

Tomasz SZCZEGIELNIAK\*  
Zygmunt PIĄTEK\*  
Dariusz KUSIAK\*

## ANALIZA GĘSTOŚCI PRĄDÓW W NIEOSŁONIĘTYM TRÓJFAZOWYM TORZE WIELKOPRĄDOWYM

Przy optymalnym projektowaniu torów wielkoprądowych oraz kabli energetycznych niezbędna jest ilościowa ocena szeregu zjawisk natury elektromagnetycznej, dynamicznej i termicznej. Podstawą w analizie tych zjawisk jest informacja o rozkładzie pola elektromagnetycznego i stratach mocy czynnej, w szczególności zaś o rozkładzie prądów wirowych indukowanych w przewodach fazowych oraz ich osłonach. W pracy przedstawiono analityczną metodę obliczania gęstości prądów w nieosłoniętym torze wielkoprądowym, którego przewody fazowe umieszczone są w wierzchołkach kwadratu.

SŁOWA KLUCZOWE: tory wielkoprądowe, gęstość prądu, pole elektromagnetyczne

### 1. WSTĘP

W rozdzielniach NN i WN instalowane są nieosłonięte trójfazowe tory wielkoprądowe o przewodach rurowych [1-6]. Widok takiego toru przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Rozdzielnia NN [7]

Projektowanie torów wielkoprądowych na coraz większe prądy i napięcia stwarza konieczność precyzyjnego opisu zjawisk elektromagnetycznych, dynamicznych i termicznych. Podstawę do analizy zjawisk dynamicznych i

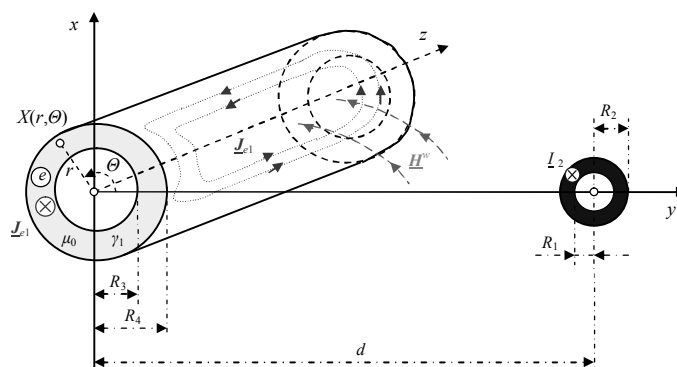
---

\* Politechnika Częstochowska.

termicznych zachodzących w torach wieloprądowych stanowi informacja o rozkładzie pola elektromagnetycznego. Poprawne określenie parametrów elektrodynamicznych ma ogromne znaczenie praktyczne podczas analizy pracy wszelkiego typu urządzeń elektrycznych. Wyznaczenie gęstości prądów pozwala na wyznaczanie strat mocy w torach a także temperatury pracy, która jest jednym z podstawowych parametrów konstrukcyjnych. Ponadto w urządzeniach pracujących przy napięciach średnich i wysokich konieczne jest określenie wytrzymałości elektrycznej izolacji. Wyznaczenie warunków pracy izolacji wymaga znajomości rozkładu natężenia pola elektrycznego w układzie [1-6].

Analiza zjawisk elektrodynamicznych zachodzących w torach wieloprądowych wymaga uwzględnienia kształtów przewodów fazowych oraz osłon. Ponadto konieczne jest uwzględnianie wszystkich wzajemnych sprzężeń pomiędzy poszczególnymi przewodami a także między przewodami i osłoną.

Przekroje przewodów fazowych torów wieloprądowych są zazwyczaj duże dlatego przy wyznaczaniu parametrów elektrodynamicznych nawet dla częstotliwości przemysłowej należy uwzględnić zjawisko zbliżenia (rys. 2) [1-6].

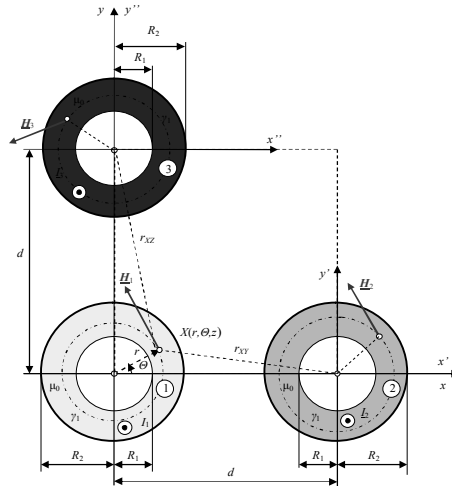


Rys. 2. Prądy wirowe indukowane w ekranie przez pole magnetyczne prądu sąsiedniego przewodu fazowego

## 2. GĘSTOŚCI PRĄDÓW W PRZEWODACH FAZOWYCH

Obliczanie pól elektromagnetycznych w torach wieloprądowych wykonuje się najczęściej metodami numerycznymi, rzadziej analitycznymi. Podstawową zaletą metod analitycznych obliczania pól elektromagnetycznych jest dostępność rozwiązania w jawnej formie jako funkcji parametrów analizowanego układu.

Rozwiązując analitycznie różniczkowe równanie Helmholtza dla ośrodków przewodzącym oraz równanie Laplace'a w środowisku nieprzewodzącym, oraz korzystając z równań Maxwella możemy wyznaczyć pole elektromagnetyczne we wszystkich obszarach toru wieloprądowego przedstawionego na rysunku 3 [1-3].



Rys. 3. Trójfazowy tor wieloprądowy, którego przewody fazowe umieszczone są w wierzchołkach kwadratu

Całkowita gęstość prądu w przewodach fazowych toru przedstawionego na rysunku 3 zależy od prądów  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ . Jeśli prądy te tworzą symetryczną trójkę prądów układu trójfazowego, tzn.

$$I_2 = \exp[-j \frac{2}{3} \pi] I_1 \quad \text{oraz} \quad I_3 = \exp[j \frac{2}{3} \pi] I_1 \quad (1)$$

wówczas gęstość prądu przewodzie pierwszym wyraża się wzorem

$$\underline{J}_1(r, \Theta) = \underline{J}_{11}(r) + \underline{J}_{12}(r, \Theta) + \underline{J}_{13}(r, \Theta) = \mathbf{1}_z [\underline{J}_{11}(r) + \underline{J}_{123}(r, \Theta)] = \mathbf{1}_z \underline{J}_1(r, \Theta) \quad (2)$$

w którym gęstość prądu  $\underline{J}_{11}(r)$  uwzględnia zjawisko naskórkowości i określona jest wzorem

$$\underline{J}_{11}(r) = \frac{\underline{\Gamma} I_1}{2\pi R_2} \frac{K_1(\underline{\Gamma} R_1) I_0(\underline{\Gamma} r) + I_1(\underline{\Gamma} R_1) K_0(\underline{\Gamma} r)}{I_1(\underline{\Gamma} R_2) K_1(\underline{\Gamma} R_1) - I_1(\underline{\Gamma} R_1) K_1(\underline{\Gamma} R_2)} = \frac{\underline{\Gamma} I_1}{2\pi R_2} \underline{j}(r) \quad (3)$$

zaś gęstość prądu  $\underline{J}_{12}(r, \Theta)$  uwzględnia zewnętrzne zjawisko zbliżenia i jest dana wzorem

$$\underline{J}_{12}(r, \Theta) = -\frac{\underline{\Gamma} I_2}{\pi R_2} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{R_2}{d} \right)^n \underline{f}_{-n}(r) \cos n\Theta = \underline{J}_{12}(r, \Theta) \exp[j \varphi_{J_{12}}(r, \Theta)] \quad (4)$$

przy czym

$$\underline{f}_{-n}(r) = \frac{K_{n+1}(\underline{\Gamma} R_1) I_n(\underline{\Gamma} r) + I_{n+1}(\underline{\Gamma} R_1) K_n(\underline{\Gamma} r)}{I_{n-1}(\underline{\Gamma} R_2) K_{n+1}(\underline{\Gamma} R_1) - I_{n+1}(\underline{\Gamma} R_1) K_{n-1}(\underline{\Gamma} R_2)} \quad (4a)$$

natomiast gęstość prądu  $\underline{J}_{13}(r, \Theta)$  wyznacza prądy indukowane w przewodzie pierwszym przez pole magnetyczne prądu  $I_3$  i określono ją wzorem

$$\underline{J}_{13}(r, \theta) = -\frac{\underline{\Gamma} I_3}{\pi R_2} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{R_2}{d}\right)^n \underline{f}_{-n}(r) \cos n\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) \quad (5)$$

Jeśli prądy fazowe tworzą trójkę symetryczną prądów (1) wówczas całkowita gęstość prądu w przewodzie pierwszym

$$\underline{J}_1(r, \theta) = \underline{J}_{11}(r) + \underline{J}_{123}(r, \theta) = \frac{\underline{\Gamma} I_1}{2\pi R_2} \left[ \underline{j}(r) - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \underline{A}_n \left(\frac{R_2}{d}\right)^n \underline{f}_{-n}(r) \right] \quad (6)$$

przy czym

$$\underline{A}_n = \exp\left[-j\frac{2}{3}\pi\right] \cos n\theta + \exp\left[j\frac{2}{3}\pi\right] \cos n\left[\theta - \frac{\pi}{2}\right] \quad (6a)$$

Podobnie wyznaczyć można gęstość prądu w przewodzie drugim, która wynosi

$$\underline{J}_2(r, \theta) = \underline{J}_{22}(r) + \underline{J}_{213}(r, \theta) = \frac{\underline{\Gamma} I_2}{2\pi R_2} \left[ \underline{j}(r) - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \underline{B}_n (-1)^n \left(\frac{R_2}{d}\right)^n \underline{f}_n(r) \right] \quad (7)$$

gdzie

$$\underline{B}_n = \exp\left[j\frac{2}{3}\pi\right] \cos n\theta + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n \exp\left[-j\frac{2}{3}\pi\right] \cos n\left[\theta + \frac{\pi}{4}\right] \quad (7a)$$

oraz gęstość prądu w przewodzie trzecim

$$\underline{J}_3(r, \theta) = \underline{J}_{33}(r) + \underline{J}_{312}(r, \theta) = \frac{\underline{\Gamma} I_3}{2\pi R_2} \left[ \underline{j}(r) - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \underline{C}_n \left(\frac{R_2}{d}\right)^n \underline{f}_n(r) \right] \quad (8)$$

przy czym

$$\underline{C}_n = (-1)^n \exp\left[-j\frac{2}{3}\pi\right] \cos n\left[\theta - \frac{\pi}{2}\right] + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n \exp\left[j\frac{2}{3}\pi\right] \cos n\left[\theta + \frac{\pi}{4}\right] \quad (8a)$$

W powyższych wzorach funkcje  $I_0(\underline{\Gamma}r)$ ,  $K_0(\underline{\Gamma}r)$ ,  $I_1(\underline{\Gamma}r)$ ,  $K_1(\underline{\Gamma}r)$ ,  $I_n(\underline{\Gamma}r)$ ,  $K_n(\underline{\Gamma}r)$ ,  $I_{n-1}(\underline{\Gamma}r)$ ,  $K_{n-1}(\underline{\Gamma}r)$ ,  $I_{n+1}(\underline{\Gamma}r)$  i  $K_{n+1}(\underline{\Gamma}r)$  są zmodyfikowanymi funkcjami Bessela odpowiednio pierwszego i drugiego rodzaju, rzędu 0, 1,  $n$ ,  $n-1$  oraz  $n+1$ , obliczane również dla  $r = R_1$  oraz  $r = R_2$  [8]. Natomiast  $\underline{\Gamma} = \sqrt{j\omega\mu_0\gamma}$  oznacza zespoloną stałą propagacji,  $\omega$  jest pulsacją,  $\gamma$  oznacza konduktywność przewodu, a przenikalność magnetyczna próżni  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$ .

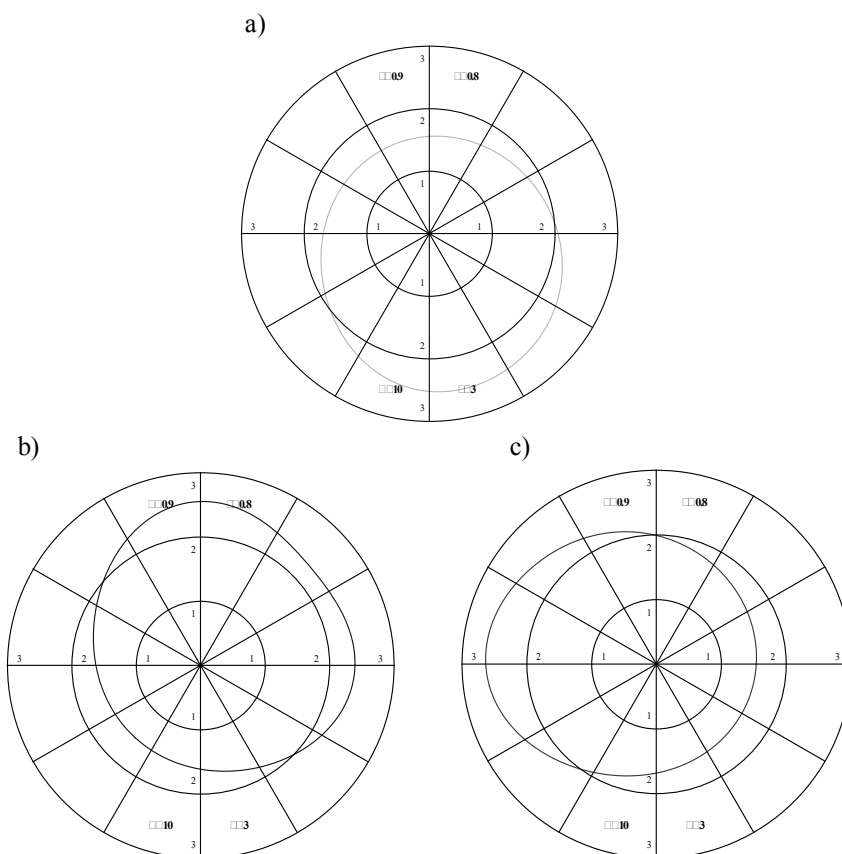
Wprowadzając parametry  $\beta = \frac{R_1}{R_2}$ , ( $0 \leq \beta \leq 1$ ),  $\lambda = \frac{d}{R_2} \geq 1$ ,  $\alpha = \frac{R_2}{\delta} = k R_2$

oraz zmienną bezwymiarową  $\xi = \frac{r}{R_2}$ , ( $\beta \leq \xi \leq 1$ ), gęstości prądów (6), (7) i (8)

można odnieść odpowiednio do wielkości

$$\underline{J}_0 = \frac{\underline{I}_1}{\pi(R_2^2 - R_1^2)} \quad (9)$$

Rozkłady względnej gęstości prądu w przewodach fazowych toru wieloprądowego (rys. 3) przedstawia rys. 4.



Rys. 4. Rozkład względnej gęstości prądu w przewodzie: a) trzecim, b) pierwszym, c) drugim

### 3. WNIOSKI

Rozpatrywany w artykule układ przewodów wieloprądowych jest rzadko stosowany przez wykonawców tego typu urządzeń. Układ taki jest zazwyczaj stosowany wtedy, gdy układy: symetryczny (przewody fazowe umieszczone w wierzchołkach trójkąta równobocznego) lub płaski (przewody fazowe umieszczone wzdłuż prostej) nie mogą być zbudowane. Dotyczy to głównie przypadków wąskich tuneli, szybów, czyli tam gdzie występują problemy z przestrzenią pod montaż torów wieloprądowych.

Podstawową zaletą przedstawionej w pracy metody analitycznej obliczania gęstości prądów jest dostępność rozwiązania w jawnej formie jako funkcji parametrów analizowanego układu. Ponadto otrzymane rozwiązanie gęstości prądów jest rozwiązaniem ogólnym, gdyż dotyczy przewodów fazowych o dowolnych grubościach ścianek.

Wyznaczona w pracy gęstość prądu pozwoli w dalszej kolejności na określenie rozkładu natężenia pola elektrycznego i magnetycznego, strat mocy oraz temperatury w rozpatrywanym układzie przewodów wielkoprądowych. Określenie wymienionych parametrów jest niezbędne w procesie optymalizacji konstrukcji torów wielkoprądowych.

### LITERATURA

- [1] Nawrowski R.: Tory wielkoprądowe izolowane powietrzem lub SF<sub>6</sub>. Wyd. Pol. Poznańskiej, Poznań 1998.
- [2] Piątek Z.: Impedances of high-current busducts. Wyd. Pol. Częst., Częstochowa 2008.
- [3] Szczegielniak T.: Straty mocy w nieekranowanych i ekranowanych rurowych torach wielkoprądowych, Praca Doktorska, Gliwice, 2011.
- [4] Piątek Z., Szczegielniak T., Kusiak D.: Straty mocy w płaskim rurowym trójfazowym torze wielkoprądowym, Wiadomości Elektrotechniczne, nr 11, s. 9-13, 2009.
- [5] Piątek Z., Kusiak D., Szczegielniak T.: Pole magnetyczne oddziaływania zwrotnego w dwuprzewodowym nieekranowanym torze wielkoprądowym, XV Conference Computer Applications in Electrical Engineering, Poznań 2010, ss. 33-34.
- [6] Piątek Z., Szczegielniak T., Kusiak D.: Wpływ zewnętrznego zjawiska zbliżenia na straty mocy w trójfazowym płaskim torze wielkoprądowym, XVI Conference Computer Applications in Electrical Engineering, s 15-16 Poznań 2011.
- [7] Szuba M. i inni: Linie i stacje elektroenergetyczne w środowisku człowieka, Informator PSE-Operator S.A., Warszawa 2008.
- [8] Mc Lachlan N.W.: Funkcje Bessela dla inżynierów. PWN, Warszawa 1964.

### ANALYSIS OF THE CURRENT DENSITY IN THE UNSCREENED THREE-PHASE HIGH-CURRENT BUSDUCT

Design of the high-current busducts on high currents and voltages causes necessity precise describing of electromagnetic, dynamic and thermal effects. Knowledge of the relations between electrostatics and constructional parameters is necessary in the optimization construction process of the high-current busducts. Information about distribution electromagnetic field and power losses is a base into analysis of electrostatics and thermal effects in the high-current busducts. The paper presents analytical calculations of the current density in the three-phase high-current busduct which phase conductors are placed in vertex of a square. Into account was taken proximity effect.