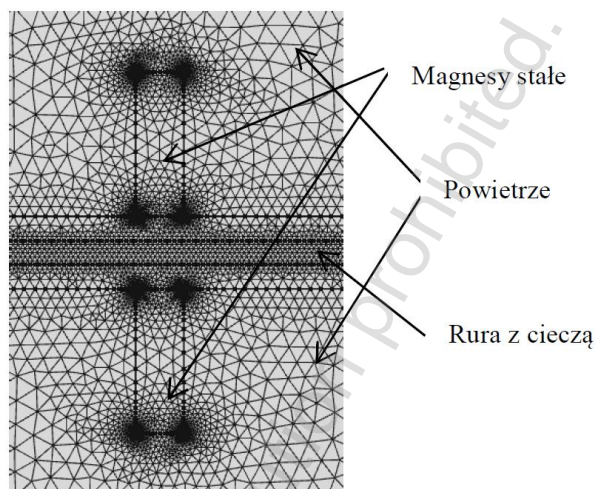
### 2.1. Opis i założenia do modelu

W zaproponowanym przez autorów modelu do generowania pola magnetycznego użyto dwa magnesy trwałe. Rurkę szklaną, w której przepływa ciecz o właściwościach paramagnetycznych. Układ umieszczony jest w powietrzu. Obszar obliczeniowy został zdyskretyzowany siatką trójkątną. Zastosowano różnorodne zagęszczenie siatki. Największą gęstość siatki użyto w obszarach oddziaływania pola magnetycznego na przepływającą ciecz, czyli tam gdzie obliczenia powinny być najbardziej dokładne.

W celu uproszczenia bardzo skomplikowanych obliczeń w przedstawionym modelu przyjęto kilka założeń. Pominięto siły wspólnego oddziaływania nanocząsteczek na siebie, pominięto również siły tarcia przepływającej cieczy o rurkę.

W zaproponowanym modelu do generowania pola magnetycznego użyto magnesów trwałych o wartości indukcyjności pola 1T, ustawionymi jednoimiennymi biegunami względem siebie

rys. 1. Gęstość cieczy badanej cieczy miała wartość 1000 kg/m<sup>3</sup>, a lepkość dynamiczną 0,005 Pa·s, podatność magnetyczna cieczy 0,3. Kierunek prędkości cieczy jest wzdłuż osi 0x.



Rys. 1. Zdyskretyzowana geometria układu

Przepływ cieczy przedstawiona jest za pomocą następującej zależności:

$$v_0 = 2v_m s(1-s)(\sin(\omega t) + \sqrt{\sin(\omega t)^2}) \quad (14)$$

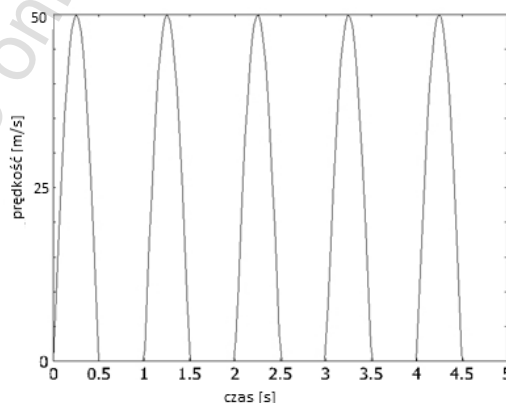
gdzie:

$v_m$  – amplituda prędkości 50 [m/s],

$t$  – czas [s],

$s$  – parametr zmieniający się wzdłuż odcinka wlotowego od 0 do 1,

$\omega$  – prędkość kątowa [rad/s].



Rys. 2. Wykres zmian prędkości cieczy

### 2.2. Analiza wyników

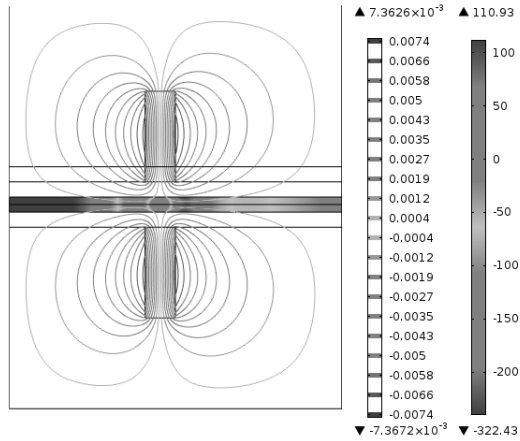
Obliczenia wykonano w programie COMSOL Multiphysics który wykorzystuje Metodę Elementów Skończonych. Modelowanie oddziaływania pola magnetycznego na przepływającą ciecz o paramagnetycznych właściwościach magnetycznych, jest bardzo skomplikowane. Aby uprościć obliczenia autorzy pracy pominieli w modelu siły wspólnego oddziaływania nanocząsteczek na siebie. Pominięto siły tarcia przepływającej cieczy o rurkę.

W prezentowanym modelu pole magnetyczne wpływa na rozkład ciśnienia w kanale. W obszarze działania pola magnetycznego dla czasów  $t = 0,4$  s i  $t = 0,8$  s przedstawione zostały rozkłady ciśnienia oraz prędkości przepływającej cieczy.

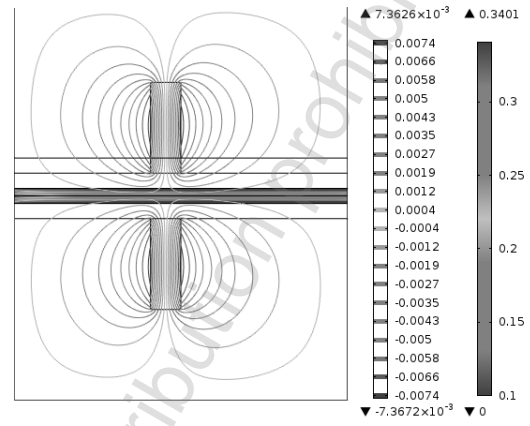
Zmiany ciśnienia tworzą zawirowania w przepływającej cieczy. Zawirowania są tym większe im większa jest indukcja pola magnetycznego oraz gradient pola w danym obszarze. Na wielkość zawirowań ma również prędkość wlotowa cieczy. Im mniejsza prędkość przepływu tym mniejsze zawirowania. Zaobserwować jednocześnie można iż pole magnetyczne powoduje zmniejszenie prędkości przepływu płynu, oprócz składowej 0x prędkości, pojawia się składowa 0y.

W kanale, ciśnienie przepływającej cieczy zmienia się w czasie, największe zmiany występują w obszarach dużego gradientu pola magnetycznego rys. 3, 7, różnice ciśnienia sięgają wartości 350 Pa. Zmiany ciśnienia determinują zakłócenia w prędkości przepływającej cieczy. Zmiany występują dla składowej  $x$  prędkości rys. 4, 8, jednocześnie pojawia się

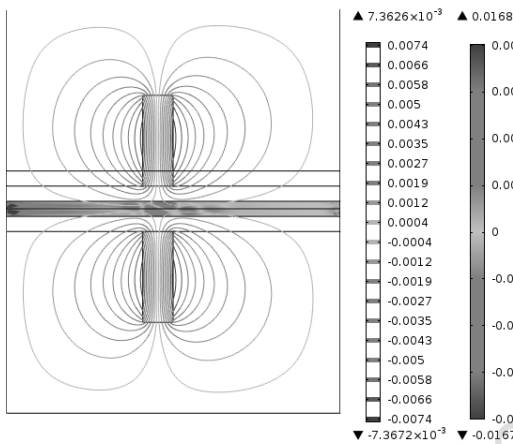
składowa  $y$  rys. 5, 9, która wcześniej nie występowała. W przepływającej cieczy zaczynają się tworzyć wiry które spowalniają przepływ cieczy rys. 6, 10. Zawirowania powodują dłuższy czas oddziaływania pola magnetycznego na ciecz, skutkować to może aglomeracją cząsteczek o większej podatności magnetycznej.



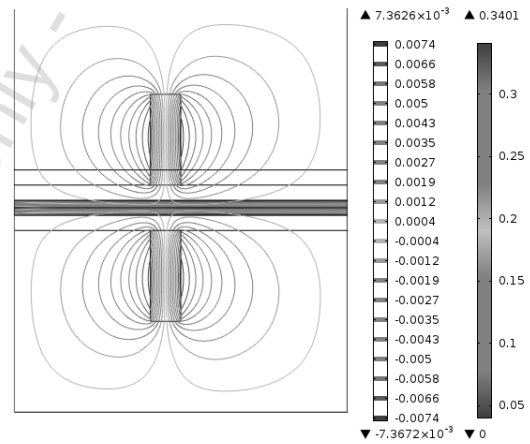
Rys. 3. Rozkład ciśnienia przepływającej cieczy w rurze oraz linie potencjału magnetycznego w chwili  $t=0,4s$



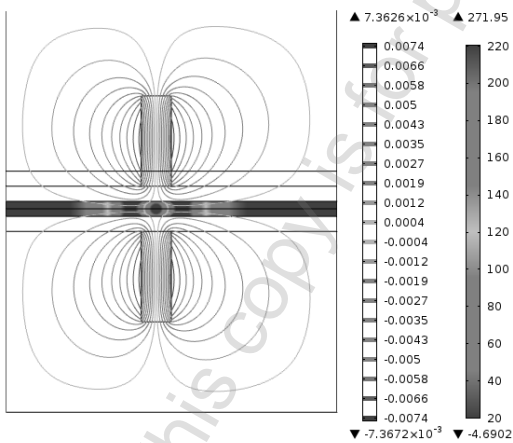
Rys. 4. Rozkład składowej  $x$  prędkości przepływającej cieczy oraz linie potencjału magnetycznego w chwili  $t=0,4s$



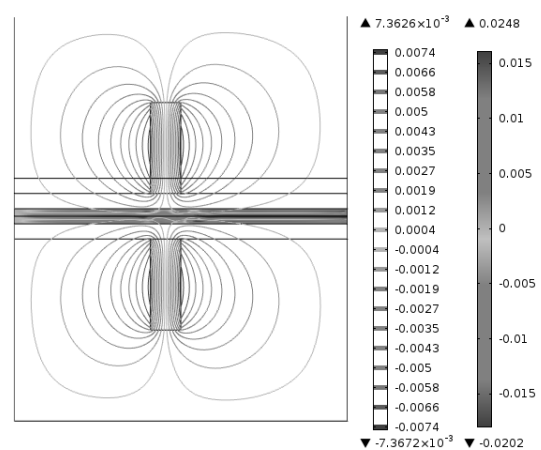
Rys. 5. Rozkład składowej  $y$  prędkości przepływającej cieczy oraz linie potencjału magnetycznego w chwili  $t=0,4s$



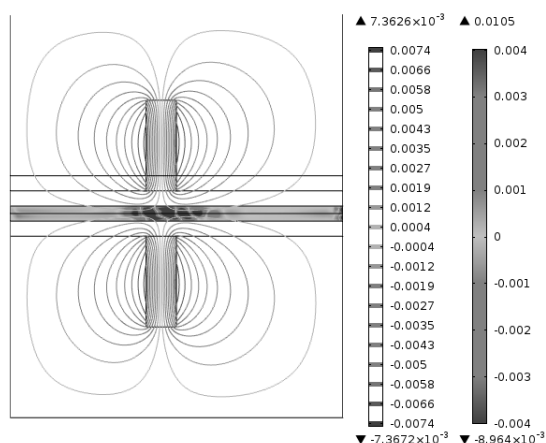
Rys. 6. Rozkład prędkości przepływającej cieczy oraz linie potencjału magnetycznego w chwili  $t=0,4s$



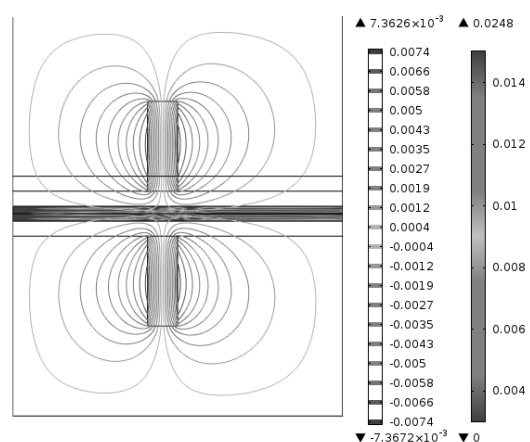
Rys. 7. Rozkład ciśnienia przepływającej cieczy w rurze oraz linie potencjału magnetycznego w chwili  $t=0,8s$



Rys. 8. Rozkład składowej  $x$  prędkości przepływającej cieczy oraz linie potencjału magnetycznego w chwili  $t=0,8s$



Rys. 9. Rozkład składowej y prędkości przepływającej cieczy oraz linie potencjału magnetycznego w chwili  $t=0,8s$



Rys. 10. Rozkład prędkości przepływającej cieczy w chwili  $t=0,8s$

### 3. Wnioski

Zaprezentowane obserwacje przepływającej cieczy o właściwościach paramagnetycznych w polu magnetycznym mogą być użyte w układach gdy potrzebne jest spowolnienie przepływu cieczy i wprowadzenie zawirowań. W przypadku gdyby ciecz nie była jednorodna, będą znajdowały się cząstki o różnych właściwościach magnetycznych, cząstki o większej podatności magnetycznej mogłyby aglomerować na ściankach naczyń w obszarze działania pola magnetycznego o największej wartości gradientu tego pola. Takie właściwości, można zastosować m.in. w medycynie. Wykorzystując paramagnetyczne właściwości leków, można wymusić za pomocą pola magnetycznego zwiększoną koncentrację czynnika leczącego w określonym miejscu np. tam gdzie jest nowotwór. Zwiększenie koncentracji leku w obszarze który należy leczyć, może polepszyć skuteczność leczenia. Jednocześnie może uchronić przed nadmiernym, niepożądanym oddziaływaniem leku na inne organy. Przedstawione właściwości cieczy w polu magnetycznym, a w szczególności zachowanie się krwi, może być wykorzystywane do leczenia np. przewlekłych bólów, niedokrwienia tkanek i gojenia się wrzodów [16].

### Literatura

- [1] Alexiou Ch., Arnold W., Klein R. J., et al.: Locoregional Cancer Treatment with Magnetic Drug Targeting Cancer Research 60, 2000, p. 6641-6648.
- [2] AvilésM, Chen H, Ebner A., et al.: In vitro study of ferromagnetic stents for implant assisted-magnetic drug targeting, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, Volume 311, Issue 1, 2007, p. 306-311.

- [3] Chen H, Ebner A., Bockenfeld D., et al.: A comprehensive in vitro investigation of a portable magnetic separator device for human blood detoxification, Physics in Medicine And Biology 52, 2007, p. 6053-6072.
- [4] Cieśla A.: Field distribution in separator's working space for various winding configuration, Przegląd Elektrotechniczny, 87 nr 7, 2011, s. 99-103.
- [5] Cieśla A.: Magnetic separation of kaolin clay using free helium superconducting magnet, Przegląd Elektrotechniczny, 88 nr 12b, 2012, s. 50-53.
- [6] Cieśla A.: Superconducting magnet of free helium type used for the filtration in environmental processing, Przegląd Elektrotechniczny, 86, nr 5, 2010, s. 181-184.
- [7] Furlani E P.: Magnetophoretic separation of blood cells at the microscale, Journal of Physics D: Applied Physics 40, 2007, p. 1313-1319.
- [8] Ganguly R., Gaiid A., et al.: Analyzing ferrofluid transport for magnetic drug targeting Journal of Magnetism and Magnetic Materials 289, 2005, p. 331-334.
- [9] Haverkort J. W., Kenjeres S., Kleijn C. R.: Computational Simulations of Magnetic Particle Capture in Arterial Flows, Annals of Biomedical Engineering 2009.
- [10] Haverkort J. W., Kenjeres S., Kleijn C. R.: Magnetic particle motion in a Poiseuille flow Physical Review E 80, 016302, 2009.
- [11] Johannsen M., Thiesen B., Jordan A.: Magnetic fluid hyperthermia (MFH) reduces prostate cancer growth in the orthotopic Dunning R3327 rat model The Prostate 64, 3, 2005, p. 283-292.
- [12] Kakihara Y., Fukunishi T., Takeda S., Nishijima S., Nakahira A.: Superconducting high gradient magnetic separation for purification of wastewater from paper factory Applied Superconductivity, IEEE Transactions on 14, Issue: 2, 2004, p. 1565 - 1567.
- [13] Laurent S., Dutz S., Häfeli U., Mahmoudi M.: Magnetic fluid hyperthermia: Focus on superparamagnetic iron oxide nanoparticles Advances in Colloid and Interface Science Volume 166, Issues 1-2, 2011, p. 8-23.
- [14] Lübke A.S. et al.: Preclinical Experiences with Magnetic Drug Targeting: Tolerance and Efficacy Cancer Research 56, 1996, p. 4694-4701.
- [15] Nishijima S., Takeda S., Mishima F., et al.: A Study of Magnetic Drug Delivery System Using Bulk High Temperature Superconducting Magnet IEEE Transactions on applied superconductivity, vol. 18, no. 2, 2008.
- [16] Odenbach S.: Recent progress in magnetic fluid research, Journal Of Physics: Condensed Matter 16, 2004, p. 1135-1150.
- [17] Pamme N.: Continuous flow separations in microfluidic devices Lab Chip, 2007, 7, p. 1644-1659.
- [18] Pamme N.: Magnetism and microfluidics Lab Chip, 2006, 6, p. 24-38.
- [19] Skowron M.: Modelowanie i analiza pola magnetycznego w nietypowych układach współrzędnych, Informatyka, Automatyka, Pomiary w Gospodarce i Ochronie Środowiska, 1, 2013, s. 47-48.
- [20] Tartaj P., Puerto Morales M, Veintemillas-Verdaguer S, Gonzalez-Carreño T. Serna C. J.: The preparation of magnetic nanoparticles for applications in biomedicine, Journal of Physics D: Applied Physics 36, 2003, p. 182-197.
- [21] Vander Sloten J., Verdonck P., Nyssen M., Hauelsen J.: Optimizing drug delivery using non-uniform magnetic fields: a numerical study ECIFMBE 2008, IFMBE Proceedings 22, 2008, p. 2623-2627.

**Mateusz Krawczyk**  
e-mail: mateusz.krawczyk6@gmail.com

Student Elektrotechniki na Wydziale Elektrotechniki Automatyki Informatyki i Inżynierii Biomedycznej Akademii Górniczo - Hutniczej. Członek koła naukowego elektroenergetyków „Piorun”. W pracy naukowej zajmuje się zagadnieniami oddziaływania pola magnetycznego na materię.



**Dr inż. Mikołaj Skowron**  
e-mail: mskowron@agh.edu.pl

Ukończył studia magisterskie w 2004 r. w Akademii Górniczo - Hutniczej na Wydziale Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki na kierunku Elektrotechnika o specjalności Elektroenergetyka. W 2011 r. obronił pracę doktorską na tym samym Wydziale. Od września 2011r. jest adiunktem w Katedrze Elektrotechniki i Elektroenergetyki. W pracy naukowej zajmuje się zagadnieniami wpływu pola magnetycznego na organizmy żywe oraz zastosowaniem nadprzewodników.



otrzymano/received: 22.02.2014

przyjęto do druku/accepted: 30.03.2014