

Janusz KLEBAN*
Jarosław WARCZYŃSKI**

BADANIE STABILNOŚCI ALGORYTMU STEROWANIA POLEM CLOSA TYPU MSM

Praca jest poświęcona zagadnieniu zapewnienia stabilności algorytmom sterowania przepływem komórek w trzysekcyjnych polach komutacyjnych Closa typu MSM (*Memory-Space-Memory*), które mogą być wykorzystywane w routerach internetowych klasy operatorskiej. W artykule przedstawiono metodę badania stabilności algorytmu sterowania polem komutacyjnym tego typu. Wykorzystano do tego celu funkcję Lapunowa oraz model płynny, stanowiący ciągłą aproksymację dyskretnego systemu komutacyjnego. Zaproponowano algorytm sterowania oparty na zasadzie maksymalnego dopasowania modułów wejściowych i wyjściowych nazwany MDM (*Maksymalne Dopasowanie Modułów*). Przedstawiono dowód stabilności tego algorytmu oraz wyniki eksperymentów symulacyjnych dla ruchu równomiernego i nierównomiernego w zakresie opóźnienia komórek i wielkości kolejek wejściowych oraz wyjściowych.

SŁOWA KLUCZOWE: pole Closa, planowanie przepływu pakietów, komutacja pakietów, stabilność algorytmu

1. WSTĘP

Pola komutacyjne dokonują przekierowania ramek/pakietów z dowolnego wejścia do dowolnego wyjścia i dlatego stanowią bardzo ważny element sprzętu sieciowego, takiego jak przełączniki i routery. Routery klasy operatorskiej pracują obecnie z szybkością setek Tb/s, a w przyszłości Pb/s. Istnieje potrzeba zaproponowania nowej architektury pól komutacyjnych, które nie będą stanowiły wąskiego gardła dla tego typu urządzeń. W artykule rozważono możliwość zapewnienia stabilnej pracy trzysekcyjnego pola Closa typu MSM. Pola tego typu pracują synchronicznie, a w szczelinach czasowych są przesyłane komórki, czyli pakiety o stałej długości, najczęściej 64B. Oznacza to, że pakiety IP o zmiennej długości są dzielone w kartach liniowych na segmenty o stałej długości. Następnie segmenty te są przenoszone przez komórki do portów wyjściowych, gdzie następuje złożenie pakietów IP [1]. Jednym z podstawowych mechanizmów stosowanych w polach pakietowych jest wirtualne kolejkowanie

* Politechnika Poznańska, Wydział Elektroniki i Telekomunikacji.

** Politechnika Poznańska, Wydział Elektryczny.

wyjściowe VOQ (*Virtual Output Queuing*) organizowane na każdym wejściu. Mechanizm ten pozwala na uniknięcie zjawiska blokady początku kolejki – HOL (*Head-Of-Line blocking*) i polega na buforowaniu w osobnych buforach, umieszczonych na wejściach pola, komórek przeznaczonych do poszczególnych wyjść pola komutacyjnego. Możliwe jest również stosowanie kolejek do modułów wyjściowych.

W dalszej części artykułu zostanie przedstawione pole komutacyjne Closa typu MSM, algorytm planowania przepływu komórek MDM, a także zostanie udowodniona jego stabilność. Zaprezentowane zostaną również wyniki badań symulacyjnych otrzymane dla omawianego algorytmu.

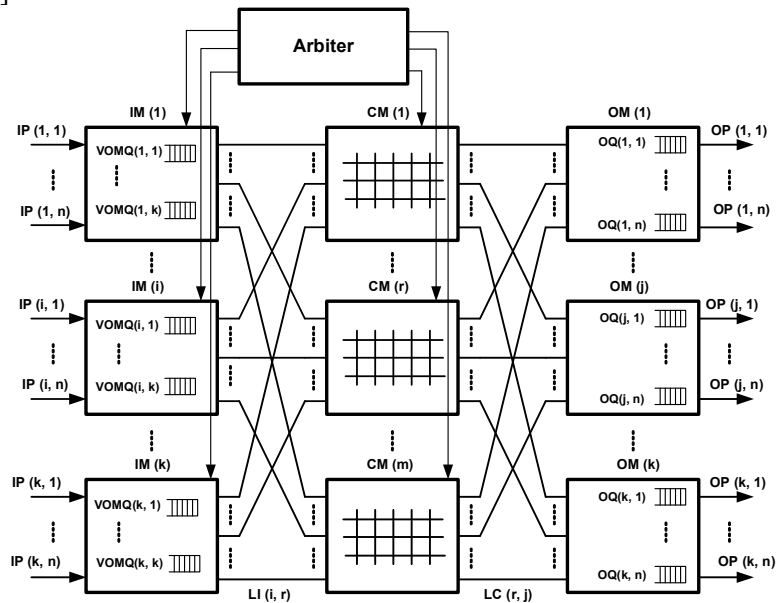
2. POLE CLOSA TYPU MSM

Pole Closa typu MSM zbudowane jest z komutatorów, z których każdy jest jednosekcyjnym polem typu crossbar. Pole tego typu zawiera trzy sekcje, przy czym w komutatorach sekcji pierwszej i trzeciej stosowane jest buforowanie, natomiast sekcja środkowa zawiera komutatory bez buforów. Pole Closa typu MSM o wymiarach $N \times N$, z kolejkami do modułów wyjściowych VOMQ (*Virtual Output Module Queues*) oraz z arbitrem centralnym, przedstawiono na rys. 1. Pierwsza sekcja pola jest zbudowana z k komutatorów wejściowych (IM – *Input Module*) z pamięciami współdzielonymi, w których są przechowywane komórki oczekujące na transmisję do komutatorów wyjściowych (OM – *Output Module*). Z kolei druga sekcja składa się z m komutatorów oznaczonych jako CM (*Central Module*). Komutatory CM realizują jedynie komutację przestrzenną, co pozwala na utrzymanie kolejności transmitowanych komórek. Trzecia sekcja składa się z k komutatorów wyjściowych OM. Każdy komutator OM(j) ma n portów wyjściowych, oznaczonych jako OP(j, h) i posiada bufor OQ (*Output Queue*).

Na rys. 1 przyjęto następujące oznaczenia: IM(i) – i -ty komutator pierwszej sekcji, gdzie $1 \leq i \leq k$; CM(r) – r -ty komutator drugiej sekcji, gdzie $1 \leq r \leq m$; OM(j) – j -ty komutator trzeciej sekcji, gdzie $1 \leq j \leq k$; n – liczba we/wy w każdym IM/OM; k – liczba komutatorów IM/OM; m – liczba komutatorów CM; IP(i, h) – h -ty port wejściowy w IM(i), $1 \leq h \leq n$; OP(j, h) – h -ty port wyjściowy w OM(j), $1 \leq h \leq n$; OQ(j, h) kolejka wyjściowa w OM(j); VOMQ(i, j) – wirtualna kolejka wyjściowa w IM(i), przechowuje komórki przeznaczone dla OM(j); LI(i, r) – łącze międzysekcyjne między komutatorem IM(i) oraz CM(r); LC(r, j) – łącze międzysekcyjne między komutatorem CM(r) oraz OM(j).

Za wybór komórek do przesłania z wejść do wyjść oraz za rozwiązywanie konfliktów w dostępie do zasobów wewnętrznych pola jest odpowiedzialny algorytm planowania przepływu pakietów przez pole komutacyjne. Algorytmy tego typu współpracują z układami arbitrażowymi, które realizują poszczególne

etapy algorytmu. Możliwe jest stosowanie arbitrażu scentralizowanego lub rozproszonego. Podstawowe algorytmy dla pól Closa typu MSM zaproponowano w pracach [7, 8]. W przypadku arbitrażu scentralizowanego wykorzystywany jest jeden centralny arbiter, który na podstawie posiadanych informacji dokonuje przydziału zasobów umożliwiając przesłanie komórek z modułów IM do OM [4].



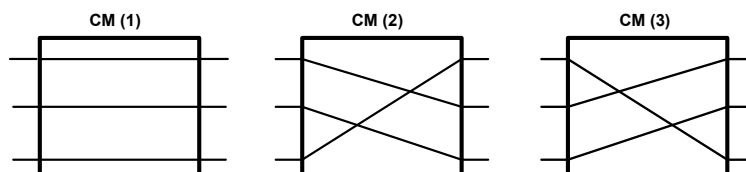
Rys. 1. Pole Closa typu MSM z arbitrem centralnym

3. ALGORYTM MDM

Algorytm MDM wykorzystuje stałe wzory połączeń w modułach CM, gdy obciążenie łączy wejściowych jest niewielkie oraz arbitraż centralny dokonujący parowania modułów IM–OM, gdy obciążenie łączy wejściowych wzrasta i liczba komórek oczekujących w kolejkach VOMQ na przesłanie rośnie. Na podkreślenie zasługuje fakt, że algorytm MDM nie wykorzystuje wymiany między arbitrami sygnałów: żądanie–potwierdzenie–akceptacja (ang. *request–grant–accept*) w celu znalezienia drogi połączeniowej między modułami IM oraz OM. Sygnały te utrudniają praktyczną implementację tych algorytmów. Przykładowe algorytmy tego typu można znaleźć w pracach [6, 9].

Stale wzory połączeń realizowane przez komutatory CM przedstawiono na rys. 2. Powodują one utworzenie dokładnie jednej drogi połączeniowej pomiędzy dowolną parą komutatorów IM–OM i umożliwiają przesyłanie po jednej komórce z dowolnego komutatora IM do każdego komutatora CM. Zgodnie

z przykładem z rys. 2 oznacza to, że w jednej szczelinie czasowej np. IM(1) może przesłać w sumie 3 komórki po jednej do modułu OM(1), OM(2) i OM(3). Taka sama sytuacja występuje w przypadku komutatorów IM(2) i IM(3).



Rys. 2. Stałe wzory połączeń realizowane przez komutatory CM w polu Closa $C(3, 3, 3)$

Stałe wzory połączeń nie nadają się do obsługi ruchów nierównomiernych. W tym przypadku potrzebne są mechanizmy umożliwiające przesłanie w jednej szczelinie czasowej większej liczby komórek pomiędzy wybranymi parami komutatorów w celu rozładowania buforów wejściowych. Jednym z rozwiązań może być parowanie modułów IM i OM oraz wykorzystywanie wszystkich możliwych połączeń do przesłania komórek między tymi modułami. W związku z tym, że na potrzeby węzłów pakietowych rozpatruje się pola przestrzajalne $C(n, n, n)$ maksymalna liczba komórek, które mogą być przesłane między $IM(i)$ i $OM(j)$ wynosi n .

Arbiter centralny, wykorzystywany przez algorytm MDM, ma zaimplementowaną macierz obciążeń $P(\tau) = \{p_{ij}(\tau)\}_{n \times n}$ (por. rozdz. 4.3), na podstawie której dokonuje powiązania modułu $IM(i)$ i modułu $OM(j)$; wiersze macierzy odpowiadają komutatorom IM, natomiast kolumny – komutatorom OM; ostatecznie w wierszu i oraz kolumnie j macierzy może być tylko jeden element równy 1, co oznacza powiązanie elementu $IM(i)$ oraz $OM(j)$.

Działanie algorytmu MDM jest następujące:

- **Krok 1:** Każdy moduł IM realizuje przesyłanie komórek do modułów OM zgodnie z stałymi wzorami połączeń w modułach CM. W przypadku, gdy wartości liczników $OMC(i, j)$, zliczających komórki oczekujące na przesłanie do poszczególnych modułów $OM(j)$ są równe lub większe od n realizuj kroki od 2 do 6.
- **Krok 2:** Na podstawie wartości liczników $OMC(i, j)$ Moduł $IM(i)$ przygotowuje listę identyfikatorów komutatorów $OM(j)$, dla których $OMC(i, j) \geq n$.
- **Krok 3:** Każdy $IM(i)$ przesyła przygotowane listy do arbitra centralnego.
- **Krok 4:** Na podstawie otrzymanych list identyfikatorów modułów OM żądanych przez poszczególne moduły IM arbiter centralny wypełnia macierz obciążeń zaznaczając wszystkie żądane połączenia z modułów IM do OM. Następnie wybierany jest taki zestaw jedynek (jedna jedynka w wierszu i kolumnie) zapewniający maksymalne skojarzenie modułów IM i OM.

- **Krok 5:** Na podstawie macierzy obciążeń arbiter centralny wysyła do komutatorów IM i CM wiadomości o dokonanych powiązaniach między modułami IM i OM.
- **Krok 6:** Na podstawie decyzji arbitra centralnego moduł $IM(i)$ wyczytuje komórki z odpowiedniej kolejki $VOMQ(i, j)$ oraz przesyła je do wyjść modułu $IM(i)$. Następuje zmniejszenie wartości licznika $OMC(i, j)$ o n .
- **Krok 7:** w następnej szczelinie czasowej następuje przesłanie n komórek do powiązanego komutatora $OM(j)$ korzystając z wszystkich wyjść komutatora $IM(i)$.

4. STABILNOŚĆ ALGORYTMU MDM

Pojęcie stabilności, w odniesieniu do pola komutacyjnego Closa, działającego zgodnie z określonym algorytmem przesyłania pakietów (komórek), należy rozumieć jako jego zdolność do przeniesienia do wyjść pola całego docierającego do niego ruchu, czyli jako gwarancję 100% przepustowości w warunkach tzw. ruchu dopuszczalnego (*ang. admissible traffic*) i równomiernie dystrybuowanego do wyjść pola komutacyjnego. Jeśli pole z określonym algorytmem przesyłania komórek jest stabilne, to kolejki VMOQ, w określonych powyżej warunkach, nie będą rosły w sposób nieograniczony. Dla dowodu tak rozumianej stabilności algorytmu MDM trzeba więc zbadać stabilność układu kolejek VMOQ pola Closa.

4.1. Metoda Lapunowa badania stabilności

Celem przeprowadzenia dowodu stabilności dla pola Closa działającego pod kontrolą algorytmu MDM zostanie wykorzystana bezpośrednia metoda Lapunowa. Jej najważniejszą zaletą jest możliwość zbadania stabilności układu bez potrzeby rozwiązywania równań stanu. Wymaga to znalezienia tzw. funkcji Lapunowa, która musi być skalarną funkcją stanu badanego układu, być dodatnio określona, musi rosnąć wraz ze stanem układu i musi być różniczkowalna [5].

W dowodzie stabilności trzeba pokazać, że funkcja Lapunowa badanego układu stale maleje (jej pochodna po czasie jest ujemnie określona). Lapunow zdefiniował też pojęcie słabej stabilności, które jest znane pod nazwą stabilności w sensie Lapunowa. Mówimy, że układ jest stabilny w sensie Lapunowa, gdy nie będąc poddany wymuszeniom, pozostaje w otoczeniu punktu równowagi – pochodna funkcji Lapunowa jest ujemnie półokreślona [5].

Do zbadania stabilności potrzebny jest ciągły model pola komutacyjnego pracującego w oparciu o dany algorytm. Model taki można zbudować na podstawie aproksymacji płynnej (*ang. fluid-flow model*).

4.2. Model aproksymacji płynnej

Analiza systemów kolejkowych jest dziedziną, która wypracowała dojrzałą teorię opartą na różnorodnych modelach analitycznych (porównaj np. [2]).

Najstarszymi i najczęściej stosowanymi są tradycyjne modele probabilistyczne, procesy i łańcuchy Markowa będące rodzajem procesów losowych. Badanie systemu kolejkowego w obrębie tych modeli wymaga rozwiązania dużej liczby równań z wieloma niewiadomymi.

W ostatnich dziesięcioleciach pojawiły się nowe modele analityczne dla systemów kolejkowych, takie jak aproksymacja dyfuzyjna i aproksymacja płynna – ciągła (ang. *fluid-flow approximation*) [3].

Aproksymacja dyfuzyjna zakłada analogię pomiędzy procesem dyfuzji a zmianą stanu kolejki, co pozwala wykorzystać w procesie analizy równania różniczkowe opisujące położenie cząstki w ruchu dyfuzyjnym. Są one podstawą określenia rozkładów prawdopodobieństwa długości kolejek. Aproksymacja płynna – wprawdzie wywodzi się z aproksymacji dyfuzyjnej – ale, w odróżnieniu od niej, nie dąży do ustalenia rozkładów prawdopodobieństwa, skupiając się tylko na ustaleniu długości kolejek na podstawie jedynie wartości średnich, takich jak natężenia strumieni pakietów, ewentualnie ich rozmiary. Model aproksymacji płynnej zostanie wykorzystany do badania stabilności algorytmu MDM.

W pracy założono, że komórki napływają do systemu kolejek pola Closa z algorytmem MDM w szczelinach czasowych zgodnie z rozkładem Bernoullego.

Wprowadzono oznaczenia:

$Q_{ij}(\tau)$ – stan kolejki $VOMQ(i,j)$ w szczelinie czasowej τ , element macierzy $Q(\tau)$.

$A_{ij}(\tau)$ – liczba komórek przybyłych do $VOMQ(i,j)$ do chwili τ ,

$D_{ij}(\tau)$ – liczba komórek wysłanych z kolejki $VOMQ(i,j)$ do chwili τ .

Dynamika stanu układu kolejek może być wyrażona macierzowym modelem dyskretnym:

$$Q(\tau) = Q(0) + A(\tau) - D(\tau) \quad (1)$$

Odpowiadający mu model płynny można uzyskać w sposób następujący:

Niech dla $r \in N \cup \{0\}$ zostanie utworzony nieskończony ciąg równań postaci (1) ze składnikami:

$$Q^r(t) = \frac{Q^r(rt)}{r} \quad A^r(t) = \frac{A^r(rt)}{r} \quad D^r(t) = \frac{D^r(rt)}{r} \quad (2)$$

Model ciągły otrzymano w wyniku wprowadzenia $r \in R^+$ i przejścia granicznego dla $r \rightarrow \infty$ oraz, poprzez interpolację liniową przedziałów (szczelin) czasowych τ według wzorca (3):

$$X(t) = (1 - t - \lfloor t \rfloor) X(\lfloor t \rfloor) + (t - \lfloor t \rfloor) X(\lfloor t \rfloor + 1) \quad (3)$$

Otrzymano w ten sposób model ciągły układu:

$$Q(t) = Q(0) + A(t) - D(t); \quad Q(0) = 0, \quad (4)$$

4.3. Dowód stabilności

Dowód stabilności przeprowadza się dla warunków ruchu dopuszczalnego, które definiuje się w sposób następujący:

Oznaczając przez $A_{pl}(\tau)$ skumulowaną liczbę komórek, które do chwili τ przybyły do portu p z przeznaczeniem do portu l , zakłada się, że $\lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{A_{pl}(\tau)}{\tau} = \lambda_{pl}$ z prawdopodobieństwem równym 1, gdzie λ_{pl} oznacza natężenie przybywania komórek do portu p z przeznaczeniem do portu l .

Ponadto, zakłada się, że w jednej szczelinie czasowej do każdego portu wejściowego może przybyć co najwyżej jedna komórka oraz, że z systemu można wysłać przez dany port wyjściowy również co najwyżej jedną komórkę, czyli:

$$\forall l \sum_{p=1}^N \lambda_{pl} \leq 1 \quad \text{oraz} \quad \forall p \sum_{l=1}^N \lambda_{pl} \leq 1 \quad (5)$$

Dystrybucja komórek do portów wyjściowych odbywa się zgodnie z rozkładem równomiernym i.i.d. (ang. *independent identically distributed*) Ruch spełniający powyższe założenia nazywany jest ruchem dopuszczalnym.

Uwzględniając, że istnieje N portów wejściowych i N portów wyjściowych, natężenie ruchu wejściowego można scharakteryzować macierzą: $\Lambda = [\lambda_{pl}]_{N \times N}$.

Na podstawie zależności (5) można ustalić natężenia ruchu pomiędzy dowolnym modulem wejściowym $IM(i)$ oraz dowolnym modulem wyjściowym $OM(j)$.

Uwzględniając fakt, iż w każdym module jest n portów wejściowych, maksymalna liczba komórek, które przybywają do modułu wejściowego $IM(i)$ z przeznaczeniem do modułu wyjściowego $OM(j)$, w jednej szczelinie czasowej, wynosi co najwyżej n . Analogicznie, maksymalna liczba komórek, które mogą przybyć do modułu wyjściowego $OM(j)$ od wszystkich modułów wejściowych wynosi również n . W ten sposób ruch pomiędzy modułami można scharakteryzować macierzą natężeń $\Gamma = \{\gamma_{ij}\}_{n \times n}$, dla której można zapisać następujące zależności:

$$\forall j \sum_{i=1}^n \gamma_{ij} \leq n \quad \text{oraz} \quad \forall i \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \leq n \quad (6)$$

Oznacza to, że macierz Γ jest macierzą n -podwójnie substochastyczną, czyli, że suma elementów każdego wiersza lub każdej kolumny nie przekracza n .

Działanie algorytmu MDM przebiega w dwóch trybach:

- sprzętowym, w którym komórki są przekazywane po łączach stałych oraz
- algorytmicznym, w którym połączenia są wyznaczane, tzn. w każdej szczelinie czasowej algorytm MDM wyznacza powiązanie modułów wejściowych

z modułami wyjściowymi, do których, w danej szczelinie czasowej τ , zostanie przekazane po n komórek.

Należy wykazać stabilność działania (tj. stuprocentową przepustowość) w obu trybach.

Gdyby algorytm przez cały czas działał w trybie sprzętowym (przy spełnieniu założeń dotyczących ruchu dopuszczalnego), oznaczałoby to, że żadna z kolejek nie osiąga długości równej n komórek, czyli byłoby to działanie stabilne, gdyż kolejki nie wykazują tutaj tendencji do nieograniczonego wzrostu.

Przy bardziej wzmószonym ruchu, kolejki zaczną rosnać i w konsekwencji niektóre z nich osiągną wartość n komórek. Nastąpi wtedy faza algorytmiczna, w której kojarzenie modułów wyznaczane jest przez algorytm i w każdej szczelinie czasowej przekazywane jest n komórek z jednej kolejki VMOQ do właściwego modułu wyjściowego.

Powiązanie to może być przedstawione za pomocą macierzy

$$P(\tau) = \{p_{ij}(\tau)\}_{n \times n}. \quad (7)$$

Macierz (7) poddano przekształceniu, zgodnie ze wzorcem (2)–(3), otrzymując macierz $P(t)$.

Na podstawie przyjętych założeń, wynikających z warunków ruchu dopuszczalnego, w ciągłym modelu układu (5) macierz $A(t)$ może być wyrażona zależnością (8),

$$A(t) = \Gamma t. \quad (8)$$

Różniczkując równanie (4) względem czasu, otrzymamy równanie różniczkowe układu:

$$\dot{Q}(t) = \dot{A}(t) - \dot{D}(t), \quad (9)$$

a uwzględniając (7):

$$\dot{Q}(t) = \Gamma - \dot{D}(t); \quad Q(0) = 0 \quad (10)$$

Dla modelu (10) można przeprowadzić badanie stabilności za pomocą drugiej metody Lapunowa. W tym celu należy znaleźć funkcję Lapunowa będącą funkcją stanu układu ciągłego. Stanem układu jest stan wszystkich kolejek VOMQ – $Q(t)$. Niech funkcja Lapunowa ma postać:

$$V(t) = \frac{1}{2} \text{tr} \{Q(t)Q^T(t)\}, \quad (11)$$

gdzie tr (ang. *trace*) oznacza ślad macierzy.

Zauważmy, że funkcja $V(t)$, jest dodatnio określona dla wszystkich stanów $Q(t)$, poza stanem $Q(t) = 0$, dla którego przejmuje wartość 0. Ponadto, $V(t)$ rośnie wraz ze stanem układu, którego wzrost może być mierzony dowolną normą macierzy. Jest ona różniczkowalna, a jej pochodne są ciągłe. $V(t)$ spełnia więc wszystkie wymagania funkcji Lapunowa

Należy teraz zbadać pochodną po czasie funkcji $V(t)$:

$$\dot{V}(t) = \text{tr}[\dot{Q}(t)Q^T(t)] = \text{tr}\{[\Gamma - \dot{D}(t)] Q^T(t)\} \quad (12)$$

W każdej szczelinie czasowej, w której algorytm MDM wykorzystuje powiązanie modułów i oraz j , pomiędzy tymi modułami przepływa n komórek. Zatem do chwili t :

$$D^{ij}(t) = n\hat{p}_{ij}T_{\hat{p}}, \quad (13)$$

gdzie $T_{\hat{p}}$ oznacza czas wykorzystywania konkretnego skojarzenia \hat{P} , w którym $p_{ij}=1$.

Analogicznie,

$$D(t) = n \sum_{P \in \Pi} PT_P \quad (14)$$

$P \in \Pi$ oznacza macierze należące do zbioru wszystkich macierzy permutacyjnych. Łączny czas wykorzystywania powiązań P ze zbioru Π , do chwili t wynosi:

$$\sum_{P \in \Pi} T_P = t \quad (15)$$

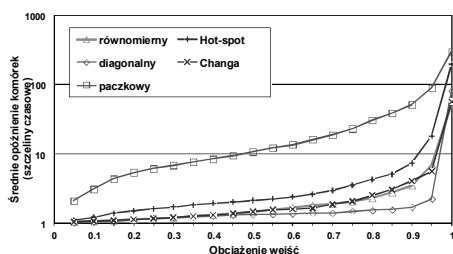
Z powyższego wynika, iż równanie (13) może być wyrażone jako:

$$\dot{V}(t) = \text{tr}[\dot{Q}(t)Q^T(t)] = \text{tr}\{[\Gamma - nP] Q^T(t)\} \quad (16)$$

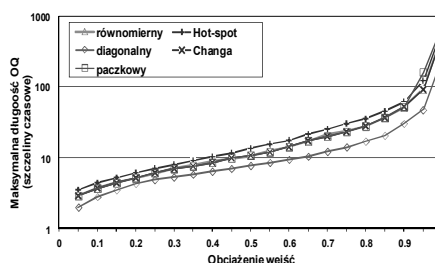
Zauważyć można, że macierz Γ jest podwójnie n -substochastyczna i suma elementów w każdym jej wierszu jest, co najwyżej, równa n , natomiast macierz nP jest macierzą n -stochastyczną i suma elementów w każdym jej wierszu jest dokładnie równa n . Zatem, pochodna funkcji Lapunowa $\dot{V}(t)$ jest ujemnie półokreślona, $\dot{V}(t) \leq 0$ dla $t \in (0, \infty)$, co kończy dowód, bowiem zgodnie z metodą Lapunowa ujemna półokreśloność pochodnej funkcji Lapunowa oznacza stabilność układu w sensie Lapunowa: w warunkach ruchu dopuszczalnego pole Cloasa działające pod kontrolą algorytmu MDM będzie zdolne do przekazania całego docierającego do niego ruchu do swoich wyjść, bez nadmiernego wzrostu długości kolejek w modułach wejściowych.

5. WYNIKI EKSPERYMENTÓW SYMULACYJNYCH

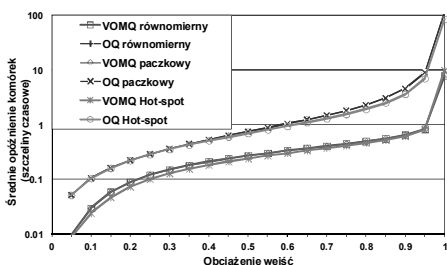
Badaniu poddano pole Cloasa typu MSM o wymiarach 64×64 zbudowane z komutatorów kwadratowych 8×8 . Zaimplementowano dwa modele napływania komórek do systemu: Bernoullego oraz paczkowy, w którym przyjęto średni rozmiar paczki wynoszący 16 komórek. Dystrybucja komórek do wyjść odbywała się zgodnie z rozkładem: równomiernym: (1) $P_{ij} = p/N$; (2) Changa: $P_{ij} = 0$ dla $i = j$, oraz $P_{ij} = p/(N-1)$, dla $i \neq j$, (3) diagonalnym: $P_{ij} = 2p/3$ dla $i = j$ i $P_{ij} = p/3$ dla $j = (i+1) \bmod N$, oraz 0 poza tym; (4) Hot-spot: $P_{ij} = p/2$ for $i = j$, and $p/2(N-1)$ for $i \neq j$. P_{ij} oznacza prawdopodobieństwo pojawienia się na wejściu i komórki do wyjścia j . Wybrane wyniki eksperymentów symulacyjnych przedstawiono na rys. 3–6.



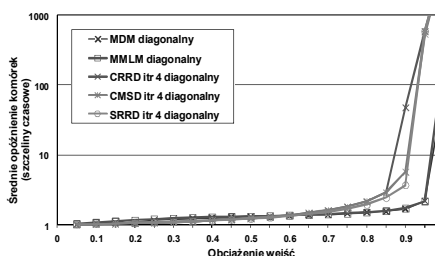
Rys. 3. Średnie opóźnienie komórek, algorytm MDM, różne dystrybucje ruchu



Rys. 4. Maksymalna długość kolejek wyjściowych OQ, algorytm MDM, różne dystrybucje komórek



Rys. 5. Porównanie średnich długości kolejek VOMQ i OQ dla ruchu równomiernego, paczkowego i Hot-spot



Rys. 6. Porównanie średniego opóźnienia komórek dla algorytmów: CRRD, CMSD, SRRD, MMLM i MDM; ruch diagonalny

Średnie opóźnienie komórek otrzymane przy wykorzystaniu modelu Bernoullego i różnych dystrybucji ruchu oraz modelu paczkowego i równomiernej dystrybucji komórek do wyjść przedstawiono na rys. 3. Otrzymane wyniki pokazują, że algorytm MDM zastosowany w polu Closa typu MSM pozwala na obsługę ruchu równomiernego, jak i nierównomiernego, zapewniając przy tym 100% przepustowość pola. Na uwagę zasługuje również fakt, że dla modelu Bernoullego średnie opóźnienie komórek wynosi mniej niż 10 dla $p < 0,9$ zarówno dla ruchu równomiernego, jak i nierównomiernego. Dopiero dla obciążenia bliskiego 1 opóźnienie wzrasta do kilkudziesięciu komórek, a w przypadku ruchu Hot-spot do 190 komórek. Najgorsze wyniki uzyskano dla ruchu paczkowego, co jest zrozumiałe ze względu na charakter tego ruchu. W tym przypadku opóźnienie mniejsze od 10 uzyskuje się dla $p < 0,5$, natomiast dla większych wartości obciążenia opóźnienie rośnie do 700 dla $p = 1$.

Na rys. 4 przedstawiono maksymalne długości kolejek wyjściowych OQ odnotowane w czasie symulacji. Z przeprowadzonych badań wynika, że maksymalna długość kolejek OQ jest prawie taka sama dla wszystkich badanych ruchów i jest mniejsza od 100, gdy $p < 0,9$. Otrzymane wyniki potwierdzają, że

algorytm MDM zapełnia bufory OQ prawie równo niezależnie od rodzaju obsługiwanego ruchu.

Na rys. 5 dokonano porównania średnich wartości długości kolejek VOMQ i OQ dla ruchu równomiernego i Hot-spot oraz dla ruchu paczkowego. Można zauważyć, że średnie długości kolejek wyjściowych OQ są większe niż kolejek wejściowych VOMQ. Oznacza to, że komórki czekają na transmisję do wyjść głównie w kolejkach wyjściowych, co jest w pewnym stopniu podobne do buforowania na wyjściu i pozwala lepiej kontrolować parametry QoS.

Wykresy na rys. 6 obrazują porównanie średniego opóźnienia komórek w polu MSM obsługującym ruch diagonalny, w którym wykorzystywane są podstawowe algorytmy planowania przepływu pakietów, czyli CRRD (*Concurrent Round – Robin Dispatching*) [7], CMSD (*Concurrent Master – Slave Round – Robin Dispatching*) [7] i SRRD (*Static Round–Robin Dispatching*) [8] oraz algorytm MMLM (*Maximal Module Level Matching*) [4]. Algorytmy bazujące na przesyłaniu sygnałów żądanie–potwierdzenie–akceptacja, czyli CRRD, CMSD i SRRD, zapewniają przepustowość pola na poziomie 95%, natomiast algorytmy: MMLM oraz MDM zapewniają 100% przepustowość. Nawet zastosowanie 4 iteracji (oznaczenie itr 4 na rys. 6), przy $n = 8$, nie zapewnia poprawy wyników.

6. PODSUMOWANIE

W artykule przedstawiono sposób badania stabilności algorytmu sterowania polem Closa typu MSM, na przykładzie algorytmu MDM. Algorytm ten wykorzystuje stałe schematy połączeń stosowane w komutatorach środkowej sekcji oraz mechanizm dopasowania modułów wejściowych i wyjściowych z wykorzystaniem arbitrażu centralnego, gdzie jest realizowane maksymalne skojarzenie. Algorytm zapewnia 100% przepustowość pola MSM zarówno dla ruchu równomiernego, jak i nierównomiernego oraz eliminuje konieczność wielokrotnego przesyłania sygnałów żądanie–potwierdzenie–akceptacja. Uzyskane wyniki mogą stanowić punkt wyjścia do dalszych badań nad algorytmami planowania przepływu pakietów, które wykorzystują arbitraż centralny oraz zapewniają stabilną pracę trzysekcyjnego pola Closa

Praca finansowana ze środków MNiSW na działalność statutową w r. 2016 w ramach zadania 04/45/DSPB/0135 pn. „Nowe metody sterowania i percepcji maszynowej” oraz zadania 08/82/DSPB/8217 pn. „Szerokopasmowe, elektroniczne i optyczne routery IP”.

LITERATURA

- [1] Chao, H.J., B. Liu: *High Performance Switches and Routers*. Wiley – Interscience, New Jersey, 2007.
- [2] Czachórski T.: *Modele kolejkowe w ocenie efektywności sieci i systemów komputerowych*. Pracownia Komputerowa Jacka Skalmierskiego, 1999.
- [3] Dai J.G.: Stability of fluid and stochastic processing networks. *Miscellanea Publication, No. 9, Centre for Mathematical Physics and Stochastics*, Denmark, January 1999.
- [4] Kleban, J., J. Warczyński: Stabilność trzysekcyjnego pola Closa typu MSM z algorytmem MMLM. *Przegląd Telekomunikacyjny i Wiadomości Telekomunikacyjne*, nr 8–9, 2015, str. 754–761.
- [5] La Salle J., S. Lefschetz: *Zarys teorii stabilności Lapunowa i jego metody bezpośredniej*. PWN, Warszawa, 1966.
- [6] Lin Ch.B., R. Rojas–Cessa: Module Matching Schemes for Input–Queued Clos–Network Packet Switches. *IEEE Communications Letters*, vol. 11, no. 2, Feb. 2007, str. 194–96.
- [7] Oki, E., Z. Jing, R. Rojas–Cessa, and H. J. Chao: Concurrent Round–Robin–Based Dispatching Schemes for Clos–Network Switches. *IEEE/ACM Trans. on Networking*, vol. 10, no.6, 2002, str. 830–844.
- [8] Pun K., M. Hamdi: Dispatching schemes for Clos–network switches. *Computer Networks*, no. 44, 2004, str. 667–679.
- [9] Xia, Y., H.J. Chao: Module–Level Matching Algorithms for MSM Clos–Network Switches. *Proc. IEEE 13th International Conference on High Performance Switching and Routing 2012*, str. 36–43.

STABILITY INVESTIGATION OF A PACKET DISPATCHING ALGORITHM FOR THE MSM CLOS–NETWORK SWITCH

In this paper, stability of packet dispatching algorithms for the MSM (Memory–Space–Memory) Clos–network switch, is discussed. The Clos switching fabric is very attractive for high–performance switches and routers because of its modular architecture and scalability. In this architecture a good and stable matching algorithm between inputs and outputs is needed, so that it can achieve high throughput and low latency. A method of packet dispatching algorithm stability evaluation, for this kind of switching fabric, is presented. Lyapunov function and the fluid flow model as a continuous–time limit approximation of discrete–time Clos–network switch is used. A new packet dispatching algorithm based on a maximal matching of input and output modules, called MDM, is presented. A proof of stability of the MDM algorithm is done. The results of simulation experiments for the MSM Clos–network switch under the MDM algorithm, obtained for uniform and non–uniform traffic distribution patterns, in terms of average cell delay, and virtual output and output queues size, are also presented.

(Received: 8. 02. 2016, revised: 5. 03. 2016)