

Prof. dr hab. inż. Leszek MIESZKALSKI  
Katedra Organizacji i Inżynierii Produkcji  
Wydział Inżynierii Produkcji  
SGGW w Warszawie

## MATEMATYCZNE MODELOWANIE KSZTAŁTU PODSTAWOWYCH CZĘŚCI MORFOLOGICZNYCH CEBULI CUKROWEJ (*Allium cepa* L.)<sup>®</sup>

Mathematical modeling of the shape of the basic parts morphological sugar onion (*Allium cepa* L.)<sup>®</sup>

**Słowa kluczowe:** główka cebuli, mięsiste łuski, piętka, kształt, model 3D, kontury, krzywe Béziera.

*W artykule zaproponowano metodę matematycznego modelowania kształtu główki cebuli cukrowej holenderskiej odmiany Alonso (*Allium cepa* L.). Do modelowania wybrano dużą cebulę z obciętym szczypiorem, o długości wynoszącej 149 mm, szerokości 125,2 mm i grubości 124,5 mm. W modelu matematycznym zastosowano opis konturów za pomocą krzywych Béziera, które obracano względem osi symetrii cebuli. Dla główki cebuli opracowano matematyczny opis konturów mięsistych łusek i piętki. Zapisane współrzędne węzłów siatki powierzchni modelu główki cebuli będą podstawą projektowania zespołów roboczych urządzeń stosowanych w przetwórstwie cebuli.*

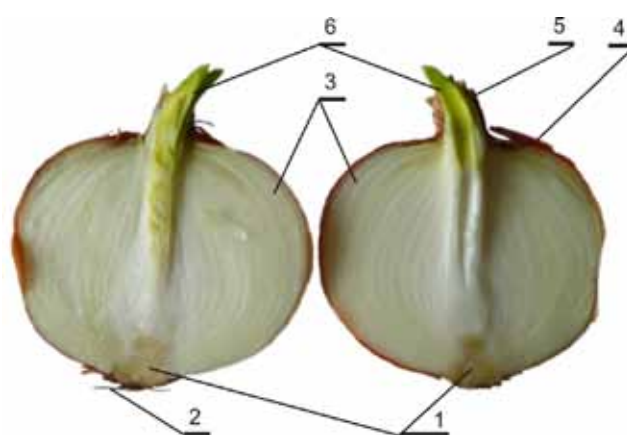
**Key words:** onion bulbs, fleshy scales, heel, shape, 3D model, contours, Bezier curves.

*The article proposes a method of mathematical modeling of the shape of the head of the dutch varieties of onion sugar Alonso (*Allium cepa* L.). To the modeling selected a large onions length of with clipped stems of 149 mm, a width of 125.2 mm and a thickness of 124.5 mm. The mathematical model uses a description of contours by means of Bezier curves that rotates with respect to the axis of symmetry of the onion. For the onion bulbs developed a mathematical description of the contours of fleshy scales and heel. Saved grid nodes coordinates surface of the model of onion bulbs will be the basis of design of teams equipment used in the processing of onion.*

### WSTĘP

Uprawiana na całym świecie cebula (*Allium cepa* L.) jest cennym warzywem zasobnym w substancje odżywcze, ma również właściwości lecznicze [1, 2, 6]. Cebula składa się ze skróconej łodygi (piętka), mięsistych pochew liściowych (mięsiste łuski), suchych łusek oraz szyjki (zeschnięty szczypior) i szczypioru (rys. 1). Suche łuski i mięsiste pochwy liściowe przylegają do siebie i nie są zrośnięte. Budowa morfologiczna cebuli ma podstawowe znaczenie w procesie technologicznym przygotowania cebuli do spożycia, szczególnie podczas usuwania suchej łuski, usuwania korzeni i rozdrabnianiu łusek mięsistych.

Kształt cebuli do celów modelowania aproksymowany jest do elipsoidy [3]. W modelowaniu kształtu obiektów roślinnych mają zastosowanie krzywe Béziera, które umożliwiają dokładne odwzorowanie kształtu [5]. Kształt bryły cebuli jest zbliżony do obiektów symetrycznych [4]. W jej bryle można znaleźć przybliżoną oś symetrii przechodzącą przez szczypior.



**Rys. 1. Budowa morfologiczna główki cebuli: 1 – skrócona łodyga (piętka), 2 – korzenie, 3 – mięsiste pochwy liściowe (mięsiste łuski), 4 – suche łuski, 5 – szyjka (zeschnięty szczypior), 6 – szczypior.**

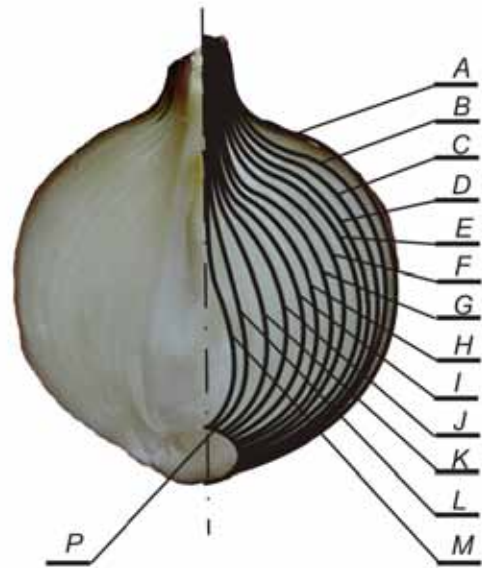
**Fig. 1. Morphology of the onion bulbs: 1 – short stalk (heel), 2 – roots, 3 – fleshy leaf vagina (fleshy husks), 4 – dry husks, 5 – neck (shriveled chives), 6 – chives.**

**Źródło:** Opracowanie własne  
**Source:** Own study

Celem artykułu jest opis kształtu dużej cebuli cukrowej odmiany Alonso, jej mięsistych pochw liściowych, piętki i zeschniętego szczypioru za pomocą krzywych Béziera.

### MATERIAŁ I METODA BADAŃ

Materiałem do opisu kształtu podstawowych części morfologicznych cebuli była cebula cukrowa holenderska odmiany Alonso będąca w sprzedaży w sieciach handlowych. Do modelowania wybrano, z próby 108 cebul, cebulę dużą z obciętym szczypiorem o długości wynoszącej 149 mm, szerokości 125,2 mm i grubości 124,5 mm, której parametry zmierzono za pomocą suwmiarki z dokładnością do 0,5 mm. Wykonano przekrój główki cebuli, który następnie sfotografowano aparatem Panasonic LUMIX DMC-TZ3. Odległość obiektywu od fotografowanego obiektu wynosiła 500 mm. Zdjęcia o wymiarach 2560x1712 pikseli zapisywano w formacie JPEG. Wyskalowane zdjęcie główki cebuli zostało umieszczone w układzie współrzędnych XYZ. Początek układu współrzędnych znajduje się na przecięciu osi symetrii główki cebuli z konturem piętki w jego dolnym punkcie. Na wyskalowanym zdjęciu rozmieszczona każdym konturze mięsistej łuski po dwie połączone krzywe Béziera (rys. 2) i dokonano pomiaru współrzędnych ich punktów węzłowych i kontrolnych. Połączone pary krzywych Béziera obracano o kąt  $2p$ .



Rys. 2. Przekrój główki cebuli i krzywe Béziera (A, B, C, ..., M) konturów mięsistych łuski i piętki (P).

Fig. 2. Cross section of onion bulbs and Bezier curves (A, B, C, ..., M) contours of fleshy husks and heel (P).

Źródło: Opracowanie własne  
Source: Own study

### Model kształtu łuski mięsistej, piętki i szyjki główki cebuli reprezentowany krzywymi Béziera

Współrzędne  $x_{A1}$ ,  $x_{B1}$ , ...,  $x_{M1}$  punktów pierwszych krzywych Béziera dla konturów A, B, ..., M główki cebuli i jej mięsistych łuski zapisano w postaci macierzowych równań zamieszczonych w wektorze 1:

$$\begin{bmatrix} x_{A1t1} \\ x_{B1t1} \\ \vdots \\ x_{M1t1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{A11} \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right]^3 + x_{A12} \cdot 3 \cdot \frac{t1}{N} \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right]^2 + x_{A13} \cdot 3 \cdot \left[\frac{t1}{N}\right]^2 \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right] + x_{A14} \cdot \left[\frac{t1}{N}\right]^3 \\ x_{B11} \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right]^3 + x_{B12} \cdot 3 \cdot \frac{t1}{N} \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right]^2 + x_{B13} \cdot 3 \cdot \left[\frac{t1}{N}\right]^2 \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right] + x_{B14} \cdot \left[\frac{t1}{N}\right]^3 \\ \vdots \\ x_{M11} \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right]^3 + x_{M12} \cdot 3 \cdot \frac{t1}{N} \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right]^2 + x_{M13} \cdot 3 \cdot \left[\frac{t1}{N}\right]^2 \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right] + x_{M14} \cdot \left[\frac{t1}{N}\right]^3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Współrzędne  $z_{A1}$ ,  $z_{B1}$ , ...,  $z_{M1}$  punktów pierwszych krzywych Béziera dla konturów A, B, ..., M główki cebuli i jej mięsistych łuski zapisano w postaci macierzowych równań zamieszczonych w wektorze 2:

$$\begin{bmatrix} z_{A1t1} \\ z_{B1t1} \\ \vdots \\ z_{M1t1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{A11} \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right]^3 + z_{A12} \cdot 3 \cdot \frac{t1}{N} \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right]^2 + z_{A13} \cdot 3 \cdot \left[\frac{t1}{N}\right]^2 \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right] + z_{A14} \cdot \left[\frac{t1}{N}\right]^3 \\ z_{B11} \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right]^3 + z_{B12} \cdot 3 \cdot \frac{t1}{N} \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right]^2 + z_{B13} \cdot 3 \cdot \left[\frac{t1}{N}\right]^2 \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right] + z_{B14} \cdot \left[\frac{t1}{N}\right]^3 \\ \vdots \\ z_{M11} \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right]^3 + z_{M12} \cdot 3 \cdot \frac{t1}{N} \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right]^2 + z_{M13} \cdot 3 \cdot \left[\frac{t1}{N}\right]^2 \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right] + z_{M14} \cdot \left[\frac{t1}{N}\right]^3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Współrzędne  $x_{A2}$ ,  $x_{B2}$ , ...,  $x_{M2}$  punktów drugich krzywych Béziera dla konturów A, B, ..., M główki cebuli i jej mięsistych łuski zapisano w postaci macierzowych równań zamieszczonych w wektorze 3:

$$\begin{bmatrix} xA2_t \\ xB2_t \\ \vdots \\ xM2_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} xA14 \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right]^3 + xA22 \cdot 3 \frac{t}{N} \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right]^2 + xA23 \cdot 3 \cdot \left[\frac{t}{N}\right]^2 \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right] + xA24 \cdot \left[\frac{t}{N}\right]^3 \\ xB14 \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right]^3 + xB22 \cdot 3 \frac{t}{N} \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right]^2 + xB23 \cdot 3 \cdot \left[\frac{t}{N}\right]^2 \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right] + xB24 \cdot \left[\frac{t}{N}\right]^3 \\ \vdots \\ xM14 \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right]^3 + xM22 \cdot 3 \frac{t}{N} \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right]^2 + xM23 \cdot 3 \cdot \left[\frac{t}{N}\right]^2 \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right] + xM24 \cdot \left[\frac{t}{N}\right]^3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Współrzędne  $zA2, zB2, \dots, zM2$  punktów drugich krzywych Béziera dla konturów  $A, B, \dots, M$  główki cebuli i jej mięsistych łusek zapisano w postaci macierzowych równań zamieszczonych w wektorze 4:

$$\begin{bmatrix} zA2_t \\ zB2_t \\ \vdots \\ zM2_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} zA14 \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right]^3 + zA22 \cdot 3 \frac{t}{N} \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right]^2 + zA23 \cdot 3 \cdot \left[\frac{t}{N}\right]^2 \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right] + zA24 \cdot \left[\frac{t}{N}\right]^3 \\ zB14 \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right]^3 + zB22 \cdot 3 \frac{t}{N} \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right]^2 + zB23 \cdot 3 \cdot \left[\frac{t}{N}\right]^2 \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right] + zB24 \cdot \left[\frac{t}{N}\right]^3 \\ \vdots \\ zM14 \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right]^3 + zM22 \cdot 3 \frac{t}{N} \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right]^2 + zM23 \cdot 3 \cdot \left[\frac{t}{N}\right]^2 \cdot \left[1 - \frac{t}{N}\right] + zM24 \cdot \left[\frac{t}{N}\right]^3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

W wektorze 5 podano liczbę południków i równoleżników w modelu opisującym kształt główki cebuli w odniesieniu do pojedynczej krzywej Béziera, a zmienne zakresowe są zapisane w wektorze 6:

$$\begin{bmatrix} N \\ n \\ n1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ 50 \\ 10 \end{bmatrix} \quad (5) \quad \begin{bmatrix} t \\ j \\ t1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \dots N \\ 0 \dots N \\ 0 \dots N - 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

W celu uzyskania brył obrotowych reprezentujących główkę cebuli i jej mięsiste łuski należy dokonać obrotu krzywych Béziera względem przyjętej osi symetrii cebuli. Obrótu pierwszych krzywych Béziera (równania 1, 2) dokonano według następującej macierzy:

$$\begin{bmatrix} XA1_{t1,j} & YA1_{t1,j} & ZA1_{t1,j} \\ XB1_{t1,j} & YB1_{t1,j} & ZB1_{t1,j} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ XM1_{t1,j} & YM1_{t1,j} & ZM1_{t1,j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} xA1_{t1} \cdot \sin(\phi_j) & xA1_{t1} \cdot \cos(\phi_j) & zA1_{t1} \\ xB1_{t1} \cdot \sin(\phi_j) & xB1_{t1} \cdot \cos(\phi_j) & zB1_{t1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ xM1_{t1} \cdot \sin(\phi_j) & xM1_{t1} \cdot \cos(\phi_j) & zM1_{t1} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Obrót drugich krzywych Béziera (równania 3, 4) dokonano według następującej macierzy:

$$\begin{bmatrix} XA2_{t,j} & YA2_{t,j} & ZA2_{t,j} \\ XB2_{t,j} & YB2_{t,j} & ZB2_{t,j} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ XM2_{t,j} & YM2_{t,j} & ZM2_{t,j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} xA2_t \cdot \sin(\phi_j) & xA2_t \cdot \cos(\phi_j) & zA2_t \\ xB2_t \cdot \sin(\phi_j) & xB2_t \cdot \cos(\phi_j) & zB2_t \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ xM2_t \cdot \sin(\phi_j) & xM2_t \cdot \cos(\phi_j) & zM2_t \end{bmatrix} \quad (8)$$

Gdzie:  $\phi_j = \frac{2 \cdot \pi \cdot j}{N}$  (9)

Współrzędne  $x$ ,  $z$  punktów węzłowych i kontrolnych, występujących w równaniach (1, 2, 3, 4), dla pierwszych i drugich krzywych Béziera główki cebuli i jej łusek mięsistych są zapisane w macierzach 10, 11:

$$\begin{bmatrix} xA11 & xA12 & xA13 & xA14 & xA22 & xA23 & xA24 \\ xB11 & xB12 & xB13 & xB14 & xB22 & xB23 & xB24 \\ xC11 & xC12 & xC13 & xC14 & xC22 & xC23 & xC24 \\ xD11 & xD12 & xD13 & xD14 & xD22 & xD23 & xD24 \\ xE11 & xE12 & xE13 & xE14 & xE22 & xE23 & xE24 \\ xF11 & xF12 & xF13 & xF14 & xF22 & xF23 & xF24 \\ xG11 & xG12 & xG13 & xG14 & xG22 & xG23 & xG24 \\ xH11 & xH12 & xH13 & xH14 & xH22 & xH23 & xH24 \\ xI11 & xI12 & xI13 & xI14 & xI22 & xI23 & xI24 \\ xJ11 & xJ12 & xJ13 & xJ14 & xJ22 & xJ23 & xJ24 \\ xK11 & xK12 & xK13 & xK14 & xK22 & xK23 & xK24 \\ xL11 & xL12 & xL13 & xL14 & xL22 & xL23 & xL24 \\ xM11 & xM12 & xM13 & xM14 & xM22 & xM23 & xM24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 21,8 & -3,9 & 30,5 & 64,1 & 89,5 & 9,9 \\ 0 & 16,5 & 0,2 & 31,9 & 63,8 & 80,5 & 11 \\ 0 & 14 & -0,2 & 28,5 & 57,4 & 80,7 & 11,2 \\ 0 & 12,4 & 1,1 & 25,7 & 52,1 & 78,6 & 12 \\ 0 & 11,4 & 0,5 & 24 & 50,1 & 73,9 & 12,2 \\ 0 & 10 & 1 & 20,8 & 57,4 & 53,3 & 12 \\ 0 & 8,6 & 1,5 & 17,1 & 43,4 & 58,3 & 11 \\ 0 & 7,1 & 1,1 & 14,4 & 39,4 & 51,4 & 10,5 \\ 0 & 6,7 & -0,4 & 11,8 & 34,5 & 44,6 & 9,2 \\ 0 & 5,2 & 0,2 & 10,5 & 29,6 & 36,2 & 7,3 \\ 0 & 3,5 & 0,7 & 7,3 & 20,2 & 29,8 & 5,6 \\ 0 & 2,2 & 0,7 & 3,5 & 10,5 & 22,7 & 3,5 \\ 0 & 2,6 & -0,4 & 4,7 & 14,5 & 9,3 & 1,5 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} zA11 & zA12 & zA13 & zA14 & zA22 & zA23 & zA24 \\ zB11 & zB12 & zB13 & zB14 & zB22 & zB23 & zB24 \\ zC11 & zC12 & zC13 & zC14 & zC22 & zC23 & zC24 \\ zD11 & zD12 & zD13 & zD14 & zD22 & zD23 & zD24 \\ zE11 & zE12 & zE13 & zE14 & zE22 & zE23 & zE24 \\ zF11 & zF12 & zF13 & zF14 & zF22 & zF23 & zF24 \\ zG11 & zG12 & zG13 & zG14 & zG22 & zG23 & zG24 \\ zH11 & zH12 & zH13 & zH14 & zH22 & zH23 & zH24 \\ zI11 & zI12 & zI13 & zI14 & zI22 & zI23 & zI24 \\ zJ11 & zJ12 & zJ13 & zJ14 & zJ22 & zJ23 & zJ24 \\ zK11 & zK12 & zK13 & zK14 & zK22 & zK23 & zK24 \\ zL11 & zL12 & zL13 & zL14 & zL22 & zL23 & zL24 \\ zM11 & zM12 & zM13 & zM14 & zM22 & zM23 & zM24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 144,1 & 140 & 130,2 & 118 & 105,2 & 27,3 & 4,2 \\ 143,5 & 141,1 & 114,9 & 106,1 & 97,7 & 26,9 & 5,7 \\ 142,7 & 140,3 & 114,6 & 103,9 & 93,7 & 29,2 & 7 \\ 142,2 & 140,1 & 110,8 & 102,2 & 91,9 & 31,6 & 8,7 \\ 141,2 & 137,3 & 109,5 & 99,4 & 88,7 & 32,9 & 9,5 \\ 141,1 & 135,6 & 107,8 & 96,9 & 77,2 & 25,1 & 11,4 \\ 140,3 & 135 & 100,7 & 94,1 & 82,3 & 28,8 & 12,6 \\ 139,4 & 135,6 & 100,3 & 92,2 & 76,9 & 29,2 & 13,8 \\ 138,2 & 134,5 & 100,3 & 90,6 & 72,3 & 32,7 & 14,9 \\ 136,1 & 133 & 98,8 & 87,2 & 66,7 & 33,7 & 16,8 \\ 135,6 & 130,4 & 99 & 87,2 & 63,5 & 32,7 & 17,5 \\ 133,2 & 128,3 & 99,4 & 86,6 & 58,7 & 31,4 & 18,5 \\ 107,5 & 101,6 & 76,3 & 63,5 & 37,4 & 25,4 & 18,6 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Macierzowe równania współrzędnych  $xP$ ,  $zP$  punktów krzywej Béziera dla konturu piętki główki cebuli mają następującą postać:

$$xP_{t1} = xP11 \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right]^3 + xP12 \cdot 3 \frac{t1}{N} \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right]^2 + xP13 \cdot 3 \cdot \left[\frac{t1}{N}\right]^2 \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right] + xP14 \cdot \left[\frac{t1}{N}\right]^3 \quad (12)$$

$$zP_{t1} = zP11 \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right]^3 + zP12 \cdot 3 \frac{t1}{N} \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right]^2 + zP13 \cdot 3 \cdot \left[\frac{t1}{N}\right]^2 \cdot \left[1 - \frac{t1}{N}\right] + zP14 \cdot \left[\frac{t1}{N}\right]^3 \quad (13)$$

W celu uzyskania bryły obrotowej reprezentującej piętkę główki cebuli należy dokonać obrotu krzywej Béziera (równania 12, 13) według niżej zapisanych równań:

$$XP_{t1,j} = xP_{t1} \cdot \sin(\phi_j) \quad (14)$$

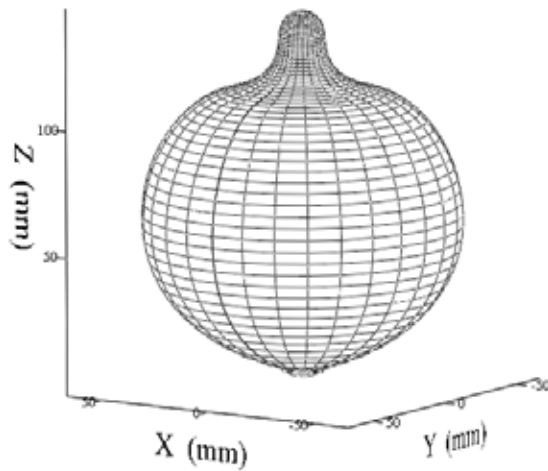
$$YP_{t1,j} = xP_{t1} \cdot \cos(\phi_j) \quad (15)$$

$$ZP_{t1,j} = xP_{t1} \quad (16)$$

Współrzędne punktów węzłowych i kontrolnych, występujących w równaniach (12, 13), dla krzywej Béziera piętki cebuli są zapisane w następującej macierzy:

$$\begin{bmatrix} xP11 & zP11 \\ xP12 & zP12 \\ xP13 & zP13 \\ xP14 & zP14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 19 \\ 15,2 & 16 \\ 16,7 & 1,8 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

Na rysunku 3 zamieszczono model 3D główki cebuli.



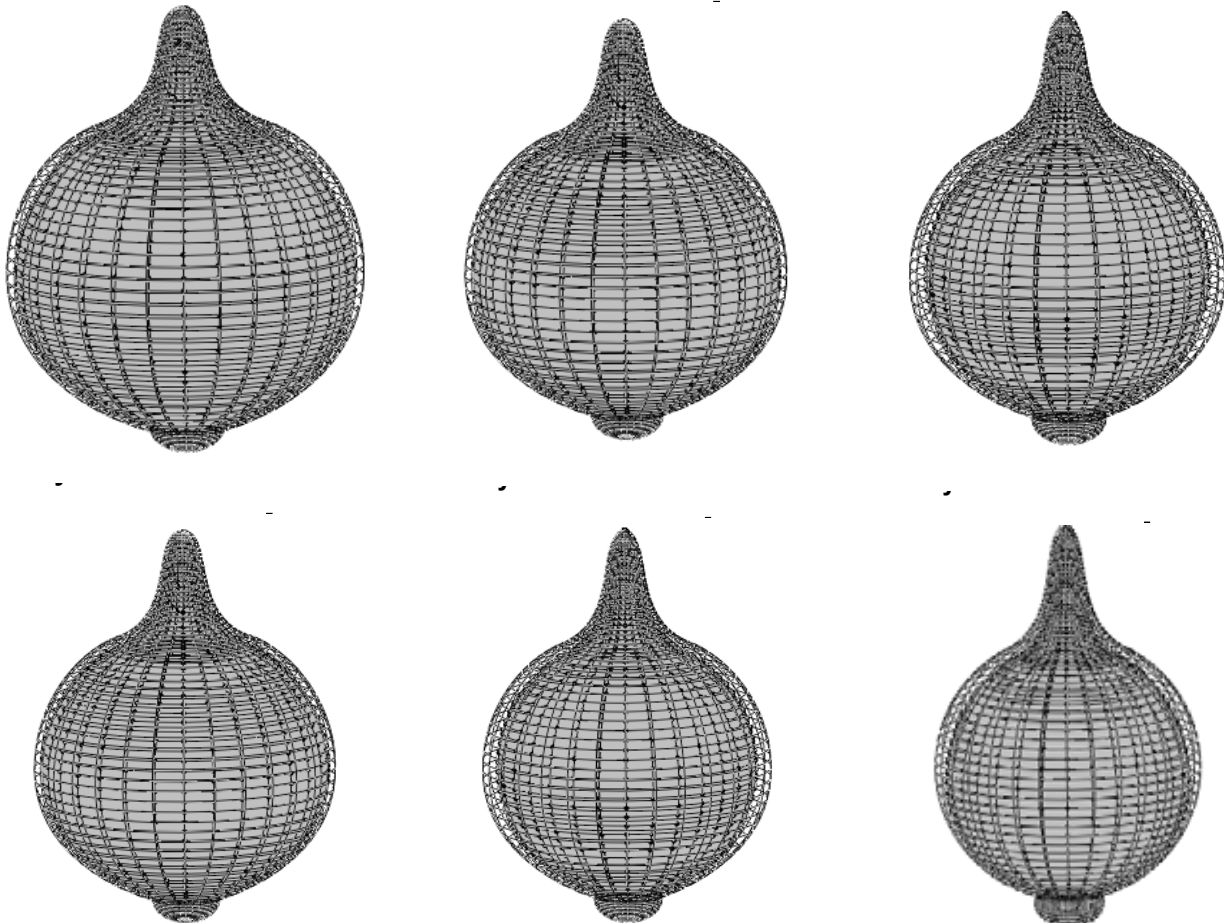
Rys. 3. Model 3D główki cebuli.

Fig. 3. 3D model of the onion bulbs.

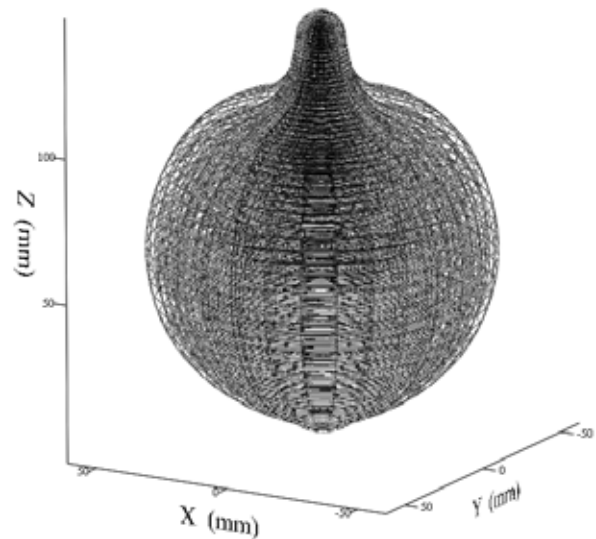
Źródło: Opracowanie własne

Source: Own study

Na rysunku 5 zamieszczono modele 3D kolejnych mięsistych łusek (A-B, B-C, C-D, ..., L-M, rys.2) połączonych z piętką (P, rys.2).



Na rysunku 4 zamieszczono model 3D główki cebuli i jej mięsistych łusek.



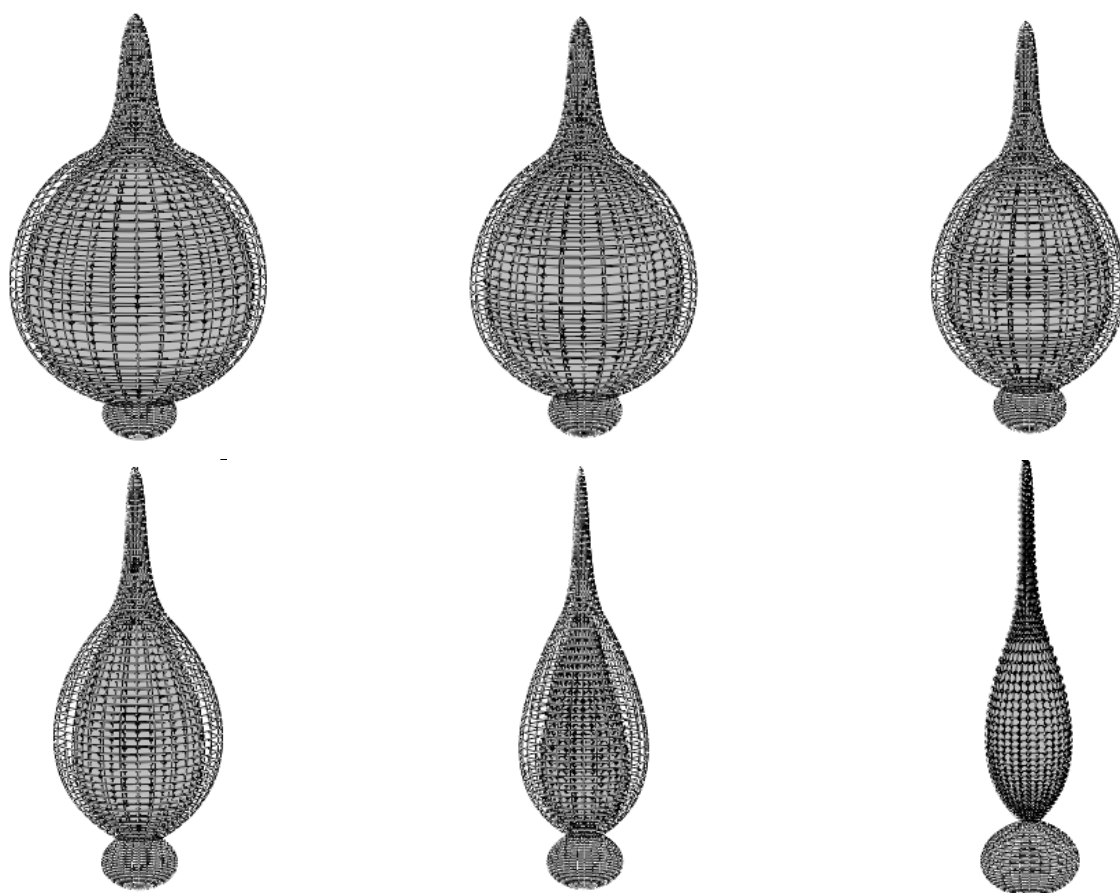
Rys. 4. Model 3D główki cebuli i jej mięsistych łusek.

Fig. 4. 3D model of the onion bulbs and its fleshy husks.

Źródło: Opracowanie własne

Source: Own study



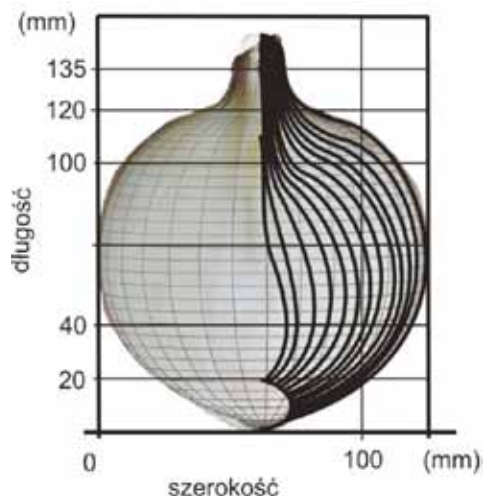


Rys. 5. Modele 3D kolejnych mięsistych łusek (A-B, B-C, C-D, ..., L-M, rys.2) połączonych z piętą (P, rys.2) cebuli.  
 Fig. 5. 3D models further fleshy husks (A-B, B-C, C-D,..., L-M, Fig. 2) connected to the heel (P, Fig. 2) onions.

Źródło: Opracowanie własne

Source: Own study

W celu weryfikacji modelu matematycznego opisującego kształt główki cebuli i jej mięsistych łusek oraz piętki wykonano nałożone na fotografie przekroju główki cebuli z krzywymi Bezierya w płaszczyźnie XZ oraz rzutu modelu 3D, główki cebuli i pokazano je na tle poziomych linii wykresu (rys. 6).



Rys. 6. Rzuty przekroju cebuli i jej modelu na płaszczyznę XZ.

Fig. 6. The projection a cross section of onion and its model on the XZ plane.

Źródło: Opracowanie własne

Source: Own study

Linie poziome przecinają obraz rzutu modelu i obraz przekroju rzeczywistej bryły cebuli. Poszczególne linie poziome, przecinając się z konturami rzutów, wskazują długości zaznaczonych przekrojów. Na podstawie różnic wyznaczonych długości tych przekrojów dla cebulioraz modelu obliczono błąd względny (tabela 1).

W tabeli 1 zamieszczono wartości błędu względnego (%) dla wymiarów cebuli i jej modelu 3D. W proponowanym modelu, jest możliwe uzyskanie kształtu powierzchni zewnętrznej główki modelu cebuli i jej mięsistych łusek z błędem względnym nie przekraczającym 5%.

Tabela 1. Wartości błędu względnego (%) dla wymiarów cebuli i jej modelu 3D

Table 1. The values of relative error (%) for the dimensions of onion and its 3D model

Wysokość przekroju The section height (mm)	Wartości błędów względnego The values of relative error (%)
20	-0,7
40	0,4
70	0
100	1,2
120	2,7
135	4.9

Źródło: Opracowanie własne

Source: Own study

Na podstawie porównania nałożonych na płaszczyznę  $XZ$  rzutów przekroju cebuli i jej modelu (rys. 6) uznano, że proponowana metoda dokładnie odwzorowuje podstawowe wymiary podstawowych części składowych cebuli. Z analizy danych zawartych w tabeli 1 wynika, że dokładność modeli kształtu główki cebuli i mięsistych łusek jest wystarczająca do celów praktycznych, ponieważ błąd względny nie przekracza 5%.

### WNIOSKI

1. Krzywe Bézierra mogą być stosowane do modelowania kształtów główek cebuli, jej mięsistych łusek oraz piętki.
2. Opracowany model 3D bryły cebuli (Alonso) odwzorowujący jej kształt powierzchni zewnętrznej oraz mięsistych łusek i piętki może służyć do reprezentowania rzeczywistych obiektów wszędzie tam, gdzie jest wymagana dokładność odwzorowania kształtu na poziomie błędu względnego wynoszącego do 5 %.
3. Odwzorowane przez obrót, względem osi symetrii cebuli, krzywe Bézierra tworzą bryłę mającą identyczne podstawowe wymiary główne jak dla rzeczywistej cebuli.

### LITERATURA

- [1] **BALOCH R. A., S. U. BALOCH, S. K. BALOCH, H. N. BALOCH, S. A. BADINI, W. BASHIR, A. B. BALOCH, J. BALOCH. 2014.** „Economic analysis of onion (*Allium cepa*L.) production and marketing in District Awaran”. Balochistan. Journal of Economics and Sustainable Development, [www.iiste.org](http://www.iiste.org), ISSN 2222-1700 (Paper) ISSN 2222-2855 (Online), Vol.5, No.24: 192-205.
- [2] **GHABEL R., A. RAJABIPOUR, M. GHASEMI-VARNAMKHASTI, M. OVEISI. 2010.** „Modeling the mass of Iranian export onion (*Allium cepa*L.) varieties using some physical characteristics”. *Res. Agr. Eng. Vol. 56, No. 1: 33-40.*
- [3] **GHAFFARI H., N. MARGHOUB, M. S. SHEIKH-DARABADI, A. HAKIMI, F. ABBASI. 2013.** „Physical properties of three Iranian onion varieties”. *International Research Journal of Applied and Basic Sciences*, [www.irjabs.com](http://www.irjabs.com), ISSN 2251-838X / Vol, 7 (9): 587-593.
- [4] **MIESZKALSKI L. 2011.** „Komputerowe wspomaganie matematycznego modelowania kształtu cebuli za pomocą krzywej przestrzennej”. *Postępy Techniki Przetwórstwa Spożywczego 2: 52-57.*
- [5] **MIESZKALSKI L. 2014.** Bezier curves in modeling the shapes of biological objects. *Annals of Warsaw University of Life Sciences – SGGW, Agriculture, Agricultural and Forest Engineering 64: 117-128.*
- [6] **ŚWIETLIKOWSKA K. (red.). 2008.** Surowce spożywcze pochodzenia roślinnego. Wydawnictwo SGGW. ISBN 978-83-7244-929-0.