

Adam ŻUCHOWSKIZACHODNIOPOMORSKI UNIWERSYTET TECHNOLOGICZNY, KATEDRA STEROWANIA I POMIARÓW
ul. 26 Kwietnia 10, 71-126 Szczecin**Przyczynek do prostych metod identyfikacji dynamiki obiektów oscylacyjnych**

Prof. dr hab. inż. Adam ŻUCHOWSKI

Profesor zwyczajny zatrudniony w Katedrze Sterowania i Pomiarów w Zachodniopomorskim Uniwersytecie Technologicznym. Ze szkolnictwem wyższym związany zawodowo od 1955 roku (Politechnika Wrocławska, Politechnika Szczecińska). Jest współtwórcą polskiej szkoły miernictwa dynamicznego, posiada w dorobku około 350 publikacji. W kwietniu 2010 roku upłynęło 55 lat jego działalności naukowej.



e-mail: adam.zuchowski@zut.edu.pl

Streszczenie

Stosunkowo prosta i oszczędna metoda identyfikacji obiektów wykorzystuje tak zwaną charakterystykę skokową, w tym jej specyficzne punkty o dokładnie wyznaczalnych współrzędnych. Do takich zaliczyć należy punkty przecięcia charakterystyki z określonymi liniami prostymi przy dostatecznie dużym kącie przecięcia, oraz wartości ekstremów (bez współrzędnych zmiennej, dla których występują). Do cech trudno mierzalnych należą natomiast współrzędne punktów przegięcia, oraz nachylenie charakterystyki (poza wartością ekstremum). Klasyczna, ogólnie znana metoda identyfikacji dynamiki obiektów oscylacyjnych wykorzystuje wartość ustaloną charakterystyki skokowej, wartość jej najwyższego maksimum, oraz długość okresu jej drgań tłumionych. W artykule zaproponowano wykorzystanie dodatkowych zależności.

Słowa kluczowe: obiekty oscylacyjne, identyfikacja dynamiki.

A contribution to the simple methods of identifying oscillatory objects' dynamics**Abstract**

A relatively simple and economical method for identifying objects uses a so-called step response, including its specific points that can be precisely determined. Such points include the intersection of the response with specific straight lines, with sufficiently high angle of intersection, and values of the extrema (without coordinates of the variable for which they occur). Features that are hard to measure include the coordinates of the inflection point and the slope of the response (outside of the extremum). Classic, widely known method of identifying oscillatory objects' dynamics uses the final value of the step response, value of the highest extremum and the length of the damped oscillations time. In the paper the usage of additional dependencies is proposed.

Keywords: oscillatory objects, dynamics identification.

1. Wstęp

Zakłada się, że liniowy obiekt oscylacyjny cechuje transmitancja:

$$K(s) = \frac{k}{1 + s \cdot \frac{2B}{\omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2} \quad (1)$$

gdzie k jest statycznym wzmocnieniem, B – stopniem tłumienia, a ω_0 – pulsacją drgań nietłumionych, to jest przy $B=0$. Charakterystyka skokowa takiego obiektu $h(t)$ posiada postać [2, 3]:

$$h(t) = k \cdot \left\{ 1 - e^{-B \cdot \omega_0 \cdot t} \left[\cos\left(\omega_0 \sqrt{1-B^2}\right) \cdot t + \frac{B}{\sqrt{1-B^2}} \sin\left(\omega_0 \sqrt{1-B^2}\right) \right] \right\} \quad (2)$$

Iloczyn $\omega_0 \sqrt{1-B^2}$ jest pulsacją drgań tłumionych ω_B . Przykładowy przebieg dwóch takich charakterystyk o jednakowej wartości współczynnika wzmocnienia $k=1$ i różnych wartościach stopnia tłumienia B pokazano na rys. 1. Wartość k odpowiada granicy

$$k = \lim_{t \rightarrow \infty} h(t) \quad (3)$$

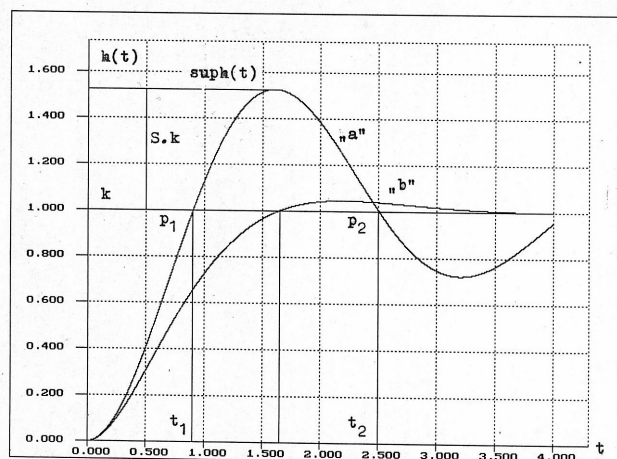
Jeśli symbolem

$$S = \frac{\sup h(t)}{k} - 1 \quad (4)$$

oznaczyć tak zwany „przełot”, lub przeregulowanie, to stopień tłumienia B można wyznaczyć ze wzoru [3]:

$$B = \frac{-\ln S}{\sqrt{\pi^2 + (\ln S)^2}} \quad (5)$$

a długość połowy okresu drgań tłumionych i tym samym także parametr ω_B wyznacza odległość punktów $p_2 - p_1$ (rys. 1). W taki sposób wyznacza się parametry transmitancji (1), a więc identyfikuje dynamikę obiektu metodą opisaną w wielu podręcznikach. Warto podkreślić, że błędy pomiaru wartości k oraz S wywołują duże błędy wyznaczenia wartości B dla stopni tłumienia bliskich zera i bliskich jedności, a przy dużej wartości B punkt p_2 też trudno dokładnie wyznaczyć i taka metoda staje się zawodna. Z tych względów proponujemy rozszerzenie metody o nowe zależności.



Rys. 1. Charakterystyki skokowe dwóch obiektów oscylacyjnych o jednakowym statycznym wzmocnieniu $k=1$, jednakowej pulsacji drgań swobodnych ω_0 i różnych stopniach tłumienia B

Fig. 1. Step response of two oscillatory objects with the same static gain $k=1$, the same $\omega_0=2$ and different dampings B

2. Wyznaczanie współrzędnej czasowej punktu p_1 i jej wykorzystanie

Współrzędną czasową t_1 punktu p_1 można wyznaczyć z warunku:

$$B \cdot \cos \omega_B \cdot t_1 + \sqrt{1-B^2} \cdot \sin \omega_B \cdot t_1 = 0 \quad (6)$$

i otrzymuje się

$$\omega_B \cdot t_1 = \pi - \arccos \frac{\sqrt{1-B^2}}{B} \quad (7)$$

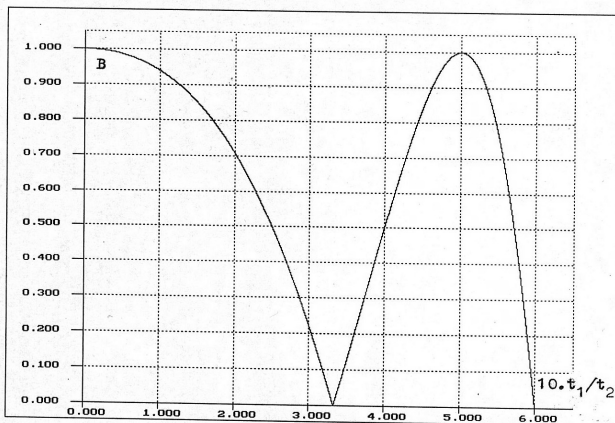
Oznaczając współrzędną czasową punktu p_2 jako t_2 można wyznaczyć

$$\omega_B = \frac{\pi}{t_2 - t_1} \quad (8)$$

skąd wykorzystując wzór (7):

$$B = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \left(\frac{1 - 2t_1/t_2}{1 - t_1/t_2} \right) \pi}} \quad (9)$$

co pozwala wyznaczyć stopień tłumienia B bez wykorzystania pomiaru przeregulowania S i wzoru (5). Wykres tej zależności pokazano na rys. 2. Przebieg zależności (7) zilustrowano



Rys. 2. Wykres zależności stopnia tłumienia B od stosunku czasów t_1/t_2 odpowiadającym punktom p_1 i p_2 . Oznaczenia jak na rys. 1

Fig. 2. Plot of the dependency of damping B on time ratio t_1/t_2 that correspond to points p_1 and p_2 . Notation the same as in Fig. 1

wykresem na rys. 3a. W zakresie wartości B bliskich jedności prawą stronę wzoru (7) można aproksymować zależnością przybliżoną:

$$\omega_B \cdot t_1 \cong \pi - 1,44 \cdot \sqrt{1-B} \quad (10)$$

a w zakresie B bliskich zeru zależnością:

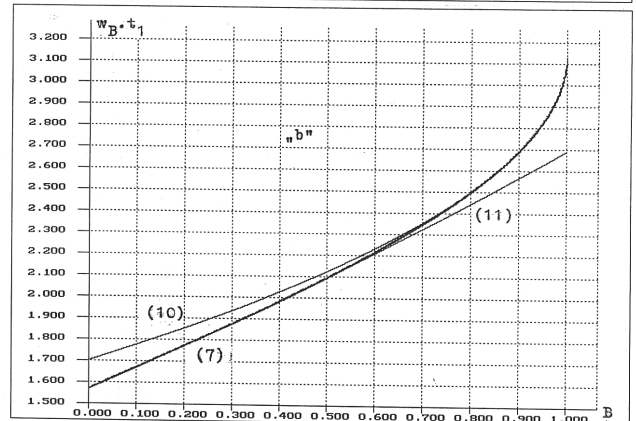
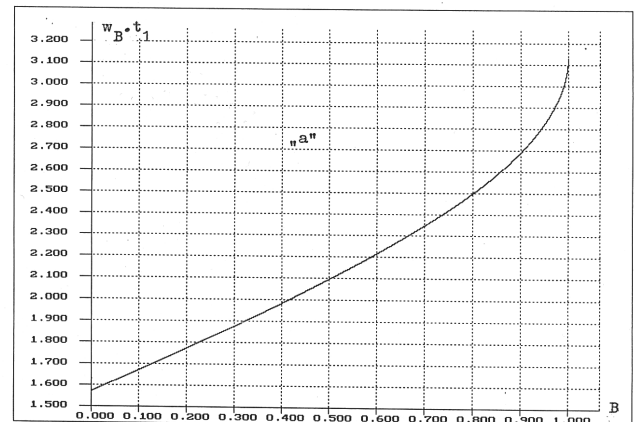
$$\omega_B \cdot t_1 \cong \pi/2 + 0,97 \cdot B + 0,15 \cdot B^2 \quad (11)$$

co ułatwia obliczenia. Wykresy zależności (7) oraz (10) i (11) aproksymujących (7) pokazano, na rys. 3 b.

Na rys. 1 pokazano przebiegi dwóch charakterystyk skokowych oscylacyjnych obiektów o parametrach $k=1$, $\omega_0=2$, $B=0,2$ (wykres „a”) oraz $k=1$, $\omega_0=2$, $B=0,7$ (wykres „b”) W tym drugim przypadku („b”) ustalenie wartości czasu t_2 z wykresu jest już trudne i w takich warunkach wygodniej jest wyznaczyć stopień tłumienia B ze wzoru (5), a pulsację drgań swobodnych ω_0 z wzorów (7), lub (10) i przy znanym już B z zależności $\omega_0 \sqrt{1-B^2}$. Ponieważ błędy pomiaru wartości S przy dużym B bliskim jedności odbijają się silnie na dokładności obliczeń B z wzoru (5) – proponowana metoda postępowania zadanie identyfikacji tylko nieco w tym przypadku ułatwia.

3. Wykorzystanie metody do wyznaczania uproszczonych modeli zastępczych

Charakterystyki skokowe z przeregulowaniem występują także w przypadku obiektów o dynamice nie odpowiadającej transmittancji (1) lub dynamice nieliniowej i nasuwa się pytanie, czy przy zastosowaniu omawianej metody można uzyskać wystarczająco dokładny model dynamiki (1) takiego obiektu. Rozważymy w tym celu następujący przykład:



Rys. 3. a) Przebieg zależności (7), b) przebiegi zależności przybliżonych (10) i (11) na tle wykresu (7)

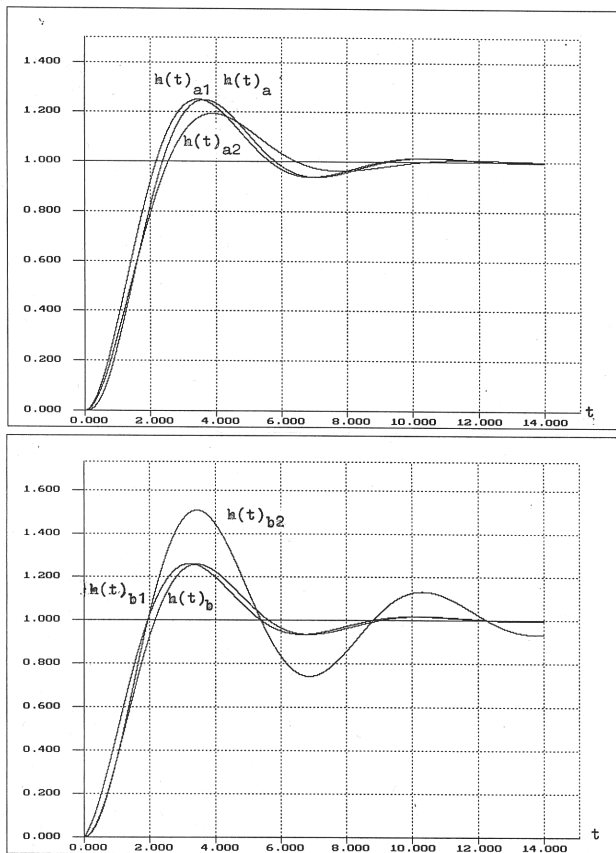
Fig. 3. a) Plot of the dependency (7), b) plots approximated (10) and (11) against (7)

Obiekt posiada rzeczywistą transmittancję o postaci:

$$K(s)_a = \frac{1}{(1+0,2s) \cdot (1+0,8s+s^2)} \quad (12a)$$

$$K(s)_b = \frac{1+0,2s}{1+0,8s+s^2} \quad (12b)$$

co odpowiada połączeniu członu oscylacyjnego o parametrach $k=1$, $\omega_0=1$, oraz $B=0,4$ z pewnym członem korekcyjnym zmieniającym zastępczą dynamikę w niewielkim stopniu. Charakterystyki skokowe tych obiektów pokazano na rys. 4 a i b. Pozwalają one wyznaczyć czasy $t_{1a,b}$ oraz $t_{2a,b}$ i przeregulowania $S_{a,b}$ to jest wyznaczyć dwa zastępcze modele oscylacyjne i ich skokowe charakterystyki $h(t)_{a1,2}$ i $h(t)_{b1,2}$ przy wykorzystaniu metody „klasycznej” (1) i „nowej” (2). Okazuje się, że dobre podobieństwo charakterystyki prawdziwej i charakterystyki modelu zastępczego ma miejsce w przypadku stosowania metody klasycznej, a w przypadku stosowania metody nowej występują znaczne różnice, jest ona najwyraźniej wrażliwa na odchylenia modelu prawdziwego od modelu idealnego, oscylacyjnego (1).



Rys. 4. Charakterystyki skokowe $h(t)_a$ i $h(t)_b$ obiektów o transmitancjach (12a) i (12b) oraz charakterystyki skokowe ich modeli uproszczonych $h(t)_{a1,2}$ i $h(t)_{b1,2}$ uzyskanych przy wykorzystaniu metody klasycznej (numer 1) i nowej (numer 2)

Fig. 4. Step responses $h(t)_a$ and $h(t)_b$ of objects with transfer functions (12a) and (12b) and step responses of its simplified models $h(t)_{a1,2}$ i $h(t)_{b1,2}$ obtained using classic method (number 1) and new one (number 2)

Metoda nowa nie nadaje się więc do takich celów, natomiast porównanie wyników uzyskanych obiema metodami może służyć do oceny czy wykorzystywana charakterystyka w ogóle odpowiada modelowi oscylacyjnemu. Jeśli tak jest – zachodzą jeszcze inne fakty: stałość długości okresu drgań tłumionych i proporcja: $k/S_1=S_1/S_2=S_2/S_3...$ jeśli symbolami $S_1, S_2, S_3...$ oznaczyć długości kolejnych ekstremów charakterystyki obliczanych od wartości k , ale sprawdzenie tego może być trudne dla dużych wartości stopnia tłumienia, nawet już przy $B=0,6$.

4. Podsumowanie

Artykuł stanowi jedynie przyczynek do znanej metody, ale rozważania wyczerpują już możliwości wykorzystania prostych, dobrze mierzalnych cech charakterystyki, skokowej obiektu oscylacyjnego drugiego rzędu do celów identyfikacji. Możliwość oceny (dość prostej) zgodności charakterystyki badanego obiektu z jej oscylacyjnym wzorcem stanowi nieoczekiwany efekt uboczny, a do nowej metody należy podchodzić z rozwagą. Istnieje oczywiście wiele innych ogólniejszych i dokładniejszych metod identyfikacji dynamiki [1, 4], ale są one bardziej złożone, bardziej czasochłonne i droższe.

5. Literatura

- [1] Bubnicki Z.: Identyfikacja obiektów sterowania. WNT Warszawa 1974.
- [2] Kaczorek T.: Teoria układów regulacji automatycznej. Wyd. czwarte, część 1. Wyd. Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1971.
- [3] de Larminat P., Yves T.: Automatyka - układy liniowe. Tom 1 - Sygnały i układy. WNT Warszawa 1983.
- [4] Modele matematyczne i identyfikacja procesów. Praca zbiorowa. Red. S. Węgrzyn, Ossolineum, Wrocław 1972.

otrzymano / received: 20.08.2014

przyjęto do druku / accepted: 01.10.2014

artykuł recenzowany / revised paper

INFORMACJE

Nowa inicjatywa PAK

Na stronie internetowej Wydawnictwa PAK został utworzony dział: **Niepewność wyników pomiarów** w którym są zamieszczane aktualne informacje dotyczące problemów teoretycznych i praktycznych związanych z szacowaniem niepewności wyników pomiarów. W dziale znajdują się:

- aktualne informacje o publikacjach dotyczących niepewności wyników,
- informacje o przedsięwzięciach naukowo-technicznych i edukacyjnych, o tematyce związanej z niepewnością,
- dokumenty dotyczące niepewności,
- pytania do ekspertów (FAQs).

Zapraszamy:

- autorów opublikowanych prac dotyczących niepewności o nadsyłanie tekstów do zamieszczenia w tym dziale,
- organizatorów przedsięwzięć naukowo-technicznych lub edukacyjnych do nadsyłania informacji o imprezach planowanych lub odbytych,
- zainteresowanych zagadnieniami szczegółowymi do nadsyłania pytań do ekspertów.

Materiały mogą mieć formę plików lub linków do źródeł. Warunkiem zamieszczenia w tym dziale strony internetowej PAK materiałów lub linków jest przysłanie do redakcji PAK pocztą zwykłą zgody właściciela praw autorskich na takie rozpowszechnienie. Zamieszczanie i pobieranie materiałów i informacji w tym dziale strony internetowej jest bezpłatne. Redakcja PAK będzie nadzorować zawartość działu, ale za szczegółowe treści merytoryczne odpowiadają autorzy nadsyłanych materiałów.

Tadeusz SKUBIS
Redaktor naczelny Wydawnictwa PAK