



RADOSŁAW OLESZEK

Politechnika Warszawska
r.oleszek@il.pw.edu.pl



ANDRZEJ NIEMIERKO

Instytut Badawczy
Dróg i Mostów
anienierko@ibdim.edu.pl



WOJCIECH RADOMSKI

Politechnika Łódzka
i Politechnika Warszawska
wojciech.radomski@p.lodz.pl
w.radomski@il.pw.edu.pl

Wpływ modelu obliczeniowego przęseł betonowego wiaduktu drogowego na reakcje łożysk

Specyficzne zagadnienia związane z łożyskowaniem obiektów mostowych są przedmiotem wielu publikacji, np. [5, 12, 16]. Specyfika ta występuje szczególnie w przypadku przęseł usytuowanych w skosie lub zakrzywionych w planie [18, 19, 20]. Sposób łożyskowania wpływa na rozkład sił wewnętrznych w konstrukcji wywołanych obciążeniami grawitacyjnymi, wiatrem, oddziaływaniami termicznymi i – w obiektach z betonu – efektami reologicznymi (skurczem i pęczaniem), oraz siłami bezwładności (hamowanie, przyspieszanie, siły odśrodkowe). Geometria i typ przekroju poprzecznego mostu (płytkowy, belkowy, tzw. pół-płytkowy) wpływają z kolei na wartości reakcji przekazywanych na łożyska. Redystrybucja sił na punkty podparć związana jest z różnicami sztywności elementów przęseł mostowych.

W analizowanym w artykule wiadukcie zaobserwowano niewielki wpływ klasy modelu obliczeniowego na wartości momentów zginających

w belkach głównych (maksymalna różnica poniżej 14%) [14]. Natomiast większe rozbieżności występują w przypadku reakcji na łożyska oraz sił poprzecznych. Oznacza to, że wpływ klasy modelu obliczeniowego jest bardziej znaczący w odniesieniu do podpór ustroju nośnego. W pracy wykazano, w jaki sposób stopień dyskretyzacji przykładowego betonowego wiaduktu drogowego wpływa na wartości reakcji podporowych.

Odwzorowanie sztywności przęsa mostowego

Sztywność dźwigarów powierzchniowych, a w zasadzie proporcje sztywności ich elementów składowych, zależą od przyjętego modelu mechanicznego (matematycznego) przęsa. W mostownictwie stosowane są na ogół cztery grupy schematów obliczeniowych przęseł [1, 3–6, 8, 13–16, 20]:

- modele jednobelkowe obciążane na podstawie różnych metod rozdziału poprzecznego obciążeń,

- ruszty belkowe,
- model cienkiej płyty sprężystej (izotropowej lub ortotropowej),
- struktury mieszane powłokowo-belkowe.

Zastosowanie tych podstawowych modeli mechanicznych jest skorelowane z typem przekroju poprzecznego przęsa (belkowo-płytkowe, płytkowe, skrzynkowe itp.). Dawniej, do ich obliczeń statycznych, często wykorzystywano rozwiązania tablicowe oparte na ścisłych metodach analitycznych. Obecnie rutynowo stosuje się MES.

Pierwszy z wymienionych modeli nie uwzględnia przestrzennej pracy przęsa. Nie powinien być zatem stosowany w obliczeniach obiektów skośnych lub zakrzywionych w planie.

W przypadku modelu cienkiej sprężystej płyty izotropowej punktem wyjścia jest równanie różniczkowe ugięcia jej płaszczyny środkowej:

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = p(x, y) \quad (1)$$

w którym:

- $w = w(x, y)$ – powierzchnia ugięcia płyty,
- $p(x, y)$ – obciążenie,
- D – sztywność zginania płyty (zastępująca sztywność belkową EJ).

W tym modelu sztywność przęsa ujęto za pomocą tylko jednego parametru – sztywności płytowej określanej wzorem:

$$D = \frac{E_b h^3}{12(1 - \nu_b^2)} \quad (2)$$

w którym:

- E_b – moduł sprężystości podłużnej betonu,
- h – grubość płyty,
- ν_b – współczynnik *Poissona*.

W modelu płyty izotropowej współczynnik *Poissona* warunkuje odkształcalność poprzeczną płyty i zapewnia ciągłość deformacji płyty w poprzek przęsa przy zginaniu.

W mostownictwie, często stosowano także techniczną teorię sprężystej płyty ortotropowej, której rozwiązanie wynika z równania ugięcia powierzchni środkowej płyty:

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x, y) \quad (3)$$

w którym:

- D_x, D_y – sztywności zastępczej płyty na zginanie,
- $2H$ – sztywność płyty opisująca relacje płytowych sztywności poprzecznych D_x i D_y oraz sztywności skrętnej $2D_{xy}$,
- $p(x, y)$ – obciążenie.

W modelu płyty ortotropowej relacje sztywności pręseł ujęte są za pomocą trzech parametrów. W celu określenia sztywności płytowych $D_x, D_y, 2H$ stosowano proste zależności, natomiast sztywność skrętną $2D_{xy}$ zalecano określać doświadczalnie lub według teoretycznych zależności przybliżonych. Do oceny sztywności pełnych płyt ortotropowych stosowano wzory:

$$D_x = \frac{E_x h^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)}, \quad (4)$$

$$D_y = \frac{E_y h^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)}, \quad (5)$$

$$2H = (D_x \nu_y + D_y \nu_x) + 4D_{xy}, \quad (6)$$

$$2D_{xy} = (1 - \sqrt{\nu_x \nu_y}) + \sqrt{D_x D_y} \quad (7)$$

w których:

ν_x, ν_y – współczynniki *Poissona* w kierunkach ortogonalnych,

E_x, E_y – współczynniki sprężystości podłużnej betonu w kierunkach ortogonalnych,

h – grubość płyty.

W przypadku pręseł belkowych z poprzecznkami, wzory te modyfikowano w zależności od sztywności giętych EJ belek podłużnych i poprzecznych rusztu oraz ich sztywności skrętnych GJ_s (G – moduł *Kirchhoffa* betonu).

Sztywności pręseł w modelu płyty ortotropowej, wyprowadzone z zależności teoretycznych, nie zawsze były zbieżne z eksperymentem. W pręsełach płytowych wpływ współczynnika *Poissona* ν zwiększa się im bardziej kształt płyty zbliża się do kwadratu, tj. rozpiętość jest porównywalna z szerokością.

Modele w postaci rusztów belkowych umożliwiają odwzorowanie sztywności elementów o kształcie zbliżonym do płyty, tylko z pewnym przybliżeniem. W tego typu modelach mechanicznych pręseła jego sztywność odwzorowywana jest za pomocą następujących parametrów:

- sztywności na zginanie belek podłużnych EJ_x i poprzecznych EJ_y ,
- sztywności na skręcanie belek podłużnych GJ_{sx} i poprzecznych GJ_{sy} ,
- sztywności podłużnych EA belek, przy uwzględnieniu miarodowego usytuowania elementów pręseła,

w których:

E – moduł sprężystości materiału,

A – pole przekroju belek,

J_x, J_y – momenty bezwładności przekrojów na zginanie,

J_{sx}, J_{sy} – momenty bezwładności belek na skręcanie,

G – moduł odkształcenia postaciowego materiału rusztu.

Podane charakterystyki należy obliczać oddzielnie w stosunku do dźwigarów głównych (podłużnych) oraz elementów poprzecznych modelujących płytę pomostu i poprzecznice podporowe oraz pręsełowe. Mankamentem ortogonalnych odwzorowań rusztowych jest niedokładne odzwierciedlenie sztywności $2H$ pręseł, które ujmują proporcje sztywności podłużnej i poprzecznej, współczynniki *Poissona* ν_x, ν_y (ciągłość i odkształcalność poprzeczną przy zginaniu) oraz sztywność skrętną płyty D_{xy} . Powoduje to zafałszowanie w niewielkim stopniu momentów podłużnych i w większym – momentów poprzecznych. W pręsełach skośnych i nieregularnych w pla-

nie może zaburzać przekazywanie sił poprzecznych między belkami rusztu, co rzutuje na wartości otrzymanych reakcji. Sztywność skrętną płyty w modelu rusztowym odwzorować można wprowadzając dodatkowe pręty diagonalne [4]. Wymaga to obliczeń zastępczych sztywności prętów modelu i utrudnia interpretację wyników.

Wiadukty o przekrojach tzw. pół-płytowych, charakteryzują się cechami pośrednimi między dźwigarami płytowymi i belkowymi. Istotne są tu relacje sztywności giętych i skrętnych dźwigarów głównych, płyt pomostowych i poprzecznic. One decydują o rozdziale sił wewnętrznych na punkty podporowe pręseł.

Konstrukcje mostowe mogą być obecnie analizowane za pomocą wielu różnorodnych modeli numerycznych o różnej dokładności matematycznej i fizycznej [3, 4, 13, 15]. Najpopularniejszymi są odwzorowania rusztowe (klasy e^1, p^2), powłokowo-belkowe ($e^1 + e^2, p^2$) i powłokowe (e^2, p^2). Wybór klasy modelu numerycznego (sposobu dyskretyzacji) pręseła ma wpływ na dokładność oceny sił przekazywanych z konstrukcji na łożyska, a więc na poprawność doboru samych łożysk [1, 7, 20].

W obliczeniach komputerowych za pomocą MES, na wyniki mają wpływ, oprócz wyboru klasy modelu (rusztowy, powłokowy, powłokowo-belkowy), zagęszczenie siatki podziału, funkcje interpolacyjne przemieszczeń elementu skończonego (funkcje kształtu – interpolacja liniowa lub kwadratowa), odkształcenia postaciowe (elementy belkowe typu *Timoszenko* lub powłokowe *Mindlina-Reissnera*), usytuowanie elementów pręseła względem siebie (mimośrodowo), odwzorowanie rzeczywistego poziomu usytuowania łożysk (poniżej spodu płyty, a nie w osi obojętnej), układ siatki prętów modeli rusztowych (ortogonalny, ukośny, pręty diagonalne), zagęszczenie prętów poprzecznych zbiegających się w strefach podporowych czy zdegenerowany kształt elementów powłokowych.

Zróznicowanie reakcji przekazywanych na łożyska, w zależności od modelu obliczeniowego pręseła, jest szczególnie widoczne w przypadku obciążeń ruchomych działających powierzchniowo (tabor samochodowy) lub w postaci sił skupionych (ciężkie pojazdy) – por. norma [22].

Należy przy tym pamiętać, że nawet model obliczeniowy pręseła o dużej dokładności matematycznej nie uwzględni wszystkich czynników odpowiedzialnych za proporcje sztywności ustroju rzeczywistego. O sztywności pręseł decydują zjawiska trudne do ujęcia obliczeniowego, jak zarysowanie i pękanie betonu czy wpływ stopnia zbrojenia. Moduły sprężystości betonu wbudowanego w konstrukcję często odbiegają od założeń projektowych. Czynnikiem dodatkowo zaburzającymi rozdział obciążeń, z uwagi na relacje między sztywnościami elementów pręseł, mogą być także: zawyżenie klasy betonu w stosunku do przyjętej w projekcie, zabudowy chodnikowe, nawierzchnia, bariery i balustrady [8].

Współdziałanie łożysk z konstrukcją mostową

Łożyska mostowe nie mogą być traktowane jako element wyposażenia obiektu mostowego. Są one bowiem istotnym ogniwem konstrukcyjnym przekazującym obciążenia i umoż-

liwiającym uogólnione przemieszczenia z przęseł na podpory. W rzeczywistości sposób podparcia ustroju nośnego, rodzaj i typ łożysk oraz ich charakterystyki podatnościowe i tłumiące w znacznym stopniu wpływają na pracę statyczną i dynamiczną przęseł mostowych [1, 2, 5, 6, 10, 12, 16, 18–20]. Uwzględnienie sprężystości łożysk powoduje redystrybucję sił wewnętrznych w ustroju nośnym. Dokładność szacowania sił przypadających na łożyska, uwzględnienie ich sprężystości i tarcia jest istotne z punktu widzenia projektowania podpór mostowych, w przypadku których reakcje z przęseł są podstawowym obciążeniem.

Podparcie przęśla powinno zapewniać [10, 12]:

- możliwość przenoszenia wszelkich sił i oddziaływań z przęseł na podpory,
- swobodę zmian w geometrii ustroju niosącego, zgodnych z jego schematem statycznym.

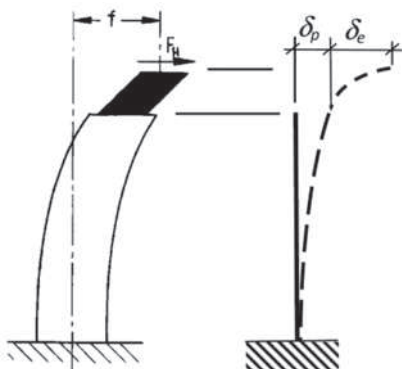
Przenoszenie przez łożyska sił i przemieszczeń wiąże się z pokonywaniem oporów. Ze względu na rodzaj oporów występujących podczas działania łożysk odróżniamy:

- łożyska, w których występuje tarcie posuwiste i/lub potoczyste,
- łożyska, których działanie jest związane z występowaniem odkształceń sprężystych, i których przesunięcia oraz obroty nie są uwarunkowane pokonaniem oporów tarcia.

Z tarciem posuwistym mamy do czynienia w przypadku elementów ślizgowych łożysk składających się z PTFE, blachy austenitycznej i smaru silikonowego. Natomiast w coraz rzadziej stosowanych łożyskach wałkowych występuje tarcie potoczyste.

Łożyskami pracującymi na zasadzie odkształceń sprężystych materiału są łożyska elastomerowe, charakteryzowane modułem odkształcenia postaciowego G . Moduł sprężystości liniowej E łożyska jest zależny od wielu parametrów związanych z geometrią bloku elastomerowego i jego konstrukcją.

Pod względem podatności pionowej można rozpatrywać, najczęściej obecnie stosowane, trzy rodzaje łożysk: elastomerowe, garnkowe i soczewkowe. Łożyska tradycyjne – wałkowe – nie wykazują podatności, gdyż obciążenia przekazywane są w nich przez kontaktujące się ze sobą elementy stalowe. Największą podatnością charakteryzują się łożyska elastomerowe [9, 11]. Są one też nazywane łożyskami odkształcalnymi, tzn. takimi, w których w wyniku przyłożonych sił następuje odkształcenie i przemieszczenie materiału.



Rys. 1. Wyznaczanie przemieszczenia konstrukcji nośnej na podporze z łożyskiem elastomerowym [2]

Udział łożysk elastomerowych w przenoszeniu sił i oddziaływań poziomych jest niezmiernie ważny. Powinien on uwzględniać nie tylko podatność podpory, ale i podatność łożyska na siły poziome zgodnie z rys. 1 i wzorem:

$$F_H = \frac{f}{\frac{t_q}{A \cdot G} + \frac{L^3}{3EI}} \quad (8)$$

w którym:

F_H – siła pozioma działająca na łożysko elastomerowe,
 f – przemieszczenie poziome górnej powierzchni bloku elastomerowego w wyniku zginania podpory i odkształcenia bloku elastomerowego,

$\delta_e = \frac{t_q}{A \cdot G}$ – przemieszczenie od odkształcenia postaciowego łożyska elastomerowego wywołane siłą jednostkową,

$\delta_p = \frac{L^3}{3EI}$ – przemieszczenie głowicy podpory od siły jednostkowej, wywołane zginaniem podpory,

t_q – całkowita grubość elastomeru w łożysku,

A – pole powierzchni bloku elastomerowego,

G – moduł odkształcenia postaciowego elastomeru,

L – wysokość podpory,

E – moduł sprężystości materiału podpory,

J – moment bezwładności zginanego przekroju podpory.

W przypadku ciągłego ustroju wieloprzęsłowego opartego wyłącznie na łożyskach elastomerowych (rys. 2), położenie punktu nieruchomego x_0 (ogniska) przemieszczeń od takich oddziaływań jak skurcz, pełzanie, temperatura jest wyznaczane ze wzorów:

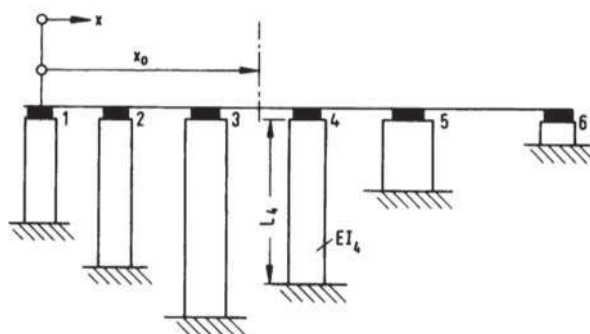
$$x_0 = \frac{\sum_i x_i \cdot S_i}{\sum_i S_i} \quad (9)$$

przy czym:

$$\frac{1}{S_i} = \frac{t_{qi}}{A_i \cdot G} + \frac{L_i^3}{3EI_i} \quad (10)$$

w którym:

S_i – sztywność układu łożysko-podpora.



Rys. 2. Wyznaczanie punktu nieruchomego (ogniska) w ustroju ciągłym wieloprzęsłowym opartym na łożyskach elastomerowych [2]

Podatność pionową łożyska elastomerowego wyznacza nominalne odkształcenie od ściskania, które według [21] można określić ze wzoru:

$$\varepsilon_{c,d} = \frac{1,5 \cdot F_{z,d}}{G_d \cdot A_l \cdot S} \quad (11)$$

w którym:

$F_{z,d}$ – obliczeniowa siła ściskająca,

G_d – obliczeniowy moduł odkształcenia postaciowego,

A_1 – zredukowane pole powierzchni docisku łożyska w wyniku działania obciążeń poziomych, według zależności:

$$A_1 = A' \left(1 - \frac{v_{x,d}}{a'} \right) \quad (12)$$

w której:

A' – efektywna powierzchnia docisku łożyska (wspólna powierzchnia kontaktu blach stalowych i elastomeru);

$$A' = a' \cdot b',$$

$v_{x,d}$ – maksymalne poziome względne przemieszczenie części łożyska, w kierunku jego wymiaru a , wywołane wszystkimi możliwymi obciążeniami,

S – współczynnik kształtu, wyrażający stosunek efektywnej powierzchni docisku łożyska A' do pola nieobciążonych powierzchni bocznych, obliczany według wzoru:

$$S = \frac{A'}{l_p \cdot t_e} \quad (13)$$

przy czym:

l_p – długość obwodu łożyska; $l_p = 2(a' + b')$,

t_e – efektywna grubość warstwy elastomeru (w przypadku warstw otulających, górnej i dolnej, o grubości > 3 mm, grubość tę według [21] należy mnożyć przez współczynnik 1,4).

Natomiast pionowe ściśnięcie łożyska od obciążenia nominalnego według [21] można wyznaczyć ze wzoru:

$$\delta_d = \sum_i \frac{F_{z,d} \cdot t_i}{A'} \left(\frac{1}{5 G \cdot S^2} + \frac{1}{E_b} \right) \quad (14)$$

w którym:

E_b – moduł odkształcenia objętościowego elastomeru w łożysku (~2000 MPa).

Maksymalną siłę poziomą wywieraną przez łożysko elastomerowe na konstrukcję przęsła i podpory wyznacza wzór:

$$F_{xy} = A' \cdot G \cdot \frac{v_{x,d}}{T_e} \quad (15)$$

Natomiast maksymalne podporowe momenty zginające wokół osi równoległej do dłuższego boku łożyska wyznaczyć można według [21] ze wzoru:

$$M_i = \frac{G}{\gamma_m} \frac{\alpha \cdot a^5 \cdot b}{n \cdot t_i^3 \cdot K_s} \quad (16)$$

w którym:

n – liczba warstw elastomeru,

α – kąt obrotu łożyska,

γ_m – współczynnik materiałowy (przyjęto 1,0 w SGU),

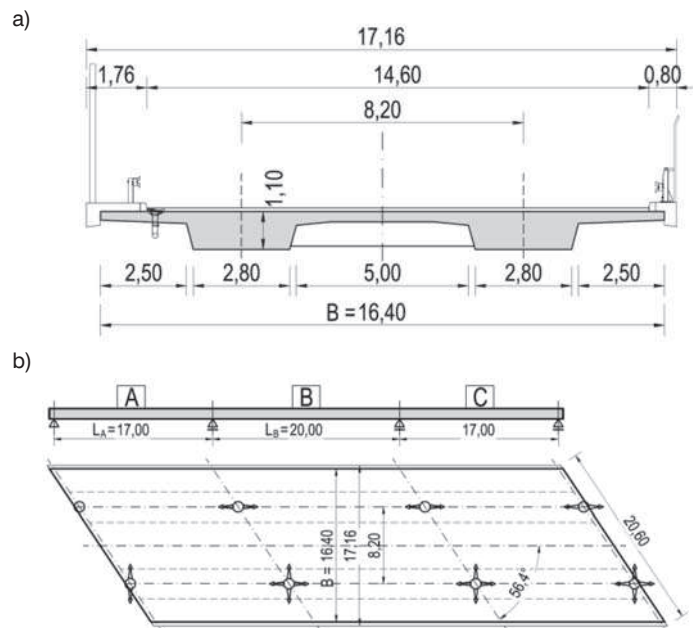
K_s – współczynnik zależny od stosunku boków b/a (b – dłuższy bok), wyznaczany z tabeli w [21].

Według badań prowadzonych w Instytucie Badawczym Dróg i Mostów (IBDiM) w Warszawie podatność pionowa łożysk elastomerowych średniej nośności, tzn. 1-2 MN, wynosi około 1000 MN/m, zaś podatność pozioma waha się od 1 do 1,2 MN/m [9]. Pozostałe rodzaje łożysk, a więc łożyska garnkowe i soczewkowe, można traktować jako niepodatne. Te

pierwsze ze względu na niezmienną objętość elastomeru zamkniętego w cylindrze (współczynnik *Poissona* wynosi ~0,5), a te drugie ze względu na niewielką odkształcalność PTFE osadzonego w wycięciach powierzchni: płaskiej soczewki i wklęsłej płyty dolnej. Podatność samego PTFE (nie osadzonego) wynosi od 200 do 590 MN/m.

Badania prowadzone w IBDiM wykazały, że podatności obu tych rodzajów łożysk przy obciążeniu pionowym wynosiły około 3000 MN/m.

Siły tarcia przekazywane przez te łożyska na podpory zależą od docisku i stanowią 0,03 docisku nominalnego.



Rys. 3. Geometria analizowanej konstrukcji: a) przekrój poprzeczny, b) przekrój podłużny i widok z góry

Opis konstrukcji obiektu

Obiekt mostowy, stanowiący przedmiot przedstawianych tu analiz, jest ciągłym trójprzęsłowym (17,0+20,0+17,0 m) wiaduktem drogowym o przekroju pół-płytowym ($B/L \approx 0,82 \div 0,96$), usytuowanym w skosie $56,4^\circ$ (rys. 3) [14, 24]. W ustroju nie występują poprzecznicę przęsłowe. Sztywność poprzeczną przęsła nadają trapezowe krępe dźwigary o dużej sztywności skrętnej i płyta pomostu [3, 6].

W przekroju poprzecznym przęsła ukształtowano dwa dźwigary o szerokich średnicach, wysokości $h = 1,10$ m i szerokości przy podstawie „średnic” równej 2,80 m ($h/b = 0,39$). Po obu stronach dźwigarów występują wsporniki o wysięgu 2,50 m i grubości od 25 cm na końcach do 35 cm w utwierdzeniu. W części środkowej płyta pomostu ma grubość 30 cm, a w przekroju utwierdzenia w dźwigarach – 40 cm. Nad każdą podporą dźwigary stężone są dodatkowo poprzecznkami o wysokości 0,70 m. Całkowita szerokość wraz z gzymsami wynosi 17,16 m.

Wiadukt zaprojektowano na klasę obciążenia A zgodnie z normami PN-S-10030:1985 [22] oraz PN-S-10042:1991 [23]. Ustrój nośny wykonano z betonu klasy B45 (~C35/45) zbrojonego stalą AIIIIN-BSt500S.

Modele obliczeniowe

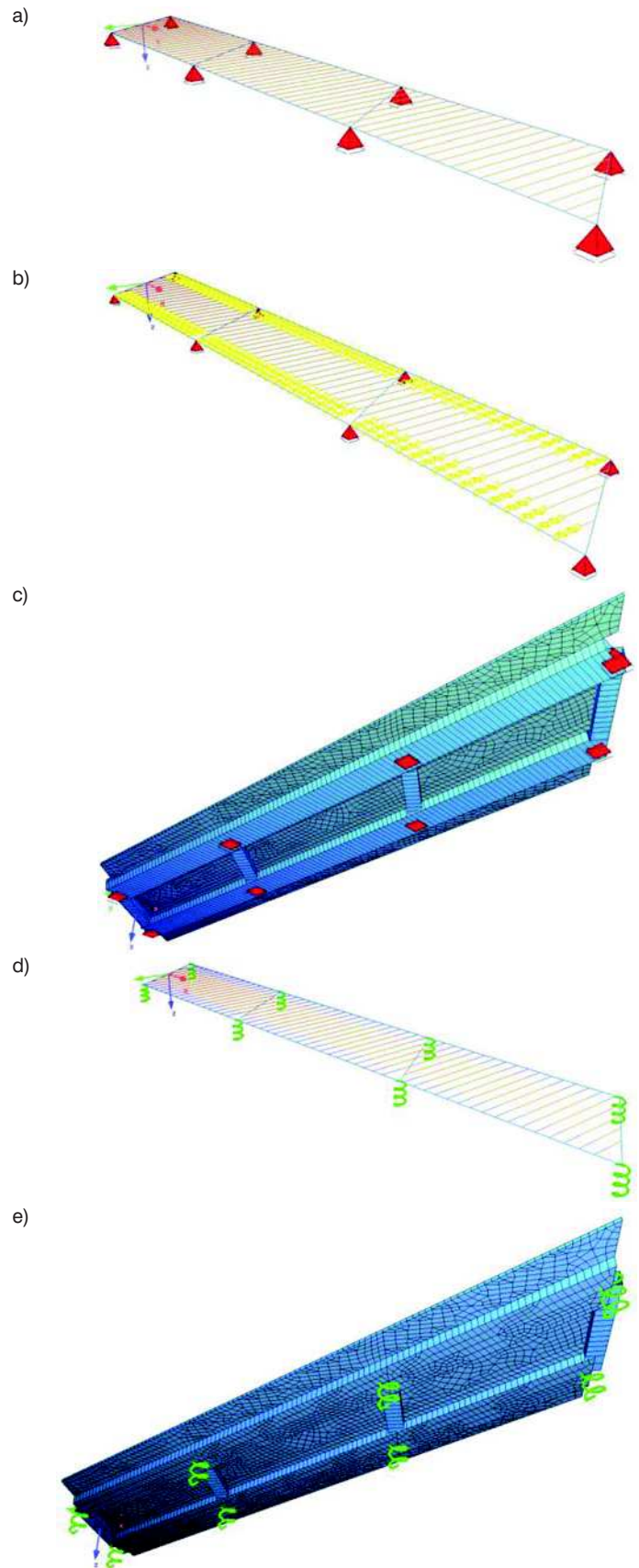
Konstrukcję nośną wiaduktu odwzorowano za pomocą dwóch grup modeli numerycznych o różnej dokładności. We wszystkich odwzorowaniach uwzględniono skos konstrukcji. Analizy statyczne wykonano w środowisku MES SOFiSTiK. W sumie wykonano dziesięć odwzorowań. W pierwszej grupie (I) założono podparcie belek za pomocą łożysk niepodatnych. Łożyska w drugiej grupie (II) przyjęto jako elastomero-we, podatne.

Na podstawie reakcji na podpory oszacowano realne technicznie sprężystości łożysk. W przypadku łożysk 1-L, 1-P, 4-L, 4-P podpór skrajnych przyjęto $k_z = 530 \text{ MN/m}$ i $k_{xy} = 2 \text{ MN/m}$. Łożyska 2-L, 2-P, 3-L, 3-P podpór pośrednich wiaduktu przyjęto o sztywnościach $k_z = 800 \text{ MN/m}$ i $k_{xy} = 2,25 \text{ MN/m}$. Należy w tym miejscu zaznaczyć, że przyjęty do obliczeń schemat łożyskowania różni się od schematu zalecanego ostatnio przez licznych autorów, np. [2]. Różnica ta polega na przyjęciu w nim w punkcie 1P łożyska jednokierunkowo przesuwne zamiast łożyska swobodnie przesuwne.

Trzy pierwsze modele w każdej z grup to podstawowe odwzorowania rusztowe o różnym stopniu dokładności (klasy e^1 , p^2). Czwarty model to struktura belkowo-powłokowa ($e^1 + e^2$, p^2). Wykorzystano w nich belkowe elementy skończone typu *Timoszenko* (korekta na ścinanie). Ostatni model (referencyjny) stanowi struktura powłokowa. Jest to model o największej dokładności matematycznej. Szerokie belki trapezowe (dźwigary główne) odwzorowano za pomocą elementów powierzchniowych o cechach powłoki *Mindlina-Reissnera* (uwzględniane są odkształcenia postaciowe – stan poprzecznego ścinania). Przy budowie modeli stosowano reguły przedstawione w [3, 4, 13, 15, 17]. Wszystkie odwzorowania numeryczne konstrukcji wygenerowano w module do geometrycznego modelowania SOFiMESH systemu SOFiSTiK. Poniżej przedstawiono charakterystykę wykonanych typów odwzorowań. Różnice między odpowiadającymi modelami każdej z grup dotyczą zastosowania podpór sprężystych odzwierciedlających łożyska podatne. Wybrane modele obliczeniowe przedstawiono na rys. 4.

Model 1 (R-1) – rys. 4a – stanowi odwzorowanie rusztowe płaskie klasy e^1 , p^2 z podziałem na ortogonalne belki podłużne i poprzeczne. Sztywność poprzeczną modelowano za pomocą pasm płytowych o przekroju $b \times h = 0,3 \times 1,0 \text{ m}$. Pasma poprzeczne rozpięto między osiami łożysk (węzłami). Pominięto odcinek zamocowania płyty pomostowej w dźwigarze. Dokonano przesunięcia węzłów prętów modelujących elementy konstrukcji do górnych krawędzi przekrojów (offset). Uwzględniono w ten sposób mimośrodowe położenie płyty pomostu i belek względem siebie. Siatka węzłów jest płaska (dwuwymiarowa). Z tego względu zakwalifikowano model do przestrzeni p^2 .

Model 2 (R-2) – rys. 4b – to odwzorowanie rusztowe płaskie klasy e^1 , p^2 , wykonane podobnie jak w Modelu 1. Pasma płytowe $b \times h = 0,3 \times 1,0 \text{ m}$ symulujące sztywność poprzeczną przęśla, prostopadłe do belek głównych, modelowano za pomocą prętów o długości równej rozpiętości płyty pomostowej w świetle łożysk. Elementy poprzeczne połączone z osiami belek modelujących łożyska za pomocą niepodatnych więzów kinematycznych nałożonych na wszystkie stopnie swobody łączonych węzłów. Pominięto w ten sposób odkształcalność poprzeczną łożysk trapezowych.



Rys. 4. Wybrane modele obliczeniowe: a) Model I-1 – ruszt płaski R-1 bez elementów sztywnych, b) Model I-2 – ruszt płaski R-2 z więzami kinematycznymi, c) Model I-5 – odwzorowanie powłokowo-belkowe, d) Model II-3 – ruszt R-3 z elementami kołowymi na łożyskach podatnych, e) Model II-6 – odwzorowanie powłokowe P-M-R na łożyskach podatnych

Model 3 (R-3) – rys 4d – stanowi odwzorowanie rusztowe płaskie klasy e^1 , p^2 , wykonane podobnie jak w Modelu 2. Uwzględniono odcinek zamocowania płyty pomostowej w dźwigarze. Poprzeczne belki modelujące płytę pomostową połączono z osiami belek głównych za pomocą nieważkich kołowych elementów belkowych o sztywności giętej ($E_b J$) 50 razy większej od sztywności dźwigarów głównych.

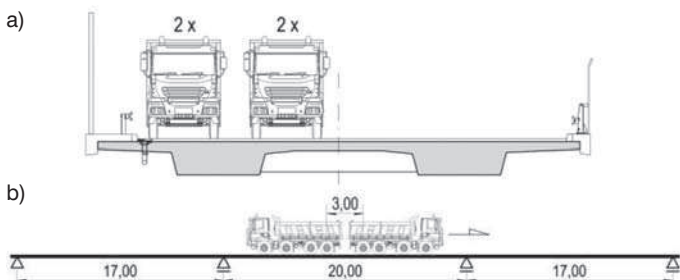
Model 4 (P-B) – rys. 4c – jest odwzorowaniem mieszanym powłokowo-belkowym, płaskim, klasy e^1+e^2 , p^2 . Środniki dźwigarów głównych modelowano elementami belkowymi o przekrojach trapezowych zgodnych z geometrią obiektu ($b_{g\text{órne}} = 3,20$ m, $b_{d\text{olne}} = 2,80$ m, $h = 1,10$ m). Wsporniki podchodnikowe i płytę między belkami modelowano powłokami o zmiennej grubości. Uwzględniono odcinek zamocowania płyty pomostowej w środku dźwigara głównego. W celu nie dublowania sztywności elementów belkowych modelujących środkiki w kierunku podłużnym obiektu, do połączenia ich z płytą pomostową i wspornikami zastosowano elementy powierzchniowe o cechach płyty ortotropowej. Ich grubość równa jest wysokości środkików. Uwzględniono jedynie sztywność powłok ortotropowych w kierunku poprzecznym obiektu. Sztywność skrętną i podłużną płyty ortotropowej przyjęto o wartości bliskiej zera. Nad środknikami dźwigarów głównych, w celu dystrybucji obciążeń na elementy belkowe, rozpięto geometryczne elementy powierzchniowe.

Model 5 (P-M-R) – rys. 4e – stanowi struktura powłokowa płaska, klasy $e^2 (+e^1)$, p^2 , z wykorzystaniem elementów belkowych modelujących tylko poprzecznicę podporowe. Wsporniki podchodnikowe odwzorowano za pomocą elementów powłokowych *Mindlina-Reissnera* (deformacje postaciowe) o zróżnicowanej grubości 25÷35 cm. Środniki dźwigarów nośnych modelowano za pomocą elementów powierzchniowych o grubości 1,10 m. Płytę pomostu rozpiętą między środknikami modelowano powłokowymi elementami skończonymi uwzględniając pogrubienie (30÷40 cm) pasm płyty w miejscu utwierdzenia w belce o szerokości 1,0 m. Oczko siatki MES przyjęto ~0,50 m.

Obciążenia wiaduktu

W obliczeniach wiaduktu analizowano rozdział reakcji na łożyska od następujących typów obciążeń:

- ciężaru własnego ustroju nośnego,
- ciężaru wyposażenia (kapy chodnikowe, nawierzchnia, bariery, balustrady, ekran akustyczny),
- obciążenia ruchomego od czterech pojazdów przy jednostronnym przeciążeniu przęsta (rys. 5).



Rys. 5. Rozpatrywane obciążenia: a) schemat „jednostronny”, b) usytuowanie pojazdów względem siebie

Do obliczeń jako obciążenie przyjęto pojazdy ciężarowe użyte w badaniach odbiorczych obiektu [24]. Nacisk na koła przednich osi wynosi $P_p = 40$ kN, nacisk na koła tylnych osi $P_t = 55$ kN (rys. 5). Analizowano dwieście ustawień pakietu czterech pojazdów przemieszczających się po konstrukcji z określonym krokiem.

Wybrane wyniki obliczeń i ich ocena

W tabelach 1 i 2 przedstawiono porównanie reakcji podporowych w przypadku łożysk niepodatnych i podatnych, wy-

Tabela 1. Zestawienie charakterystycznych reakcji podporowych – ciężar własny, łożyska niepodatne

Grupa I		Symbol łożyska (punktu podparcia)							
		1-L	1-P	2-L	2-P	3-L	3-P	4-L	4-P
Łożyska niepodatne									
	Ciężar własny								
Model	[kN]	1-L	1-P	2-L	2-P	3-L	3-P	4-L	4-P
R-1	R_z	890 -4,3%	1028 -0,2%	2720 -5,6%	2610 -1,3%	2599 -1,4%	2730 -5,4%	1039 0,2%	879 -4,9%
R-2	R_z	874 -6,0%	1042 1,2%	2751 -4,5%	2582 -2,4%	2573 -2,4%	2758 -4,4%	1050 1,3%	866 -6,3%
R-3	R_z	874 -6,0%	1042 1,2%	2751 -4,5%	2582 -2,4%	2573 -2,4%	2758 -4,4%	1050 1,3%	866 -6,3%
P-B	R_z	901 -3,1%	1028 -0,2%	2784 -3,4%	2577 -2,6%	2569 -2,5%	2788 -3,4%	1035 -0,2%	895 -3,1%
P-M-R	R_z	930	1030	2881	2645	2636	2886	1037	924

Uwagi: Poniżej wartości reakcji podano procentową różnicę w stosunku do odwzorowania referencyjnego (Model 5); znak „-” przy zestawieniu procentowym oznacza zmniejszenie wartości bezwzględnej reakcji w stosunku do modelu porównawczego, natomiast znak „+” odwrotnie.

Tabela 2. Zestawienie charakterystycznych reakcji podporowych – ciężar własny, łożyska podatne

Grupa II		Symbol łożyska (punktu podparcia)							
		1-L	1-P	2-L	2-P	3-L	3-P	4-L	4-P
Łożyska podatne									
	Ciężar własny								
Model	[kN]	1-L	1-P	2-L	2-P	3-L	3-P	4-L	4-P
R-1	R_z	889 -5,1%	1046 0,2%	2700 -4,9%	2613 -2,0%	2613 -2,0%	2700 -4,9%	1046 0,3%	889 -5,2%
R-2	R_z	880 -6,1%	1054 1,0%	2717 -4,3%	2597 -2,6%	2597 -2,6%	2717 -4,3%	1054 1,1%	880 -6,2%
R-3	R_z	880 -6,1%	1054 1,0%	2717 -4,3%	2597 -2,6%	2597 -2,6%	2717 -4,3%	1054 1,1%	880 -6,2%
P-B	R_z	907 -3,2%	1038 -0,6%	2752 -3,0%	2593 -2,7%	2591 -2,8%	2752 -3,0%	1039 -0,4%	906 -3,4%
P-M-R	R_z	937	1044	2838	2665	2665	2838	1043	938

Uwagi: Poniżej wartości reakcji podano procentową różnicę w stosunku do odwzorowania referencyjnego (Model 5); znak „-” przy zestawieniu procentowym oznacza zmniejszenie wartości bezwzględnej reakcji w stosunku do modelu porównawczego, natomiast znak „+” odwrotnie.

wołanych tylko ciężarem własnym ustroju. Przedstawiono różnicę w stosunku do modelu referencyjnego (powłokowego P-M-R). W tabelach 3 i 4 zestawiono reakcje podporowe wywołane ciężarem wyposażenia, które we wszystkich modelach przyjęto jako powierzchniowe lub liniowe w miejscu rzeczywistego występowania na pomoście. W tabelach 5 i 6 zestawiono obwiednie ekstremalnych reakcji podporowych wygenerowanych przejazdem pojazdów ciężarowych ustawionych po jednej stronie obiektu (wartości charakterystyczne). Umożliwia to ocenę modeli pod kątem dystrybucji obciążeń na łożyska. Z uwagi na skos obiektu rozkład reakcji

Tabela 3. Zestawienie charakterystycznych reakcji podporowych – ciężar wyposażenia, łożyska niepodatne

Grupa I									
Łożyska niepodatne									
Wyposażenie									
Model	[kN]	Symbol łożyska (punktu podparcia)							
		1-L	1-P	2-L	2-P	3-L	3-P	4-L	4-P
R-1	R_{min}	301	96	760	557	652	641	145	260
		11,9%	-22,6%	-1,0%	1,8%	-3,3%	0,3%	-13,7%	15,0%
R-2	R_{max}	302	93	780	547	627	639	168	257
		12,3%	-25,0%	1,6%	0,0%	-7,0%	0,0%	0,0%	13,7%
R-3	R_{max}	297	99	770	552	646	647	152	252
		10,4%	-20,2%	0,3%	0,9%	-4,2%	1,3%	-9,5%	11,5%
P-B	R_{max}	267	133	766	541	675	632	170	230
		-0,7%	7,3%	-0,3%	-1,1%	0,1%	-1,1%	1,2%	1,8%
P-M-R	R_{max}	269	124	768	547	674	639	168	226

Uwagi: Poniżej wartości reakcji podano procentową różnicę w stosunku do odwzorowania referencyjnego (Model 5); znak „-” przy zestawieniu procentowym oznacza zmniejszenie wartości bezwzględnej reakcji w stosunku do modelu porównawczego, natomiast znak „+” odwrotnie, kolorem szarym zaznaczono różnice przekraczające 20%.

Tabela 4. Zestawienie charakterystycznych reakcji podporowych – ciężar wyposażenia, łożyska podatne

Grupa II									
Łożyska podatne									
Wyposażenie									
Model	[kN]	Symbol łożyska (punktu podparcia)							
		1-L	1-P	2-L	2-P	3-L	3-P	4-L	4-P
R-1	R_z	290	116	760	549	652	634	157	256
		6,6%	-8,7%	1,1%	-1,3%	-3,6%	0,8%	-11,8%	14,8%
R-2	R_z	288	117	778	536	633	629	178	254
		5,9%	-7,9%	3,5%	-3,6%	-6,4%	0,0%	0,0%	13,9%
R-3	R_z	286	118	766	546	649	637	163	248
		5,1%	-7,1%	1,9%	-1,8%	-4,0%	1,3%	-8,4%	11,2%
P-B	R_z	276	128	748	556	675	625	179	227
		1,5%	0,8%	-0,5%	0,0%	-0,1%	-0,6%	0,6%	1,8%
P-M-R	R_z	272	127	752	556	676	629	178	223

Uwagi: Poniżej wartości reakcji podano procentową różnicę w stosunku do odwzorowania referencyjnego (Model 5); znak „-” przy zestawieniu procentowym oznacza zmniejszenie wartości bezwzględnej reakcji w stosunku do modelu porównawczego, natomiast znak „+” odwrotnie, kolorem szarym zaznaczono różnice przekraczające 20%.

świadczy o tym, z jaką dokładnością wybrany model obliczeniowy odwzorowuje rozdział poprzeczny obciążeń użytkowych (ruchomych).

Jak wynika z tabel 1 i 2, różnice reakcji łożysk od ciężaru własnego, w stosunku do modelu referencyjnego, dochodzą do około 7% w przypadku podparć niepodatnych i przy zastosowaniu łożysk elastomerowych (podatnych). Także różnice między odpowiadającymi wartościami grupy I i II są niewielkie i nie przekraczają 2%.

W przypadku ciężaru wyposażenia, które jest niesymetryczne, rozbieżności różnych modeli w stosunku do odwzorowania referencyjnego są większe (por. tabele 3 i 4). W modelach z łożyskami niepodatnymi dochodzą maksymalnie do 25%, a przy podparciach sprężystych do 14%. Różnice między reakcjami odpowiadających modeli z grupy I i II (łożyska niepodatne/podatne) dochodzą do ~20%.

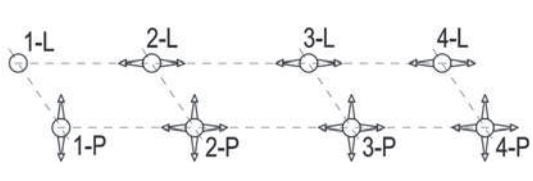
Największe rozbieżności reakcji rozpatrywanych modeli numerycznych, w stosunku do odwzorowania referencyjnego, zaobserwowano przy jednostronnym ustawieniu pojazdów ciężarowych na obiekcie w modelach grupy I (łożyska niepodatne). Największe różnice występują w łożysku 4-P, zlokalizowanym w narożu ostrym i bezpośrednio nie obciążonym.

Tabela 5. Zestawienie ekstremalnych charakterystycznych wartości reakcji podporowych – obciążenie ruchome jednostronne, łożyska niepodatne

Grupa I									
Łożyska niepodatne									
Obciążenie ruchome jednostronne									
Model	[kN]	Symbol łożyska (punktu podparcia)							
		1-L	1-P	2-L	2-P	3-L	3-P	4-L	4-P
R-1	R_{max}	665	107	1206	231	1183	213	670	60
		+3,3%	-18,9%	-2,7%	-6,1%	-3,9%	-9,4%	-8,2%	+107%
R-1	R_{min}	-48	-70	-68	-55	-107	-39	-103	-40
		-6,7%	-21,3%	+28,3%	-38,2%	-3,6%	-37,1%	-5,5%	-21,6%
R-2	R_{max}	649	128	1201	284	1166	245	676	63
		+0,8%	-3,0%	-3,1%	+15,4%	-5,3%	+4,3%	-7,4%	+117%
R-2	R_{min}	-30	-99	-42	-81	-105	-58	-95	-37
		-33,3%	+11,2%	-20,8%	-9,0%	-5,4%	-6,5%	-12,8%	-27,5%
R-3	R_{max}	658	117	1206	265	1175	226	676	57
		+2,2%	-11,4%	-2,7%	+7,7%	-4,5%	-3,8%	-7,4%	+96,6%
R-3	R_{min}	-34	-90	-49	-74	-105	-48	-96	-41
		-24,4%	+1,1%	-7,5%	-16,9%	-5,4%	-22,6%	-11,9%	+19,6%
P-B	R_{max}	648	135	1233	255	1226	234	733	29
		+0,6%	+2,3%	-0,5%	3,7%	-0,4%	-0,4%	0,4%	0,0%
P-B	R_{min}	-41	-94	-48	-86	-98	-62	-99	-51
		-8,9%	+5,6%	-9,4%	-3,4%	-11,7%	0,0%	-9,2%	0,0%
P-M-R	R_{max}	644	132	1239	246	1231	235	730	29
P-M-R	R_{min}	-45	-89	-53	-89	-111	-62	-109	-51

Uwagi: Poniżej wartości reakcji podano procentową różnicę w stosunku do odwzorowania referencyjnego (Model 5); znak „-” przy wartości siły oznacza reakcję skierowaną do dołu (odrywanie łożyska); znak „-” przy zestawieniu procentowym oznacza zmniejszenie wartości bezwzględnej reakcji w stosunku do modelu porównawczego, natomiast znak „+” odwrotnie, kolorem szarym zaznaczono różnice przekraczające 20%.

Tabela 6. Zestawienie ekstremalnych charakterystycznych wartości reakcji podporowych – obciążenie ruchome jednostronne, łożyska podatne



Grupa II		Symbol łożyska (punktu podparcia)							
Łożyska podatne		1-L	1-P	2-L	2-P	3-L	3-P	4-L	4-P
Model	[kN]								
R-1	R_{max}	642 1,9%	132 -9,6%	1149 -0,6%	233 -7,9%	1108 -1,9%	218 -6,0%	655 -6,8%	67 55,8%
	R_{min}	-44 41,9%	-70 -27,1%	-41 46,4%	-58 -31,0%	-68 17,2%	-42 -14,3%	-72 10,8%	-48 -5,9%
R-2	R_{max}	624 -1,0%	161 10,3%	1139 -1,5%	279 10,3%	1083 -4,2%	249 7,3%	659 -6,3%	72 67,4%
	R_{min}	-30 -3,2%	-95 -1,0%	-22 -21,4%	-79 -6,0%	-58 0,0%	-56 14,3%	-62 -4,6%	-50 -2,0%
R-3	R_{max}	632 0,3%	147 0,7%	1142 -1,2%	264 4,3%	1092 -3,4%	232 0,0%	658 -6,4%	66 53,5%
	R_{min}	-32 3,2%	-89 -7,3%	-27 -3,6%	-73 -13,1%	-59 1,7%	-48 -2,0%	-62 -4,6%	-50 -2,0%
P-B	R_{max}	629 -0,2%	155 6,2%	1169 1,1%	261 3,2%	1146 1,4%	234 0,9%	710 1,0%	41 -4,7%
	R_{min}	-30 -3,2%	-100 4,2%	-26 -7,1%	-85 1,2%	-56 -3,4%	-51 4,1%	-64 -1,5%	-50 -2,0%
P-M-R	R_{max}	630	146	1156	253	1130	232	703	43
	R_{min}	-31	-96	-28	-84	-58	-49	-65	-51

Uwagi: Poniżej wartości reakcji podano procentową różnicę w stosunku do odwzorowania referencyjnego (Model 5); znak „-” przy wartości siły oznacza reakcję skierowaną do dołu (odrywanie łożyska); znak „+” przy zestawieniu procentowym oznacza zmniejszenie wartości bezwzględnej reakcji w stosunku do modelu porównawczego, natomiast znak „+” odwrotnie, kolorem szarym zaznaczono różnice przekraczające 20%.

żonym. W modelach rusztowych (R-1, R-2 i R-3) przy łożyskach niepodatnych reakcje maksymalne (dociskające) różnią się o 97 ÷ 117% od modelu referencyjnego. W łożysku 4-P reakcje minimalne (odrywające) różnią się o 19,6 ÷ 27,5%. W odniesieniu do pozostałych punktów podporowych rozbieżności mieszczą się w zakresie ~28 ÷ 38%.

Mniejsze różnice występują w modelach grupy II, w których jako podparcie zastosowano łożyska podatne. Różnice reakcji łożyska 4-P dochodzą do 67,4%. Nieco większe rozbieżności występują w reakcjach odrywających najprostszego modelu rusztowego (R-1) i są na poziomie ~27 ÷ 46%. W modelu R-2 różnice nie przekraczają 21,4% (wyłączając łożysko 4-P). Najmniejsze różnice, maksymalnie 7,1%, wystąpiły w modelu powłokowo-belkowym (Model 4).

Na podstawie analizy rozbieżności między wartościami reakcji z różnych modeli stwierdzono, że z punktu widzenia projektowania podpór obiektu, rodzaj zastosowanych łożysk (np. garnkowe, soczewkowe czy elastomerowe) ma duże znaczenie.

Największe rozbieżności, w stosunku do modelu referencyjnego (P-M-R), występują w łożysku 4-P w narożu ostrym. Łożysko to nie było bezpośrednio obciążone pojazdami ciężarowymi, które poruszały się nad belką lewą. Są to jednak różnice między stosunkowo małymi wartościami sił (wywołanymi jednostronnym przejazdem ciężarówek po przeciwnej stronie przęsła), które nie są miarodajne pod kątem doboru nośności łożyska. W przypadku podparć niepodatnych, największe różnice w odniesieniu do łożyska 4-P są na poziomie 20 ÷ 117%. W wariancie z łożyskami podatnymi analogiczne rozbieżności osiągają około 53 ÷ 67%. Zastosowanie podparć sprężystych umożliwiło redukcję różnic w rozdziale sił na łożyska, pomiędzy modelami numerycznymi różnych klas.

Po porównaniu maksymalnych reakcji dociskających łożyska do konstrukcji, wywołanych przejazdem jednostronnym ciężarówek, z wyłączeniem łożyska 4-P w narożu ostrym, w przypadku modeli z grupy I (łożyska niepodatne) i II (łożyska podatne) stwierdzono, że rozbieżności między wartościami odpowiadającymi z różnych odwzorowań są niewielkie (por. tablice 5 i 6). W większości przypadków nie przekraczają 10%, a w trzech przypadkach dochodzą do około 20%. Różnice te są większe w łożysku 4-P zlokalizowanym w narożu ostrym. W pięciu przypadkach mieszczą się w zakresie 2 ÷ 20%, a w trzech przypadkach w zakresie 26 ÷ 33%.

Inaczej przedstawia się sytuacja z reakcjami odrywającymi, wywołanymi obciążeniem ruchomym. W modelach z podparciami niepodatnymi reakcje odrywające w odpowiadających łożyskach są większe o 26 ÷ 91% od sił powstających w punktach podparć uwzględniających podatność łożysk (modele grupy II). Wnika stąd, że wykonując obliczenia statyczne za pomocą pewnych klas modeli numerycznych można błędnie ocenić konieczność kotwienia łożysk do konstrukcji. Nie należy przy tym pomijać korzystnego oddziaływania obciążeń długotrwałych od ciężaru własnego i wyposażenia, które powodują docisk łożysk do podpory.

Wpływ klasy modelu obliczeniowego analizowanego wiaduku pół-platewskiego na otrzymane wartości reakcji podporowych na łożyskach jest znaczący. Stopień dyskretyzacji, typ i rodzaj użytych elementów skończonych umożliwiają symulację proporcji sztywności giętnej i skrętnej dźwigarów głównych oraz płyty pomostowej z różną dokładnością. Wpływa to na rozdział obciążeń na dźwigary i wygenerowane w nich siły poprzeczne. Sposób modelowania może w istotny sposób zaburzać ten rozdział obciążeń. Efekt tego jest szczególnie widoczny w przypadku obciążeń ruchomych usytuowanych jednostronnie na szerokości jezdni (nad jedną z belki).

Podsumowanie

W rozpatrywanej konstrukcji różnice reakcji od obciążeń ruchomych, w przypadku łożysk usytuowanych w narożach ostrych i bezpośrednio nieobciążonych, dochodziły incydentalnie do 117% w modelach grupy I (łożyska niepodatne) i 67% w modelach grupy II (podparcie podatne). W całkowitych reakcjach przekazywanych z przęsła, uwzględniających pozostałe obciążenia (stałe i przejazd pojazdów nad rozpatrywanym łożyskiem) wpływ ten jest odpowiednio mniejszy. Złagodzenie efektu nierównomiernego rozdziału obciążenia na łożyska można uzyskać uwzględniając ich podatność w modelu przęsła.

Stopień dyskretyzacji rozpatrywanych modeli obliczeniowych z różną dokładnością realizuje rozkład obciążenia na podparcia konstrukcji, mimo iż jego wpływ na momenty zginające w belkach głównych jest niewielki. Jest to szczególnie istotne w obiektach skośnych i zakrzywionych w planie. Oznacza to, że dobór nośności łożysk powinien zawierać określony zapas ujmujący trudną do zdefiniowania niepewność modelu obliczeniowego. Wynika ona z niemożności precyzyjnego odwzorowania proporcji sztywności giętych (poprzecznych i wzdłużnych) oraz skrętnych przęseł. Taka sytuacja jest niebezpieczna, gdyż w projektowaniu typowych konstrukcji mostowych, analizę statyczną przeprowadza się zwykle na jednym modelu numerycznym. Podobnie, w obliczeniach podpór pod łożyskami usytuowanymi w narożach ostrych, sensowne wydaje się przyjmowanie obciążenia z zapasem, ewentualnie analizowanie kilku modeli ustroju nośnego.

Opisywane trudności wynikają z różnego stopnia dokładności odwzorowywania sztywności przęseł. Ich źródłem może być również algorytm rozdziału obciążeń powierzchniowych lub liniowych na pręty modeli rusztowych i powłokowo-belkowych, który może być inny, w zależności od zaawansowania konkretnego programu MES.

Na podstawie przeprowadzonych symulacji stwierdzono, że łożyska należy projektować z większym zapasem bezpieczeństwa niż ustroje nośne. Uwidacznia się tu bowiem wpływ klasy modelu obliczeniowego przęsła, którego nie ujmują normy projektowania.

Bibliografia

- [1] J. Biliszczuk, Cz. Machelski, *Możliwość stosowania podwójnych łożysk neoprenowych w uciążlanych przęsłach mostów prefabrykowanych*, Drogownictwo nr 6/1991
- [2] T. Block, H. Eggert, W. Kauschke, *Lager im Bauwesen. 3. Auflage*, Wilhelm Ernst & Sohn, 2013
- [3] Ł. Chelstowski, R. Oleszek, W. Radomski, *O możliwościach modelowania przęseł dwubelkowych mostów betonowych*, Inżynieria i Budownictwo nr 7-8/2013
- [4] J. Kmita, J. Bień, Cz. Machelski, *Komputerowe wspomaganie projektowania mostów*, WKŁ, Warszawa, 1989
- [5] F. Leonhardt, *Podstawy budowy mostów betonowych*, WKŁ, Warszawa, 1982

- [6] Cz. Machelski, *Rozdział poprzeczny obciążenia w przęsłach dwudźwigarowych*, Inżynieria i Budownictwo nr 9/2003, 490-493.
- [7] Cz. Machelski, R. Toczkievicz, *Efekty podatności łożysk w mostach drogowych pod obciążeniem ruchomym*, Inżynieria i Budownictwo nr 7-8/2006
- [8] R. Maciaszek, *Określenie rzeczywistej sztywności przęseł przy próbnym obciążeniu na przykładzie płytowo-belkowych wiaduktów drogowych*, AIIŁ-PP nr 4/2008, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 2008
- [9] A. Niemierko, *Weryfikacja doświadczalna łożysk gumowych 1,2 MN wykonywanych w Zakładach Gumowych Górnictwa*, Prace IBDiM, 3-4, 1986
- [10] A. Niemierko, *Systemy łożyskowania obiektów mostowych*. Seminarium „Łożyska i urządzenia dylatacyjne w mostach”, Zakład Mostów Politechniki Warszawskiej, Centrum Kształcenia Ustawicznego w Inżynierii Komunikacyjnej „IKKU”, Warszawa, 17 marca 2008, s.1-17
- [11] A. Niemierko, *Historia współczesnych łożysk mostowych. Łożyska elastomerowe i elastomerowo-ślizgowe*, Drogownictwo nr 1/2015
- [12] A. Niemierko, *Zalecenia dotyczące łożyskowania obiektów mostowych oraz kontroli łożysk podczas eksploatacji*. GDDKiA, IBDiM, Warszawa, 2005
- [13] E. J. O'Brien, L. D. Keogh, *Bridge deck analysis*, E and FN Spon, London, 1999.
- [14] R. Oleszek, W. Radomski, *Wpływ dyskretyzacji na obliczenia skośnego wiaduktu o przekroju pół-płytowym*, AIIŁ-PP nr 18/2014, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 2014
- [15] G. A. Rombach, *Finite element design of concrete structures*. Thomas Telford Publishing, London 2004
- [16] J. Szczygieł, *Mosty z betonu zbrojonego i sprężonego*, WKŁ, Warszawa, 1978.
- [17] W. Starosolski, *Uwagi o obliczaniu belek w trakcie modelowania stropów płytowo-żebrowych*, Przegląd Budowlany nr 9/2008
- [18] H. Zobel, M. Kruk, D. Sobala, *Łożyskowanie mostów w skosie*, Drogi i mosty nr 4/2004
- [19] H. Zobel, M. Kruk, D. Sobala, *Łożyskowanie mostów zakrzywionych w planie*, Drogi i mosty nr 4/2004
- [20] K. Żółtowski, T. Romaszkiwicz, *Wzbudzone siły wewnętrzne. Skutki uproszczonego modelowania zakrzywionej estakady sprężonej*, Materiały seminarium WDM, DWE, 2012
- [21] PN-EN 1337-3: 2010 Łożyska konstrukcyjne - Część 3: Łożyska elastomerowe
- [22] PN-S-10030:1985. Obiekty mostowe. Obciążenia.
- [23] PN-S-10042:1991. Obiekty mostowe. Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Projektowanie.
- [24] Wyniki próbnego obciążenia wiaduktu WA-11 nad linią kolejową nr 274 w km 6+860, Raport z badań, Pracownia „System”, Bielsko-Biała, 2010

Zapraszamy do prenumerowania DROGOWNICTWA w 2015 roku

cena 1 egzemplarza 19 zł }
 prenumerata roczna 216 zł } (w tym 5% VAT)

Dla studentów 50% niżki

Uprzejmie informujemy Szanownych Prenumeratorów, że egzemplarze „Drogownictwa” oraz faktury będą wysyłane po przesłaniu zamówienia na adres prenumerata@sitk.org oraz po wpłaceniu należnej kwoty na nasze konto:

38 1160 2202 0000 0000 2741 3872

**Stowarzyszenie Inżynierów i Techników Komunikacji RP, Zarząd Krajowy
 ul. Czackiego 3/5, 00-043 Warszawa**

Redakcja