

Michał KRASODOMSKI

POLITECHNIKA SZCZECIŃSKA, WYDZIAŁ ELEKTRYCZNY

Minimalizacyjna metoda kompensacji przy zastosowaniu przetworników dynamicznych

mgr inż. Michał KRASODOMSKI

Uzyskał w 2004 roku, na Wydziale Elektrycznym Politechniki Szczecińskiej tytuł magistra inżyniera w specjalności Automatyka Przemysłowa. Obecnie jest uczestnikiem studiów doktoranckich na Wydziale Elektrycznym Politechniki Szczecińskiej. Zajmuje się przetwarzaniem sygnałów, pomiarami i identyfikacją.



e-mail: 600265326@eranet.pl

Streszczenie

W artykule przeprowadzono analizę matematyczną równoległej struktury kompensacyjnej zbudowanej z przetworników opartych na modelu Wienera-Hammersteina. Modele te uwzględniają powstawanie błędów addytywnych i multiplikatywnych. Rozważono wpływ wrażliwości przetworników na jakość przetwarzania sygnałów przez strukturę. Omówiono podejście klasyczne do problemu kompensacji i zaproponowano dwa niekonwencjonalne podejścia. Wyniki analizy zweryfikowano symulacyjnie wykorzystując przetworniki dynamiczne. Uzyskano zadowalające rezultaty.

Słowa kluczowe: przetwarzanie sygnałów, kompensacja, model przetwornika.

Minimization method of compensation for dynamic sensors

Abstract

Article focuses on problem of signal processing applying parallel compensation structure. Models of sensors are Wiener-Hammerstein models, additionally taking, mechanism of additive and multiplicative errors arising, into consideration. Influence of sensors sensitivities on signal processing quality is discussed. Classic approach to compensation is presented and two unconventional methods are proposed. Mathematical analysis of problem is verified with simulations. Two types of dynamic sensors are applied in compensation structure. Results turn out to be satisfying.

Keywords: signal processing, compensation, sensor model.

1. Wstęp

Zagadnienie jakości przetwarzania sygnałów w obecności niemierzalnych zakłóceń jest istotnym problemem podczas identyfikacji, sterowania i w zastosowaniach przemysłowych. Lepsza jakość przetwarzania sygnałów skutkuje dokładniejszą identyfikacją obiektów, obniżeniem kosztów eksploatacji i podwyższeniem jakości końcowego produktu lub parametrów jego pracy.

2. Model przetwornika i równoległa struktura kompensacyjna

Model przetwornika oparty na modelu Wienera-Hammersteina [1] przedstawiony jest na Rys.1. Uwzględnia on powstawanie błędów addytywnego i multiplikatywnego [4], [5]. Oba te błędy powstają od sygnału zakłócającego $z(t)$.

Działanie przetwornika opisuje równanie (1)

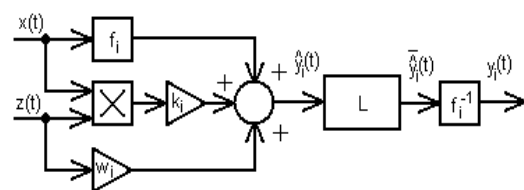
$$y_i = f_i^{-1}(\bar{y}_i) = f_i^{-1}(L(\hat{y}_i)) = f_i^{-1}(L(f_i(x(t)) + w_i \cdot z(t) + k_i \cdot x(t) \cdot z(t))), \quad (1)$$

gdzie: $x(t)$ - przetwarzany sygnał, $z(t)$ - sygnał zakłócający, f_i - funkcja przetwarzania sygnału $x(t)$, k_i - wrażliwość na błąd multiplikatywny, w_i - wrażliwość na błąd addytywny, $\hat{y}_i(t)$ - przetwarzany sygnał wraz z błędami, L - człon dynamiczny, $\bar{y}_i(t)$ - uśredniony sygnał \hat{y}_i , f_i^{-1} - funkcja odwrotna do funkcji f_i , skaluje wskazania przetwornika, $y_i(t)$ - sygnał wyjściowy przetwornika.

W celu przeprowadzenia analizy matematycznej poczyniono następujące założenia upraszczające. Funkcja f_i jest funkcją liniową $f_i(x(t))=x(t)$. Stąd funkcja odwrotna także jest funkcją liniową $f_i^{-1}(x(t))=x(t)$. Przetwornik nie posiada właściwości dynamicznych.

Równanie (2) uwzględnia powyższe założenia i opisuje działanie uproszczonego modelu przetwornika

$$y_i = \bar{y}_i = \hat{y}_i = x(t) + w_i \cdot z(t) + k_i \cdot x(t) \cdot z(t), \quad (2)$$

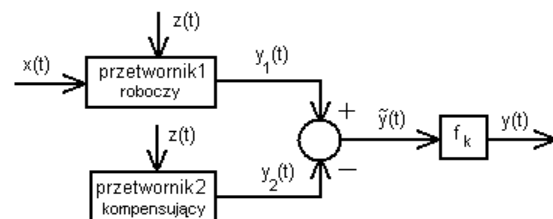


Rys.1. Model przetwornika

Fig. 1. Sensor model

gdzie: $x(t)$ - składnik zawierający sygnał przetwarzany $x(t)$, $w_i \cdot z(t)$ - błąd addytywny, $k_i \cdot x(t) \cdot z(t)$ - błąd multiplikatywny.

Równoległa struktura kompensacyjna została przedstawiona na Rys.2.



Rys.2. Struktura kompensacyjna równoległa

Fig. 2. Parallel compensation structure

Składa się ona z dwóch przetworników. Sygnał zakłócający $z(t)$ wpływa na obydwa przetworniki, podczas gdy sygnał przetwarzany $x(t)$ wpływa tylko na przetwornik 1, który można nazwać przetwornikiem roboczym. Przetwornik 2 można nazwać przetwornikiem kompensującym. Sygnał y_2 jest odejmowany od sygnału y_1 w celu skompensowania zakłóceń i otrzymania sygnału $y_i(t)$ jak najbardziej wiernego sygnałowi $x(t)$. Funkcja f_k jest uogólnioną funkcją kalibrującą. W strukturze omawianego typu jest to funkcja liniowa opisana równaniem (3)

$$y(t) = f_k(\tilde{y}(t)) = \tilde{y}(t). \quad (3)$$

Działanie przetwornika 1 jest opisane równaniem (4)

$$y_1 = f_1(x(t)) + w_1 \cdot z(t) + k_1 \cdot x(t) \cdot z(t) = x(t) + w_1 \cdot z(t) + k_1 \cdot x(t) \cdot z(t). \quad (4)$$

Działanie przetwornika 2 jest opisane równaniem (5)

$$y_2 = f_2(x(t)) + w_2 \cdot z(t) + k_2 \cdot x(t) \cdot z(t) = x(t) + w_2 \cdot z(t) + k_2 \cdot x(t) \cdot z(t). \quad (5)$$

Przetwarzany sygnał $x(t)$ nie wpływa na przetwornik 2, więc dla przetwornika 2 prawdziwe jest podstawienie (6)

$$x(t) = 0, \quad (6)$$

stąd

$$y_2 = f_2(0) + w_2 \cdot z(t) + k_2 \cdot 0 \cdot z(t) = w_2 \cdot z(t). \quad (7)$$

W rezultacie sygnał wyjściowy struktury kompensacyjnej opisany jest równaniem (8)

$$\begin{aligned} y &= \tilde{y} = y_1 - y_2 = \\ &= x(t) + w_1 \cdot z(t) + k_1 \cdot x(t) \cdot z(t) - w_2 \cdot z(t) = \\ &= x(t) + (w_1 - w_2) \cdot z(t) + k_1 \cdot x(t) \cdot z(t). \end{aligned} \quad (8)$$

3. Klasyczna metoda kompensacji

Celem klasycznej metody kompensacji jest wyeliminowanie błędu addytywnego przez zastosowanie przetworników o równych sobie wrażliwościach w_1 i w_2 - warunek (9)

$$w_1 = w_2. \quad (9)$$

Wtedy sygnał wyjściowy struktury kompensacyjnej opisany jest równaniem (10)

$$\begin{aligned} y &= x(t) + (w_1 - w_2) \cdot z(t) + k_1 \cdot x(t) \cdot z(t) = \\ &= x(t) + 0 \cdot z(t) + k_1 \cdot x(t) \cdot z(t) = x(t) + k_1 \cdot x(t) \cdot z(t). \end{aligned} \quad (10)$$

Metoda ta posiada jednak następującą wadę: błąd multiplikatywny pozostaje nieskompensowany. Nie jest to więc najlepszy możliwy sposób kompensacji błędu całkowitego, to znaczy sumy błędu addytywnego i multiplikatywnego. Lepsza okazuje się proponowana niekonwencjonalna metoda – metoda minimalizacyjna.

4. Minimalizacyjna metoda kompensacji

W praktyce, jeśli przyjąć odpowiednio dużą dokładność, okazuje się, że bardzo trudno o identyczne przetworniki. Dlatego też w rzeczywistości bardzo rzadko można skompensować błąd addytywny w sposób idealny.

Niedokładnie skompensowany błąd addytywny będzie oddziaływał wzajemnie z nieskompensowanym błędem multiplikatywnym. W efekcie błąd całkowity może ulec zwiększeniu albo zmniejszeniu.

Korzystając z równania (8), błąd całkowity można opisać równaniem (11)

$$e(t) = y(t) - x(t) = z(t) \cdot (w_1 - w_2 + k_1 x(t)). \quad (11)$$

W celu oceny jakości przetwarzania sygnału $x(t)$ wprowadzono kwadratowe kryterium J zdefiniowane równaniem (12)

$$J = \int_0^{t_s} e^2(t) dt. \quad (12)$$

Najlepszą jakość przetwarzania sygnału $x(t)$ osiąga się, gdy kryterium J osiąga wartość minimalną.

Okazuje się, że kryterium $J(w_2)$ jest funkcją kwadratową (13)

$$J(w_2) = \beta_1 w_2^2 - 2(w_1 \beta_1 + k_1 \beta_2) w_2 + w_1^2 \beta_1 + 2w_1 k_1 \beta_2 + k_1^2 \beta_3 \quad (13)$$

gdzie

$$\beta_1 = \int_0^{t_s} z^2(t) dt \quad (14)$$

$$\beta_2 = \int_0^{t_s} x(t) z^2(t) dt \quad (15)$$

$$\beta_3 = \int_0^{t_s} x^2(t) z^2(t) dt \quad (16)$$

oraz

$$\beta_1, \beta_3 > 0 \quad \forall x(t), z(t) \neq 0. \quad (17)$$

Dokonawszy analizy wyznaczono właściwe minimum globalne $J(w_2)$ opisane wyrażeniem (18)

$$\left(w_2 = w_1 + k_1 \frac{\beta_2}{\beta_1}; k_1^2 \left(\beta_3 - \frac{\beta_2^2}{\beta_1} \right) \right) \quad (18)$$

gdzie

$$\beta_2^2 / \beta_1 \leq \beta_3, \beta_1 \neq 0 \quad \forall z(t) \neq 0. \quad (19)$$

W szczególnym przypadku, jeżeli spełniona jest równość (20)

$$\beta_2^2 / \beta_1 = \beta_3, \quad (20)$$

wtedy prawdziwa jest równość (21)

$$\min J(w_2) = 0. \quad (21)$$

Równość (21) jest ważna, ponieważ dowodzi, że w szczególnym przypadku, gdy wrażliwość na błąd addytywny przetwornika kompensującego jest wystarczająco dokładnie wyznaczona, błąd całkowity może zostać skompensowany do zera. Inaczej ujmując – oba błędy: addytywny i multiplikatywny zostaną skompensowane do zera.

Podstawiając (14), (15) i (16) do (18) otrzymuje się postać rozwiniętą (22) wzoru opisującego optymalną wrażliwość w_2

$$w_2 = w_1 + k_1 \frac{\int_0^{t_s} x(t) z^2(t) dt}{\int_0^{t_s} z^2(t) dt}. \quad (22)$$

5. Uproszczona minimalizacyjna metoda kompensacji

Definicję uogólnionej operacji uśredniającej dla funkcji ciągłej przedstawia wzór (23)

$$\bar{x}(t) = \frac{\int_0^t x(\tau)q(\tau)d\tau}{\int_0^t q(\tau)d\tau}, \quad (23)$$

gdzie $q(\tau)$ - funkcja wagowa ciągła, spełniająca jest warunek (24)

$$0 < \int_0^t q(\tau)d\tau < \infty. \quad (24)$$

W szczególnym przypadku, jeżeli

$$q(\tau) \equiv 1, \quad (25)$$

to

$$\bar{x}(t) = \frac{1}{t} \int_0^t x(\tau)d\tau. \quad (26)$$

Funkcja $z^2(t)$ spełnia warunek (24) dla funkcji wagowej. Dlatego wykonać można przekształcenie (27)

$$w_2 = w_1 + k_1 \frac{\int_0^{t_s} x(t)z^2(t)dt}{\int_0^{t_s} z^2(t)dt} = w_1 + k_1 \cdot \bar{x}(t). \quad (27)$$

Ponieważ wzór (22) zawiera złożone obliczenia, a procedury numeryczne zawsze mają ograniczoną dokładność, w praktyce bardziej właściwy od wzoru (27) będzie wzór (28)

$$w_2 = w_1 + k_1 \frac{\int_0^{t_s} x(t)z^2(t)dt}{\int_0^{t_s} z^2(t)dt} \approx w_1 + k_1 \cdot \bar{x}(t). \quad (28)$$

Pamiętając o powyższej uwadze, stosowane będzie podstawienie (29)

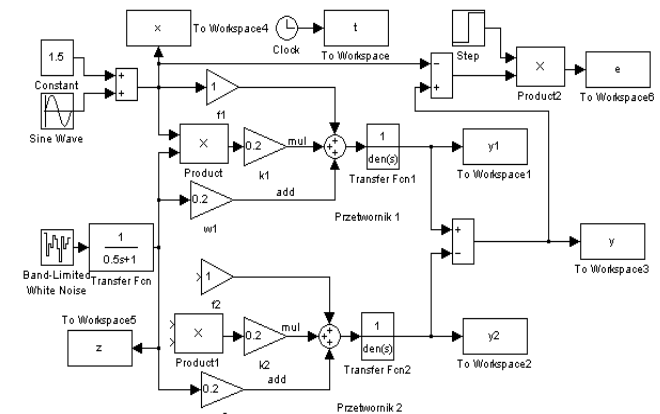
$$w_2 = w_1 + k_1 \cdot \bar{x}(t). \quad (29)$$

Odkrycie zależności (27) i (28) oraz stosowanie (29) bardzo upraszcza problem wyznaczenia optymalnej wartości wrażliwości w_2 , dla której kryterium J osiąga minimum. Nie jest niezbędna znajomość sygnału zakłócającego $z(t)$. Nie ma potrzeby wykonywania złożonych operacji całkowania podczas trwania całego eksperymentu, aby wyznaczyć optymalną wartość wrażliwości w_2 . Opierając się na zależności (29), konieczna i wystarczająca jest znajomość wartości średniej $\bar{x}(t)$ sygnału $x(t)$. Jest ona dużo łatwiejsza do wyznaczenia, oszacowania lub predykcji na podstawie posiadanej wstępnych informacji o sygnale $x(t)$.

6. Weryfikacja eksperymentalna

Eksperymenty przeprowadzono w środowisku Matlab-Simulink w układzie przedstawionym na Rys.3. Przyjęto następujące warunki przeprowadzania eksperymentów: czas trwania eksperymentu $t_s = 10s$, $w_1 = 0.2$, $k_1 = 0.2$, $x(t) = \sin(t) + 1.5$, $z(t)$ – biały szum przetworzony przez inercję pierwszego rzędu o stałej czasowej 0.5. Odczyt sygnału błędu $e(t)$ i obliczanie kryterium J zaczyna się po 1.5 sekundy od początku eksperymentu. Pozwala to przetwornikowi osiągnąć stan quasi-ustalony, w którym składowa przejściowa odpowiedzi spowodowa-

wana podaniem niezerowego sygnału $x(t)$ i właściwościami dynamicznymi przetwornika uległa zanikowi. Jest to stan normalnej pracy po zakończeniu „rozruchu” przetwornika.



Rys.3. Szczegółowy schemat układu
Fig. 3. Details of system

Zastosowano dwa typy przetworników. Z każdym typem przeprowadzono po cztery eksperymenty.

Eksperyment pierwszy. Przetwarzanie sygnału $x(t)$ bez kompensacji. Przetwarzany sygnał przechodzi tylko przez jeden przetwornik, wrażliwość $w_2=0$.

Eksperyment drugi. Kompensacja klasyczna. Spełniona jest równość (9). Jedynie błąd addytywny jest kompensowany, natomiast błąd multiplikatywny pozostaje bez zmian.

Eksperyment trzeci. Kompensacja minimalizacyjna. Najpierw wyznaczone zostają wartości: $\beta_1 = 0.4228$, $\beta_2 = 0.8124$. Korzystając ze wzoru (22) wyznaczona zostaje optymalna wartość wrażliwości w_2

$$w_2 = 0.5843. \quad (30)$$

Dopiero wtedy przeprowadza się właściwy eksperyment.

Eksperyment czwarty. Uproszczona kompensacja minimalizacyjna. Najpierw wyznaczona zostaje wartość średnia $\bar{x}(t)$. Następnie wyznaczona zostaje optymalna wartość wrażliwości w_2

$$w_2 = 0.5368. \quad (31)$$

Przeprowadza się eksperyment z wykorzystaniem wartości (31).

Wyniki eksperymentów przedstawiono w Tab.1 i Tab.2. Im mniejsza jest wartość kryterium J , tym lepszą jakość przetwarzania uzyskano.

Przetworniki z inercją pierwszego rzędu.

Działanie przetwornika opisane jest wzorem (1), w którym blokiem dynamicznym jest inercja pierwszego rzędu opisana transmitancją (32)

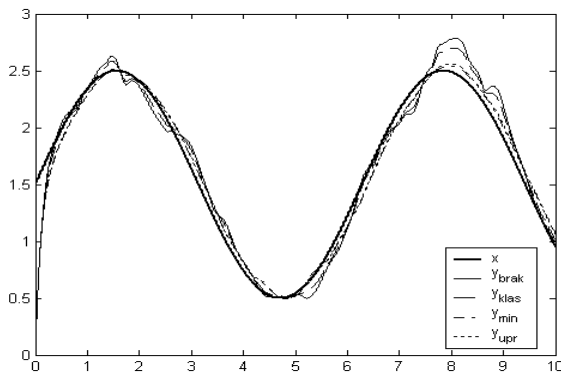
$$L(s) = \frac{1}{1+0.1s} \quad (32)$$

Wyniki eksperymentów przedstawiono w Tab.1.

Tab. 1. Wyniki eksperymentów
Tab. 1. Experiments results

Eksperyment	1	2	3	4
metoda kompensacji	brak	klasyczna	minimalizacyjna	uproszczona minimalizacyjna
kryterium J	158,18	96,54	47,99	49,01

Wykresy sygnałów otrzymanych w eksperymentach 1, 2, 3, 4 przedstawiono na Rys.4.



Rys.4. Sygnały w eksperymentach 1, 2, 3, 4
Fig. 4. Signals in experiments 1, 2, 3, 4

Przetworniki z inercją drugiego rzędu.

Działanie przetwornika opisane jest wzorem (1), w którym blokiem dynamicznym jest inercja drugiego rzędu opisana transmitancją (33)

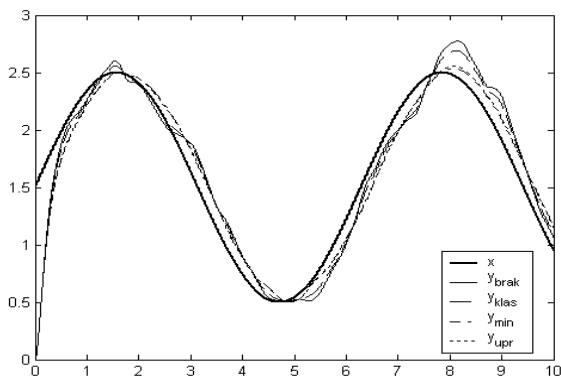
$$L(s) = \frac{1}{0.01s^2 + 0.2s + 1} = \frac{1}{(1 + 0.1s)^2} \quad (33)$$

Wyniki eksperymentów przedstawiono w Tab. 2.

Tab. 2. Wyniki eksperymentów
Tab. 2. Experiments results

Eksperyment	5	6	7	8
metoda kompensacji	brak	klasyczna	minimalizacyjna	uproszczona minimalizacyjna
kryterium J	283.03	223.94	172.61	174.52

Wykresy sygnałów otrzymanych w eksperymentach 5, 6, 7, 8 przedstawiono na Rys.5.



Rys.5. Sygnały w eksperymentach 5, 6, 7, 8
Fig. 5. Signals in experiments 5, 6, 7, 8

7. Wnioski

Wyniki przeprowadzonych eksperymentów wykazują zalety minimalizacyjnej i uproszczonej minimalizacyjnej metody kompensacji. Obie te metody są skuteczniejsze od metody klasycznej oraz przetwarzania bez kompensacji. Metoda minimalizacyjna posiada wadę polegającą na tym, że trzeba zmierzyć, oszacować lub przewidzieć wartości wyrażen β_1 , β_2 . Wada ta wyeliminowana jest w uproszczonej minimalizacyjnej metodzie kompensacji. Konieczna jest jedynie znajomość wartości $\bar{x}(t)$. Wyrażenie (28) oraz ograniczona dokładność

obliczeń numerycznych koniecznych do obliczenia wartości wyrażenia (22), tłumaczy pewną różnicę wartości wrażliwości w_2 otrzymanych w eksperymentach 3, 4 oraz 7, 8. Różnica względna tych wartości wynosi

$$\frac{0.5843 - 0.5368}{0.5843} \approx 8.1\% \quad (34)$$

Ponieważ optymalna wartość wrażliwości w_2 obliczona jest z ograniczoną dokładnością, wartości kryterium J otrzymane w eksperymentach 4 i 8 są nieco większe niż odpowiednio w eksperymentach 3 i 7. Różnica ta jednak pozostaje niewielka w porównaniu z wartościami kryterium J otrzymanymi odpowiednio w eksperymentach 1 i 2 oraz 5 i 6. Dzięki temu, że funkcja $J(w_2)$ jest parabolą o ramionach skierowanych ku górze, a optymalna wartość w_2 jest jej minimum – odchyłki wartości w_2 nie powodują znacznego wzrostu wartości kryterium J , to znaczy pogorszenia jakości przetwarzania.

Wartości kryterium J otrzymane w eksperymentach 3 i 4 stanowią około 51% wartości kryterium J otrzymanej w eksperymentach 2 oraz tylko 31% wartości kryterium J otrzymanej w eksperymentach 1. Wartości kryterium J otrzymane w eksperymentach 7 i 8 stanowią około 78% wartości kryterium J otrzymanej w eksperymentach 6 oraz tylko 62% wartości kryterium J otrzymanej w eksperymentach 5.

Tak więc jakość przetwarzania sygnałów przy zastosowaniu metod minimalizacyjnych jest około dwukrotnie lepsza niż przy zastosowaniu metod klasycznych. Różnica między odpowiednimi stosunkami procentowymi spowodowana jest zastosowaniem różnych bloków dynamicznych w przetwornikach.

Obie minimalizacyjne metody kompensacji – nieuproszczona i uproszczona – są efektywne przy zastosowaniu przetworników zarówno bez dynamiki, jak i z dynamiką. Błąd addytywny znosi się z błędem multiplikatywnym dzięki czemu jakość przetwarzania sygnałów ulega poprawie.

8. Literatura

- [1] Krasodomski M.: "Nonlinear Measuring Sensors Influence on Object Identification Quality", IMTC 2005 – Instrumentation and Measurement Technology Conference, Ottawa, Canada, 17-19 May 2005.
- [2] Kaszyński R., Krasodomski M.: "Input signal constant component absolute value in connection with nonlinear sensors and identification quality.", IMACS 2005 World Congress – Scientific Computation, Applied Mathematics and Simulation, Paris, France, 11-15.07.2005.
- [3] Krasodomski M.: "Nonlinear Sensor Operation in Dynamic Conditions", ASIS 2005 27th Autumn International Colloquium Píerov, September 6 – 8, 2005, Czech Republic.
- [4] Kaszyński R., Krasodomski M.: "Signal Processing With Compensation – Always Better?". IMTC 2006 – Instrumentation and Measurement Technology Conference, Sorrento, Italy 24-27 April 2006.
- [5] Krasodomski M.: "Unconventional Application of Parallel Compensation Structure". The 13th IEEE Mediterranean Electrotechnical Conference, May 16-19, 2006, Torremolinos (Málaga), SPAIN.
- [6] Kazimierz Mańczak, Zbigniew Nahorski: "Komputerowa identyfikacja obiektów dynamicznych.", PWN Warszawa 1983.
- [7] Ljung L.: System identification – Theory for the User. Prentice-Hall, 1999.
- [8] Heinz Unbehauen, Ganti Prasada Rao: Identification of Continuous Systems, North-Holland systems and control series; v.10
- [9] Billings S.A., Fakhouri S.Y.: Identification of systems containing linear dynamic and static non-linear elements, Automatica, Vol18, No.1, 1982, pp. 15-26.
- [10] Boćkowska M., Orłowski M., Żuchowski A.: About a certain method to obtain parameters of simplified, linear dynamics models. PAK 12/1994.
- [11] Söderström, Stoica: System identification. Prentice Hall. Englewood Cliffs NJ. 1988.