

PROGNOZOWANIE 15-MINUTOWEGO SZCZYTOWEGO DOBOWEGO ZAPOTRZEBOWANIA NA MOC W KSE Z WYKORZYSTANIEM METODY NAJMNIEJSZYCH KWADRATÓW

Rafał CZAPAJ¹, Jacek KAMIŃSKI², Pablo BENALCAZAR³

1. PSE Innowacje Sp. z o.o., Biuro w Katowicach
tel.: (+48) 32 257-85-62, e-mail: rafal.czapaj@pse.pl
2. Instytut Gospodarki Surowcami Mineralnymi i Energią Polskiej Akademii Nauk, Kraków
tel.: (+48) 12 617-16-64, e-mail: kaminski@min-pan.krakow.pl
3. Instytut Gospodarki Surowcami Mineralnymi i Energią Polskiej Akademii Nauk, Kraków
tel.: (+48) 12 617-16-16, e-mail: benalcazar@min-pan.krakow.pl

Streszczenie: Artykuł omawia wyniki prognozowania wygasłego 15-minutowego szczytowego zapotrzebowania na moc elektryczną w KSE. Badania przeprowadzono przy zastosowaniu klasycznej metody najmniejszych kwadratów bazując jedynie na autokorelacyjnym charakterze analizowanej wielkości (bez udziału zmiennych objaśniających). Testy symulacyjne w trybie wygasłym na dobę w przód obejmowały analizy dla wielomianu stopnia drugiego oraz trzeciego dla opóźnień od dwóch do szesnastu dob poprzedzających, a celem artykułu było dobranie najkorzystniejszej ich kombinacji. Analizowane szeregi czasowe obejmowały okres trzynastu lat oraz okres pięciu lat w podziale na dni tygodnia. Otrzymane wyniki prognoz porównano z prognozami naiwnymi. Skuteczność najkorzystniejszej wygasłej predykcji dla wielomianu trzeciego stopnia i opóźnienia 15-dobowego za pomocą klasycznej metody MNK była niższa niż dla prognoz naiwnych.

Słowa kluczowe: prognozowanie, zapotrzebowanie na moc elektryczną, obciążenie KSE, klasyczna metoda najmniejszych kwadratów błędów.

1. CEL I ZAKRES BADAŃ

Celem przeprowadzonych badań jest weryfikacja możliwości zastosowania klasycznej metody MNK w zadaniu prognozowania 15-minutowego szczytowego dobowego zapotrzebowania na moc elektryczną w Krajowym Systemie Elektroenergetycznym (KSE). Badaniom poddano szereg czasowy zapotrzebowania za okres 13 lat (od 2002 r. do 2014 r.), bez podziału na dni tygodnia i święta oraz przy zastosowaniu takiego podziału. Dodatkowo analizom został poddany 5-letni szereg czasowy reprezentujący lata od 2010 r. do 2014 r., bez uwzględnienia podziału na dni tygodnia i dni świąteczne. Szeregi czasowe poddano podstawowej analizie statystycznej, poszukując m.in. obserwacji znacząco odstających od zwyczajowych, rozkładów wielomodalnych i znaczących odchyłań reszt. Symulacje w trybie wygasłym dla kolejnej doby, bez uwzględnienia zmiennych objaśniających, wykonano dla wielomianu 2 i 3 stopnia. Wstępne badania dla wielomianów stopnia 4 i 5 zarzucono ze względu na uzyskanie prognoz o niskiej skuteczności. Opóźnienie czasowe dla, którego przeprowadzono analizę, dla zakwalifikowanych do

dalszych badań stopni wielomianu, obejmowało zakres od doby $n-3$ do doby $n-16$ dla wielomianu stopnia 2 oraz od doby $n-4$ do doby $n-16$ dla wielomianu stopnia 3. Analizę jakości uzyskanych prognoz wygasłych wykonano z wykorzystaniem średniego bezwzględnego błędu procentowego MAPE (ang. *Mean Absolute Percentage Error*).

2. KLASYCZNA METODA NAJMNIEJSZYCH KWADRATÓW (MKN)

Istnieje wiele metod szacowania liniowych modeli ekonometrycznych. Często stosowane są wymiennie nazwy Klasyczna Metoda Najmniejszych Kwadratów oraz Klasyczny Model Regresji Liniowej. Niezbędnym postulatem dotyczącym omawianej grupy metod jest zgodność estymatorów dla analizowanej metody estymacji [1]. Oprócz klasycznej metody MNK, zaprezentowanej w niniejszym opracowaniu, stosowane są metody tj. uogólniona metoda najmniejszych kwadratów Aitkena [1,2], metoda różniczki zupełnej D. Cochrane'a i G.H. Orcutt'a [1], [2], metoda największej wiarygodności [1], [3] oraz wiele innych przytaczanych w annałach literatury przedmiotu [4], [5], [6], [7]. Zaletą metody MNK jest jej skuteczność wynikająca z twierdzenia Gaussa-Markowa mówiąca, że metoda ta daje estymatory zgodne, nieobciążone i najefektywniejsze nawet bez założenia o normalności rozkładu rozpatrywanych zmiennych. Liniowy model ekonometryczny przedstawia [1] wzór (1), który po oszacowaniu przyjmuje postać opisaną [1] wzorem (2).

$$Y_n = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot X_{1t} + \alpha_2 \cdot X_{2t} + \dots + \alpha_k \cdot X_{kt} + \varepsilon_t \quad (1)$$

gdzie: Y_n - zmienna objaśniana obrazująca poziom badanego zjawiska w czasie, $X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{kt}$ - zmienne objaśniające, $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ - parametry strukturalne, ε_t - składnik losowy.

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot X_{1t} + \alpha_2 \cdot X_{2t} + \dots + \alpha_k \cdot X_{kt} \quad (2)$$

Zastosowanie metody MNK prowadzi do wyznaczenia wartości ocen $a_0, a_1, a_2, \dots, a_k$ parametrów strukturalnych $a_0, a_1, a_2, \dots, a_k$ tak, że suma kwadratów różnic pomiędzy poszczególnymi wartościami rzeczywistymi zmiennej objaśnianej Y_t a jej wartościami teoretycznymi Y_t^P otrzymanymi z modelu będzie najmniejsza (wzór 3), przy czym różnicę wartości rzeczywistych i teoretycznych określa się mianem reszty modelu [1], [8]:

$$\sum_t^1 (Y_t - Y_t^P)^2 = \min \quad (3)$$

Wektor ocen parametrów strukturalnych po przeprowadzeniu operacji matematycznych na macierzach, z wykorzystaniem klasycznej metody MNK (wzór 4) w symulacjach, jest wynikiem działań na macierzy obserwacji dokonanych na zmiennych objaśniających (wzór 5) wektorze obserwacji wykonanych dla zmiennej objaśnianej (wzór 6) [1]. Wektor ocen parametrów strukturalnych, w oparciu o twierdzenie Gaussa-Markowa posiada postać [1] określoną wzorem (7).

$$a = (X'X)^{-1} X'y \quad (4)$$

gdzie: X' - macierz transponowana, $(X'X)^{-1}$ - macierz odwrotna, y - wartość n pomiarów zapotrzebowania na moc.

$$x = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$a = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Metoda MNK, dając zawsze wynik o najmniejszej sumie kwadratów błędów, może dawać wyniki odległe od rzeczywistej linii trendu w sytuacji występowania wielu pomiarów odstających. W analizowanym przykładzie nie odnotowano takiego zjawiska, tym samym założono, że metoda nie stanowi ograniczenia dla analizowanych szeregów czasowych. Z analizowanych szeregów czasowych reprezentujących zapotrzebowanie na moc szczytową w KSE nie usuwano żadnych obserwacji, które mogłyby być uznane za odstające. Brak obserwacji, które mogłyby zostać uznane za odstające spowodował brak potrzeby ich usuwania z analizowanych szeregów czasowych.

3. ANALIZA MODELI EX ANTE

Wykonano analizę modeli prognostycznych w trybie wyprzedzającym *ex ante*. Na analizę tę składały się: weryfikacja modelu, wyznaczenie prognoz punktowych i przedziałowych oraz obliczenie mierników błędów i precyzji predykcji. Weryfikacja modelu prognostycznego zostanie zaprezentowana na przykładzie tygodnia wystąpienia trzeciej środy miesiąca lipca, będącej środą pomiarową (2014 r.). Miarami dobroci dopasowania zastosowanymi w tym przykładzie były współczynnik zmienności resztowej V_e , współczynnik determinacji liniowej R^2 . W ramach badania istotności parametrów

wykreślono wykres reszt. W kolejnym kroku wyznaczono prognozy punktowe na każdą dobę bazując na 14 wcześniejszych pomiarach wielkości zapotrzebowania

Do oceny jakości prognoz punktowych wykorzystano średni błąd predykcji S_D^T oraz względny błąd predykcji V_D^T . Wyznaczono również prognozy przedziałowe na poziomie wiarygodności 95%. Do oceny jakości prognoz przedziałowych wykorzystano precyzję predykcji D_{IT}^P oraz względną precyzję predykcji V_{IT}^P .

Szczegółowa analiza przeprowadzona została dla trzeciego tygodnia lipca 2014 r. obejmującego trzecią środę pomiarową określaną jako dzień reprezentatywny. Analizowany okres obejmował wszystkie dni tygodnia z zakresu od poniedziałku 14 lipca do niedzieli 20 lipca 2014 r. Przewidywana największa wartość współczynnika zmienności resztowej odnotowana została dla piątku (0,06), a najmniejsza dla poniedziałku, środy, czwartku i niedzieli, (0,02). Przewidywana największa wartość współczynnika determinacji liniowej odnotowana została dla niedzieli (0,9), a najmniejsza (0,06) dla piątku. Przewidywana największa ocena średniego błędu predykcji dotyczy piątku (1,562 GW), a najniższa niedzieli (0,419 GW). Największą oceną względnego błędu predykcji, na poziomie 7,21% może charakteryzować się piątek, a najmniejszą czwartek i niedziela (odpowiednio 2,00% i 2,18%). Bardzo dobre prognozy charakteryzują się poziomem <3%. Przewidywana najwyższa precyzja predykcji dotyczy niedzieli (0,923 GW), a najniższa dotyczy piątku (3,437 GW). Przewidywana największa względna precyzja predykcji dotyczy niedzieli (4,80%), a najmniejsza piątku (15,88%).

4. WYNIKI SYMULACJI EX POST

4.1. Wielomian drugiego stopnia

Wyniki symulacji dla wielomianu drugiego stopnia dla opóźnień dobowych od 3 do 9 zamieszczono w tabelicy 1, natomiast dla opóźnień dobowych od 10 do 16 w tabelicy 2, gdzie S oznacza szereg czasowy. Wnioski wynikające z obu tablic wskazują, że błędy MAPE *ex post* maleją dla każdego z analizowanych szeregów czasowych wraz ze zwiększeniem opóźnienia dobowego. Największą redukcję błędu MAPE odnotowano dla dni świątecznych (10,73%), następnie dla okresu pięcioletniego (9,13%) i dla piętnastoletniego szeregu czasowego (8,71%). Odnotowane redukcje dla pozostałych szeregów czasowych kształtują się na poziomie od ok. 2,9% do ok. 4,7%. Najmniejsze redukcje dokładności prognoz w sensie błędu MAPE wynikają z niższych wartości odnotowanych dla punktu startowego, czyli opóźnienia trzech dób. Najniższe wartości błędów MAPE odnotowano dla wtorków, śród i czwartków, odpowiednio 2,78%, 2,83% oraz 2,89%. Największymi wartościami tych błędów charakteryzowały się dni świąteczne (20,12%), okres pięcioletni (17,13%) oraz okres trzynastoletni (15,67%). Najniższe uśrednione arytmetycznie wartości błędów dla wszystkich opóźnień dobowych odnotowano dla wtorków (3,26%), następnie dla śród (3,33%) oraz dla czwartków (3,40%). Największymi wartościami uśrednionymi charakteryzuje się okres pięcioletni (12,11%), dni świąteczne (11,48%) oraz okres trzynastoletni (11,21%). Opóźnienie dobowe 13 okazało się najkorzystniejsze dla śród i czwartków, natomiast dla piątków oraz dla okresu pięcioletniego i trzynastoletniego opóźnieniem takim było opóźnienie 14. Najskuteczniejsze prognozy dla poniedziałków i sobót okazało się dla opóźnienia dobowego 15, natomiast dla wtorków, czwartków opóźnieniem tym było opóźnienie dobowe 16.

Dni świąteczne zyskały najskuteczniejsze prognozy dla opóźnienia dobowego 9.

Tablica 1. Błędy MAPE dla wielomianu stopnia 2 na podstawie dób poprzedzających od 3 do 9 dla poszczególnych okresów i typów dni

S	Błąd MAPE [%] dla dób poprzedzających						
	3	4	5	6	7	8	9
13 l.	15,11	13,38	11,70	13,69	15,67	11,89	12,65
5 l.	17,13	15,60	13,51	10,90	12,43	13,41	14,40
Pn.	6,84	4,98	4,25	3,83	3,68	3,50	3,42
Wt.	5,85	4,32	3,61	3,25	3,06	2,93	2,88
Śr.	5,73	4,37	3,69	3,44	3,25	3,06	3,00
Cz.	6,01	4,51	3,81	3,48	3,21	3,08	2,98
Pt.	8,16	6,21	5,11	4,68	4,29	4,07	3,97
Sb.	7,72	5,66	4,69	4,07	3,73	3,44	3,35
Nd.	6,77	4,61	3,94	3,58	3,35	3,24	3,19
Św.	20,12	15,48	12,82	11,67	11,12	10,24	9,39

Tablica 2. Błędy MAPE dla wielomianu stopnia 2 na podstawie dób poprzedzających od 10 do 16 dla poszczególnych okresów i typów dni

S	Błąd MAPE [%] dla dób poprzedzających						
	10	11	12	13	14	15	16
13 lat	11,99	10,74	9,26	7,87	6,96	7,59	8,41
5 lat	13,77	12,36	10,63	9,06	8,00	8,70	9,67
Pn.	3,35	3,29	3,26	3,22	3,22	3,21	3,22
Wt.	2,84	2,81	2,84	2,81	2,82	2,81	2,78
Śr.	2,90	2,84	2,88	2,83	2,86	2,88	2,91
Cz.	2,99	2,94	2,94	2,89	2,91	2,91	2,89
Pt.	3,87	3,74	3,65	3,55	3,52	3,52	3,56
Sb.	3,36	3,22	3,19	3,11	3,10	3,06	3,08
Nd.	3,13	3,07	3,07	3,05	3,07	3,07	3,09
Św.	9,72	10,22	10,48	10,12	10,06	9,82	9,46

Wyniki symulacji dla wielomianu trzeciego stopnia dla opóźnień dobowych od 3 do 9 zamieszczono w tablicy 3, natomiast dla opóźnień dobowych od 10 do 16 w tablicy 4, gdzie S oznacza szereg czasowy. Wnioski wynikające z obu tablic wskazują, że błędy MAPE *ex post* maleją dla każdego z analizowanych szeregów czasowych wraz ze zwiększeniem opóźnienia dobowego. Największą redukcję błędu MAPE odnotowano dla dni świątecznych (29,85%), następnie dla okresu pięcioletniego (21,40%) i dla piętnastoletniego szeregu czasowego (20,09%). Odnotowane redukcje dla pozostałych szeregów czasowych kształtują się na poziomie od ok. 11,9% do ok. 7,8%. Najmniejsze redukcje dokładności prognoz w sensie błędu MAPE wynikają z niższych wartości odnotowanych dla punktu startowego, czyli opóźnień trzech dób. Najniższe wartości błędów MAPE odnotowano dla wtorków, śród i czwartków, odpowiednio 2,73%, 2,76% oraz 2,81%. Największymi wartościami tych błędów charakteryzowały się dni świąteczne (36,30%), okres pięcioletni (29,62%) oraz okres trzynastoletni (27,19%). Najniższe uśrednione arytmetycznie wartości błędów dla wszystkich opóźnień dobowych odnotowano dla wtorków (4,57%), następnie dla śród (4,67%) oraz dla czwartków (4,77%). Największymi wartościami uśrednionymi charakteryzuje się okres pięcioletni (17,16%), dni świąteczne (15,67%) oraz okres trzynastoletni (15,05%). Opóźnienie dobowe 15 okazało się najkorzystniejsze dla wszystkich analizowanych szeregów czasowych.

Zastosowanie wielomianu trzeciego stopnia okazało się być korzystniejsze w większości analizowanych szeregów czasowych i dotyczyło wszystkich typów dni analizowanych oddzielnie. Największym zwiększeniem skuteczności prognoz, pomiędzy wielomianem stopnia drugiego i stopnia trzeciego charakteryzowały się dni świąteczne (redukcja błędu o 3,01% na korzyść wielomianu trzeciego).

Tablica 3. Błędy MAPE dla wielomianu stopnia 3 na podstawie dób poprzedzających od 3 do 9 dla poszczególnych okresów i typów dni

S	Błąd MAPE [%] dla dób poprzedzających						
	3	4	5	6	7	8	9
13 l.	-	27,19	21,05	19,91	15,30	12,90	14,10
5 l.	-	29,62	24,30	23,01	16,75	15,19	16,56
Pn.	-	12,79	8,24	6,57	5,60	5,08	4,68
Wt.	-	10,82	7,20	5,53	4,76	4,24	3,90
Śr.	-	10,57	7,17	5,53	4,95	4,42	4,06
Cz.	-	11,04	7,50	5,81	5,10	4,46	4,09
Pt.	-	15,17	10,46	8,06	6,86	5,96	5,41
Sb.	-	14,37	9,68	7,27	6,11	5,47	4,65
Nd.	-	12,37	7,77	5,98	5,20	4,64	4,24
Św.	-	36,30	24,79	20,91	16,92	15,12	14,24

Tablica 4. Błędy MAPE dla wielomianu stopnia 3 na podstawie dób poprzedzających od 10 do 16 dla poszczególnych okresów i typów dni

S	Błąd MAPE [%] dla dób poprzedzających						
	10	11	12	13	14	15	16
13 l.	14,69	14,77	14,24	13,60	12,42	7,10	8,32
5 l.	17,18	17,16	16,04	15,40	14,16	8,22	9,51
Pn.	4,40	4,23	4,06	3,96	3,84	3,01	3,61
Wt.	3,66	3,53	3,37	3,32	3,25	2,73	3,15
Śr.	3,88	3,75	3,61	3,49	3,34	2,76	3,22
Cz.	3,79	3,66	3,60	3,52	3,40	2,81	3,28
Pt.	5,12	4,97	4,78	4,59	4,45	3,28	4,12
Sb.	4,22	4,18	4,03	3,94	3,81	3,03	3,57
Nd.	4,04	3,93	3,80	3,71	3,55	3,03	3,43
Św.	12,50	12,11	11,84	10,68	9,99	6,45	11,91

4.2. Ocena *ex ante* vs *ex post*

Oceny *ex ante* z okresu od 14 do 20 lipca 2014 r. porównano z otrzymanymi wygasłymi prognozami *ex post* dla tego samego okresu. Najniższe wartości błędów MAPE *ex post* dla wielomianu stopnia trzeciego i opóźnienia 15 zawarte były w 95% przedziale ufności wyznaczonym *ex ante* dla czterech spośród siedmiu dni tygodnia tj. dla wtorku, środy, piątku i soboty. W przypadku poniedziałku, czwartku i niedzieli doszło do niższego zapotrzebowania niż wartości wyznaczone przez przedział ufności. Zapotrzebowanie na moc szczytową w poniedziałek 14 lipca 2014 r. było o 278,38 MW niższe od lewego końca przedziału ufności. W odniesieniu do czwartku 17 lipca 2014 r. rzeczywiste zapotrzebowanie było niższe o 1 212,85 MW od lewego końca przedziału ufności, natomiast dla niedzieli 20 lipca 2014 r. różnica ta wyniosła aż 2 081,16 MW. Szczegółowe wartości prognoz i uzyskanych błędów MAPE dla analizowanego tygodnia przedstawiają się w sposób następujący: 20 791,28 MW (0,52%), 20 956,61 MW (1,67%), 20 963,20 MW (1,69%), 20 837,55 MW (3,13%), 20 541,70 MW (5,39%), 18 267,16 MW (4,78%), 16 234,18 MW (3,56%). W tym okresie jako zadowalającą precyzję prognoz wygasłych

należy uznać jedynie prognozy wyznaczone dla poniedziałku, wtorku i środy.

4.3. Prognozy naiwne

W celu porównania najkorzystniejszych wyników prognoz wygasłych, ocenionych za pomocą miernika MAPE, uzyskanych dla wielomianu stopnia drugiego i opóźnienia dobowego 15, opracowano prognozy wygasłe z opóźnieniem tygodniowym. Kolejne dni tygodnia każdorazowo dały wynik korzystniejszy dla prognoz naiwnych. Skuteczność metody naiwnej dla dni od poniedziałku do niedzieli była korzystniejsza odpowiednio o 0,50%, 0,52%, 0,50%, 0,49%, 0,29%, 0,26%, 0,54%. Dla szeregu czasowego trzynastoletniego metoda naiwna była skuteczniejsza o 3,51%, a dla pięcioletniego o 4,47%. Jedynie w przypadku szeregu czasowego dla dni świątecznych metoda naiwna okazała się mniej skuteczna od metody MNK dla wielomianu trzeciego stopnia o 0,47%.

5. WNIOSKI

Przeprowadzone analizy symulacyjne wykazały, że dla klasycznej metody MNK i zastosowania jedynie historycznej informacji o kształtowaniu się poszczególnych szeregów czasowych większą skuteczność uzyskiwanych prognoz wygasłych otrzymuje się przy zastosowaniu wielomianu stopnia trzeciego w porównaniu do wielomianu stopnia drugiego. Zastosowanie wielomianu stopnia drugiego dawało najskuteczniejsze prognozy wygasłe dla opóźnień dobowych 9, 13-16. W odniesieniu do wielomianu stopnia trzeciego wszystkie najskuteczniejsze prognozy uzyskano dla opóźnienia dobowego 15. Uzyskana skuteczność dla wielomianu stopnia drugiego była niewiele wyższa dla kolejnych dni tygodnia, odpowiednio: 0,20%, 0,05%, 0,07%, 0,08%, 0,24%, 0,03%, 0,02%. Znaczącą poprawę skuteczności uzyskano jedynie dla dni świątecznych i wyniosła ona 3,01%. Zastosowanie wielomianu stopnia trzeciego dało wyniki o niższej skuteczności w porównaniu do wielomianu stopnia drugiego jedynie dla szeregu czasowego trzynastoletniego i pięcioletniego, odpowiednio o 0,14% i 0,22%. Zastosowanie metody naiwnej dla opóźnienia siedmiu dób i porównanie jej wyników z analogicznymi wynikami dla metody MNK i wielomianu stopnia trzeciego każdorazowo dało wyniki korzystniejsze dla metody naiwnej. Uzyskane korzystniejsze różnice w skuteczności wyrażonej błędami MAPE dla metody naiwnej dla kolejnych dni tygodnia kształtowały odpowiednio na poziomie 0,50%, 0,52%, 0,50%, 0,49%, 0,29%, 0,26%, 0,54%. Dla szeregu czasowego trzynastoletniego i pięcioletniego uzyskano skuteczność większą odpowiednio o 3,51% i 4,47%. Uzyskany

korzystniejszy wynik dla dni świątecznych o 0,47% na rzecz metody MNK należy uznać za nieznaczący wyjątek na tle pozostałych wyników.

Podsumowując uzyskane wyniki symulacji dla klasycznej metody MNK należy odnotować, że zastosowanie wielomianu stopnia trzeciego daje wyższą skuteczność prognoz wygasłych w porównaniu do wielomianu stopnia drugiego. Uzyskane wyniki symulacji na tle metody naiwnej oraz na tle skuteczności prognoz uzyskiwanych przy wykorzystaniu bardziej wyrafinowanych metod dostępnych w literaturze przedmiotu należy uznać za zbyt niskie do zastosowań praktycznych. Prognozy tego rodzaju mogą stanowić co najwyżej dodatkowy model, który wchodziłby w skład modeli grupowych. Uzyskana niska skuteczność prognoz wygasłych opisywanych przy pomocy błędu MAPE może wynikać z zastosowanego podejścia polegającego na uwzględnieniu jedynie autoregresyjnej informacji o historycznym kształtowaniu się poszczególnych szeregów czasowych. Dalsze badania mogą skupić się tym samym na uwzględnieniu zmiennych objaśniających, które pozwolą zwiększyć skuteczność uzyskiwanych prognoz. Do zmiennych tych można zaliczyć zmienne opisujące pomiary i obserwacje parametrów meteorologicznych. Tym samym możliwe będzie pełniejsze wykorzystanie wysokiej skuteczności oferowanej przez algorytm klasycznej metody MNK.

6. BIBLIOGRAFIA

1. Czyżycki R., Klóska R.: *Ekonometria i prognozowanie zjawisk ekonomicznych w przykładach i zadaniach*, Economicus, Szczecin, 2011, s. 30-31.
2. Pawłowski Z.: *Elementy ekonometrii*, PWN, Warszawa, 1981, s. 186, 209-212, 224-229.
3. Romejko A.: *Estymacja liniowego modelu wydatków metodą największej wiarygodności*, Wiadomości Statystyczne, Nr 75, s. 11-14.
4. Hellwig Z.: *O jakości modelu ekonometrycznego. Część II. Estymacja*, Przegląd Statystyczny 1985 Nr 4, PWN, Warszawa, 1986, s. 297.
5. Kolupa M.: *Metody estymacji modeli ekonometrycznych*, PWE, Warszawa, 1974.
6. Milo W.: *Nieliniowe modele ekonometryczne*, PWN, Warszawa, 1990.
7. Grabiński T., Wydymus S.: *Szacowanie liniowych funkcji trendu metodą najmniejszych kwadratów przy pomocy wzorów uproszczonych*, Wiadomości Statystyczne Nr 4 1975, GUS, Warszawa, 1975, s. 20.
8. Jajuga K. (red.): *Ekonometria. Metody i analiza problemów ekonomicznych*, Akademia Ekonomiczna, Wrocław, 2002, s. 59.

FORECASTING A 15-MINUTE PEAK DEMAND IN THE POLISH NATIONAL POWER SYSTEM WITH USING THE METHOD OF THE LEAST SQUARES

The paper discusses the results of forecasting the expired 15-minute peak demand for electrical power in the Polish National Power System. The research was carried out using the classical method of least squares based only on the autoregressive character of the analyzed time series, without the participation of explanatory variables. Simulation tests included analyzes for the second and third degree polynomial for delays from two to sixteen preceding days, and the purpose of the article was to select the most favorable combinations thereof. The analyzed time series included a period of thirteen years, a period of five years divided into days of the week. The obtained results of expired forecasts were compared with naive forecasts. The effectiveness of the most favorable expired prediction for the third degree polynomial and the 15 day delay with the classical method of least squares was lower than for the naive prognoses.

Keywords: Electricity Demand Forecasting, National Power System Load, Least Squares Method.