

# Nowa metoda wyznaczania tensora odkształceń bazująca na obserwacjach InSAR

A new method of determining the strain tensor based on InSAR observations



Wojciech T. Witkowski\*)



Ryszard Hejmanowski\*)

**Treść:** Odkształcenia poziome towarzyszące deformacjom górniczym mają istotne znaczenie w aspekcie bezpieczeństwa zarówno infrastruktury technicznej, zabudowy powierzchniowej, jak i jakości życia osób żyjących na terenach podlegających przekształceniom. O ile kierunkowe odkształcenia poziome można łatwo wyznaczać wykorzystując klasyczne pomiary geodezyjne, o tyle brak jest metod obserwacji pełnego tensora odkształceń. W prezentowanych badaniach autorzy proponują nową metodę wyznaczania tensora odkształceń poziomych, w której wykorzystywane są obserwacje satelitarnej interferometrii radarowej (InSAR). W pierwszej kolejności sprawdzono poprawność działania metody na danych teoretycznych, modelowych. Błąd względny wyznaczony dla wartości ekstremalnych odkształceń nie przekroczył 0,02 przy odchyleniu  $\sigma = \pm 0,003$ . W dalszej kolejności zastosowano proponowaną metodę na rzeczywistym poligonie badawczym. Przemieszczenia kierunkowe (LOS) wyznaczono metodą Multi-Temporal InSAR, w wariacie małych baz (SBAS), dla danych z misji Sentinel-1. Dla przedstawionego przypadku uzyskano przemieszczenia pionowe powierzchni terenu wynoszące do -167 mm i składową przemieszczeń poziomych w zakresie od -110 mm do +62 mm. Dla tak wykształconego pola przemieszczeń, ekstremalne wartości odkształceń poziomych wahały się od -0,52 mm/m do +0,36 mm/m przy  $\sigma = \pm 0,050$  mm/m. Uzyskane wyniki świadczą o wysokiej i wystarczającej dla celów praktycznych dokładności metody wyznaczania tensora odkształcenia poziomego. Nowa metoda analizy wyników satelitarnych obserwacji radarowych rozszerza istniejące dotychczas możliwości geodezyjnego wyznaczania odkształceń.

**Abstract:** Horizontal strain accompanying mining deformations have significant importance in terms of the safety of both technical infrastructure and the quality of life of people living in the areas undergoing transformation. While directional horizontal strain can be easily determined using classical geodetic measurements, there are no methods of observing the full deformation tensor. In the presented research, the authors propose a new method for determining the horizontal strain tensor, which uses satellite radar interferometry (InSAR) observations. First, the correctness of the method was checked on theoretical and model data. The relative error determined for the extreme deformation values did not exceed 0.02 with the deviation  $\sigma = \pm 0.003$ . Subsequently, the proposed method was applied on a real cause study example. Directional displacements (LOS) were determined using the Multi-Temporal InSAR method, in the small baseline variant (SBAS), for the data from the Sentinel-1 mission. For the presented case, vertical displacements of the terrain surface were obtained, amounting to -167 mm, and the component of horizontal displacements ranging from -110 mm to +62 mm. For such a developed displacement field, the extreme values of horizontal deformations ranged from -0.52 mm/m to +0.36 mm/m with  $\sigma = \pm 0.050$  mm/m. The obtained results prove a high and sufficient for practical purposes the accuracy of the method of determining the horizontal strain tensor. The new method of analyzing the results of satellite radar observations extends the existing possibilities of geodetic determination of deformations.

**Słowa kluczowe:**

*deformacje górnicze, InSAR, odkształcenia poziome, monitoring*

**Keywords:**

*mining deformation, InSAR, horizontal strain, monitoring*

\*) AGH Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie

## 1. Wprowadzenie

Przemieszczenia powierzchni terenu mogą być spowodowane zarówno przez naturalne czynniki, jak i działalność antropogeniczną (Daito, Galloway 2015, Shi i in. 2012, Rateb, Abotalib 2020, Oh, Lee. 2010, Galloway 2013, Galloway, Burbey 2011, Guzy, Ahmed, Malinowska 2018, Hydrology 1969). Tego typu zjawiska obserwuje się we wszystkich częściach świata. Te przemieszczenia terenu uszkadzają obiekty, zarówno powierzchniowe, jak i podpowierzchniowe, i mogą zagrażać bezpieczeństwu użytkowników powierzchni (Pacheco-Martínez i in. 2013, Feng i in. 2008, Riesgo i in. 2020). W związku z tym niezwykle istotne jest ciągle poszukiwanie rozwiązań pozwalających na zminimalizowanie negatywnych skutków tych zjawisk w środowisku (Daito, Galloway 2015).

Przemieszczenia terenu w wyniku eksploatacji górniczej spowodowane jest przede wszystkim przemieszczeniem się elementów górotworu i migracją pustek poekstrakcyjnych w kierunku powierzchni terenu (Whittaker, Reddish 1989). Przemieszczenia te powodują ciągle odkształcenia powierzchni. Osiadanie, nachylenie, krzywizna, przemieszczenie poziome i odkształcenie poziome są wskaźnikami używanymi do opisu ciągłych deformacji powierzchni terenu (Whittaker, Reddish 1989). Jednak w odniesieniu do ochrony obiektów powierzchniowych i kategorii terenów górniczych to odkształcenia poziome stanowią kluczowe znaczenie. Choć istnieją metody prognozowania deformacji na terenach górniczych (Hejmanowski i in. 2016, Singh, Yadav 1995, Lee, Park 2013, Chen i in. 2017, Ambrožič, Turk 2003, Zhang i in. 2020, Hebblewhite 2020, Díaz-Fernández i in. 2010, Suh 2020, Hejmanowski 2015, Wang i in. 2018) to pomiar wartości stanowiących podstawę wyznaczania odkształcenia poziomego jest znacznie trudniejszy w realizacji (Barbato i in. 2016, Fan, Liu 2018). Praktyka stosowana najczęściej polega na pomiarze zmian długości odcinków linii obserwacyjnych, które przy pewnych założeniach interpretowane są jako wartości odkształcenia. Zasadnicze ograniczenia tej metody polegają na wyznaczaniu składowej liniowej płaskiego tensora odkształcenia, czyli odkształceń kierunkowych. Ponadto wartość odkształcenia przypisywana jest dla całego odcinka pomiarowego niejednokrotnie o długościach ponad 30-40 m, co m.in. przekłada się na rozproszenie losowe wskaźnika podawane na poziomie od  $\pm 20\%$  dla odkształceń ściskających do  $\pm 30\%$  dla odkształceń rozciągających (Stoch 2019). Istnieje zatem potrzeba opracowania skutecznych technik pomiarowych do opisu pola deformacji wolnych od istniejących ograniczeń.

Obiecującym kierunkiem wydaje się wykorzystanie satelitarnej interferometrii radarowej InSAR. Technika ta charakteryzuje się wysoką rozdzielczością przestrzenną i dokładnością oraz jest niezależna od warunków pogodowych (Minh i in. 2020). InSAR jest obecnie powszechnie stosowaną technologią do oceny przemieszczeń spowodowanych zjawiskami naturalnymi i antropogenicznymi, takimi jak sejsmiczność (Steinberg i in. 2020), erupcje wulkanów (Parker i in. 2016), osuwiska (Wasowski, Pisano 2020), ruchy lodowców (Liu i in. 2019), działalność górnicza (Yang i in. 2020) i drążenie tuneli (Strozzi i in. 2017).

Należy jednak zaznaczyć, że przemieszczenia powierzchni terenu są wyznaczane w tej technologii zazwyczaj w kierunku linii obserwacji (ang. LOS) (Hanssen 2001). Poznanie pełnego pola przemieszczeń 3D można uzyskać, stosując jedną z trzech istniejących metod (Hu i in. 2014). Pierwsza grupa wykorzystuje pojedynczą geometrię obrazowania w połączeniu z ustalonym modelem deformacji badanego zjawiska (Yang i in. 2018, Fan i in. 2021). Jednak model predykcyjny wymaga

dodatkowych informacji o procesie deformacji i przyjęcia teoretycznych uproszczeń. Niestety takie informacje są często trudne do uzyskania z wystarczającą wiarygodnością. Oprócz zestawów danych o pojedynczej geometrii InSAR, do oszacowania pola przemieszczenia 3D można włączyć wyniki z metod Multiple-Aperture InSAR (MAI) (Ren, Feng 2020) lub Offset-Tracking (OT) (Yang i in. 2017). Jednak metody MAI i OT są mniej dokładne niż podejście oparte na analizie szeregów czasowych obserwacji. Drugi zestaw technik opiera się na obserwacji przemieszczeń LOS z wykorzystaniem różnej geometrii obrazowania. Tym samym możliwe jest przeliczenie przemieszczeń kierunkowych LOS na składowe x, y oraz z. Wreszcie trzecia grupa metod włącza do obliczeń obserwacje GNSS. Jednak ze względu na trudność w pozyskaniu archiwalnych lub aktualnych zbiorów danych GNSS oraz stosunkowo nieliczne rozmieszczenie punktów obserwacyjnych GNSS w wielu częściach świata, ich zastosowanie przy wyznaczaniu pola przemieszczeń 3D w połączeniu z danymi InSAR jest mocno ograniczone (Yang i in. 2018).

Z obserwacją pola przemieszczeń związane jest także pole deformacji składające się z tensora odkształceń poziomych oraz tensora rotacji (Yang i in. 2020). Na terenach górniczych istotna jest znajomość właśnie ekstremalnych wartości tensora odkształceń poziomych dla celów oceny ryzyka (Hu i in. 2014, Kwinta 2012). Wpływ wartości odkształceń poziomych na bezpieczeństwo infrastruktury i użytkowników powierzchni jest szczególnie istotny, gdy roboty górnicze prowadzone są pod terenami zurbanizowanymi (Malinowska, Hejmanowski 2010). W aktualnych badaniach światowych pojawiają się odniesienia do omawianego zagadnienia, ale nie podejmują tego tematu całościowo. Przykładowo Liu i in. (2018) wykorzystują teoretyczny model odkształcenia w połączeniu z techniką MAI do wyznaczenia pola przemieszczeń w rejonie robót górniczych stosując podwójną geometrię InSAR. Jednak dokładność wyznaczenia składowej w tym rozwiązaniu jest zdeterminowana wielkością okna obliczeniowego, co znacząco zmniejsza rozdzielczość przestrzenną danych, a tym samym dokładność wyników modelowania. Z kolei Yang i in. (Hu i in. 2014) wykorzystują obserwacje InSAR i obliczenia dla modelu teoretycznego do wyznaczenia tensora odkształceń poziomych dla niecki obniżeniowej nad ścianą węgla. Zatem bazują głównie na modelu teoretycznym, a nie na obserwowanym polu przemieszczeń. Podobnie Dia i in. (2018) dokonują oceny uszkodzeń w oparciu o wyniki InSAR, ograniczając się jednak tylko do wartości nachyleń. W rezultacie istnieje potrzeba opracowania rozwiązania o wysokiej dokładności do wyznaczania tensora odkształcenia poziomego, które nie jest ograniczone ścisłymi ograniczeniami geometrycznymi lub dodatkowymi założeniami modelowymi.

Prezentowane przez nas badania proponują taką nową metodę wyznaczania tensora odkształceń bazującą na obserwacjach satelitarnej interferometrii radarowej InSAR. Proponowana metoda w całości opiera się na interpretacji obserwowanych przemieszczeń kierunkowych (Line Of Sight - LOS). Dodatkowo w proponowanej metodyce wykorzystywane są narzędzia geostatystyczne do filtrowania szumu z obserwacji InSAR. Tym samym uzyskiwane wygładzenie pola przemieszczeń pozwala na wiarygodne wyznaczenie tensora odkształcenia poziomego z obserwacji satelitarnych.

## 2. Proponowana metodyka

Opracowana metodologia wykorzystuje wyniki podwójnego obrazowania satelitarnej interferometrii radarowej InSAR dla orbit wstępującej (ang. *ascending* – *asc*) oraz zstępującej (ang. *descending* – *desc*) (rys. 1). Bazując na nich wykony-

wana jest dekompozycja wektora pola przemieszczeń zgodnie z wzorem (1) (Samieie-Esfahany i in. 2009). W obliczeniach wykorzystywana jest informacja o kącie padania sygnału ( $\theta$ ) oraz różnicy azymutów dla satelitów znajdujących się na orbitach wstępującej oraz zstępującej ( $\Delta\alpha$ ). Wynikiem dekompozycji są wartości przemieszczenia pionowego ( $d_v$ ) oraz kierunkowe przemieszczenie poziome nazywane Azimuth Look Direction ( $d_{ALD}$ ), których rozkład zbliżony jest do kierunku wschód-zachód.

$$\begin{bmatrix} d_{los}^{asc} \\ d_{los}^{desc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta^{asc} & \frac{\sin \theta^{asc}}{\cos \Delta\alpha} \\ \cos \theta^{desc} & \sin \theta^{desc} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} d_v \\ d_{ALD} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Do wyznaczenia poziomych składowych pola przemieszczeń wykorzystano znaną zależność między przemieszczeniami poziomymi a pierwszą pochodną przemieszczeń pionowych. W naszym rozwiązaniu wyznaczany jest parametr B zgodnie z (2) na podstawie kierunkowego przemieszczenia  $d_{ALD}$  oraz z nachyleń  $\frac{\partial d_v}{\partial ALD}$ .

$$d_{ALD} = B \frac{\partial d_v}{\partial ALD} \quad (2)$$

Wykorzystując wyznaczony parametr B możliwe jest określenie przemieszczeń w kierunkach osi x oraz osi y zgodnie z (3) i (4).

$$d_x = B \frac{\partial d_v}{\partial x} \quad (3)$$

$$d_y = B \frac{\partial d_v}{\partial y} \quad (4)$$

Stan deformacji ( $\mathbf{F}$ ) można uzyskać przez gradient pola przemieszczeń. Ze względu na posiadaną informację o płaskim stanie przemieszczeń można ograniczyć rozważania do czterech składowych macierzy  $\mathbf{F}$  (5) na którą składa się tensor odkształceń  $\mathbf{T}_\varepsilon$  oraz tensor obrotu w postaci antysymetrycznej macierzy  $\mathbf{R}_\varepsilon$ . Ze względu na małe znaczenie obrotów w polu przemieszczeń wywołanych deformacjami górniczymi w analizach ograniczono rozważania do tensora odkształceń  $\mathbf{T}_\varepsilon$ .

$$\mathbf{F} = \mathbf{T}_\varepsilon + \mathbf{R}_\varepsilon = \begin{bmatrix} \frac{\partial d_x}{\partial x} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial d_x}{\partial y} + \frac{\partial d_y}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial d_y}{\partial x} + \frac{\partial d_x}{\partial y} \right) & \frac{\partial d_y}{\partial y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial d_x}{\partial y} - \frac{\partial d_y}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial d_y}{\partial x} - \frac{\partial d_x}{\partial y} \right) & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Celem wykorzystania informacji o kierunkowych przemieszczeniach poziomych  $d_{ALD}$  wyznaczana jest kierunkowa wartość odkształcenia  $\varepsilon_{ALD}$ . Po wprowadzeniu oznaczeń

$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial d_x}{\partial x}$ ,  $\varepsilon_{yy} = \frac{\partial d_y}{\partial y}$  oraz  $\gamma_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial d_x}{\partial y} + \frac{\partial d_y}{\partial x} \right)$  wyznaczana jest składowa tensora  $\varepsilon_{xx}$  z równania (6).

$$\varepsilon_{ALD} = \varepsilon_{xx} \cos^2(ALD) + 2\gamma_{xy} \sin(ALD) \cos(ALD) + \varepsilon_{yy} \sin^2(ALD) \quad (6)$$

Znając tym samym postać macierzy  $\mathbf{T}_\varepsilon$  można wyznaczyć wartości ekstremalne tensora odkształceń w polu stosując wzór (7).

$$\left. \begin{matrix} \varepsilon_{max} \\ \varepsilon_{min} \end{matrix} \right\} = \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2 + 4\gamma_{xy}^2} \quad (7)$$

W obliczeniach wyznaczane są pochodne pola przemieszczeń. Tym samym uzyskiwana informacja wrażliwa jest na

szum obserwacyjny. Zdecydowano się zatem na włączenie do obliczeń narzędzi filtrujących dane. W prezentowanym rozwiązaniu wykorzystano filtrowanie geostatystyczne bazujące na kriginu zwyczajnym. W obliczeniach wykorzystuje się funkcję semiwariancji  $\gamma(h)$  wyrażoną przez równanie (8). Funkcja ta zlicza różnice wartości ( $z_i, z_{i+h}$ ) między punktami przestrzeni. W obliczeniach analizowane są wszystkie pary punktów  $N(h)$  oddalone od siebie o wektor  $h$ . Analiza semiwariancji pozwala na rozwiązanie równań kriginowych i minimalizację wariancji układu. Tym samym możliwe jest uzyskanie quasi-gładkich rozkładów pola przemieszczeń wraz z informacją o odchyleniu standardowym danych.

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} (z_i - z_{i+h})^2 \quad (8)$$

Zaproponowana metodyka została przetestowana na danych modelowych (punkt 3) oraz na rzeczywistym poligonie badawczym (punkt 4).

### 3. Obliczenia dla danych modelowych

Rozważania teoretyczne wykonano na danych modelowych. Bazując na modelu geometryczno-całkowym Knothego obliczono teoretyczne wartości pola przemieszczeń dla pola w kształcie prostokąta zlokalizowanego na głębokości 800 m o wymiarach 1500 m x 900 m. W obliczeniach przyjęto miąższość warstwy 2.8 m oraz dwa parametry modelu, współczynnik eksploatacji  $a=0.70$  oraz charakterystykę wytrzymałościową warstw na poziomie  $\text{tg}\beta=1.5$ . Obliczenia wykonano w siatce o boku 50 m x 50 m.

Dla tak przyjętych założeń teoretyczne wartości osiadania wynoszą maksymalnie 1.892 m i występują w centrum pola (rys. 2). Ekstremalne wartości odkształcenia związane z nieką osiadań wynoszą od  $-2.00 \frac{\text{mm}}{\text{m}}$  do  $+1.82 \frac{\text{mm}}{\text{m}}$ . Niesymetryczny rozkład wartości wynika z kumulacji naprężeń o charakterze ściskań w centrum pola. W rozkładzie powierzchniowym widoczne są strefy rozciągania zlokalizowane poza konturem pola oraz strefy ściskania zlokalizowane wewnątrz pola z ekstremami bliżej wierzchołków (rys. 2).

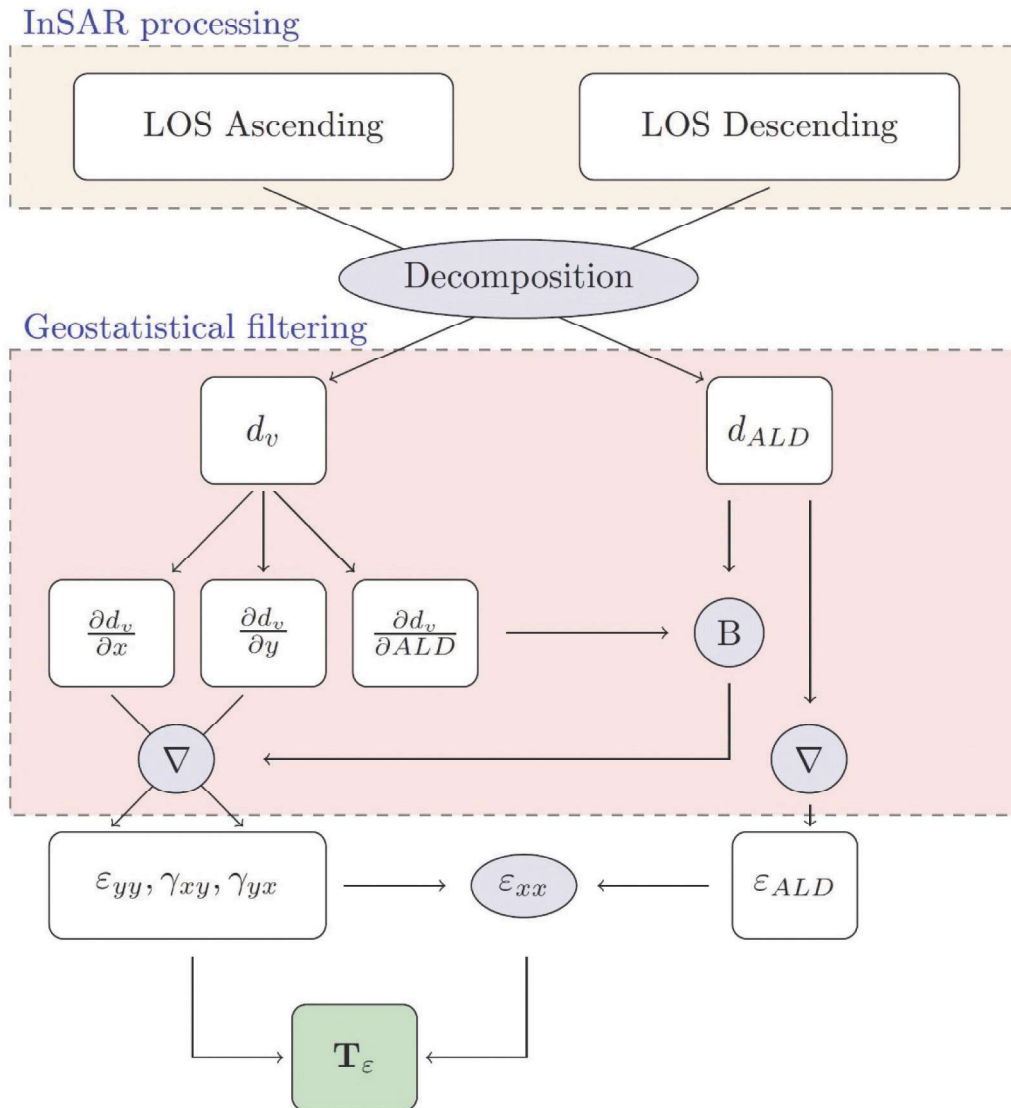
Zaproponowana w punkcie 2 metodologia wykorzystuje dwie informacje pochodzące z dekompozycji wektora pola przemieszczeń. Dlatego też do wyznaczenia składowych tensora przyjęto modelowe wartości ruchów w osi pionowej ( $dv$ ) oraz obliczone kierunkowe przemieszczenie w płaszczyźnie poziomej ( $d_{ALD}$ ). Postępując zgodnie z zaproponowaną metodyką wyznaczono składowe  $\mathbf{T}_\varepsilon$  w każdym punkcie siatki obliczeniowej. Na jego podstawie obliczono wartości ekstremalne zgodnie z wzorem (7) (rys. 2c) i porównano z wartościami modelowymi (rys. 2a i 2b). Średnia wartość różnicy między modelem a obliczonymi wartościami odkształceń ekstremalnych (rys. 2d) wyniosła  $\mu = 0.000 \frac{\text{mm}}{\text{m}}$  z  $\sigma = 0.007 \frac{\text{mm}}{\text{m}}$ . Błąd względny nie przekroczył wartości 0.023 przy odchyleniu standardowym na poziomie 0.003 dla obliczeń modelowych.

Przeprowadzony eksperyment potwierdza poprawność proponowanej metody dla zjawisk możliwych do opisanie modelem Knothego, jakim są m.in. deformacje spowodowane robotami górniczymi.

### 3. Rzeczywisty poligon badawczy

Zaproponowaną metodykę zastosowano w obserwacji deformacji w rejonie kopalni głębinowej rud miedzi zlokalizowanej w zachodniej Polsce. W analizach wykorzystano zobrazenia misji Sentinel-1 z okresu od 30.10.2017 do 01.05.2018 (rys. 3). W obliczeniach zastosowano algorytm





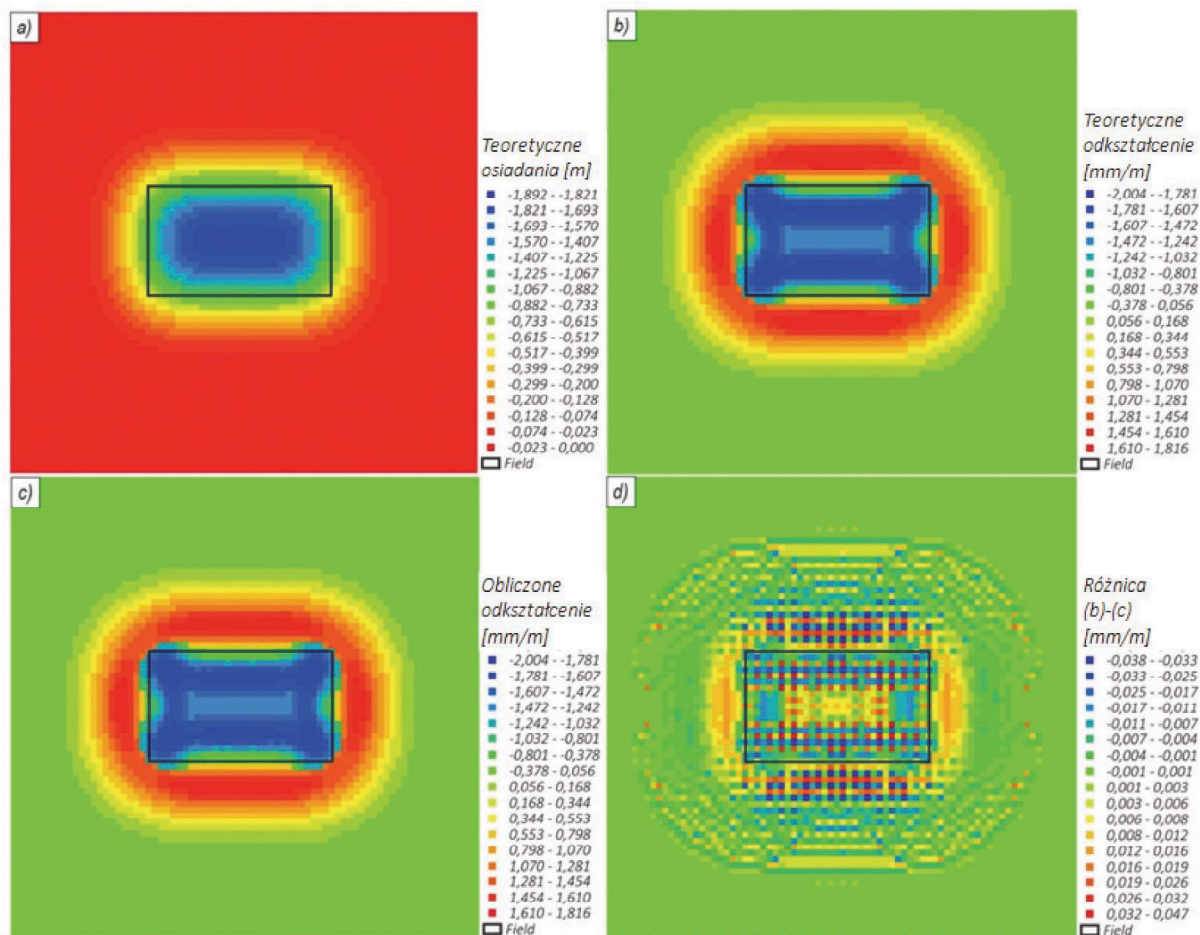
Rys. 1. Proponowana metodyka wyznaczania tensora odkształcenia na podstawie obserwacji InSAR  
 Fig. 1. The proposed methodology for determining the strain tensor based on InSAR observations

MT-InSAR (Hopper i in. 2012) w wariancie małych baz (ang. *Small Baseline – SBAS*) dla zbiorów 110 interferogramów (asc) oraz 86 interferogramów (desc).

W analizowanym rejonie wykryto 6 niecek obniżeniowych (rys. 4). Po dekompozycji, maksymalne przemieszczenia pionowe osiągnęły wartość  $-167$  mm przy odchyleniu  $\sigma_{dv} = \pm 5$  mm, a przemieszczenia poziome w ALD mieściły się w przedziale od  $-110$  mm do  $+62$  mm przy odchyleniu  $\sigma_{dALD} = \pm 8$  mm (rys. 4). Niecki obniżeniowe charakteryzowały się symetrycznym rozkładem przemieszczeń pionowych z maksimum w centrum każdej z nich. Najsłabiej widoczna niecka zlokalizowana jest w południowo-wschodniej części opracowania, gdzie ruchy dochodziły zaledwie do  $-30$  mm. Jednocześnie każda z niecek charakteryzuje się podobnym rozkładem kierunkowych przemieszczeń poziomych  $d_{ALD}$ . Wschodnie skrzydła wykazują ujemne wartości przemieszczeń poziomych (przemieszczenia w kierunku centrum niecki), natomiast zachodnie charakteryzuje dodatnia wartość ruchów (przemieszczenia również w kierunku centrum niecki). Jest to charakterystyczne dla procesu kształtowania się niecek górniczych i jest zgodne z dotychczasowym doświadczeniem w zakresie monitoringu pola przemieszczeń poeksploatacyjnych. Ogólnie można powiedzieć, że rejon największych bezwzględnych

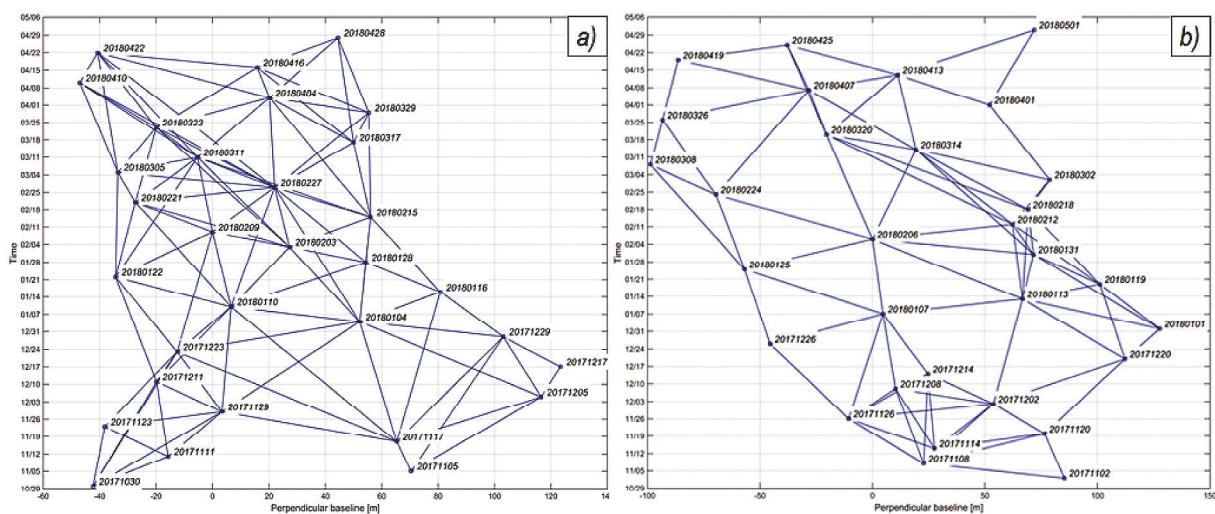
przemieszczeń poziomych związany jest z największymi wartościami pierwszej pochodnej ruchów pionowych (rys. 4). Zatem dla tak uzyskanych informacji możliwe było wyznaczenie zależności między kierunkowym przemieszczeniem poziomym a pierwszą pochodną przemieszczeń pionowych z równania (2). Uzyskano współczynnik proporcjonalności  $B$  na poziomie  $308.9$  m. Wynik ten charakteryzuje się również silnym współczynnikiem korelacji  $R^2$  na poziomie  $0.805$ .

Korzystając z wartości  $B$  wyznaczono pozostałe rozkłady dla  $d_x$ ,  $d_y$ ,  $\frac{\partial d_x}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial d_y}{\partial y}$  oraz  $\frac{\partial d_y}{\partial x}$  zgodnie z przyjętą metodyką z rozdziału 2. Przed etapem obliczenia pochodnych przeprowadzono filtrowanie geostatystyczne celem redukcji szumu w obserwacjach. Znana relacja między odkształceniem kierunkowym oraz składowymi poziomymi tensora odkształcenia pozwoliła wykorzystać informację o wartości przemieszczeń ALD i obliczyć brakujący element tensora odkształceń  $\frac{\partial d_x}{\partial x}$  zbliżony z osią wschód-zachód. Uzyskano tym samym pełny tensor odkształcenia dla każdego punktu terenowego wyznaczonego metodą MT-InSAR. Tym samym zachowana została rozdzielczość przestrzenna informacji pochodzącej z analiz interferometrycznych. Dzięki pełnej wiedzy o przestrzennym polu deformacji możliwe jest wyznaczanie ekstremalnych



Rys. 2. Teoretyczne przemieszczenia pionowe (a) i ekstremalne odkształcenia poziome (b) uzyskane dla danych modelowych. Obliczone wartości ekstremalnych odkształceń (c) z wykorzystaniem proponowanej metodologii. Różnica między wartościami teoretycznymi (b) i obliczonymi (c) przedstawiona na grafice (d)

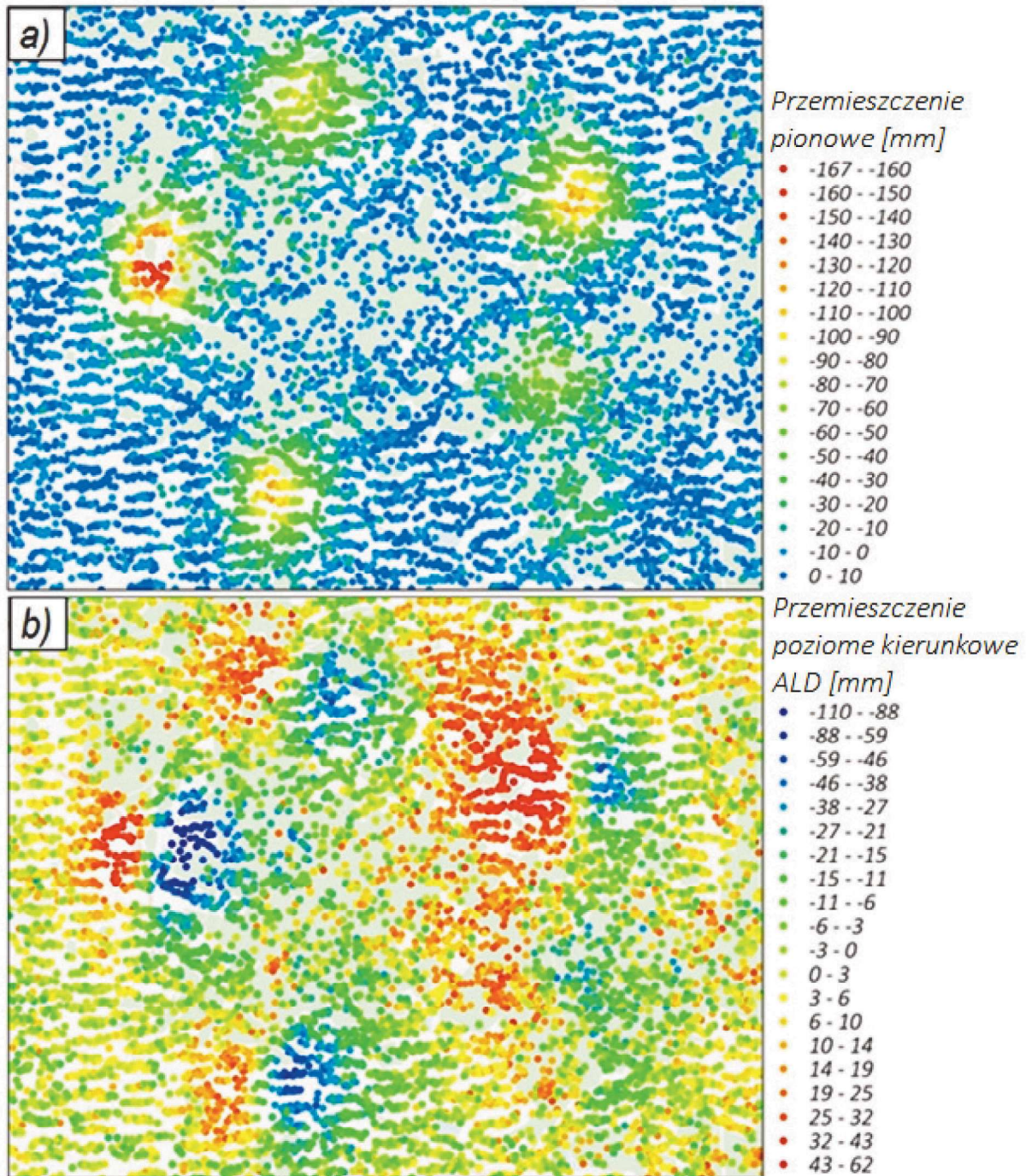
Fig. 2. Theoretical vertical displacements (a) and extreme horizontal strain (b) obtained for the model data. Calculated values of extreme deformations (c) using the proposed methodology. The difference between the theoretical (b) and calculated values (c) is shown in graphic (d)



Rys. 3. Konfiguracja interferogramów wykorzystanych w obliczeniach dla podwójnej geometrii obrazowania dla orbity wstępującej (a) oraz zstępującej (b)

Fig. 3. Configuration of interferograms used in the calculations for double imaging geometry for the ascending (a) and descending (b) orbits





Rys. 4. Wyniki dekompozycji ruchów LOS na składową pionową (a) oraz poziomą ALD (b)

Fig. 4. Results of the LOS movements decomposition into the vertical (a) and horizontal ALD (b) components

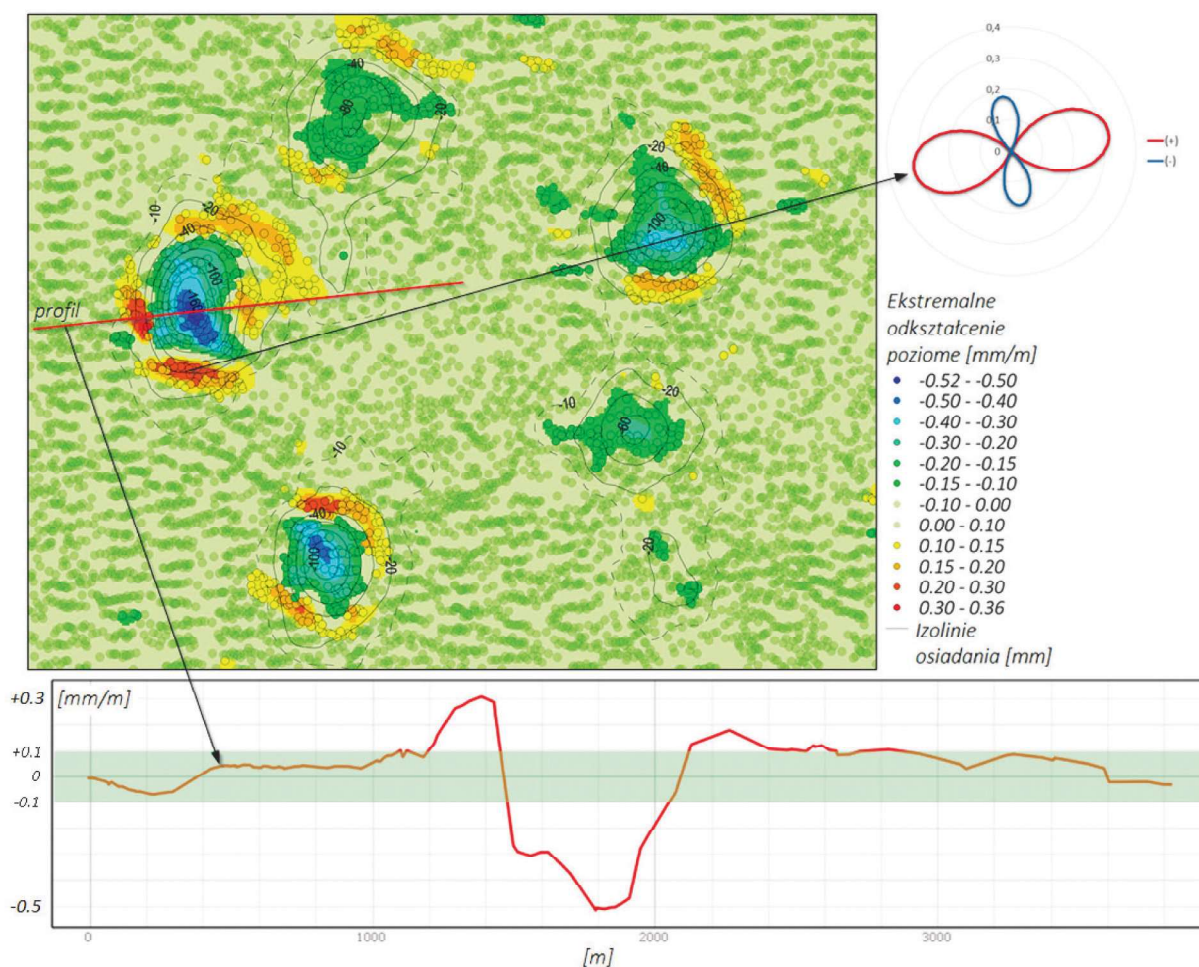
odkształceń w dowolnym punkcie. Ostatnim etapem rozważań było wyznaczenie ekstremalnych wartości poziomego odkształcenia w rejonie badań (rys. 5). Ekstremalne odkształcenia ściskające charakteryzują centrum niecek z minimum na poziomie  $-0.52 \frac{mm}{m}$ . Ekstremalne odkształcenia rozciągające występują na granicy niecek, na ich skrzydłach z maksimum na poziomie  $+0.36 \frac{mm}{m}$ . Niesymetryczny rozkład wartości związany jest z dokładnością samych obserwacji LOS, jak i fizyką obserwowanego zjawiska. Celem określenia zmienności uzyskanych wartości wykonano dodatkową analizę statystyczną. Do obliczeń wybrano punkty leżące poza obserwowanymi nieckami, poza obrysem  $-10 \text{ mm}$  ( $2\sigma$  dla obserwacji  $d_v$ ) (rys. 5). Dla tak wyselekcjonowanych punktów, z rejonu poza ruchami, uzyskano wartość przeciętną odkształcenia

$\mu_\varepsilon = 0.01 \frac{mm}{m}$  z odchyleniem  $\sigma_\varepsilon = 0.05 \frac{mm}{m}$ . Zakładając 95 procentowy poziom ufności można uznać za wiarygodne obserwacje większe od  $2\sigma_\varepsilon$  na poziomie  $\pm 0.10 \frac{mm}{m}$ . Należy zaznaczyć, że dla każdego z prezentowanych punktów możliwe jest wyznaczenie pełnego płaskiego rozkładu kierunkowych wartości tensora, jak i profili pola odkształcenia (rys. 5).

#### 4. Podsumowanie

Zaproponowana metodyka pozwala na określenie tensora odkształceń z podwójnej geometrii obrazowania InSAR. Uzyskane wyniki dla modelowych danych potwierdzają poprawność i wysoką wiarygodność działania algorytmu.





Rys. 5. Rozkład wartości ekstremalnych odkształceń poziomych w rejonie badań. Na grafice zaznaczono również izolinie przemieszczeń pionowych. Linia przerywaną zaznaczono izolinię -10 mm. Liniami ciągłymi zaznaczono izolinie od -20 mm co 20 mm. Dla wybranego punktu zaprezentowano kierunkowe wartości tensora odkształceń. Dodatkowo dla jednej z niecek osiadania zaprezentowano rozkład profilowy ekstremalnych wartości odkształceń poziomych z zaznaczoną wstęgą wiarygodności  $\pm 0.10 \frac{\text{mm}}{\text{m}}$

Fig. 5. Distribution of extreme horizontal deformation values in the case study area. The graphic also shows isolines of vertical displacements. The dashed line shows the -10 mm isoline. Continuous lines are used to mark isolines from -20 mm every 20 mm. Directional values of the strain tensor are presented for the selected point. Additionally, for one of the subsidence troughs, a profile distribution of extreme values of horizontal deformation was presented with the uncertainty  $\pm 0.10 \frac{\text{mm}}{\text{m}}$

Metoda może być zatem wykorzystywana w zjawiskach zgodnych z modelem Knothego, czyli ze stochastycznym podejściem do rozprzestrzeniania się zaburzeń w górotworze. Zatem może znaleźć zastosowanie w interpretacji pola przemieszczeń w rejonie deformacji górniczych i związanej z nią oceną zagrożenia budynków oraz infrastruktury. Co szczególnie istotne, analiza stanu deformacji w przedstawionym podejściu nie wymaga rozpoznania górniczo-geologicznego, ani danych dotyczących technologii górniczych, ponieważ w całości bazuje tylko na wynikach analiz InSAR. Istotną przewagą proponowanej metody nad klasycznym podejściem bazującym na pomiarach geodezyjnych jest możliwość obserwacji nie tylko kierunkowych wartości odkształceń poziomych, ale pełnego tensora odkształceń płaskich w każdym punkcie pola przemieszczeń (niecki obniżeniowej). Dodatkowo metoda ta nie wymaga trwałego i pracochłonnego stabilizowania osnowy pomiarowej i pozwala na śledzenie rozwijającego się pola deformacji niezależnie od lokalizacji punktów osnowy. Nie sposób nie zwrócić uwagi na aspekty dokładnościowe proponowanej metody. Jak pokazano, dokład-

ność wyznaczenia składowych pola przemieszczeń jest niższa niż w przypadku tradycyjnych, nowoczesnych metod pomiarów geodezyjnych. W zakresie składowych poziomych przemieszczenia ta dokładność jest ok. dwukrotnie niższa. Niższa będzie zatem również dokładność wyznaczenia składowych tensora odkształceń. Kwestią nieporuszoną w niniejszym artykule jest bezwzględna dokładność metody. W przypadku pól przemieszczeń o niewielkich deformacjach nadal, jak na razie należy predestynować klasyczne pomiary geodezyjne. Ponadto należy zaznaczyć, że pomiary geodezyjne mają także istotne znaczenie w aspekcie walidacji uzyskiwanych wyników obserwacji LOS, na podstawie których wyznaczany jest płaski tensor deformacji.

Biorąc jednak pod uwagę powyższe zastrzeżenia, niewątpliwą zaletą zaprezentowanej metody jest jej wysoka wiarygodność i funkcjonalność obejmujące całe pole przemieszczeń.

Projekt badawczy finansowany ze środków programu „Inicjatywa Doskonałości – Uczelnia Badawcza” w AGH

## Literatura

- AMBROŽIČ T., TURK G. 2003 - Prediction of Subsidence Due to Underground Mining by Artificial Neural Networks. *Comput. Geosci.*, 29 (5), 627–637. [https://doi.org/10.1016/S0098-3004\(03\)00044-X](https://doi.org/10.1016/S0098-3004(03)00044-X).
- BARBATO J., HEBBLEWHITE B., MITRAR., MILLS K. 2016 - Prediction of Horizontal Movement and Strain at the Surface Due to Longwall Coal Mining. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 84, 105–118. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2016.02.006>.
- CHENG J., LIU F., LI S. 2017 - Model for the Prediction of Subsurface Strata Movement Due to Underground Mining. *J. Geophys. Eng.*, 14 (6), 1608–1623. <https://doi.org/10.1088/1742-2140/aa8238>.
- DAITO K., GALLOWAY D. L. 2015 - Preface: Prevention and Mitigation of Natural and Anthropogenic Hazards Due to Land Subsidence. In *Proceedings of the International Association of Hydrological Sciences; Copernicus GmbH; Vol. 372*, pp 555–557. <https://doi.org/10.5194/piahs-372-555-2015>.
- DIA X., BAI Z., WU K., ZHO D., LI Z. 2018 - Assessment of Mining-Induced Damage to Structures Using InSAR Time Series Analysis: A Case Study of Jiulong Mine, China. *Environ. Earth Sci.*, 77 (5), 166. <https://doi.org/10.1007/s12665-018-7353-2>.
- DÍAZ-FERNÁNDEZ M.E., ÁLVAREZ-FERNÁNDEZ M.I., ÁLVAREZ-VIGIL A.E. 2010 - Computation of Influence Functions for Automatic Mining Subsidence Prediction. *Comput. Geosci.* <https://doi.org/10.1007/s10596-009-9134-1>.
- FAN H., WANG L., WEN B., DU S. 2021 - A New Model for Three-Dimensional Deformation Extraction with Single-Track InSAR Based on Mining Subsidence Characteristics. *Int. J. Appl. Earth Obs. Geoinf.*, 94, 102223. <https://doi.org/10.1016/j.jag.2020.102223>.
- FAN L., LIU S. 2018 - Numerical Prediction of in Situ Horizontal Stress Evolution in Coalbed Methane Reservoirs by Considering Both Poroelastic and Sorption Induced Strain Effects. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 2018, 104, 156–164. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2018.02.012>.
- FENG Q. Y., LIU G.J., MENG L., FU E.J., ZHANG H.R., ZHANG K. 2008 - Land Subsidence Induced by Groundwater Extraction and Building Damage Level Assessment - a Case Study of Datun, China. *J. China Univ. Min. Technol.*, 18 (4), 556–560. [https://doi.org/10.1016/S1006-1266\(08\)60293-X](https://doi.org/10.1016/S1006-1266(08)60293-X).
- GALLOWAY D. L. 2013 - Subsidence Induced by Underground Extraction. In *Encyclopedia of Earth Sciences Series; Springer Netherlands*, ; pp 979–985. [https://doi.org/10.1007/978-1-4020-4399-4\\_336](https://doi.org/10.1007/978-1-4020-4399-4_336).
- GALLOWAY D. L., BURBEY T. J. 2011 - Review: Regional Land Subsidence Accompanying Groundwater Extraction. *Hydrogeol. J.*, 19 (8), 1459–1486. <https://doi.org/10.1007/s10040-011-0775-5>.
- GUZY A., AHMED A. W., MALINOWSKA A. 2018 - Spatio-Temporal Distribution of Land Subsidence and Water Drop Caused by Underground Exploitation of Mineral Resources. In *International Multidisciplinary Scientific GeoConference Surveying Geology and Mining Ecology Management, SGEM; https://doi.org/10.5593/sgem2018v1.5/s02.058*.
- HANSEN R. 2001 - Radar Interferometry - Data Interpretation and Error Analysis, 1st ed.; Remote Sensing and Digital Image Processing; Springer Netherlands: Dordrecht, Vol. 2. <https://doi.org/10.1007/0-306-47633-9>.
- HEBBLEWHITE B. 2020 - Fracturing, Caving Propagation and Influence of Mining on Groundwater above Longwall Panels—a Review of Predictive Models. *Int. J. Min. Sci. Technol.* <https://doi.org/10.1016/j.ijmst.2019.12.001>.
- HEJMANOWSKI R. 2015 - Modeling of Time-Dependent Subsidence for Coal and Ore Deposits. *Int. J. Coal Sci. Technol.* <https://doi.org/10.1007/s40789-015-0092-z>.
- HEJMANOWSKI R., MALINOWSKA, A., KWINTA A., PATYKOWSKI G. 2016 - Prediction of Land Subsidence and Deformations at Copper Ore Underground Mining Site : Experiences and Verification Based on KGHM Mines in Poland. In *16th International Congress for Mine Surveying; Brisbane, Australia, 2016; pp 183–186*.
- Hooper A., Bekaert D., Spaans K., Arkan M. 2012 - “Recent advances in SAR interferometry time series analysis for measuring crustal deformation,” *Tectonophysics*, vol. 514–517, pp. 1–13, Jan. 2012.
- HU J., LI Z. W., DING X. L., ZHU J. J., ZHANG L., SUN Q. 2014 - Resolving Three-Dimensional Surface Displacements from InSAR Measurements: A Review. *Earth-Science Reviews. Elsevier* June 1, 2014, pp 1–17. <https://doi.org/10.1016/j.earscirev.2014.02.005>.
- Hydrology** I. A. of S. Land Subsidence: *Proceedings of the Tokyo Symposium September 1969. Affaissement Du Sol; Actes Du Colloque de Tokyo Septembre 1969; Land Subsidence: Proceedings of the Tokyo Symposium September 1969. Affaissement Du Sol; Actes Du Colloque de Tokyo Septembre 1969; IASH/AIHS-Unesco, 1970.*
- JONES C.E., AN K., BLOM R.G., KENT J.D., IVINS E.R., BEKAERT D. 2016 - Anthropogenic and Geologic Influences on Subsidence in the Vicinity of New Orleans, Louisiana. *J. Geophys. Res. Solid Earth.* <https://doi.org/10.1002/2015JB012636>.
- KWINTA A. 2012 - Prediction of Strain in a Shaft Caused by Underground Mining. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 2012, 55, 28–32. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2012.06.007>.
- LEE S., PARK I. 2013 - Application of Decision Tree Model for the Ground Subsidence Hazard Mapping near Abandoned Underground Coal Mines. *J. Environ. Manage.*, 127, 166–176. <https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2013.04.010>.
- LIU J.H. HU J. LI Z.W. ZHU J.J. SUN Q. GAN J. 2018 - A Method for Measuring 3-D Surface Deformations with InSAR Based on Strain Model and Variance Component Estimation. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 56 (1), 239–250. <https://doi.org/10.1109/TGRS.2017.2745576>.
- LIU L., JIANG L., JIANG H., WANG H., MAN N., XU H. 2019 - Accelerated Glacier Mass Loss (2011–2016) over the Puruogangri Ice Field in the Inner Tibetan Plateau Revealed by Bistatic InSAR Measurements. *Remote Sens. Environ.*, 231, 111241. <https://doi.org/10.1016/j.rse.2019.111241>.
- MALINOWSKA A., HEJMANOWSKI R. 2010 - Building Damage Risk Assessment on Mining Terrains in Poland with GIS Application. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 47 (2), 238–245. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2009.09.009>.
- MINH D.H.T., HANSEN R., ROCCA F. 2020 - Radar Interferometry: 20 Years of Development in Time Series Techniques and Future Perspectives. *Remote Sens.*, 12 (9), 1364. <https://doi.org/10.3390/RS12091364>.
- OH H. J., LEE S. 2010 - Assessment of Ground Subsidence Using GIS and the Weights-of-Evidence Model. *Eng. Geol.* <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2010.06.015>.
- PACHECO-MARTÍNEZ J., HERNANDEZ-MARÍN M., BURBEY T.J., GONZÁLEZ-CERVANTES N., ORTÍZ-LOZANO J.Á., ZERMEÑO-DE-LEON M.E., SOLÍS-PINTO A. 2013 - Land Subsidence and Ground Failure Associated to Groundwater Exploitation in the Aguascalientes Valley, México. *Eng. Geol.*, 164, 172–186. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2013.06.015>.
- PARKER A.L., BIGGS J., LU Z. 2016 - Time-Scale and Mechanism of Subsidence at Lassen Volcanic Center, CA, from InSAR. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 320, 117–127. <https://doi.org/10.1016/j.jvolgeores.2016.04.013>.
- RATEB A., ABOTALIB A. Z. 2020 - Inferencing the Land Subsidence in the Nile Delta Using Sentinel-1 Satellites and GPS between 2015 and 2019. *Sci. Total Environ.* 2020, 729, 138868. <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2020.138868>.
- REN H., FENG X. 2020 - Calculating Vertical Deformation Using a Single InSAR Pair Based on Singular Value Decomposition in Mining Areas. *Int. J. Appl. Earth Obs. Geoinf.*, 92, 102115. <https://doi.org/10.1016/j.jag.2020.102115>.
- RIESGO FERNÁNDEZ P., RODRÍGUEZ GRANDA G., KRZEMIEŃ A., GARCÍA CORTÉS S., FIDALGO VALVERDE G. 2020 - Subsidence versus Natural Landslides When Dealing with Property Damage Liabilities in Underground Coal Mines. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 126. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmms.2019.104175>.
- SAMIEIE-ESFAHANY S., HANSEN R.F., VAN THIENEN-VISSER K., MUNTENDAM-BOSA A. 2009 - “On the effect of horizontal deformation



- on InSAR subsidence estimates, Proc. 'Fringe Workshop', Frascati, Italy, 30 November – 4 December 2009 (ESA SP-677), 2009.
- SHI X., FANG R., WU J., XU H., SUN Y.Y., YU J. 2012 - Sustainable Development and Utilization of Groundwater Resources Considering Land Subsidence in Suzhou, China. *Eng. Geol.*, 124 (1), 77–89. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2011.10.005>.
- SINGH R.P., YADAV R. N. 1995 - Prediction of Subsidence Due to Coal Mining in Raniganj Coalfield, West Bengal, India. *Eng. Geol.* [https://doi.org/10.1016/0013-7952\(94\)00062-7](https://doi.org/10.1016/0013-7952(94)00062-7).
- STEINBERG A., SUDHAUS H., HEIMANN S., KRÜGER F. 2020 - Sensitivity of InSAR and Teleseismic Observations to Earthquake Rupture Segmentation. *Geophys. J. Int.*, 223 (2), 875–907. <https://doi.org/10.1093/gji/ggaa351>.
- STOCH T. 2019 - Przemieszczenia poziome w ochronie terenów górniczych – Horizontal displacements in mining areas protection, Monografia, Kraków, Wydawnictwa AGH.
- STROZZI T., CADUFF R., WEGMÜLLER U., RAETZO H., HAUSER M. 2017 - Widespread Surface Subsidence Measured with Satellite SAR Interferometry in the Swiss Alpine Range Associated with the Construction of the Gotthard Base Tunnel. *Remote Sens. Environ.*, 190, 1–12. <https://doi.org/10.1016/j.rse.2016.12.007>.
- SUH J. 2020 - An Overview of GIS-Based Assessment and Mapping of Mining-Induced Subsidence. *Appl. Sci.*, 10 (21), 1–23. <https://doi.org/10.3390/app10217845>.
- TRUPLETT T., YURCHAK D. 1996 - Determination of Intensity Functions for Predicting Subsidence from Coal Mining, Potash Mining, and Groundwater Withdrawal Using the Influence Function Technique. In 6. international FIG symposium on deformation measurements: measurement, modelling and prediction; Hannover, Germany, 1996; pp 761–773.
- WANG B., XU J., XUAN D. 2018 - Time Function Model of Dynamic Surface Subsidence Assessment of Grout-Injected Overburden of a Coal Mine. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 104, 1–8. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmm.2018.01.044>.
- WASOWSKI J., PISANO L. 2020 - Long-Term InSAR, Borehole Inclinator, and Rainfall Records Provide Insight into the Mechanism and Activity Patterns of an Extremely Slow Urbanized Landslide. *Landslides*, 17 (2), 445–457. <https://doi.org/10.1007/s10346-019-01276-7>.
- WHITTAKER B.N., REDDISH D. J. 1989 - Subsidence: Occurrence, Prediction, and Control; Elsevier, 1989.
- YANG Z., LI Z., ZHU J., PREUSSE A., HU J., FENG G., WANG Y., PAPST M. 2018 - An InSAR-Based Temporal Probability Integral Method and Its Application for Predicting Mining-Induced Dynamic Deformations and Assessing Progressive Damage to Surface Buildings. *IEEE J. Sel. Top. Appl. Earth Obs. Remote Sens.*, 11 (2), 472–484. <https://doi.org/10.1109/JSTARS.2018.2789341>.
- YANG Z., LI Z., ZHU J., PREUSSE A., YI H., HU J., FEN G., PAPST M. 2017 - Retrieving 3-D Large Displacements of Mining Areas from a Single Amplitude Pair of SAR Using Offset Tracking. *Remote Sens.*, 9 (4), 338. <https://doi.org/10.3390/rs9040338>.
- YANG Z., LI Z., ZHU J., WANG Y., WU L. 2020 - Use of SAR/InSAR in Mining Deformation Monitoring, Parameter Inversion, and Forward Predictions: A Review. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine. Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc.* March 1, pp 71–90. <https://doi.org/10.1109/MGRS.2019.2954824>.
- ZHANG L., CHENG H., YAO Z., WANG X. 2020 - Application of the Improved Knothe Time Function Model in the Prediction of Ground Mining Subsidence: A Case Study from Heze City, Shandong Province, China. *Appl. Sci.*, 10 (9), 3147. <https://doi.org/10.3390/app10093147>.

Artykuł wpłynął do redakcji w styczniu 2022  
Artykuł akceptowano do druku 28.02.2022

Wojciech T. Witkowski - dr inż. AGH, adiunkt, Wydział Geodezji Górniczej i Inżynierii Środowiska, Katedra Ochrony Terenów Górniczych, Geoinformatyki i Geodezji Górniczej - prowadzi badania nad wykorzystaniem przemieszczeń ośrodka gruntowego wywołanych działalnością górniczą w ocenie zagrożenia obiektów budowlanych, [wwitkow@agh.edu.pl](mailto:wwitkow@agh.edu.pl)

Ryszard Hejmanowski – prof. dr hab. inż., dziekan, Wydział Geodezji Górniczej i Inżynierii Środowiska, Katedra Ochrony Terenów Górniczych, Geoinformatyki i Geodezji Górniczej - prowadzi wielokierunkowe badania nad wykorzystaniem przemieszczeń ośrodka gruntowego wywołanych działalnością górniczą w ocenie zagrożenia obiektów budowlanych, [hejman@agh.edu.pl](mailto:hejman@agh.edu.pl)