

**Tadeusz Glinka**

**Instytut Napędów i Maszyn Elektrycznych KOMEL, Katowice**

## **DYNAMIKA SILNIKA INDUKCYJNEGO I SYNCHRONICZNEGO PO WYŁĄCZENIU I PONOWNYM ZAŁĄCZENIU NAPIĘCIA**

### **THE DYNAMICS OF THE INDUCTION AND SYNCHRONOUS MOTOR AFTER TURNED OFF AND ON AGAIN THE SUPPLYING VOLTAGE**

**Streszczenie:** W artykule przedstawiono stany dynamiczne silnika indukcyjnego i silnika synchronicznego, które pracowały w stanie ustalonym, po czym napięcie sieci zasilającej zostało wyłączone, a następnie załączone. Przy chwilowym zaniku napięcia, strumień wzbudzenia silnika indukcyjnego nie zanika, silnik wiruje i w uzwojeniu twornika indukuje się napięcie rotacji. Strumień wzbudzenia zmienia swoją prędkość w sposób skokowy, z synchronicznej na prędkość wirnika, to znaczy „przykleja się” do wirnika, a następnie ze stosunkowo długą elektromagnetyczną stałą czasową uzwojenia wirnika zanika do zera. Przy ponownym załączeniu napięcia, w najbardziej niekorzystnym przypadku, wartość udarowa prądu  $I_u$  może wynosić  $18I_N$ , a wartość udarowa momentu  $10T_N$ . W silnikach synchronicznych prąd wzbudzenia, z uwagi na dużą elektromagnetyczną stałą czasową uzwojenia wirnika (przy otwartym uzwojeniu stojana), powoduje wzrost strumienia magnetycznego i wzrost napięcia rotacji indukowanego w uzwojeniu stojana. Wartość udarowa prądu  $I_w$ , w najbardziej niekorzystnym przypadku, może wynosić  $25I_N$ , a moment udarowy może być równy  $18T_N$ .

**Abstract:** The dynamic states of the induction motor and a synchronous motor, which works in a steady state, and then the supplying voltage has been turned off and then turned on are presented in the article. During momentary power failure, the excitation flux in induction motor does not disappear. The motor rotates and in the armature winding the rotational voltage is induced. The excitation flux changes its speed in a stepwise way from the synchronous to the rotor's speed, it means the flux "sticks" to a rotor and then with a relatively long time windings electromagnetic constant of the rotor fades to zero. When the supplying voltage is turned on, in the most unfavorable circumstances, the current  $I_u$  can reach the value  $18I_N$ , and the torque can reach the value  $10T_N$ . The exciting current in the synchronous motor, due to the large electromagnetic time constant of the rotor's winding (opened stator windings), causes an increase of the magnetic flux and increase of the induced voltage of rotation in the stator's winding. When the most unfavorable circumstances appear, the current  $I_u$  can reach the value  $25I_N$ , and the torque can reach the value  $18T_N$ .

**Słowa kluczowe:** silnik indukcyjny, silnik synchroniczny, rozruch, wyłączenie i załączenie napięcia

**Keywords:** induction motor, synchronous motor, start-up, turn on the supply, turn off the supply

### **1. Zabezpieczenie silników elektrycznych indukcyjnych i synchronicznych**

Maszyny elektryczne indukcyjne i synchroniczne dużej mocy standardowo są zabezpieczone przed przeciążeniem długotrwałym (termicznym), przeciążeniem maksymalnym (chwilowym) i różnego rodzaju zaburzeniami napięcia zasilającego, które mogą doprowadzić do ich uszkodzenia lub uszkodzenia układu napędowego. Wymagane zabezpieczenia oraz zakresy ustawienia parametrów ich zadziałania powinny być podawane w dokumencie „Dane eksploatacyjne maszyny” załączonym do dokumentacji dostarczonej przez producenta wraz z maszyną. Zabezpieczenie powinno obejmować ochronę maszyny przed:

- ✓ przeciążeniami prądowymi i przekroczeniem dopuszczalnej temperatury pracy,
- ✓ samoczynnym załączeniem po chwilowym zaniku i powrocie napięcia zasilającego,
- ✓ niesymetrycznym napięciem np. po zaniku fazy,
- ✓ spadkiem rezystancji układu izolacji uzwojeń poniżej poziomu dopuszczalnego.

Widać z powyższego, że zabezpieczeniu maszyn elektrycznych stawiane jest wiele wymagań. Zabezpieczenia te w warunkach eksploatacyjnych często nie są sprawne, gdyż zbyt często za mało uwagi poświęca się diagnostyce, konserwacji i sprawdzaniu poprawności działania układu zabezpieczenia [7].

Autor zna awarie maszyn elektrycznych i transformatorów, poprawnie zabezpieczonych, których zabezpieczenie w stanie krytycznym zawiodło. Zabezpieczenie takie może nie działać gdy styki przekaźnika w układzie zabezpieczającym są utlenione bądź zabrudzone i zwiernając się nie przekazują sygnału do otwarcia wyłącznika. W jednej z hut silnik walcowniczy prądu stałego o mocy 1 MW, 1000 obr/min rozbiegł się i wszystkie działki komutatora zastały wyrzucone na zewnątrz. Silnik do chwili awarii pracował 10 lat. Silnik miał zainstalowane trzy zabezpieczenia działające:

- ✓ przy prędkości obrotowej  $1,2 n_{\max}$ ,
- ✓ przy prądzie twornika  $2,5 I_N$  i
- ✓ przy zaniku prądu wzbudzenia.

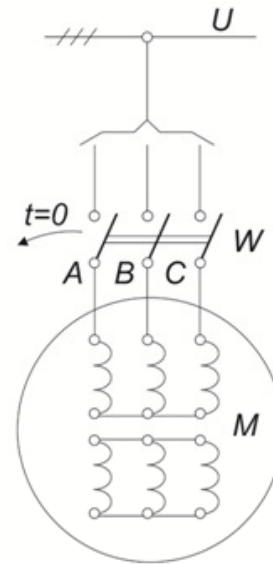
Silnik rozleciał się, gdyż nastąpiła awaryjna przerwa prądu wzbudzenia. Gdyby choć jedno z wymienionych zabezpieczeń zadziałało, to silnik zostałby wyłączony. Znany jest także przypadek nowego transformatora piecowego 40 MVA, 110 kV/(514 ± 304) V, opisany w literaturze [4], który po trzech miesiącach pracy uległ totalnej awarii. Awaria była spowodowana przez załączenie wyłącznika uzwojenia regulacyjnego, który zrobił zwarcie wewnętrzne uzwojenia. Przekaznik, który miał blokować możliwość załączenia wyłącznika w tym stanie pracy transformatora, miał styki zabrudzone pyłem szamotowym stosowanym na linii ciągłego odlewania stali. Przekaznik blokujący był lecz nie spełnił swojej funkcji.

W układach napędowych maszyny elektryczne pracują zarówno w stanach ustalonych jak i w stanach elektromechanicznych niestabilnych. Charakterystycznymi stanami niestabilnymi są rozruchy asynchroniczne silników prądu zmiennego. Każdy silnik elektryczny jest konstrukcyjnie przystosowany do stanów elektromagnetycznie niestabilnych występujących w stanach rozruchowych. W warunkach pracy ustalonej zdarzają się także zaburzenia napięcia sieci zasilającej, np od piorunów, wyzwalające działanie SPZetów bądź SZRów. Są to wyjątkowo groźne zaburzenia, gdyż czas przerwy w zasilaniu jest rzędu jednej sekundy. Wyłączenie napięcia i jego ponowne załączenie generuje w silnikach stany elektromagnetycznie niestabilne znacznie groźniejsze niż przy rozruchu. W artykule analizowane jest takie zdarzenie dla silnika indukcyjnego i silnika synchronicznego.

Przedstawiono fizykę zjawisk zachodzących w maszynie. Wzory matematyczne i równania są podawane tylko w zakresie koniecznym do ilustracji omawianego problemu.

## 2. Rozruch silnika indukcyjnego klatkowego

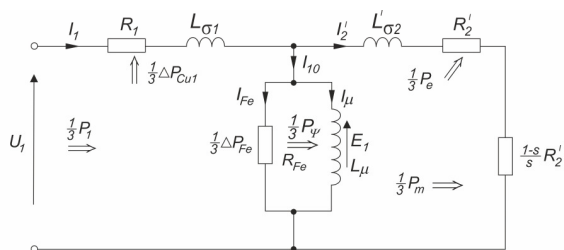
Rozruch silnika indukcyjnego klatkowego przeprowadzimy przy założeniu, że silnik M jest 3-fazowy klatkowy, ma budowę symetryczną z uzwojeniem stojana połączonym w gwiazdę. Silnik jest zatrzymany ( $n = 0$ ), w chwili ( $t = 0$ ) załączamy napięcie znamionowe, jak to pokazano na rys.1. Analizę rozruchu przeprowadzimy w oparciu o schemat zastępczy silnika.



Rys. 1. Schemat zasilania silnika M, w chwili ( $t = 0$ ) załącza się wyłącznik W

### 2.1. Schemat zastępczy

Schemat zastępczy obejmuje jedną fazę układu połączenia uzwojeń Yy. Tworząc schemat zastępczy, uzwojenie klatkowe wirnika transformuje się na układ 3-fazowy połączony w gwiazdę, także uzwojenie stojana, jeśli jest połączone w trójkąt, transformuje się na układ gwiazdy. Czynność ta jest realizowana automatycznie poprzez obliczenie parametrów schematu zastępczego z równań obowiązujących dla układu gwiazdy, jak poniżej. Uproszczony schemat zastępczy przedstawiono na rys. 2. Każda z faz A, B i C ma identyczny schemat zastępczy. Uproszczenie dotyczy uwzględnienia w obwodzie wirnika jednej gałęzi  $R_2, L_{\sigma 2}$ .



Rys. 2. Schemat zastępczy 1-fazy silnika indukcyjnego 3-fazowego w układzie połączenia Yy

Identyfikacja parametrów schematu zastępczego dla układu połączenia uzwojenia Yy:

$$R_1 = \frac{\Delta P_{Cu1}}{3I_1^2}$$

$$R_2 = \frac{\Delta P_{Cu2}}{3(I_2')^2}$$

$$R_{Fe} = \frac{U^2}{\Delta P_{Fe}}$$

$$L_{\sigma 1} = \frac{k_{u1} N_1 \Phi_{\sigma 1}}{I_1}$$

$$L'_{\sigma 2} = \frac{k_{u2} N_2 \Phi_{\sigma 2}}{I_2}$$

$$L_{\mu} = \frac{k_{u1} N_1 \Phi}{I_{\mu}}$$

Strumień magnetyczny  $\Phi$  jest wzbudzony przez wszystkie fazy (A, B, C) uzwojenia stojana zasilane napięciem sinusoidalnym symetrycznym. Moc bierna  $Q$  jest mocą wzbudzenia plus mocą bierną związaną ze strumieniem rozproszenia

$$Q = 3\omega_1 L_{\mu} I_{\mu}^2 + 3\omega_1 L_{\sigma 1} I_1^2 + 3\omega_1 L_{\sigma 2} (I_2')^2$$

W podanych równaniach poszczególne symbole oznaczają:

$U, U_1$  – napięcie międzyprzewodowe i napięcie fazowe (wartość skuteczna),

$I_1, I_2'$  – prąd silnika i prąd w uzwojeniu wirnika sprowadzony na stronę stojana,

$\Phi$  – strumień magnetyczny wirujący w szczelinie magnetycznej,

$\Phi_{\sigma 1}, \Phi_{\sigma 2}$  - strumień magnetyczny rozproszenia jednej fazy uzwojenia stojana i wirnika,

$\Delta P_{Cu1}$  – straty mocy w uzwojeniu stojana,

$\Delta P_{Cu2}$  – straty mocy w wirniku (w uzwojeniu i żelazie),

$\Delta P_{Fe}$  – straty mocy w żelazie stojana,

$N_1, N_2$  – liczba zwojów uzwojenia stojana i wirnika w układzie gwiazdy,

$k_{u1}$  – współczynnik uzwojenia,

$\omega_1 = 2\pi f_1$  – pulsacja i częstotliwość napięcia.

## 2.2. Przebieg rozruchu silnika po włączeniu napięcia

Analiza rozruchu silnika zostanie przeprowadzona przy pominięciu gałęzi poprzecznej w schemacie zastępczym, to znaczy przy założeniu  $I_{10} = 0$ . Rozruch silnika następuje po zamknięciu, w czasie  $t = 0$ , wyłącznika W. Przyjmujemy, że napięcie na uzwojenie A, B, C jest podawane w sposób skokowy jednocześnie:

$$U_A(t) = U_{1m} \sin(\omega_1 t + \varphi)$$

$$U_B(t) = U_{1m} \sin(\omega_1 t + \varphi - \frac{2}{3}\pi)$$

$$U_C(t) = U_{1m} \sin(\omega_1 t + \varphi + \frac{2}{3}\pi)$$

gdzie:

$U_{1m}$  – oznacza amplitudę napięcia fazowego, a

$\varphi$  – kąt przesunięcia chwilowej wartości napięcia  $U_A(t=0)$  w stosunku do jego amplitudy  $U_{Am}$ .

Przebiegi prądu silnika, przy pominięciu gałęzi poprzecznej w schemacie zastępczym [6]:

$$I_{1A}(t) = \frac{U_{1m}}{z_z} \left[ \sin(\omega_1 t + \varphi - \varphi_z) - [\sin(\varphi - \varphi_z)] e^{-t/\tau_z} \right]$$

$$I_{1B}(t) = \frac{U_{1m}}{z_z} \left[ \sin\left(\omega_1 t + \varphi - \frac{2}{3}\pi - \varphi_z\right) - [\sin(\varphi - \varphi_z - \frac{2}{3}\pi)] e^{-t/\tau_z} \right]$$

$$I_{1C}(t) = \frac{U_{1m}}{z_z} \left[ \sin\left(\omega_1 t + \varphi + \frac{2}{3}\pi - \varphi_z\right) - [\sin(\varphi + \varphi_z + \frac{2}{3}\pi)] e^{-t/\tau_z} \right]$$

Suma prądów

$$I_{1A}(t) + I_{1B}(t) + I_{1C}(t) = 0$$

Równanie momentów

$$J \frac{d\omega_m(t)}{dt} = T_{em}(t) - T_{ob}$$

Moment elektromagnetyczny

$$T_{em}(t) = \frac{P_{\Phi}(t)}{\omega_{mz}}$$

Impedancja obwodu zwarcia

$$z_z \approx \sqrt{[\omega_1(L_{\sigma 1} + L'_{\sigma 2})]^2 + (R_1 + R_2')^2}$$

Elektromagnetyczna stała czasowa obwodu zwarcia

$$\tau_z = \frac{L_z}{R_z} \approx \frac{L_{\sigma 1} + L'_{\sigma 2}}{R_1 + R_2'}$$

Kąt opóźnienia przebiegu składowej periodycznej prądu w stosunku do przebiegu napięcia

$$\varphi_z \approx \arctg \frac{\omega_1(L_{\sigma 1} + L'_{\sigma 2})}{R_1 + R_2'}$$

Oznaczenia:

$\omega_{m1} = \frac{1}{p_b} \omega_1$  prędkość kątowna pola wirującego,  
 $p_b$  – liczba par biegunów uzwojenia,

$\omega_m = \pi \frac{n}{30}$  – prędkość kątowna wirnika,

$n$  – prędkość obrotowa wirnika [obr/min],

$P_w$  – moc pola wirującego (moc w szczelinie),

$J$  – moment bezwładności wszystkich mas sprzęgniętych z wałem silnika,

$T_{em}$  i  $T_{ob}$  – moment elektromagnetyczny i moment obciążenia.

Przybliżenia we wzorach  $z_z$ ,  $\varphi_z$  i  $\tau_z$  dotyczą uwzględnienie tylko jednej gałęzi reprezentującej uzwojenie klatkowe wirnika i pominięcia gałęzi poprzecznej w schemacie zastępczym.

Przebiegi prądu rozruchowego, w poszczególnych fazach, mają składową periodyczną, np. w fazie A

$$i_{pA} = \frac{U_{1m}}{z_z} \sin(\omega_1 t + \varphi - \varphi_z)$$

i składową aperiodyczną

$$i_{aA} = \frac{U_{1m}}{z_z} [-\sin(\varphi - \varphi_z)] e^{-t/\tau_z}$$

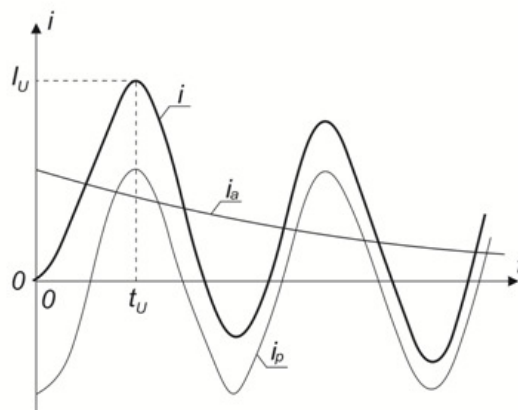
która zanika ze stałą czasową  $\tau_z$ . Wynika to z właściwości obwodów zawierających indukcyjności. Prąd w elementach indukcyjnych nie zmienia się skokowo. Jeśli w chwili załączenia napięcia składowa periodyczna  $i_p(t=0) \neq 0$ , to wzbudzana jest składowa aperiodyczna  $i_a(t=0) + i_p(t=0) = 0$ , jak to pokazano na rys.3.

Elektromagnetyczna stała czasowa

$$\tau_z = \frac{L_{\sigma 1} + L_{\sigma 2}}{R_1 + R_2}$$

dotyczy obwodu zwarcia, jest zatem mała, co powoduje, że składowa aperiodyczna szybko zanika do zera.

Składowa **periodyczna**  $i_p$  sumuje się ze składową aperiodyczną  $i_a$ , co determinuje prąd udarowy  $I_u$ . Składowa periodyczna  $i_p$  wzbudza w uzwojeniu twornika ( $t$ ) siłę magnetomotoryczną (smm)  $\theta_{tp}(\alpha, t)$ , która indukuje w uzwojeniu wirnika prąd o częstotliwości  $f_2 = sf_1$ , który wzbudza w uzwojeniu wirnika ( $w$ ) smm  $\theta_{wp}(\alpha, t)$ . Obydwie smm wirują względem osi faz uzwojenia twornika z prędkością kątowną  $\omega_{1m}$ , a względem siebie są nieruchome. Składowa aperiodyczna prądu  $i_a$  wzbudza w uzwojeniu twornika smm aperiodyczną  $\theta_{za}(\alpha, t)$ , której położenie względem osi faz uzwojenia twornika jest stałe.



Rys. 3. Przebieg początkowy prądu rozruchowego silnika po skokowym załączeniu napięcia

Indukuje ona w uzwojeniu wirnika prąd o częstotliwości obrotów  $f_m = \frac{n}{60}$ , który wzbudza składową aperiodyczną smm  $\theta_{wa}(\alpha, t)$  nieruchomą względem osi uzwojenia stojana. Moment elektromagnetyczny

$$T_{em}(t) = l_{Fs} D p_b \int_0^{\tau} B(x, t) A_1(x, t) dx$$

$$T_{em}(t) = l_{Fs} D p_b \frac{\tau}{\pi} \int_0^{\pi} B(\alpha, t) A_1(\alpha, t) d\alpha$$

gdzie:  $\tau = \frac{\pi D}{2 p_b}$  – podziałka biegunowa;  $B(\alpha, t)$  - indukcja magnetyczna, przy założeniu, że przenikalność magnetyczna względna żelaza

$$\mu_{Fs} \gg 1, \text{ to}$$

$$B(\alpha, t) = \mu_0 \frac{\theta_1(\alpha, t) \mp \theta_2(\alpha, t)}{\delta(\alpha)}$$

$\theta_1(\alpha, t)$ ;  $\theta_2(\alpha, t)$  - siła magnetomotoryczna twornika i wirnika

$$\theta_1(\alpha, t) = \theta_{tp}(\alpha, t) \mp \theta_{za}(\alpha, t)$$

$$\theta_2(\alpha, t) = \theta_{wp}(\alpha, t) \mp \theta_{wa}(\alpha, t)$$

$A_1(\alpha, t) = A_{ABC}(\alpha, t)$  - okład prądowy, czyli powierzchniowa gęstość prądu, jest jednoznacznie związana z smm twornika. Jeśli założyć, że okład prądowy uzwojenia twornika jest sinusoidalnie rozłożony na obwodzie – rys.4.

$$A_1(\alpha, t) = A_1(t) \sin \alpha$$

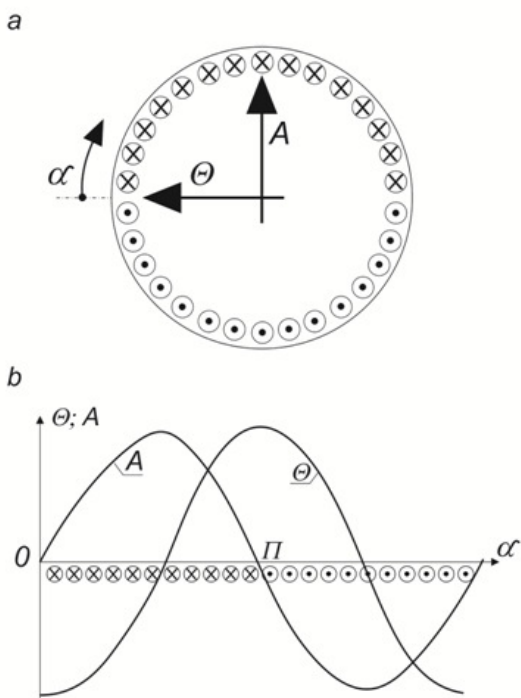
to smm twornika

$$\theta_1(\alpha, t) = A_1(t) \sin(\alpha - \frac{\pi}{2})$$

Pozostałe oznaczenia:

$\alpha = p_b \alpha_m$  - kąt elektryczny;  $\alpha_m$  - kąt biegnący na obwodzie twornika;  $p_b$  - liczba par biegunów

nów;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$  – przenikalność magnetyczna próżni (powietrza);  $\hat{\tau}$  – suma geometryczna;  $\delta(\alpha)$  – długość szczeliny powietrznej mierzona w punkcie  $\alpha$  po linii pola magnetycznego;  $l_{F\delta}$  – długość osiowa rdzenia;  $D$  – średnica wewnętrzna stojana (mierzona przy szczelinie magnetycznej).



Rys. 4. a – Uzwojenie twornika umieszczone w szczelinie powietrznej; b - rozkład okładu prądowego  $A$  i  $\Theta$  na rozwiniętym obwodzie twornika

Obliczenia przebiegu momentu  $T_{sm}(t)$  w czasie rozruchu przeprowadza się zwykle przy założeniach:  $\delta(\alpha) = \delta_0 = \text{constans}$ .

Z zestawionych równań można obliczyć przebieg momentu elektromagnetycznego silnika w czasie rozruchu. Maksymalna wartość momentu rozruchowego, moment udarowy  $T_u$ , pojawia się w tej samej chwili co prąd udarowy  $I_u$ . W maszynach elektrycznych przy rozruchu występuje także znacząca siła promieniowa naciągu magnetycznego. Indukcja magnetyczna  $B(\alpha, t)$  determinuje naprężenia mechaniczne  $p_\sigma$  promieniowe działające na powierzchniach przyszczelinowych stojana i wirnika [1]

$$p_\sigma(\alpha_m, t) = \mathbf{1}_r \frac{B^2(\alpha, t)}{2\mu_0}$$

Wypadkowa siła promieniowa  $F(\alpha, t)$ , działająca na powierzchnię rdzenia wirnika i stojana

$$F(\alpha, t) = \mathbf{1}_r \frac{l_{F\delta} D}{2} \int_0^{2\pi} p_\sigma(\alpha_m, t) \cdot d\alpha_m$$

gdzie:

$\mathbf{1}_r$  – wektor jednostkowy w kierunku promienia. Siła  $F$  jest funkcją wielu parametrów maszyny, gdyż rozkład indukcji na obwodzie  $B(\alpha, t)$  zależy od:

- ukształtowania długości szczeliny  $\delta(\alpha)$  na którą mają wpływ żłobki stojana i wirnika oraz tolerancja wykonania elementów maszyny, (tolerancje te sumują się w szczelinie tworząc przesunięcie osi rdzenia wirnika względem osi rdzenia stojana),
- stopnia nasycenia jarzma i żłobków,
- rozmieszczenia gałęzi równoległych uzwojenia.

Siła  $F$  może powodować deformację zarówno wirnika jak i stojana. Stojan jest zwykle sztywniejszy, stąd najczęściej deformacji (ugięciu) ulega wirnik. W stanach rozruchowych siła naciągu magnetycznego  $F_u$  pojawia się w sposób udarowy, stąd odkształcenia wirnika mogą być nawet dwukrotnie większe od deformacji przy wolno narastającej sile o tej samej wartości ustalonej. Występowanie sił promieniowych  $F$  w czasie rozruchu potwierdza charakterystyczny stuk wirnika słyszany, w niektórych silnikach dużej mocy, bezpośrednio po załączeniu napięcia. W jednej z hut, w której autor przez 25 lat był doradcą naukowym do spraw napędów i remontów maszyn elektrycznych, po odstawieniu silników do remontu i ich rozebraniu widoczne były ślady zatarcia pakietu wirnika o pakiet stojana. Jest to dowód, że w tych silnikach siły promieniowe naciągu magnetycznego powodowały ugięcie wału wirnika, w czasie rozruchu.

Wartości udarowe prądu  $I_u$ , momentu  $T_u$  i siły naciągu magnetycznego  $F_u$  występują z opóźnieniem czasowym  $t_u$ . Czas  $t_u$  pokrywa się z czasem pierwszej amplitudy prądu składowej periodycznej  $i_p$  o znaku (+ lub -) identycznym jak znak składowej aperiodycznej  $i_a$  – rys. 3. Wartości udarowe  $I_u$ ,  $T_u$  i  $F_u$  raz mogą być mniejsze, innym razem większe, jest to przypadek, zależny od chwilowej wartości napięcia sieci  $U_{A(t=0)}$ , determinowany przez kąt  $\varphi$ , w chwili załączenia. Z równań prądów  $i_{1A}(t)$ ,  $i_{1B}(t)$  i  $i_{1C}(t)$  widać, że nie można uzyskać takiego stanu załączenia silnika, aby nie wzbudzić składowej aperiodycznej prądu  $i_a$  równocześnie we wszystkich trzech fazach. Z pun-



ktu widzenia składowych uderowych  $I_u$ ,  $T_u$  i  $F_u$  można wydzielić dwa skrajne przypadki załączenia napięcia: załączenie łagodne i załączenie ekstremalnie niekorzystne.

#### Załączenie łagodne ( $\varphi - \varphi_z$ ) = 0 :

Składowa periodyczna prądu w fazie A rozpoczyna się od zera  $i_{pA}(t=0) = 0$ , a w pozostałych fazach wynosi:

$$i_{pB}(t=0) = -\frac{\sqrt{3} U_{1m}}{2 s_z} \text{ i } i_{pC}(t=0) = \frac{\sqrt{3} U_{1m}}{2 s_z}.$$

Składowa aperiodyczna prądu w poszczególnych fazach  $i_{aA}(t=0) = 0$ ,  $i_{aB}(t=0) = \frac{\sqrt{3} U_{1m}}{2 s_z}$ ,  $i_{aC}(t=0) = -\frac{\sqrt{3} U_{1m}}{2 s_z}$ .

Składowa uderowa prądu w poszczególnych fazach wystąpi z opóźnieniem czasowym:  $t_{uA}$ ,  $t_{uB}$ ,  $t_{uC}$  – są to czasy wystąpienia pierwszej amplitudy składowej periodycznej  $i_p$  o znaku zgodnym ze znakiem składowej aperiodycznej. Czasy te wynoszą:

$$t_{uA} = \frac{1}{4f_1}, \quad t_{uB} = \frac{7}{12f_1}, \quad t_{uC} = \frac{5}{12f_1}.$$

W czasie tego opóźnienia składowa aperiodyczna zmniejszy się, gdyż elektromagnetyczna stała czasowa zwarcia  $\tau_z$  jest mała. Można w przybliżeniu przyjąć, że składowa periodyczna prądu obniży się dla fazy B o 20% i dla fazy C o 15%

$$I_{uA}(t=t_{uA}) = \frac{U_{1m}}{s_z} = \sqrt{2} I_R,$$

$$I_{uB}(t=t_{uB}) = \frac{\sqrt{3} U_{1m}}{2 s_z} \left[ 1 + 0,8e^{-t_{uB}/\tau_z} \right] \approx 2,1 I_R$$

$$I_{uC}(t=t_{uC}) = \frac{\sqrt{3} U_{1m}}{2 s_z} \left[ 1 - 0,85e^{-t_{uC}/\tau_z} \right] \approx 2,2 I_R$$

przy czym prąd rozruchowy  $I_R$  (wartość skuteczna)  $I_R = (6 \div 7) I_N$  prądu znamionowego  $I_N$ . Moment uderowy  $T_u$  w czasie rozruchu pojawia się w tej samej chwili co prądy uderowe w fazach B i C, a jego wartość  $T_u \approx 1,5 T_R$ . W maszynach indukcyjnych klatkowych moment rozruchowy  $T_R = (2 \div 2,5) T_N$ , gdzie  $T_N$  jest momentem znamionowym.

Siła promieniowa uderowa naciągu magnetycznego  $F$  jest dla tego przypadku najmniejsza.

#### Załączenie ekstremalnie niekorzystne ( $\varphi - \varphi_z$ ) = $\frac{\pi}{2}$

Załączenie ekstremalnie niekorzystne wystąpi gdy składowa periodyczna prądu w jednej z faz (np. w fazie A) rozpoczyna się od amplitudy

$$i_{pA}(t=0) = \frac{U_{1m}}{s_z},$$

a w pozostałych fazach wynosi:

$$i_{pB}(t=0) = -\frac{U_{1m}}{2 s_z} \text{ i } i_{pC}(t=0) = -\frac{U_{1m}}{2 s_z}.$$

W tym przypadku składowa aperiodyczna prądu w poszczególnych fazach, w chwili załączenia napięcia ( $t = 0$ ), wynosi:

$$i_{aA}(t=0) = -\frac{U_{1m}}{s_z},$$

$$i_{aB}(t=0) = \frac{U_{1m}}{2 s_z},$$

$$i_{aC}(t=0) = \frac{U_{1m}}{2 s_z}.$$

Składowa uderowa prądu w poszczególnych fazach wystąpi z opóźnieniem czasowym:

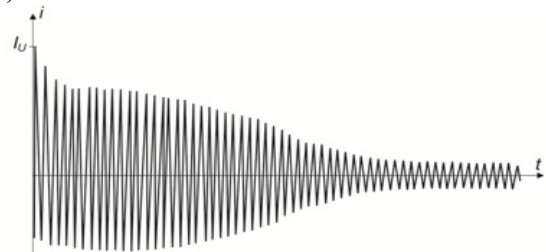
$t_{uA} = \frac{1}{2f}$ ,  $t_{uB} = \frac{1}{3f}$ ,  $t_{uC} = \frac{2}{3f}$  – są to czasy wystąpienia pierwszej amplitudy składowej periodycznej  $i_p$  o znaku zgodnym ze składową aperiodyczną  $i_a$ . Można w przybliżeniu przyjąć, że składowa aperiodyczna w tym czasie zmniejszy się: w fazie A o 20%, w fazie B o 15% i w fazie C o 25%. Zatem składowe uderowe prądu:

$$I_{uA}(t=t_{uA}) = \frac{U_{1m}}{s_z} (1 + 0,8e^{-t_{uA}/\tau_z}) \approx 2,5 I_R,$$

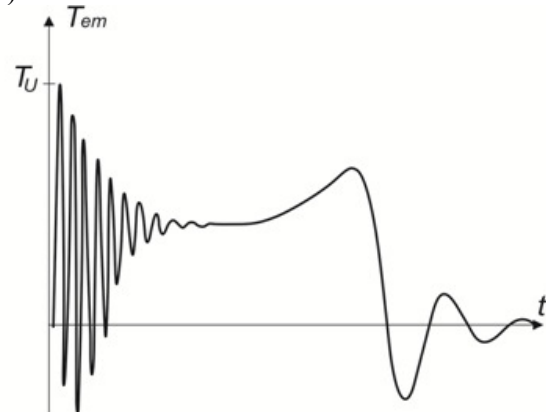
$$I_{uB}(t=t_{uB}) = \frac{U_{1m}}{2 s_z} \left[ 1 + 0,85e^{-t_{uB}/\tau_z} \right] \approx 1,3 I_R,$$

$$I_{uC}(t=t_{uC}) = \frac{U_{1m}}{s_z} \left[ 1 - 0,75e^{-t_{uC}/\tau_z} \right] \approx 1,2 I_R.$$

a)



b)



Rys. 5. a - Przykładowy przebieg prądu i b - momentu rozruchowego silnika indukcyjnego klatkowego nieobciążonego

Składowa udarowa prądu  $I_u$  w tym wypadku jest około 1,14 razy większa niż przy załączeniu łagodnym. Zawsze największa składowa udarowa prądu występuje w jednej fazie, w pozostałych fazach są mniejsze. Składowe udarowe prądu w poszczególnych fazach są, względem siebie, przesunięte w czasie. Składowa udarowa momentu  $T_u$  nie wzrasta proporcjonalnie do prądu udarowego, dla stanu rozruchowego, dla najbardziej niekorzystnego przypadku załączenia

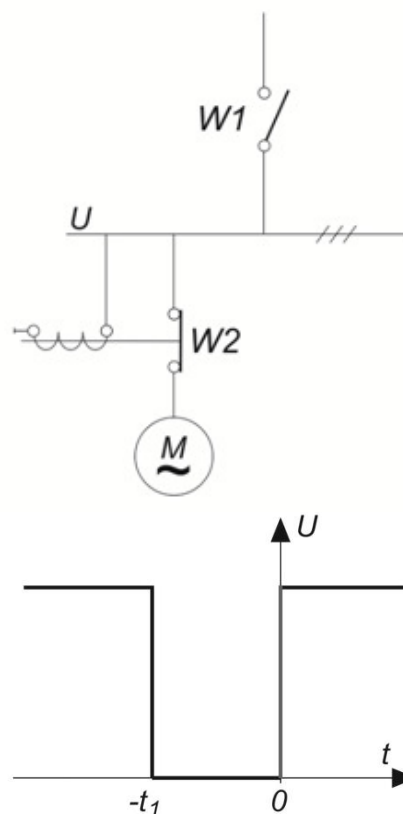
$$T_u \geq 2T_R$$

Siła udarowa naciągu magnetycznego  $F$  w tym przypadku jest także większa niż przy załączeniu łagodnym. Charakterystyczny przebieg prądu i momentu rozruchowego silnika indukcyjnego przedstawia rys.5.

### 3. Dynamika silnika indukcyjnego po wyłączeniu i ponownym załączeniu napięcia

Na rysunku 6a przedstawiono schemat układu zasilania silnika. Chwilowe wyłączenie i ponowne załączenie napięcia sieci zasilającej reprezentuje wyłącznik W1. Wyłączenie napięcia w sieci zasilającej nie jest równoważne ze spadkiem napięcia do zera w rozdzielni, z której jest zasilany silnik. Napięcie w rozdzielni podtrzymuje sam silnik, lub kilka silników zasilanych z tej rozdzielni. Silniki wirują, mają energię  $(0,5J\omega_m^2)$  i są wzbudzone, gdyż strumień magnetyczny wzbudzenia nie zmienia się skokowo. Dlatego elektromagnes wyłącznika W2 w dalszym ciągu podtrzymuje stan załączenia wyłącznika W2, to znaczy nie reaguje na chwilowe (np.1 sek.) przerwy napięcia zasilającego. Silnik M jest załączany i wyłączany wyłącznikiem W2, dlatego silnik jest w dalszym ciągu połączony z rozdzielnią. Analizując stan dynamiczny silnika po wyłączeniu i ponownym załączeniu napięcia założmy, że wyłączenie napięcia  $U$  następuje w chwili  $(t = -t_1)$ , a załączenie napięcia  $U$  w chwili  $(t = 0)$ . Przedział czasu, w którym analizujemy stan dynamiczny silnika dzielimy na:

- stan pracy ustalonej  $(t < -t_1)$ , przed wyłączeniem napięcia,
  - stan beznapięciowy  $(-t_1 \leq t < 0)$ ,
  - ponowne załączenie napięcia  $t \geq 0$ .
- jak to pokazano na rys. 6b.



Rys. 6. a – Schemat układu zasilania, b - przebieg wartości skutecznej napięcia zasilającego

#### 3.1. Praca ustalona silnika

Po rozruchu silnik pracuje w stanie ustalonym, to jest w czasie  $(t < -t_1)$ , który opisują poniższe równania [4].

Bilans mocy

$$P_1 = P_\psi + \Delta P_{Cu1} + \Delta P_{Fe}$$

Moc pola wirującego

$$P_\psi = P_1 - \Delta P_{Cu1} - \Delta P_{Fe} = \frac{\Delta P_{Cu2}}{s}$$

Straty mocy

$$\Delta P_{Cu1} = 3R_1 I_1^2$$

$$\Delta P_{Cu2} = 3R_2 I_2^2 ; \Delta P_{Fe} = \frac{V^2}{R_{Fe}}$$

Moc mechaniczna

$$P_m = P_\psi - \Delta P_{Cu2} = \frac{1-s}{s} \Delta P_{Cu2}$$

Moment elektromagnetyczny

$$T_{em} = \frac{P_\psi}{\omega_{m1}} = \frac{P_m}{\omega_m}$$

Pole wirującego

$$\Phi = \frac{l_{Fe} D}{2p_b} \int_0^\pi B(\alpha) d\alpha$$

Prędkość kątowna  $\omega_{m1}$  wektora  $\Phi$  względem stojana

$$\omega_{m1} = \frac{\omega_1}{p_b} = \frac{\pi n_1}{30}$$

$$\omega_1 = 2\pi f_1$$

Prędkość kątowna  $\omega_{m2}$  wektora  $\Phi$  względem wirnika

$$\omega_{m2} = \frac{2\pi f_2}{p_b}$$

Prędkość kątowna  $\omega_m$  wirnika

$$\omega_m = \omega_{m1} - \omega_{m2} = \frac{\pi n}{30}$$

Poślizg  $s$  jest prędkością względną wirnika  $\omega_m$  w stosunku do prędkości  $\omega_{m1}$  pola wirującego  $\Phi$

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{\omega_{m1} - \omega_m}{\omega_{m1}} = \frac{f_2}{f_1}$$

Równanie momentów

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_{em} - T_{ob} = 0.$$

Oznaczenia:

$P_1, P_\psi, P_m$  – moc pobierana z sieci elektroenergetycznej, moc pola wirującego i moc mechaniczna,

$f_1, f_2$  – częstotliwość napięcia sieci i częstotliwość prądu w uzwojeniu wirnika,

$\omega_{m1}, \omega_m$  – prędkość kątowna pola wirującego i prędkość kątowna wirnika,

$n_1, n$  – prędkość obrotowa [obr/min] pola wirującego i prędkość obrotowa wirnika,

$s$  – poślizg wirnika względem pola wirującego.

### 3.2. Praca silnika po wyłączeniu napięcia

Po wyłączeniu napięcia, to jest w czasie ( $-\tau_1 \leq t < 0$ ), prąd stojana  $I = 0$ , moment elektromagnetyczny  $T_{em} = 0$ , prędkość kątowna  $\omega_m(t)$  będzie się zmniejszać zgodnie z równaniem

$$J \frac{d\omega_m(t)}{dt} = -T_{ob},$$

która dla czasu ( $t = 0$ ) osiągnie wartość

$$\omega_m(t=0) = \omega_m(t=-\tau_1) - \frac{1}{J} \int_{-\tau_1}^0 T_{ob} dt$$

Uzwojenie wirnika jest zwarte. Strumień magnetyczny  $\Phi(t)$ , w pierwszej chwili po wyłączeniu

napięcia, nie zmieni się, lecz w sposób skokowy zmieni się jego prędkość wirowania z  $\omega_{m1}$  na  $\omega_m$ . Strumień  $\Phi(t)$  „przyklei się” do wirnika i będzie wykładniczo zmniejszał się do zera:

$$\Phi(t) = \Phi e^{-t/\tau_0}$$

Elektromagnetyczna stała czasowa  $\tau_0$  zanikania strumienia

$$\tau_0 = \frac{L_\mu + L_{\sigma 2}}{R_2}$$

jest stosunkowo duża ( $\tau_0 \gg \tau_s$ ), gdyż obwód uzwojenia stojana jest otwarty.

Prąd wirnika w sposób skokowy zmniejszy się do wartości prądu magnesującego  $I_\mu$  i będzie zanikał wykładniczo do zera z elektromagnetyczną stałą czasową  $\tau_0$

$$I_2(t) = I_\mu(t) = I_{\mu(t=-\tau_1)} e^{-t/\tau_0}$$

W uzwojeniu stojana, wirujący strumień  $\Phi(t)$ , indukuje napięcie rotacji  $E_1(t)$  o częstotliwości obrotów  $f_m(t)$

$$f_m(t) = p_b \frac{n(t)}{60}$$

Napięcie  $E_1(t)$  będzie zmniejszać się do zera wraz ze zmniejszaniem się strumienia  $\Phi$  i prędkości kątownej  $\omega_m$

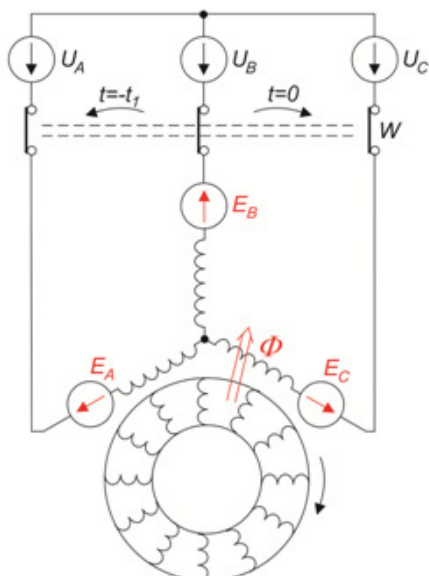
$$E_1(t) \approx \sqrt{2} \frac{U_N}{\sqrt{3}} \frac{\Phi(t)}{\Phi_N} \frac{\omega_m(t)}{\omega_{m1}}$$

gdzie:  $\Phi_N$  – strumień znamionowy, przed wyłączeniem napięcia. Przybliżenie ( $\approx$ ) dotyczy założenia, że wartość skuteczna fazowego napięcia rotacji przed wyłączeniem  $E_{1(t<-t)} = \frac{U_N}{\sqrt{3}}$ , to znaczy przy pominięciu spadków napięcia na  $R_{C\omega 1}$  i  $L_{\sigma 1}$ .

### 3.3. Praca silnika po załączeniu napięcia

Załączenie napięcia następuje w czasie  $t = 0$ . Silnik wiruje, prędkość obrotowa  $n_{(t=0)} > 0$  i napięcie rotacji  $E_{1(t=0)} > 0$ . Indeks „1” oznacza fazy A,B,C, jak na rys.7.





Rys. 7. Schemat uzwojeń silnika indukcyjnego wykorzystywany do analizy stanu dynamicznego po ponownym załączeniu napięcia

Napięcie na uzwojenia A, B, C jest załączane w sposób skokowy:

$$\begin{aligned}
 U_A(t) &= U_{1m} \sin(\omega_1 t + \varphi) \\
 U_B(t) &= U_{1m} \sin(\omega_1 t + \varphi - \frac{2}{3}\pi) \\
 U_C(t) &= U_{1m} \sin(\omega_1 t + \varphi + \frac{2}{3}\pi)
 \end{aligned}$$

W uzwojeniu twornika indukuje się napięcie rotacji w chwili ( $t = 0$ ):

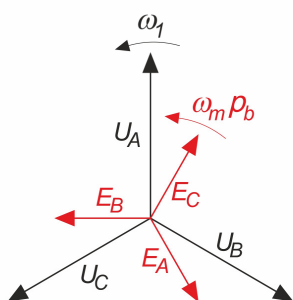
$$\begin{aligned}
 E_A(t) &= E_{1m} \sin(\omega_m t + \psi) \\
 E_B(t) &= E_{1m} \sin(\omega_m t + \psi - \frac{2}{3}\pi) \\
 E_C(t) &= E_{1m} \sin(\omega_m t + \psi + \frac{2}{3}\pi)
 \end{aligned}$$

gdzie:

$$\omega_m = \pi p_b \frac{n(t)}{30}$$

$\psi$  – kąt przesunięcia chwilowej wartości napięcia rotacji  $E_{A(t=0)}$  w stosunku do jego amplitudy  $E_{Am}$  w chwili ( $t = 0$ ).

Gwiazdy wektorów napięć  $U_{A,B,C}$  i  $E_{ABC}$  przedstawiono na rys.8.



Rys. 8. Wskazy wirujące napięcie na uzwojeniu silnika w chwili  $t=0$

Analizując przypadek załączenia napięcia interesuje nas prąd udarowy  $I_u$  i moment udarowy  $T_u$ , które wystąpią w pierwszym okresie zmiany napięcia, czyli w przedziale czasu  $0 < t < 20$  ms. Przebiegi prądów silnika analizujemy przy następujących założeniach:

- obwód magnetyczny jest liniowy,
- prędkość obrotowa  $n = \text{constans}$ ,
- w schemacie zastępczym (rys.2) pomijamy gałąź poprzeczną przyjmując  $I_0 = 0$ .

Założenia te nie wnoszą do obliczeń błędów, gdyż wartości udarowe prądu i momentu wystąpią w pierwszym okresie zmiany napięcia. W tym czasie stan obwodu magnetycznego nie zmieni nasycenia, a obroty są stałe, gdyż elektromagnetyczna stała czasowa  $\tau_z$  jest dużo mniejsza od mechanicznej stałej czasowej  $\tau_m \ll \tau_m = \frac{J}{P_N}$ .

Przy tych założeniach przebieg prądu można obliczyć metodą superpozycji [6].

$$\begin{aligned}
 I_{1A}(t) &= \frac{U_{1m}}{z_z} \left[ \sin(\omega_1 t + \varphi - \varphi_z) - \sin(\varphi - \varphi_z) e^{t/\tau_z} \right] \\
 &\quad - \frac{E_{1m}}{z_{zx}} \left[ \sin(\omega_m t + \psi - \psi_m) - \sin(\psi - \psi_m) e^{t/\tau_z} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{1B}(t) &= \frac{U_{1m}}{z_z} \left[ \sin\left(\omega_1 t + \varphi - \frac{2}{3}\pi - \varphi_z\right) - \sin\left(\varphi - \frac{2}{3}\pi - \varphi_z\right) e^{t/\tau_z} \right] \\
 &\quad - \frac{E_{1m}}{z_{zx}} \left[ \sin\left(\omega_m t + \psi - \frac{2}{3}\pi - \psi_m\right) - \sin\left(\psi - \frac{2}{3}\pi - \psi_m\right) e^{t/\tau_z} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{1C}(t) &= \frac{U_{1m}}{z_z} \left[ \sin\left(\omega_1 t + \varphi + \frac{2}{3}\pi - \varphi_z\right) - \sin\left(\varphi + \frac{2}{3}\pi - \varphi_z\right) e^{t/\tau_z} \right] \\
 &\quad - \frac{E_{1m}}{z_{zx}} \left[ \sin\left(\omega_m t + \psi + \frac{2}{3}\pi - \psi_m\right) - \sin\left(\psi + \frac{2}{3}\pi - \psi_m\right) e^{t/\tau_z} \right]
 \end{aligned}$$

Suma prądów

$$I_{1A}(t) + I_{1B}(t) + I_{1C}(t) = 0$$

Impedancja zwarcia dla napięcia rotacji  $E_A(t)$ , to jest dla częstotliwości  $f_m$

$$z_{zm} = \sqrt{[\omega_m(L_{\sigma 1} + L_{\sigma 2})]^2 + (R_1 + R_2)^2}$$

W równaniach prądu elektromagnetyczna stała czasowa dotyczy obwodu zwarcia

$$\tau_z = \frac{L_z}{R_z} \approx \frac{L_{\sigma 1} + L_{\sigma 2}}{R_1 + R_2} \ll \tau_0$$

Kąt  $\psi_m$  oznacza przesunięcie fazowe składowej periodycznej prądu  $I_{pA}(t)$  w stosunku do napięcia rotacji  $E_{pA}$ :

$$\psi_m = \arctg \frac{\omega_m(L_{\sigma 1} + L_{\sigma 2})}{R_1 + R_2}$$

Wartość udarowa prądu raz może być mniejsza innym razem większa, jest to przypadek zależny od wartości chwilowej:

- ✓ napięcia sieci  $U_A(t=0)$  determinowanego przez kąt  $\varphi$ ,
- ✓ napięcia rotacji  $E_A(t=0)$  determinowanego przez kąt  $\psi$  i pulsację  $\omega_m$ .

Z punktu widzenia składowej dynamicznej prądu i składowej dynamicznej momentu można wydzielić dwa skrajne teoretyczne przypadki załączenia napięcia:

- ✓  $E_1(t=0) = 0$ , wówczas przebiegi prądu, momentu i siły naciągu magnetycznego są identyczne jak przy rozruchu, co zostało omówione w punkcie 2, a czas rozruchu jest krótszy gdyż silnik już wiruje,
- ✓ załączenie ekstremalne generujące największe wartości prądu udarowego i momentu dynamicznego, gdy:  $(\varphi - \varphi_z) = \frac{\pi}{2}$ ,  $(\psi - \psi_m) = \frac{\pi}{2}$  i  $(\varphi - \psi) = \pi$ ,  $E_1(t=0) > 0$ .

Gdy  $E_1(t=0) > 0$ , to wartości udarowe prądu  $I_u$  i momentu  $T_u$  zależą od różnicy faz:  $(\varphi - \psi)$  i wartości napięcia rotacji  $E_1(t=0)$ . Z punktu widzenia bezpieczeństwa układu napędowego groźny jest przypadek krótkich przerw napięcia, gdy strumień  $\Phi(t=0) \cong \Phi_N$ , przesunięcia fazowe  $(\varphi - \varphi_z) = \frac{\pi}{2}$ ,  $(\psi - \psi_m) = \frac{\pi}{2}$ , a napięcia  $E_1(t=0) \approx U_1(t=0)$  i są w opozycji faz  $(\varphi - \psi = \pi)$ . Prąd udarowy  $I_u$  i moment udarowy  $T_u$  są wówczas maksymalne. Prąd udarowy  $I_u$  wystąpi, gdy składowa periodyczna  $I_p(t)$  osiągnie maksimum o znaku (+ lub -) identycznym jak składowa aperiodyczna, to znaczy w czasie  $t_u$ . Czas ten mieści się w przedziale:

$$\left[ \frac{1}{4f} \leq t_u \leq \frac{3}{4f} \right].$$

Można w przybliżeniu założyć, że po czasie  $t_u$  składowa aperiodyczna prądu udarowego

zmniejszy się o około 20%, gdyż zanika z elektromagnetyczną stałą czasową  $\tau_z$ :

$$I_u(t=t_u) \approx \left[ (1 + 0,8) \frac{U_{1m}}{z_z} + (1 + 0,8) \frac{E_{1m}(t=0)}{z_z} \right]$$

Jeśli  $U_{1m} = E_{1m}(t=0)$  to  $I_u(t=t_u) \leq 5I_R$ .

Prąd udarowy  $I_u$  generuje siłę działającą na czoła uzwojenia proporcjonalną do kwadratu prądu. Siła ta powoduje zginanie czoł uzwojenia i pęknięcia izolacji na wyjściu cewek uzwojenia ze żłobków. Siła ta ma także składową osiową, która oddziałuje niekorzystnie na łożyska silnika.

Uderzenie momentu, przy ponownym rozruchu silnika i przy ekstremalnie niekorzystnym układzie napięć  $E_1(t=0) \cdot U_1(t=0)$ , jest bardzo duże.

$$T_u(t=t_u) = (1,8 \div 3,6)T_R = (3,6 \div 10)T_N$$

gdzie:  $I_R$  oznacza wartość skuteczną prądu rozruchowego,  $T_R$  moment rozruchowy, a  $T_N$  moment znamionowy.

Wartości te potwierdza literatura [5]. Moment udarowy  $T_u$  może powodować szkody mechaniczne w układzie napędowym, a nawet uszkodzenie maszyny roboczej.

Takie zniszczenia uzwojenia silnika i układu napędowego są w praktyce znane i opisywane w literaturze [2, 4]. W praktyce  $I_u$  i  $T_u$  są nieco mniejsze, gdyż każde załączenie napięcia jest przypadkowe, zatem kąty  $\varphi$  i  $\psi$  są przypadkowe, a także  $E_{1m}(t=0) < U_{1m}$ .

#### 4. Dynamiki maszyny synchronicznej po wyłączeniu i ponownym załączeniu napięcia

Maszyna synchroniczna różni się od maszyny indukcyjnej budową obwodu magnetycznego i uzwojeniem wirnika. Rdzeń magnetyczny wirnika jest jawnobiegunowy, ma dwie osie magnetyczne: „d” - oś biegunów magnetycznych i „q” - oś do niej prostopadłą, przy czym kąt geometryczny między tymi osiami  $\alpha_{dq} = \frac{\pi}{2p_b}$ . Na biegunach jest umieszczone uzwojenie wzbudzenia. W nabiegownikach jest umieszczone uzwojenie rozruchowe, najczęściej klatkowe. W niektórych silnikach synchronicznych funkcję uzwojenia rozruchowego pełnią lite stalowe nabiegowniki, czasem (lecz nie zawsze) zwarte pierścieniami miedzianymi. Rozruch silników synchronicznych zwykle jest asynchroniczny, przy zwartym przez rezyzancję uzwojeniu wzbudzenia. Rozruch kończy

się samosynchronizacją, która następuje samoczynnie po włączeniu prądu wzbudzenia. Rozruch silnika synchronicznego nie wymaga zatem osobnego omawiania, gdyż przebiega identycznie jak rozruch silnika indukcyjnego klatkowego.

Podobnie jak w przypadku maszyny indukcyjnej rozpatrzmy trzy stany pracy: ustalony, wyłączenie napięcia twornika i ponowne załączenie napięcia, jak to pokazano na rys.6.

#### 4.1. Stan pracy ustalonej

W stanie pracy ustalonej, to jest do czasu  $t < -t_1$ , strumień magnetyczny  $\Phi$  jest wzbudzany przez wypadkową siłę magnetomotoryczną uzwojenia wzbudzenia  $\Theta_w$  i siłę magnetomotoryczną twornika  $\Theta_t$ :

$$\Phi = \frac{\Theta_w \hat{+} \Theta_t}{R_\mu(\vartheta)} = \frac{\Theta_E}{R_\mu(\vartheta)}$$

gdzie:  $\hat{+}$  oznacza sumę geometryczną, a  $R_\mu$  reluktancję obwodu magnetycznego, która jest funkcją kąta  $\vartheta$  skręcenia wypadkowej smm  $(\Theta_w \hat{+} \Theta_t)$  względem osi  $d$ , jak to pokazano na rys.9. W teorii maszyn synchronicznych zdefiniowana jest reaktancja synchroniczna  $X_s$ , która jest odwrotnie proporcjonalna do reluktancji  $R_\mu$ :

$$X_s = \frac{(k_u N_1)^2}{R_\mu}$$

Dla stanu ustalonego reaktancja synchroniczna  $X_s$  ma dwie charakterystyczne wartości:  $X_d$  - maksymalną gdy  $\Theta_t$  leży w osi  $d$ , ( $\vartheta = 0$ ) i  $X_q$  - minimalną gdy  $(\Theta_w \hat{+} \Theta_t)$  leży w osi  $q$ , ( $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ ). Siła magnetomotoryczna wzbudzenia  $\Theta_w$  leży w osi  $d$  i jest generowana przez niezależne uzwojenie wzbudzenia zasilane ze źródła napięcia stałego. Wirnik wiruje z prędkością synchroniczną, to znaczy siła magnetomotoryczna uzwojenia twornika  $\Theta_t$  jest nieruchoma względem wirnika:

$$\omega_m = \omega_{m1} = 2\pi f_1 = \frac{\pi n_s}{30 p_b}$$

Równanie momentów [4]

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_{sm} - T_{ob} = 0$$

$$T_{sm} = \frac{3U_1}{\omega_m} \left\{ \frac{E_w}{X_d} \sin\vartheta + U_1 \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\vartheta \right\}$$

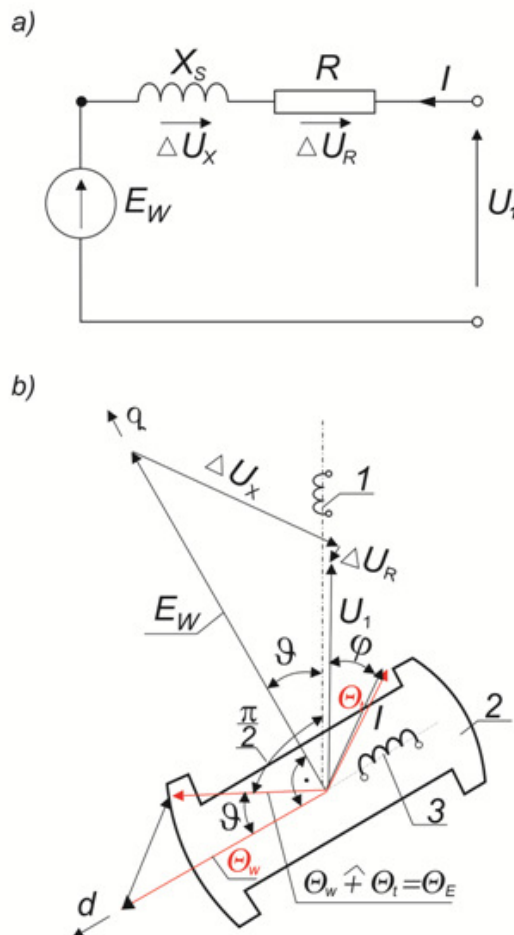
W katalogach i teorii maszyn synchronicznych podawane są reaktancje synchroniczne względne  $X_{dr}$  z których oblicza się reaktancje synchroniczne w osiach  $d$  i  $q$ .

$$X_d = X_{dr} \frac{U_N}{\sqrt{3} I_N}$$

$$X_q = X_{qr} \frac{U_N}{\sqrt{3} I_N}$$

przy czym  $X_d > X_q$

Oznaczenie  $E_w$  jak na rysunku 9.



Rys. 9. a - schemat zastępczy, b - wykres wskaźowo - wektorowy: 1- oś fazy uzwojenia, 2 - wirnik, 3 - uzwojenie wzbudzenia

#### 4.2. Praca silnika po wyłączeniu napięcia

W czasie ( $t = -t_1$ ), następuje wyłączenie napięcia, prąd twornika  $I_{(t=-t_1)} = 0$ . Siła magnetomotoryczna twornika  $\Theta_{t(t=-t_1)} = 0$ . Strumień magnetyczny  $\Phi$  nie ulegnie zmianie, gdyż w obwodach elektromagnetycznych strumień nie zmienia się skokowo:

$$\Phi_{(t=-t)} = \frac{\Theta_w(t<-t) \hat{+} \Theta_t(t<-t)}{R_\mu} =$$

$$\frac{\Theta_w(t=-t)}{R_{\mu d}} = \Phi_{(t<-t_1)}$$

Zatem w sposób skokowy zmieni się siła magnetomotoryczna wzbudzenia z wartości

$\theta_w(t < -t_1)$  do wartości

$$\theta_w(t = -t) = \theta_w(t < -t_1) + \hat{\theta}_t(t < -t_1)$$

Siły magnetomotoryczne z indeksem czasowym ( $t < -t_1$ ) oznaczają ich wartość przed wyłączeniem napięcia, a indeks czasu ( $t = -t_1$ ) po wyłączeniu napięcia. Jeśli charakterystykę magnesowania aproksymować linią prostą to wzrost smm będzie wykładniczy:

$$\theta_w(t) = \theta_w(t < -t_1) (1 - e^{-t/\tau_w}) + \theta_w(t = -t_1) \cdot e^{-t/\tau_w}$$

z elektromagnetyczną stałą czasową uzwojenia wzbudzenia  $\tau_w$ , jest to stosunkowo długa stała czasowa, gdyż uzwojenie twornika jest otwarte. W obwodzie magnetycznym nienasyconym także strumień  $\Phi(t)$  będzie wzrastał wykładniczo ze stałą czasową uzwojenia wzbudzenia  $\tau_w$ , zmieni także swoje położenie na oś wzdużną  $d$ . W maszynach synchronicznych obwód magnetyczny nasycy się, dlatego wzrost strumienia  $\Phi(t)$  nie jest proporcjonalny do wzrostu smm  $\theta_w(t)$ . Załóżmy, że dla czasu ( $t = -t_1$ ) strumień  $\Phi(t = -t_1) = \Phi_N$ , to dla czasu  $t = 0$  strumień  $\Phi(t = 0) \geq \Phi_N$ . Gdzie  $\Phi_N$  oznacza strumień znamionowy.

W maszynach synchronicznych wzbudzanych magnesami trwałymi zjawiska zachodzą identycznie, np. w silnikach synchronicznych z rozruchem asynchronicznym tzw. SAS PM. Wyłączenie napięcia nie powoduje zmiany wzbudzenia maszyn, lecz jej wzrost [3]. Prędkość kątową zmniejsza się zgodnie z równaniem:

$$J \frac{d\omega_m(t)}{dt} = -T_{ob}$$

i dla czasu ( $t = 0$ ) osiągnie wartość

$$\omega_m(t = 0) = \omega_{1m} - \frac{1}{J} \int_{-t_1}^0 T_{ob} dt$$

Napięcie fazowe rotacji indukowane w uzwojeniu twornika

$$E_1(t) \approx \frac{U_N \Phi(t) \omega_m(t)}{\sqrt{3} \Phi_N \omega_{m1}}$$

W czasie  $t = 0$  osiągnie wartość

$$E_{1(t=0)} \approx \frac{U_N \Phi(t=0) \omega_m(t=0)}{\sqrt{3} \Phi_N \omega_{m1}}$$

i wartość ta jest większa od wartości znamionowej.

### 4.3. Praca silnika po załączeniu napięcia

W czasie ( $t = 0$ ) napięcie zostaje załączone. Stan magnetyczny i mechaniczny maszyny synchronicznej w chwili załączenia napięcia jest następujący:

- strumień wzbudzenia  $\Phi(t=0) > \Phi_N$ ,
- prędkość kątową  $\omega_m(t=0) < \omega_{1m} = \frac{1}{p_b} \omega_1$ .

Równania prądu po skokowym załączeniu napięcia są identyczne jak w punkcie 3.3, inna jest tylko wartość impedancji zwarcia i większa jest wartość napięcia rotacji  $E_{1(t=0)} > U_{1N}$ . Przebieg prądu rozruchowego (w pierwszej chwili po załączeniu napięcia) jest determinowany przez reaktancję synchroniczną podprześciową  $X_s^*$ . Wynika to z właściwości maszyn synchronicznych. W maszynach synchronicznych reaktancja synchroniczna  $X_s$  jest funkcją: kąta  $\vartheta$  położenia strumienia  $\Phi$  względem osi  $d$  i funkcją pochodnej smm twornika  $\left[ \frac{d\theta_t(t)}{dt} \right]$ . W stanach elektromagnetycznie niestabilnych, gdy pochodna smm  $\left[ \frac{d\theta_t(t)}{dt} \right] \neq 0$ , to reaktancja synchroniczna ma znacznie mniejszą wartość niż w stanie pracy ustalonej [4]. Najmniejsza wartość reaktancji synchronicznej jest przy super szybkich stanach niestabilnych np. przy zwarcia i rozruchach asynchronicznych. Najmniejsza wartość reaktancji nosi nazwę reaktancji podprześciowej  $X_s^*$ . Reaktancja podprześciowa w osi  $q$  jest większa od reaktancji podprześciowej w osi  $d$ :  $X_d^* < X_q^*$ , [5].

Prąd udarowy jest funkcją wartości chwilowych napięcia fazowego sieci  $U_{1(t=0)}$  i napięcia rotacji indukowanego w uzwojeniu twornika  $E_{1(t=0)}$ , aktualnego przesunięcia fazowego między tymi napięciami ( $\varphi - \psi$ ), prędkości kątowej wirnika  $\omega_m(t=0)$  i reaktancji synchronicznej podprześciowej  $X_d^*$ . W najbardziej niekorzystnym przypadku prąd udarowy

$$I_u \leq \left[ \frac{U_{1m(t=0)}}{X_d^*} (1 + 0,8) + \frac{E_{1m(t=0)}}{X_d^*} \frac{\omega_1}{p_b \omega_m} (1 + 0,8) \right]$$

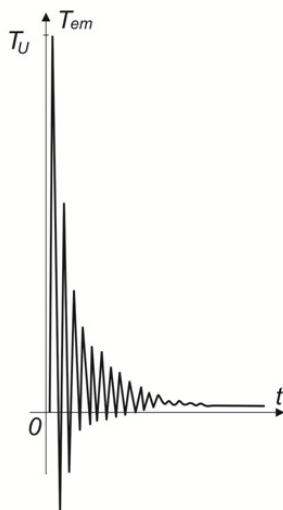
W równaniu powyższym „1” – dotyczy amplitudy składowej periodycznej, a „0,8” - składowej aperiodycznej przy założeniu, że zmniejszy ona się o 20%.  $U_{1m}$ ,  $E_{1m}$  - amplitudy napięć fazowych sieci i rotacji.

Reaktancja podprześciowa:

$$X_d'' = X_{dr}'' \frac{U_N}{\sqrt{3}I_N}$$

$X_{dr}''$  – oznacza reaktancję podprzejściową względną.

Prąd udarowy determinuje także moment udarowy  $T_u$ . W najbardziej niekorzystnym stanie załączenia moment udarowy może osiągnąć wartość  $T_u \approx 18T_N$ , jak to pokazano na rysunku 10.



Rys. 10. Przebieg momentu elektromagnetycznego silnika synchronicznego wzbudzonego w niekorzystnym stanie załączenia napięcia

Stan dynamiczny silnika synchronicznego zilustrujemy przykładem silnika synchronicznego 2,4 MW, 6 kV, 288 A, 1500 obr/min.

Założmy, że:

- reaktancja podprzejściowa w jednostkach względnych [5]

$$X_d'' \approx X_{dr}'' \frac{U_N}{\sqrt{3}I_N} = 0,2 \frac{6000}{\sqrt{3} \cdot 288} = 2,4 \Omega$$

- napięcia są równe i są w opozycji faz

$$U_{1m(t=0)} = \frac{\sqrt{2} \cdot U}{\sqrt{3}} = E_{1m(t=0)}$$

- prędkość kątowna jest równa prędkości synchronicznej

$$\omega_m = \omega_{1m}$$

to prąd udarowy

$$I_u \approx \frac{U_m}{\sqrt{3}X_s} (1 + 0,8) + \frac{U_m}{\sqrt{3}X_s} (1 + 0,8) = 3,6 \frac{\sqrt{2} \cdot 6000}{\sqrt{3} \cdot 2,4} = 7348$$

A,

a jego względna wartość

$$I_{ur} = \frac{I_u}{I_N} \approx \frac{7348}{288} = 25,5$$

Przyjęte założenia są łagodne, gdyż zwykle  $E_{1m(t=0)} > U_{1m(t=0)}$  i  $\omega_m(t=0) < \omega_{1m}$ .

Jak widać z powyższego wywodu, w maszynach synchronicznych prądy udarowe, przy chwilowym zaniku napięcia, mogą być dwa razy większe od prądów udarowych występujących w stanach rozruchowych, przy rozruchu asynchronicznym. Dzieje się tak dlatego, że strumień wzbudzenia  $\Phi$  nie maleje, a może nawet zwiększać się, gdyż prąd wzbudzenia  $I_w(t) > 0$ . Duża wartość prądu udarowego  $I_u$  silnika synchronicznego generuje także duży moment udarowy  $T_u$ . Nie ma proporcji między prądem udarowym  $I_u$  i momentem udarowym  $T_u$ . Moment udarowy zależy bowiem od wartości udarowej okładki prądowego twornika  $A_{ru}$  i strumienia magnetycznego  $\Phi$  oraz cosinusa kąta między tymi wektorami [4]. Z teorii wynika, że maksymalna wartość momentu udarowego może wynosić  $T_u \approx 18 \cdot T_N$ .

Jak widać moment udarowy może mieć dużą wartość, lecz nie w każdym przypadku ona wystąpi. Lecz jeśli wystąpi to może spowodować zniszczenia w układzie napędowym, gdyż silnik synchroniczny, układ mechaniczny przeniesienia napędu i maszyna robocza, nie są mechanicznie przystosowane do tak dużych uderzeń momentu. Zwykle coś ulega uszkodzeniu. W silniku synchronicznym najczęściej ulegają uszkodzeniu uzwojenia oraz sprzęgła, a czasem wał. Siły dynamiczne działające na czoła uzwojenia silnika, które są proporcjonalne do kwadratu prądu udarowego, generują naprężenia gnące, które kumulują się przy wyjściu cewek z pakietu, co powoduje ich łamanie i pęknięcie izolacji. Podobnie jak w silnikach indukcyjnych występują także duże siły naciągu magnetycznego, powodujące zginanie wału. W silnikach synchronicznych jest jednak większa szczelina magnetyczna, stąd nie dochodzi do uderzenia i zatarcia wirnika o stojan.

### Podsumowanie

W artykule przedstawiono stany dynamiczne silnika indukcyjnego i silnika synchronicznego, które pracowały w stanie ustalonym, po czym napięcie sieci zasilającej zostało wyłączone, a następnie załączone. Przy chwilowym zaniku napięcia, strumień wzbudzenia silnika indukcyjnego nie zanika, silnik wiruje i w uzwojeniu twornika indukuje się napięcie rotacji. Strumień wzbudzenia zmienia swoją prędkość w sposób skokowy, z synchronicznej na prędkość wirni-



ka, to znaczy „przykleja się” do wirnika, a następnie ze stosunkowo długą elektromagnetyczną stałą czasową uzwojenia wirnika zanika do zera. Przy ponownym załączeniu napięcia, w najbardziej niekorzystnym przypadku, wartość udarowa prądu  $I_u$  może wynosić  $18I_N$ , a wartość udarowa momentu  $10T_N$ . W silnikach synchronicznych prąd wzbudzenia, z uwagi na dużą elektromagnetyczną stałą czasową uzwojenia wirnika (przy otwartym uzwojeniu stojana), powoduje wzrost strumienia magnetycznego i wzrost napięcia rotacji indukowanego w uzwojeniu stojana. Wartość udarowa prądu  $I_u$ , w najbardziej niekorzystnym przypadku, może wynosić  $25I_N$ , a moment udarowy może być równy  $18T_N$ .

Stany elektromechaniczne nieustalone, wywołane zaburzeniami napięcia, nie zawsze powodują awarię, gdyż wartość prądu udarowego  $I_u$  zależy nie tylko od wartości napięć, lecz także od różnicy faz napięcia rotacji twornika silnika  $E_{1(t=0)}$  i napięcia sieci  $U_{1(t=0)}$  w chwili załączenia napięcia ( $t = 0$ ). Jeśli fazy napięć są zgodne to składowa aperiodyczna prądu jest minimalna, a jeśli napięcia są w opozycji faz to składowa aperiodyczna prądu jest maksymalna, a jest to przypadek, o którym decyduje chwila załączenia napięcia  $U_{1(t=0)}$ .

Przed chwilowymi zanikami napięcia zasilającego silniki elektryczne, w szczególności dużej mocy, chronią układy zabezpieczeń. Przy chwilowym zaniku napięcia bezpiecznie jest, zatrzymać silnik, a następnie przeprowadzić jego rozruch. Jednak nie zawsze tak się dzieje, a winne jest zabezpieczenie silnika, które albo nie ma zaprogramowanej takiej funkcji działania albo niesprawny jest przekaźnik wyłączający silnika. W literatury [4] opisany jest przypadek silnika synchronicznego 2400 kW, 6 kV, 1500 obr/min, który napędzał dwie turbosawy, z przekładniami mechanicznymi podwyższającymi prędkość obrotową do 6000 obr/min. Silnik w krótkim okresie eksploatacji ulegał kilkakrotnej awarii: sprzęgieł z przekładniami, a także awarii obojdwóch przekładni w których ścięte zostały wszystkie zęby. Zdarzenia takie zachodzą, gdy brak jest zabezpieczenia bądź zabezpieczenie jest niesprawne. Zabezpieczenie takie może nie zadziałać, gdy styki przekaźnika zabezpieczającego są utlenione bądź zabrudzone i zwierając się nie przekazują sygnału do otwarcia wyłącznika silnika.

Brak zabezpieczenia silnika indukcyjnego, a szczególnie silnika synchronicznego, przed chwilowym zanikiem napięcia bądź gdy zabezpieczenie jest niesprawne, to istnieje zagrożenie uszkodzenia silnika przy chwilowym wyłączeniu i ponownym załączeniu napięcia sieci zasilającej.

## Literatura

- [1]. Dąbrowski M.: „Polskie osiągnięcia badawcze nad naciągami magnetycznymi w maszynach elektrycznych”. Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych. Nr 66. Politechniki Wrocławskiej. Studia i Materiały. Nr 32, 2012r., str.17-31.
- [2]. Drak B., Glinka T., Kapinos J., Miksiewicz R., Zientek P.: „Awaryjność maszyn elektrycznych i transformatorów w energetyce”. Instytut Napędów i Maszyn Elektrycznych KOMEL. ISBN 978-83-931909-4-2. Katowice 2013r.
- [3]. Gawron S.: „Wybrane, innowacyjne projekty maszyn elektrycznych z magnesami trwałymi i ich praktyczne zastosowania”, Maszyny Elektryczne - Zeszyty Problemowe. ISSN 0239-3646 Nr 1/2016 (109), str. 1-10.
- [4]. Glinka T.: „Maszyny elektryczne i transformatory. Podstawy teoretyczne, eksploatacja i diagnostyka”. Wydawnictwo Instytutu Napędów i Maszyn Elektrycznych KOMEL. 2015 r., stron 287. ISBN 978-83-931909-1-1.
- [5]. Казовский Е. Я.: „Переходные процессы в электрических машинах переменного тока”. Издательство Академии наук С.С.С.Р. 1962 г.
- [6]. Węgrzyn S.: „Rachunek operatorowy. W zastosowaniu do obliczania przebiegów nieustalonych w obwodach elektrycznych o stałych skupionych”. Państwowe Wydawnictwo Naukowe. 1955 r. Str. 119-128.
- [7]. Zocholl E. S.: „AC Motor Protection”. Schweizer Engineering Laboratories. October 1, 2003 r.