

WPLYW PARAMETRÓW BANKU FILTRÓW NA SKUTECZNOŚĆ REDUKCJI SZUMU W SYGNALE POMIAROWYM PRZY ZASTOSOWANIU ALGORYTMU DYSKRETNEJ TRANSFORMACJI FALKOWEJ

Łukasz DRÓŹDŹ¹, Jerzy ROJ²

1. Politechnika Śląska, Wydział Elektryczny, Katedra Metrologii, Elektroniki i Automatyki
tel.: 32 237 2517 e-mail: lukasz.drozd@polsl.pl
2. Politechnika Śląska, Wydział Elektryczny, Katedra Metrologii, Elektroniki i Automatyki
tel.: 32 237 1828 e-mail: jerzy.roj@polsl.pl

Streszczenie: W artykule przedstawiono metodę usuwania szumu z sygnału pomiarowego bazującą na zastosowaniu dyskretnej transformacji falkowej. Przeprowadzone badania miały na celu wskazanie wpływu parametrów banku filtrów na skuteczność redukcji szumu w sygnale pomiarowym. Badania obejmowały ustalenie wpływu rodzaju falki oraz liczby poziomów dekompozycji na skuteczność algorytmu usuwania szumu. Prawidłowy dobór tych parametrów jest kluczowy do prawidłowego działania algorytmu.

Słowa kluczowe: dyskretna transformacja falkowa, odszumianie sygnału, cyfrowe przetwarzanie sygnałów.

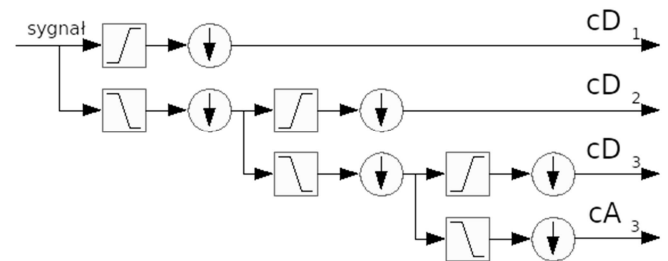
1. WSTĘP

W literaturze przedstawionych jest wiele metod usuwania szumu z dyskretnych sygnałów pomiarowych. Popularne metody usuwania szumu skupiają się głównie na zastosowaniu filtrów przestrzennych, filtrów liniowych, filtrów wartości średniej, adaptacyjnych filtrów LMS, filtrów wartości środkowej i innych [1]. Filtry te zależnie od rodzaju szumu oraz stosunku sygnału do szumu (*SNR*) pozwalają w różnym stopniu na zwiększenie wartości *SNR*. Poza wymienionymi metodami istnieją także techniki takie jak VisuShrink [2], SureShrink [3], BayesShrink [4], bazujące na zastosowaniu transformacji falkowej, a dokładniej jej implementacji w wersji dyskretnej – tzw. algorytmie Mallata [5], zwanym dalej DWT (ang. Discrete Wavelet Transform).

1.1. Zasada działania algorytmu DWT

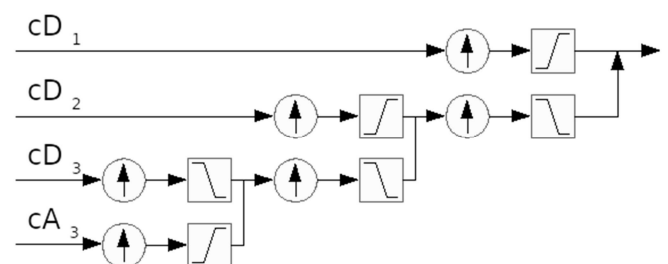
Dekompozycja sygnału mająca miejsce podczas działania algorytmu DWT polega na stopniowym podziale sygnału na część detali „D” oraz aproksymacji „A” poprzez zastosowanie filtrów górno- i dolnopasmowych [5]. Sygnał na wyjściu filtru górnoprzepustowego odpowiada za tożsamość sygnału (wysokie częstotliwości harmonicznych). Sygnał wyjściowy filtru dolnoprzepustowego odpowiada za tożsamość sygnału (niskie częstotliwości harmonicznych). Dekompozycja sygnału może odbywać się wieloetapowo. W celu uzyskania większej rozdzielczości w zakresie przedziałów częstotliwości istnieje możliwość przeprowadzenia ponownej dekompozycji sygnału

wyjściowego filtru dolnoprzepustowego, aż do uzyskania zadowalającej rozdzielczości [5]. Ogólny schemat algorytmu na przykładzie dekompozycji 3-poziomowej przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Ogólny schemat procesu dekompozycji sygnału algorytmu DWT

Uzyskana rozdzielczość w dziedzinie czasu i częstotliwości zależy od liczby poziomów dekompozycji. Należy jednak zauważyć, że wraz ze wzrostem rozdzielczości w dziedzinie częstotliwości maleje rozdzielczość w dziedzinie czasu. Każdy kolejny etap dekompozycji przeprowadzany jest dla wektora o długości $\frac{1}{2}$ wektora wejściowego poprzedniego etapu dekompozycji, przez co rozdzielczość w dziedzinie czasu dla współczynników związanych z niskimi częstotliwościami harmonicznych jest mniejsza, niż w przypadku współczynników powiązanych z częstotliwościami większymi.

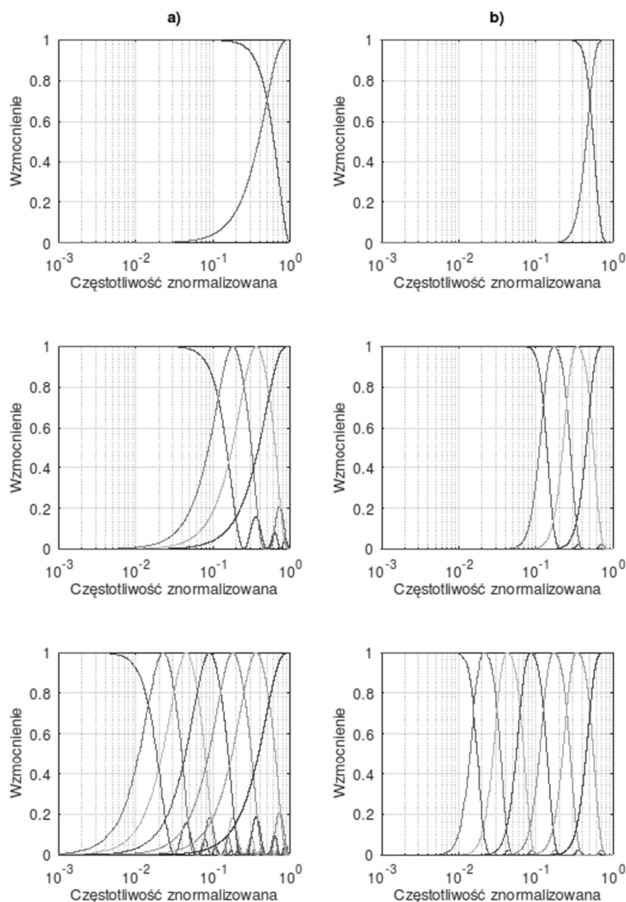


Rys. 2. Ogólny schemat procesu rekonstrukcji sygnału

W celu rekonstrukcji sygnału należy zastosować odpowiedni bank filtrów, który w parze z bankiem filtrów wejściowych stanowi system zwany kwadraturowymi filtrami lustrzanymi [6], a następnie na jego wejście podać współczynniki DWT. Sygnały wyjściowe par filtrów dolno- i górnopasmowych należy zsumować. Przed przeprowadzeniem procesu rekonstrukcji sygnału istnieje także możliwość modyfikacji współczynników DWT np. w celu usunięcia szumu, czy kompresji sygnału. Proces rekonstrukcji sygnału przedstawiono w sposób ogólny na rysunku 2.

1.2. Właściwości banków filtrów

Przedziały częstotliwości powiązane z kolejnymi poziomami dekompozycji zależą od doboru banku filtrów stosowanych podczas dekompozycji przetwarzanego sygnału. Charakterystyki filtrów zależą od doboru tzw. „falki matki”, na której podstawie wyznaczane są parametry filtrów [7]. Na rysunku 3 przedstawiono przykładowe charakterystyki częstotliwościowe banków filtrów przy 1, 3 i 6 poziomach dekompozycji sygnału dla falek „db2” oraz „db8” [8]. Można na ich podstawie zauważyć, że dobór falki ma wpływ na stromość charakterystyki filtru – im bardziej stroma charakterystyka, tym bardziej skuteczna separacja zakresów częstotliwości w kolejnych poziomach dekompozycji. Dodatkowo, wraz ze wzrostem liczby iteracji procesu dekompozycji sygnału zmniejsza się przedział częstotliwości zawartych we współczynnikach powiązanych z aproksymacją sygnału (cA) [9].



Rys. 3. Charakterystyki częstotliwościowe banków filtrów dla 1, 3 i 6 poziomów dekompozycji sygnału
a) falka db2, b) falka db8

Z powyższych informacji wynika, że wartości współczynników DWT zależą od doboru parametrów banków filtrów. Odpowiedni dobór liczby poziomów dekompozycji oraz falki może mieć zatem znaczący wpływ na działanie i skuteczność algorytmów bazujących na modyfikacji współczynników transformacji przed dokonaniem rekonstrukcji sygnału.

Teoretycznie dekompozycja sygnału może być realizowana w nieskończoność. W praktyce jednak na wejściu ostatniej pary filtrów pojawią się dwie próbki wejściowe sygnału i kolejne kroki dekompozycji będą niemożliwe. Zbyt duża liczba kroków dekompozycji wpłynie także negatywnie na rozdzielczość dziedziny czasu współczynników związanych z aproksymacją sygnału (niskie częstotliwości harmonicznych).

2. ALGORYTM USUWANIA SZUMU

2.1. Analiza współczynników DWT

Zakładając, że przetwarzany sygnał poza informacją zawiera również szum biały, należy spodziewać się, że obecność szumu wpłynie na współczynniki DWT wszystkich poziomów dekompozycji. Analizowany sygnał $\tilde{x}(t)$ można zatem przedstawić jako sumę:

$$\tilde{x}(t) = x(t) + n(t), \quad (1)$$

gdzie: $x(t)$ – sygnał niezaszumiony, $n(t)$ – szum.

Analizując różnice pomiędzy wynikami transformacji sygnałów $\tilde{x}(t)$ oraz $x(t)$ można zauważyć zmianę wartości współczynników DWT dla wszystkich poziomów dekompozycji, przy czym największe różnice współczynników można zaobserwować dla detali sygnału. Wynika to z widma częstotliwościowego przetwarzanego sygnału, które nie zawierało częstotliwości związanych z najwyższym poziomem dekompozycji oraz widma szumu białego zawierającego wszystkie częstotliwości. Wykorzystując te spostrzeżenia można dokonać analizy zmienionych współczynników w celu wyodrębnienia szumu.

2.2. Modyfikacja współczynników DWT

Przedstawione w literaturze [2], [3], [4] metody wyodrębniania szumu polegają na analizie wartości współczynników DWT i wyznaczeniu na ich podstawie wartości współczynnika λ , będącego kryterium wyboru współczynników DWT przeznaczonych do modyfikacji. Jednym z najprostszych rozwiązań stosowanych do wyznaczenia wartości współczynnika λ jest zastosowanie uniwersalnej, adaptacyjnej metody [4] określonej równaniem:

$$\lambda = \frac{\text{med}(|cD_1|)\sqrt{2 \ln(N)}}{0,6745}, \quad (2)$$

gdzie: cD_1 – współczynniki DWT dla pierwszego poziomu szczegółów, $\text{med}(|X|)$ – mediana wartości bezwzględnych zbioru X , N – liczba próbek sygnału.

Niezależnie od przyjętej strategii wyznaczania współczynnika λ , wszystkie współczynniki DWT danego poziomu, których wartość bezwzględna jest mniejsza od wartości obliczonego współczynnika λ zostają wyzerowane zgodnie z równaniem:

$$c'(c, \lambda) = \begin{cases} c & \text{dla } |c| > \lambda \\ 0 & \text{dla } |c| \leq \lambda \end{cases}, \quad (3)$$

gdzie: c jest wartością współczynnika DWT.

W literaturze metoda ta nosi nazwę „hard thresholding” [10]. W przypadku usuwania szumu z danych reprezentujących dwuwymiarowe obrazy, poza zerowaniem wybranych współczynników, dokonuje się często modyfikacji pozostałych współczynników DWT zgodnie z zależnością [2]:

$$c'(c, \lambda) = \text{sgn}(c) \max(0, |c| - \lambda). \quad (4)$$

Analizując różnice pomiędzy wartościami współczynników DWT dla sygnału oryginalnego i zsumionego można zauważyć, że współczynniki DWT o wartościach bezwzględnych mniejszych od współczynnika λ są w większości przypadków powiązane z szumem. Ich usunięcie (wyzerowanie) może zatem przyczynić się do zmniejszenia udziału szumu w sygnale [11].

3. WYNIKI BADAŃ

3.1. Ocena skuteczności algorytmu

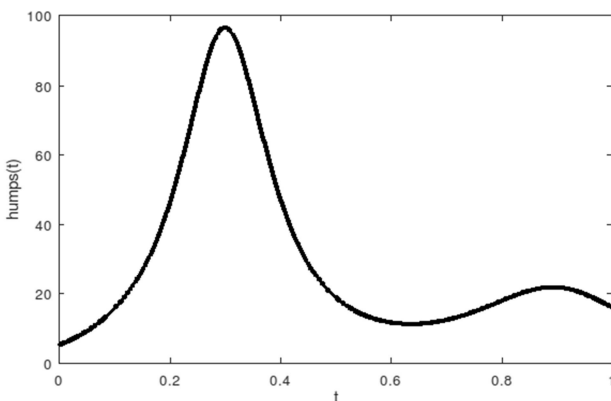
Analizowany sygnał $x(t)$ to 1024 próbki wewnętrznej funkcji środowiska Matlab o nazwie „humps”, przedstawionej na rysunku 4, zdefiniowanej w następujący sposób:

$$\text{humps}(t) = \frac{1}{(t-0,3)^2 + 0,01} + \frac{1}{(t-0,9)^2 + 0,04} - 6. \quad (5)$$

W celu oceny skuteczności realizacji algorytmu odsumowania opartego na DWT, wykorzystano średniokwadratową miarę błędu odtwarzania zdefiniowaną jako:

$$e_{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} (\hat{x}(i) - x(i))^2, \quad (6)$$

gdzie: N – liczba próbek sygnału, $x(i)$ – i -ta wartość próbki sygnału oryginalnego, $\hat{x}(i)$ – i -ta wartość próbki sygnału odtworzonego.



Rys. 4. Wykres funkcji „humps” opisanej równaniem (5).

Przy użyciu wbudowanej w środowisko Matlab funkcji „awgn”, na sygnał nałożony został szum biały w taki sposób,

aby uzyskać zadany stosunek sygnału do szumu SNR , opisany jako:

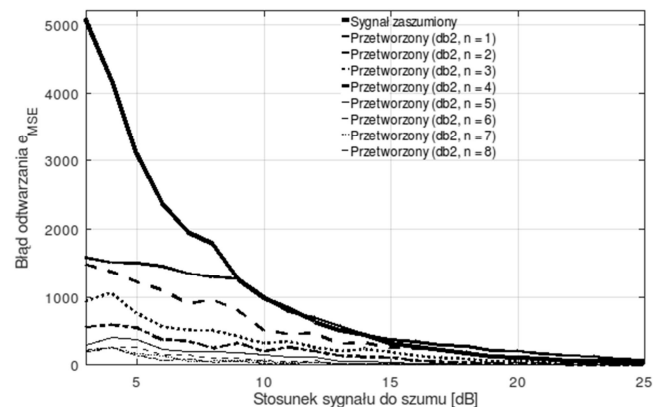
$$SNR = 10 \log \left(\frac{P_x}{P_n} \right), \quad (7)$$

gdzie: P_x – moc sygnału, P_n – moc szumu.

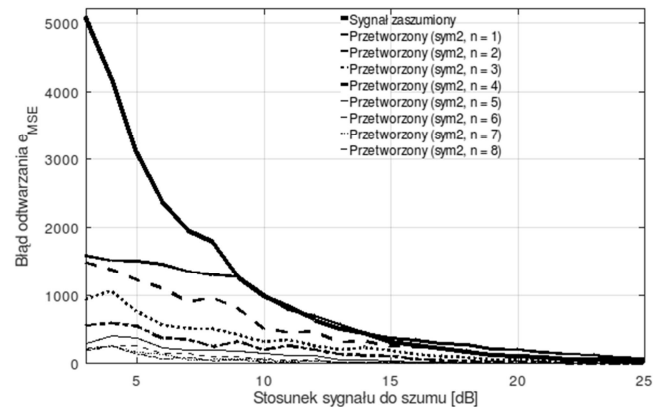
Zrekonstruowany sygnał $\hat{x}(t)$ porównywano z przebiegiem niezaszumionym $x(t)$ i wyznaczano wartości błędu odtwarzania zgodnie z zależnością (6).

3.2. Zestawienie wyników

Na rysunkach 5 i 6 przedstawiono zależność błędu odtwarzania sygnału względem początkowego stosunku sygnału do szumu dla wybranej falki i zadanej liczby poziomów dekompozycji.



Rys. 5. Zależność błędu odtwarzania e_{MSE} w funkcji stosunku sygnału do szumu (falka „db2”)



Rys. 6. Zależność błędu odtwarzania e_{MSE} w funkcji stosunku sygnału do szumu (falka „sym2”)

Wyniki otrzymane dla falek „db8” oraz „sym8” nie różnią się w sposób istotny od przedstawionych odpowiednio na rysunkach 5 i 6.

3.3. Porównanie skuteczności z innymi algorytmami

Literatura opisuje wiele algorytmów usuwania szumu z danych pomiarowych [1]. W celu porównania wyników analizowany sygnał przetworzono za pomocą algorytmu filtru średniej ruchomej oraz filtru Gaussa. Zastosowano w tym celu wbudowaną funkcję programu Matlab „imsmooth”. Wyniki symulacji dla sygnału testowego o współczynniku $SNR = 5$ przedstawiono w tabeli 1. Podczas

stosowania funkcji „imsmooth” uwzględniano jedynie rodzaj stosowanego filtra. Dla pozostałych parametrów filtra przyjęto wartości domyślne. Przyjęte parametry algorytmu transformacji falkowej to falka „db8” oraz 8 poziomów dekompozycji.

Tabela 1. Porównanie skuteczności algorytmów.

Algorytm	Błąd odtwarzania e_{MSE}
Algorytm DWT	31,775
Filtr Gaussa	1903,6
Filtr średniej ruchomej	1025,1

4. WNIOSKI

Na podstawie wyników przedstawionych na rysunkach 5 i 6 zauważyć można znaczący wpływ liczby iteracji procesu dekompozycji sygnału wejściowego na błąd odtwarzania sygnału e_{MSE} . W przypadku sygnału o niskim stosunku mocy użytecznej do szumu ($SNR < 10$) wraz ze wzrostem liczby iteracji procesu dekompozycji drastycznie zmniejsza się wartość błędu odtwarzania sygnału. W przypadku niewielkiej liczby iteracji procesu dekompozycji (1 oraz 2) dochodzi do sytuacji, w których wartości błędu odtwarzania są większe, niż w przypadku sygnału po dodaniu szumu. Dla wartości SNR z przedziału $<10, 20>$ można zauważyć istnienie optymalnej liczby iteracji procesu dekompozycji, dla której błąd odtwarzania jest najmniejszy. Zwiększenie wartości tego błędu w przypadku zbyt dużej liczby iteracji procesu dekompozycji spowodowane jest usuwaniem informacji o detalach sygnału. Natomiast w przypadku mniejszej liczby iteracji procesu dekompozycji, zwiększenie wartości błędu odtwarzania spowodowane jest usunięciem niedostatecznej liczby współczynników powiązanych z szumem. W przypadku sygnałów o dużym stosunku mocy użytecznej do mocy szumu ($SNR > 20$) można zauważyć, że różnica wartości błędu odtwarzania przed i po przetworzeniu sygnału jest niewielka.

Z przeprowadzonych badań symulacyjnych wynika, że dobór falki ma niewielkie znaczenie w procesie usuwania szumu w porównaniu z liczbą iteracji procesu dekompozycji. Stosowanie falek zapewniających większą stromość charakterystyk filtrów pozwala uzyskać nieco lepsze efekty, niż stosowanie falek zapewniających gorszą separację kolejnych przedziałów częstotliwości.

Przedstawiona metoda zapewnia znacznie lepsze wyniki, niż stosowanie tradycyjnych algorytmów takich jak

filtr średniej ruchomej, czy filtr Gaussa. Metody te są jednak znacznie mniej skomplikowane od przedstawionej w artykule. Zatem w przypadku, gdy tradycyjne metody usuwania szumu nie przynoszą oczekiwanych rezultatów, należy rozważyć zastosowanie algorytmu DWT.

5. BIBLIOGRAFIA

1. S. Kaur, N. Singh, Image Denoising Techniques: A Review, International Journal of Innovative Research in Computer and Communication Engineering, Nr. 2 (6), 2014, s. 4578-4583.
2. D. L. Donoho: Denoising by soft thresholding, Dept of Statistics, Stanford University, 1992.
3. D. L. Donoho I. M. Johnstone: Adapting to Unknown Smoothness via Wavelet Shrinkage, Journal of American Statistical Association, Nr. 90 (432), 1995, s. 1200-1224.
4. S. G. Chang, B. Yu, M Vetterli: Adaptive Wavelet Thresholding for Image Denoising and Compression, IEEE Trans Image Processing, Nr. 9 (9), 2000, s. 1532-1546.
5. S. G. Mallat: A Theory for Multiresolution Signal Decomposition - The Wavelet Representation, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Nr. 1, 1989, s. 674-693
6. J. Johnston: A filter family designed for use in quadrature mirror filter banks, IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, 2003
7. R. G. Baraniuk, D. L. Jones: New Orthonormal Bases and Frames Using Chirp Functions, IEEE Transactions on Signal Processing, Nr. 41 (12), 1993, s. 3543-3548
8. M. Vetterli, C. Herley: Wavelets and filter banks: theory and design, IEEE Transactions on Signal Processing, Nr. 40 (9), 1992, s. 2207-2232
9. J. Akhtar, M. Y. Javed: Image Compression with Different Types of Wavelets, 2nd International Conference on Emerging Technologies, 2006, s. 133-137
10. P. Hedao, S. S. Godbole: Wavelet Thresholding Approach for Image Denoising, International Journal of Network Security & Its Applications, Nr. 3 (4), 2011, s. 16-21
11. M. Alfaouri, K. Daqrouq: ECG Signal Denoising By Wavelet Transform Thresholding, American Journal of Applied Sciences, Nr 5 (3), 2008, s. 276-281

INFLUENCE OF FILTER BANK PARAMETERS ON SIGNAL DENOISING USING DISCRETE WAVELET TRANSFORM

Paper describes signal denoising algorithm based on discrete wavelet transform. Research includes search how filterbank parameters influences on signal denoising. Paper describes how decomposition count and wavelet type influences on denoising process. Right choice of this parameters is very important to algorithm performs well. The wavelet transform algorithm is a tool enabling the analysis of signals by presenting them using a scaled and time-shifted function called a „mother wavelet”. Signal analysis requires decomposition process performed by filter banks witch parameters depends on mother wavelet and count of decomposition iterations. Presented wavelet signal denoising technique focuses on transform coefficient correction based on estimated noise parameters. This correction can be performed in many ways, depending on used strategy. Paper presents hard thresholding algorithm based on adaptive noise parameters estimation. According to simulation results the mother wavelet choice is not as important, as choice of right decompositions level count. Presented method provides better results than other common methods such Gaussian filter or average filter.

Keywords: discrete wavelet transform, signal denoising, digital signal processing.