

Andrzej Ł. CHOJNACKI

## FUNKCJE NIEZAWODNOŚCIOWE PRZYŁĄCZY ELEKTROENERGETYCZNYCH nN

**STRESZCZENIE** *W artykule przedstawiono wyniki oceny podstawowych funkcji określających właściwości niezawodnościowe przyłączy nN, jakimi są funkcja intensywności awarii, funkcja niezawodności oraz funkcja zawodności. Na podstawie wieloletnich obserwacji przyłączy nN eksploatowanych w sieci dużej spółki dystrybucyjnej energii elektrycznej w kraju, określono przebiegi empiryczne wymienionych funkcji. Przeprowadzono także analizę zgodności rozkładu empirycznego z założonym rozkładem teoretycznym. Wyznaczono wartość oczekiwaną czasu poprawnej pracy przyłączy nN do chwili powstania uszkodzenia.*

**Słowa kluczowe:** *sieci dystrybucyjne, przyłącza niskiego napięcia, niezawodność, intensywność awarii, funkcje niezawodnościowe*

### 1. WSTĘP

---

Problem niezawodności urządzeń elektroenergetycznych jest bardzo ważny ze względu na pewność dostaw energii elektrycznej do znacznej grupy jej odbiorców. W wielu przypadkach przerwy w dostawie energii stwarzają realne zagrożenie dla życia lub zdrowia ludzkiego, np. w przypadku osób korzystających z profesjonalnej aparatury medycznej podtrzymującej życie. Stałe więc nadzorowanie pracy sieci elektroenergetycznych oraz analiza awarii w nich występujących są konieczne, aby ustalić metody właściwej eksploatacji oraz przedsięwziąć wszelkie środki mające na celu wyeliminowanie niektórych awarii w przyszłości. Konieczne jest zwłaszcza wyeliminowanie tych awarii, które wynikają z zaniedbań służb eksploatacyjnych oraz niewłaściwej organizacji pracy przy urządzeniach elektroenergetycznych.

Bardzo ważnym zagadnieniem jest wyznaczenie parametrów oraz funkcji określających właściwości niezawodnościowe poszczególnych elementów sieci.

---

**dr hab. inż Andrzej Łukasz CHOJNACKI**

e-mail: a.chojnacki@tu.kielce.pl

Politechnika Świętokrzyska w Kielcach, Wydział Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki,  
Zakład Podstaw Energetyki, Al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-314 Kielce

PRACE INSTYTUTU ELEKTROTECHNIKI, zeszyt 270, 2015

W wielu przypadkach uzyskanie pełnej informacji jest niemożliwe ze względu na brak wiarygodnych danych pochodzących z eksploatacji. Dlatego też w większości przypadków podaje się jako parametry charakteryzujące niezawodność obiektów, współczynnik zawodności  $q$  oraz średnią intensywność awarii  $\lambda$ .

W artykule autor wyznaczył funkcje niezawodności, funkcje zawodności oraz funkcje intensywności uszkodzeń dla elektroenergetycznych przyłączy napowietrznych gołych oraz izolowanych, a także przyłączy kablowych. Wszystkie analizy zostały przeprowadzone na podstawie danych pochodzących z 10 lat obserwacji. Przyjęty poziom istotności  $\alpha = 0,05$ .

## 2. PODSTAWOWE FUNKCJE NIEZAWODNOŚCIOWE

Niezawodność urządzenia lub obiektu wyraża jego zdolność do wykonania określonych funkcji w określonym przedziale czasowym oraz w zadanych warunkach [4, 8]. W sensie matematycznym niezawodność jest prawdopodobieństwem warunkowym, że urządzenie będzie pracowało bez uszkodzenia od chwili jego uruchomienia do chwili  $t$ , pod warunkiem, że w chwili włączenia ( $t = 0$ ) urządzenie było sprawne [1, 5, 8]:

$$R(0, t) = P\{S(\tau) = S; 0 < \tau \leq t, S(0) = S\} \quad (1)$$

gdzie:

$S(\tau)$  – stan obiektu w chwili czasu  $\tau$ ,

$S$  – stan zdatności obiektu.

Powyżej przedstawiona funkcja nosi nazwę funkcji niezawodności lub inaczej funkcji życia urządzenia [8].

Biorąc pod uwagę, iż  $R(0) = 1$ , czyli że urządzenie w chwili uruchomienia było zdadne, można zapisać:

$$R(t) = P\{S(\tau) = S; 0 \leq \tau \leq t\} \quad (2)$$

Funkcja niezawodności stanowi układ zupełny zdarzeń z funkcją zawodności  $F(t)$ :

$$F(t) = P\{S(\tau) = \bar{S}; 0 < \tau \leq t\} \quad (3)$$

gdzie:

$\bar{S}$  – stan uszkodzenia urządzenia.

Jest to więc prawdopodobieństwo warunkowe uszkodzenia się obiektu do chwili czasu  $t$ , pod warunkiem, że urządzenie w chwili uruchomienia było zdadne ( $F(0) = 0$ ).

Prawdopodobieństwo to nazywane jest również rozkładem trwałości.

Pochodna funkcji zawodności po czasie jest funkcją gęstości prawdopodobieństwa wystąpienia uszkodzenia:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} \quad (4)$$

Bardzo ważnym pojęciem jest trwałość obiektu, nazywana także czasem życia obiektu. Trwałość obiektu jest zmienną losową o funkcji gęstości prawdopodobieństwa  $f(t)$ . Stąd jej wartość oczekiwana określona jest zależnością:

$$E(t) = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt = \int_0^{\infty} t dF(t) = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad (5)$$

Bardzo ważna w teorii niezawodności jest funkcja intensywności uszkodzeń, którą definiuje się jako stosunek prawdopodobieństwa uszkodzenia elementu w przedziale czasu od  $t$  do  $t + \Delta t$  do wielkości tego przedziału przy  $\Delta t \rightarrow 0$ , przy założeniu, iż do chwili  $t$  uszkodzenie elementu nie nastąpiło:

$$\lambda(t) = \frac{F'(t)}{1 - F(t)} = -\frac{R'(t)}{R(t)} \quad (6)$$

Zatem intensywność uszkodzeń  $\lambda(t)$  charakteryzuje w każdej chwili  $t$  względne pogorszenie się niezawodności obiektu przypadające na jednostkę czasu  $\Delta t = 1$ . Dla porównania gęstość prawdopodobieństwa  $f(t)$  wyraża bezwzględne pogorszenie niezawodności obiektu przypadające na jednostkę czasu [6, 8].

Kolejną funkcją charakteryzującą niezawodność obiektu jest skumulowana intensywność uszkodzeń, zwana także funkcją wiodącą [6]:

$$\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(u) du \quad (7)$$

Jest ona miarą wyczerpywania się zapasu możliwości wykonania przez obiekt postawionego mu zadania.

Niezawodność obiektu można także scharakteryzować, poprzez określenie funkcji oczekiwanego pozostałego czasu zdatności:

$$r(t) = \int_t^{\infty} \frac{R(s)}{R(t)} ds \quad (8)$$

### 3. METODA „PRÓBY DYNAMICZNEJ” OKREŚLANIA FUNKCJI NIEZAWODNOŚCIOWYCH URZĄDZEŃ ELEKTROENERGETYCZNYCH

Aby w sposób pełny określić właściwości niezawodnościowe obiektów elektroenergetycznych nienaprawialnych, należy określić ich funkcje  $R(t)$ ,  $F(t)$  oraz  $\lambda(t)$ . W przypadku obiektów podlegających odnowie należy dodatkowo określić rozkład odnowy oraz dane procesu stochastycznego, opisującego jego pracę. Należy zbadać takie właściwości procesu jak stacjonarność, stałość intensywności uszkodzeń i odnowy, itp. W praktyce, ze względu na brak wiarygodnych danych pochodzących z eksploatacji, uzyskanie pełnej i dokładnej informacji niezawodnościowej jest bardzo trudne i pracochłonne, a w wielu przypadkach wręcz niemożliwe. Dlatego też najczęściej, do przybliżonych analiz i obliczeń, wykorzystywane są wartości średnie intensywności uszkodzeń  $\lambda_{sr}$  oraz średnie czasy trwania odnowy (naprawy)  $t_a$ .

W przypadku, gdy istnieje konieczność wyznaczenia funkcji niezawodnościowych ( $R(t)$ ,  $F(t)$  lub  $\lambda(t)$ ), ich oszacowania dokonuje się w odmienny sposób, w zależności od rodzaju próby statystycznej jaką dysponujemy.

W przypadku wprowadzenia do eksploatacji jednocześnie  $N$  elementów i badania ich zawodności w czasie  $t$ , mamy do czynienia z próbą losową pełną. W takim przypadku oszacowaniem wartości funkcji niezawodności  $R(t)$  jest estymator  $R^*(t)$ :

$$R^*(t) = \frac{n(t)}{N} \quad (9)$$

gdzie:

$n(t)$  – liczba elementów, które w przedziale czasu od  $(0, t >$  nie uległy uszkodzeniu;

$N$  – liczba badanych elementów.

Analogicznie, estymatorem funkcji zawodności  $F^*(t)$  jest:

$$F^*(t) = \frac{m(t)}{N} \quad (10)$$

gdzie:

$m(t)$  – liczba elementów, które w przedziale czasu od  $(0, t >$  uległy uszkodzeniu.

W przypadku urządzeń elektroenergetycznych bardzo rzadko zdarza się, aby do eksploatacji jednocześnie trafiała większa populacja. Są one zazwyczaj wprowadzane w niewielkich ilościach, w różnych chwilach czasowych. W takim przypadku zastosowanie metody próby losowej pełnej nie jest możliwe.

W publikacji [8] przedstawiona została metoda próby losowej dynamicznej, polegająca na jednoczesnej obserwacji obiektów będących w różnych latach eksploatacji. Opiera się ona na czterech głównych założeniach:

1. Ocena niezawodności obiektu odbywa się poprzez analizę populacji obiektów, które w chwili badań znajdują się w różnych latach eksploatacji,
2. Właściwości niezawodnościowe obiektu określone są przez funkcję niezawodności  $R(t)$ ,
3. Proces odnowy obiektów nie zmienia ich właściwości niezawodnościowych, ponieważ ogranicza się do usunięcia awarii konkretnego urządzenia w nich zainstalowanego,
4. Czas trwania awarii obiektu jest znacznie krótszy w porównaniu z czasem jego eksploatacji i może być pominięty w powyższej analizie.

Badaniu podlega próba statystyczna zawierająca obiekty znajdujące się w różnych latach eksploatacji. W konkretnym roku obserwacji  $j$  ( $j = 1, 2, 3, \dots, l$ ) liczba obiektów jest sumą obiektów znajdujących się w konkretnym  $i$  – tym roku eksploatacji ( $i = 1, 2, 3, \dots, k$ ):

$$n_j = \sum_{i=1}^k n_{ij} \quad (11)$$

gdzie:

$n_j$  – liczba obiektów w  $j$ -tym roku obserwacji;

$n_{ij}$  – liczba obiektów będących w  $j$ -tym roku obserwacji w  $i$ -tym roku eksploatacji.

Analogicznie, liczba awarii obiektów jaka wystąpiła w  $j$ -tym roku obserwacji jest sumą liczby awarii obiektów znajdujących się w różnych latach eksploatacji  $i$ :

$$m_j = \sum_{i=1}^k m_{ij} \quad (12)$$

gdzie:

$m_j$  – liczba awarii w  $j$ -tym roku badań;

$m_{ij}$  – liczba awarii obiektów znajdujących się w  $j$ -tym roku obserwacji w  $i$ -tym roku eksploatacji.

Często w celu zwiększenia liczebności próby statystycznej prowadzi się obserwację przez szereg lat i łączy wyniki z kilku lat, co jest równoważne uśrednieniu parametrów z tych lat. W takim przypadku łączna liczba obiektów oraz liczba awarii obiektów znajdujących się w  $i$ -tym roku eksploatacji wyznaczone są z zależności:

$$n_i = \sum_{j=1}^l n_{ij} = n_{i1} + n_{i2} + \dots + n_{il} \quad (13)$$

oraz

$$m_i = \sum_{j=1}^l m_{ij} = m_{i1} + m_{i2} + \dots + m_{il} \quad (14)$$

gdzie:

$i = 1, 2, 3, \dots, k$  – kolejne lata eksploatacji;

$j = 1, 2, 3, \dots, l$  – kolejne lata prowadzenia badań.

Estymator średniej intensywności uszkodzeń obiektów w  $i$  – tym roku eksploatacji, jest równy:

$$\hat{\lambda}_i = \frac{2 \cdot m_i}{n_i + n_{i+1}} \quad (15)$$

przy czym:

$$\frac{n_i + n_{i+1}}{2} = n_{sr} \quad (16)$$

jest zastępczą liczbą obiektów będących w  $i$  – tym roku eksploatacji, przy założeniu, że liczba wprowadzanych do eksploatacji obiektów zmienia się liniowo w ciągu roku.

Znając funkcję intensywności uszkodzeń obiektów w postaci wartości dyskretnych  $\lambda_i$  można wyznaczyć wartość średniej intensywności uszkodzeń [8]:

$$\lambda = \frac{1}{k} \cdot \sum_{i=1}^k \lambda_i \quad (17)$$

W teorii niezawodności bardzo ważna jest znajomość częstości uszkodzeń  $f_i$  oraz dystrybuanty  $F_i$ . Na podstawie znajomości dyskretnej wartości  $\lambda_i$  w poszczególnych latach użytkowania obiektu można wyznaczyć estymatory  $f_i^*$  oraz  $F_i^*$ , a także  $R_i$ :

$$f_i^* = \hat{\lambda}_i \cdot \prod_{k=1}^{k=i-1} (1 - \hat{\lambda}_k) \quad (18)$$

$$F_i^* = \sum_{k=1}^{k=i} f_k^* \quad (19)$$

$$R_i^* = 1 - F_i^* \quad (20)$$

przy czym zachowany musi być warunek normalizacyjny:

$$\sum_{i=1}^{i=\infty} f_i^* = 1 \quad (21)$$

Wyznaczone za pomocą wzorów od (18) do (20) wartości dyskretne  $f_i^*$ ,  $F_i^*$  oraz  $R_i^*$  są realizacjami ciągłych funkcji gęstości prawdopodobieństwa  $f(t)$ , funkcji zawodności  $F(t)$  oraz funkcji niezawodności  $R(t)$ , dla poszczególnych lat eksploatacji  $i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, k$ ). Wyznaczenie funkcji intensywności awarii, zawodności, czy też niezawodności nie rozwiązuje więc problemu estymacji parametrów niezawodnościowych. Ważna jest również analiza zgodności typu rozkładu empirycznego z wybranym rozkładem teoretycznym. Analizę taką wykonuje się według zasad estymacji nieparametrycznej. W wielu przypadkach oszacowania parametrów nieznannej funkcji można dokonać z wystarczającą dokładnością za pomocą siatek funkcyjnych [7, 8]. Weryfikacja hipotezy o rozkładzie może zostać przeprowadzona za pomocą testu znaków, testu  $\lambda$  Kołmogorowa, testu  $\chi^2$  Pearsońa lub testu Wolda-Wolfowitza, zwanego także testem serii [7, 8, 9].

#### 4. OCENA FUNKCJI NIEZAWODNOŚCIOWYCH NAPOWIETRZNYCH PRZYŁĄCZY ELEKTROENERGETYCZNYCH nN WYKONANYCH PRZEWODAMI GOŁYMI

Próba statystyczna przyłączy elektroenergetycznych nN jest z punktu widzenia badań niezawodnościowych próbą dynamiczną, czyli obejmuje przyłącza będące w różnych latach eksploatacji. Awarie przyłączy elektroenergetycznych nN pogrupowano więc w próby o licznosciach  $n_i$  – liczba przyłączy znajdujących się w  $i$  – tym roku eksploatacji oraz  $m_i$  – liczba przyłączy uszkodzonych w  $i$  – tym roku eksploatacji. Na podstawie zależności (15), (18), (19) oraz (20) obliczone zostały wartości empiryczne intensywności uszkodzeń  $\hat{\lambda}_i$ , częstości uszkodzeń  $f_i^*$ , funkcji niezawodności  $R_i^*$  oraz zawodności (trwałości)  $F_i^*$ . Wyniki obliczeń przedstawione zostały w tabeli 1 oraz zaprezentowane graficznie na rysunkach 1 – 4.

**Tabela 1**

Wyniki obliczeń statystycznych: intensywności i częstości uszkodzeń, rozkładu trwałości oraz rozkładu niezawodności dla przyłączy napowietrznych nN wykonanych przewodami gołymi

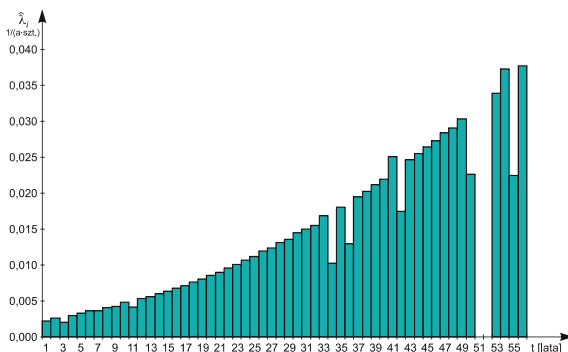
Rok eksploatacji	$\hat{\lambda}_i$	$f_i^*$	$F_i^*$	$R_i^*$
	$\frac{1}{a \cdot szl.}$	---	---	---
1	0,0022	0,0022	0,0022	0,9978
2	0,0026	0,0026	0,0048	0,9952
3	0,0020	0,0020	0,0068	0,9932
4	0,0029	0,0029	0,0097	0,9903
5	0,0033	0,0033	0,0130	0,9870
6	0,0036	0,0036	0,0166	0,9834
7	0,0037	0,0036	0,0202	0,9798
8	0,0041	0,0040	0,0242	0,9758
9	0,0042	0,0041	0,0284	0,9716

**Tabela 1. c.d.**

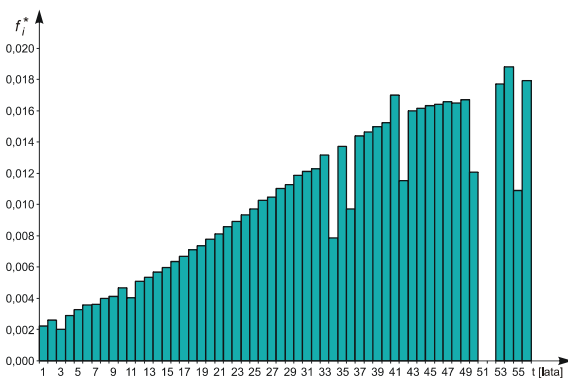
Wyniki obliczeń statystycznych: intensywności i częstości uszkodzeń, rozkładu trwałości...

10	0,0048	0,0047	0,0331	0,9669
11	0,0042	0,0040	0,0371	0,9629
12	0,0053	0,0051	0,0422	0,9578
13	0,0056	0,0053	0,0475	0,9525
14	0,0060	0,0057	0,0532	0,9468
15	0,0063	0,0060	0,0592	0,9408
16	0,0068	0,0064	0,0656	0,9344
17	0,0072	0,0067	0,0723	0,9277
18	0,0077	0,0071	0,0794	0,9206
19	0,0080	0,0074	0,0867	0,9133
20	0,0085	0,0078	0,0945	0,9055
21	0,0090	0,0081	0,1027	0,8973
22	0,0096	0,0086	0,1113	0,8887
23	0,0100	0,0089	0,1202	0,8798
24	0,0106	0,0094	0,1295	0,8705
25	0,0112	0,0097	0,1393	0,8607
26	0,0119	0,0103	0,1495	0,8505
27	0,0123	0,0105	0,1600	0,8400
28	0,0131	0,0110	0,1710	0,8290
29	0,0136	0,0113	0,1823	0,8177
30	0,0145	0,0118	0,1942	0,8058
31	0,0150	0,0121	0,2063	0,7937
32	0,0155	0,0123	0,2186	0,7814
33	0,0169	0,0132	0,2318	0,7682
34	0,0102	0,0079	0,2396	0,7604
35	0,0180	0,0137	0,2533	0,7467
36	0,0130	0,0097	0,2630	0,7370
37	0,0195	0,0144	0,2774	0,7226
38	0,0203	0,0147	0,2921	0,7079
39	0,0212	0,0150	0,3070	0,6930
40	0,0220	0,0152	0,3223	0,6777
41	0,0251	0,0170	0,3393	0,6607
42	0,0175	0,0115	0,3508	0,6492
43	0,0246	0,0160	0,3668	0,6332
44	0,0255	0,0161	0,3829	0,6171
45	0,0265	0,0163	0,3993	0,6007
46	0,0273	0,0164	0,4157	0,5843
47	0,0284	0,0166	0,4323	0,5677
48	0,0291	0,0165	0,4488	0,5512
49	0,0303	0,0167	0,4655	0,5345
50	0,0226	0,0121	0,4776	0,5224
51	0,0000	0,0000	0,4776	0,5224
52	0,0000	0,0000	0,4776	0,5224
53	0,0339	0,0177	0,4953	0,5047
54	0,0373	0,0188	0,5141	0,4859
55	0,0225	0,0109	0,5250	0,4750
56	0,0377	0,0179	0,5429	0,4571

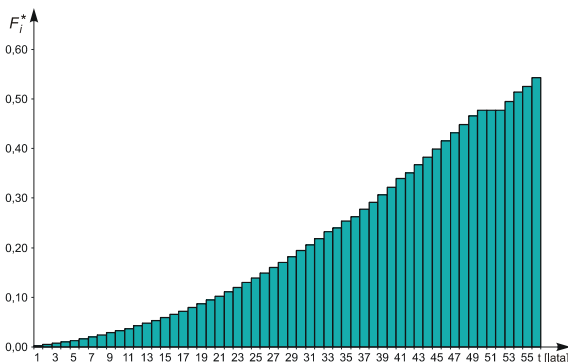




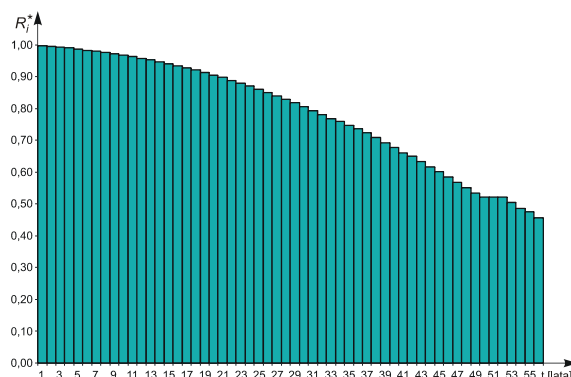
**Rys. 1. Intensywność empiryczna uszkodzeń napowietrznych przyłączy nN wykonanych przewodami gołymi**



**Rys. 2. Częstość empiryczna uszkodzeń napowietrznych przyłączy nN wykonanych przewodami gołymi**



**Rys. 3. Empiryczna funkcja zawodności napowietrznych przyłączy nN wykonanych przewodami gołymi**



**Rys. 4. Empiryczna funkcja niezawodności napowietrznych przyłączy nN wykonanych przewodami gołymi**

Przeprowadzona została analiza zgodności typu rozkładu empirycznego z wybranym rozkładem teoretycznym intensywności awarii. Na podstawie szczegółowej analizy otrzymanych wyników przyjęto, iż funkcja intensywności awarii przyłączy napowietrznych nN wykonanych przewodami gołymi podlega rozkładowi Normalnemu uciętemu i wyraża się zależnością:

$$\lambda(t) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \frac{\exp\left[-\frac{(t-m)^2}{2 \cdot \sigma^2}\right]}{0,5 - \Phi\left(\frac{t-m}{\sigma}\right)} \quad (22)$$

gdzie:

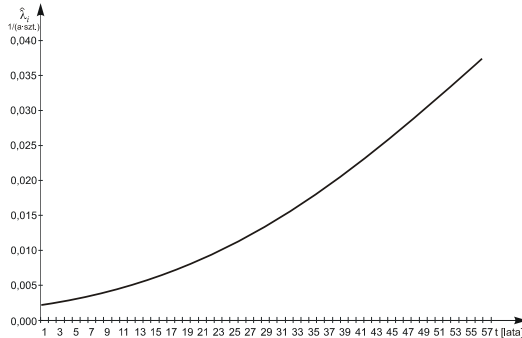
- $m$  – wartość oczekiwana zmiennej losowej  $t$ ;
- $\sigma$  – odchylenie standardowe zmiennej losowej  $t$ ;
- $\Phi(x)$  – całka Laplace'a.

Wyznaczone z wykorzystaniem pakietu Statistica oraz Excela wartości parametrów rozkładu (22) wynoszą:  $m = 50,53$  oraz  $\sigma = 25,08$ .

Po podstawieniu wyznaczonych wartości do zależności (22) teoretyczna funkcja intensywności awarii przyjmuje postać:

$$\lambda(t) = 0,0159 \cdot \frac{\exp\left[-\frac{(t-50,53)^2}{1258,01}\right]}{0,5 - \Phi(0,0399 \cdot t - 2,0148)} \quad (23)$$

Teoretyczną funkcję intensywności awarii przyłączy napowietrznych wykonanych przewodami gołymi przedstawia rysunek 5.



**Rys. 5. Teoretyczna funkcja intensywności uszkodzeń  $\lambda(t)$  przyłączy napowietrznych nN wykonanych przewodami gołymi**

Weryfikacja hipotezy o rozkładzie została przeprowadzona za pomocą testu znaków. W wyniku zastosowania testu znaków otrzymano:  $l_o = \min(l^+, l^-) = \min(27, 29) = 27$ ;  $l_o = 27 > 20 = l_\alpha$ ;  $l_o \notin R_\alpha = (-\infty, 20)$ . Tak więc, na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$ , nie ma podstaw do odrzucenia postawionej hipotezy o postaci funkcyjnej rozkładu intensywności awarii.

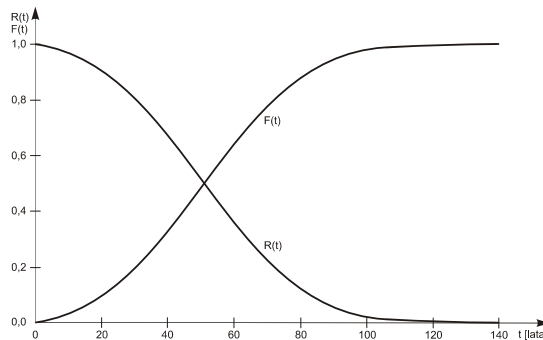
Wykorzystując zależności między funkcją  $R(t)$ ,  $F(t)$  i  $\lambda(t)$ , funkcję niezawodności można zapisać w postaci:

$$R(t) = 0,5083 - 1,0166 \cdot \Phi(0,0399 \cdot t - 2,0148) \quad (24)$$

natomiast funkcję zawodności:

$$F(t) = 0,4917 + 1,0166 \cdot \Phi(0,0399 \cdot t - 2,0148) \quad (25)$$

Przebiegi funkcji  $R(t)$  oraz  $F(t)$  dla przyłączy napowietrznych wykonanych przewodami gołymi przedstawia rysunek 6.



**Rys. 6. Teoretyczna funkcja niezawodności  $R(t)$  i zawodności  $F(t)$  przyłączy napowietrznych nN wykonanych przewodami gołymi**

Na podstawie zależności (5) wyznaczona została wartość oczekiwana czasu poprawnej pracy przyłączy napowietrznych nN wykonanych przewodami gołymi. Wartość ta wynosi 50,53 lat.

## 5. OCENA FUNKCJI NIEZAWODNOŚCIOWYCH NAPOWIETRZNYCH IZOLOWANYCH PRZYŁĄCZY ELEKTROENERGETYCZNYCH nN

Na podstawie zależności (15), (18), (19) oraz (20) obliczone zostały wartości empiryczne intensywności uszkodzeń  $\hat{\lambda}_i$ , częstości uszkodzeń  $f_i^*$ , funkcji niezawodności  $R_i^*$  oraz zawodności (trwałości)  $F_i^*$ . Wyniki obliczeń przedstawione zostały w tabeli 2 oraz zaprezentowane graficznie na rysunkach 7 – 10.

**Tabela 2**

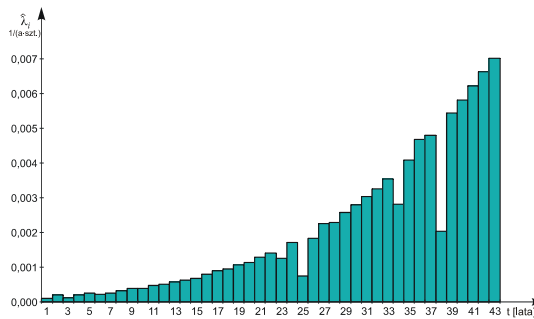
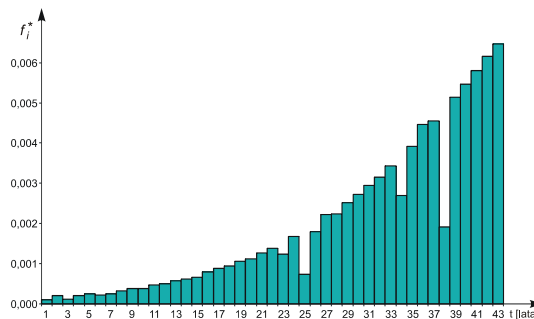
Wyniki obliczeń statystycznych: intensywności i częstości uszkodzeń, rozkładu trwałości oraz rozkładu niezawodności dla izolowanych przyłączy napowietrznych nN

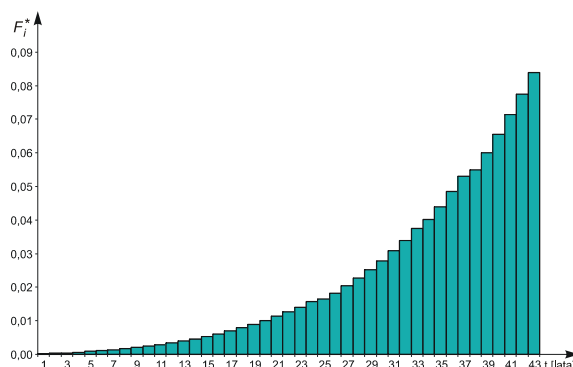
Rok eksploatacji	$\hat{\lambda}_i$	$f_i^*$	$F_i^*$	$R_i^*$
	$\frac{1}{a \cdot szt.}$	---	---	---
1	0,0001	0,0001	0,0001	0,9999
2	0,0002	0,0002	0,0003	0,9997
3	0,0001	0,0001	0,0004	0,9996
4	0,0002	0,0002	0,0006	0,9994
5	0,0003	0,0003	0,0009	0,9991
6	0,0002	0,0002	0,0011	0,9989
7	0,0003	0,0003	0,0014	0,9986
8	0,0003	0,0003	0,0017	0,9983
9	0,0004	0,0004	0,0021	0,9979
10	0,0004	0,0004	0,0024	0,9976
11	0,0005	0,0005	0,0029	0,9971
12	0,0005	0,0005	0,0034	0,9966
13	0,0006	0,0006	0,0040	0,9960
14	0,0006	0,0006	0,0046	0,9954
15	0,0007	0,0007	0,0053	0,9947
16	0,0008	0,0008	0,0061	0,9939
17	0,0009	0,0009	0,0070	0,9930
18	0,0009	0,0009	0,0079	0,9921
19	0,0011	0,0011	0,0090	0,9910
20	0,0011	0,0011	0,0101	0,9899
21	0,0013	0,0013	0,0113	0,9887
22	0,0014	0,0014	0,0127	0,9873
23	0,0013	0,0012	0,0140	0,9860
24	0,0017	0,0017	0,0156	0,9844
25	0,0007	0,0007	0,0164	0,9836

**Tabela 2. c.d.**

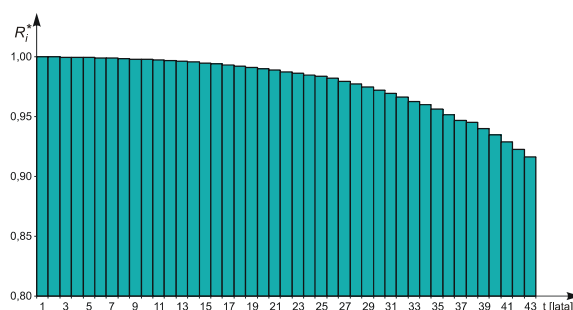
Wyniki obliczeń statystycznych: intensywności i częstości uszkodzeń, rozkładu trwałości...

26	0,0018	0,0018	0,0182	0,9818
27	0,0023	0,0022	0,0204	0,9796
28	0,0023	0,0022	0,0226	0,9774
29	0,0026	0,0025	0,0252	0,9748
30	0,0028	0,0027	0,0279	0,9721
31	0,0030	0,0029	0,0308	0,9692
32	0,0033	0,0032	0,0340	0,9660
33	0,0035	0,0034	0,0374	0,9626
34	0,0028	0,0027	0,0401	0,9599
35	0,0041	0,0039	0,0440	0,9560
36	0,0047	0,0045	0,0485	0,9515
37	0,0048	0,0046	0,0530	0,9470
38	0,0020	0,0019	0,0550	0,9450
39	0,0054	0,0051	0,0601	0,9399
40	0,0058	0,0055	0,0655	0,9345
41	0,0062	0,0058	0,0714	0,9286
42	0,0066	0,0061	0,0775	0,9225
43	0,0070	0,0065	0,0840	0,9160

**Rys. 7. Empiryczna intensywność uszkodzeń napowietrznych izolowanych przyłączy nN****Rys. 8. Empiryczna częstość uszkodzeń napowietrznych izolowanych przyłączy nN**



**Rys. 9. Empiryczna funkcja zawodności napowietrznych izolowanych przyłączy nN**



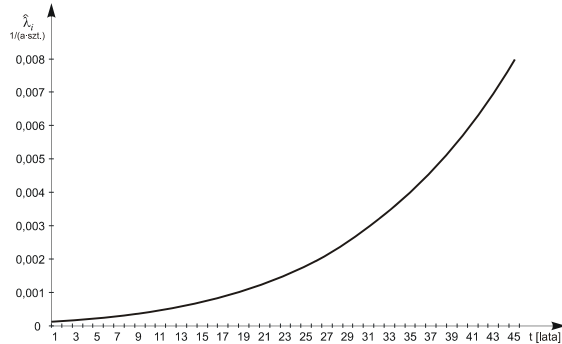
**Rys. 10. Empiryczna funkcja niezawodności izolowanych napowietrznych przyłączy nN**

Przeprowadzona została analiza zgodności typu rozkładu empirycznego z wybranym rozkładem teoretycznym intensywności awarii. Na podstawie szczegółowej analizy otrzymanych wyników przyjęto, iż funkcja intensywności awarii przyłączy napowietrznych izolowanych nN podlega rozkładowi Normalnemu uciętemu i wyraża się zależnością (22). Wyznaczone z wykorzystaniem pakietu Statistica oraz Excela wartości parametrów rozkładu (22) wynoszą dla przyłączy napowietrznych izolowanych:  $m = 76,29$  oraz  $\sigma = 24,41$ .

Po podstawieniu wyznaczonych wartości do zależności (22) teoretyczna funkcja intensywności awarii przyjmuje postać:

$$\lambda(t) = 0,0163 \cdot \frac{\exp\left[-\frac{(t - 76,29)^2}{1191,70}\right]}{0,5 - \Phi(0,0410 \cdot t - 3,1254)} \quad (26)$$

Teoretyczną funkcję intensywności awarii przyłączy napowietrznych izolowanych przedstawia rysunek 11.



**Rys. 11. Teoretyczna funkcja intensywności uszkodzeń  $\lambda(t)$  przyłączy napowietrznych izolowanych nN**

Weryfikacja hipotezy o rozkładzie została przeprowadzona za pomocą testu znaków. W wyniku zastosowania testu znaków otrzymano:  $l_o = \min(l^+, l^-) = \min(22, 21) = 21$ ;  $l_o = 21 > 14 = l_{\alpha}$ ;  $l_o \notin R_{\alpha} = (-\infty, 14)$ . Tak więc, na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$ , nie ma podstaw do odrzucenia postawionej hipotezy o postaci funkcyjnej rozkładu intensywności awarii.

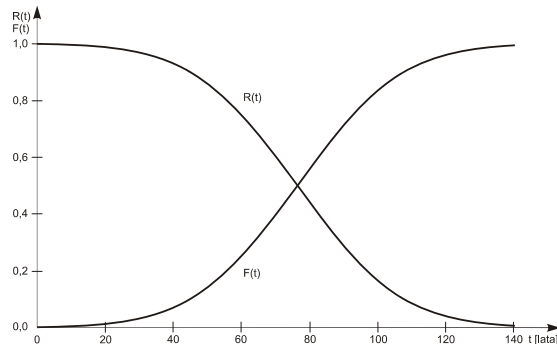
Wykorzystując zależności między funkcją  $R(t)$ ,  $F(t)$  i  $\lambda(t)$ , funkcję niezawodności można zapisać w postaci:

$$R(t) = 0,5005 - 1,0009 \cdot \Phi(0,0410 \cdot t - 3,1254) \quad (27)$$

natomiast funkcję zawodności:

$$F(t) = 0,4995 + 1,0009 \cdot \Phi(0,0410 \cdot t - 3,1254) \quad (28)$$

Przebiegi funkcji  $R(t)$  oraz  $F(t)$  dla przyłączy napowietrznych izolowanych przedstawia rysunek 12.



**Rys. 12. Teoretyczna funkcja niezawodności  $R(t)$  i zawodności  $F(t)$  przyłączy napowietrznych izolowanych nN**

Na podstawie zależności (5) wyznaczona została wartość oczekiwana czasu poprawnej pracy przyłączy napowietrznych izolowanych nN. Wartość ta wynosi 76,29 lat.

## 6. OCENA FUNKCJI NIEZAWODNOŚCIOWYCH KABLOWYCH PRZYŁĄCZY ELEKTROENERGETYCZNYCH nN

Na podstawie zależności (15), (18), (19) oraz (20) obliczone zostały wartości empiryczne intensywności uszkodzeń  $\hat{\lambda}_i$ , częstości uszkodzeń  $f_i^*$ , funkcji niezawodności  $R_i^*$  oraz zawodności (trwałości)  $F_i^*$ . Wyniki obliczeń przedstawione zostały w tabeli 3 oraz zaprezentowane graficznie na rysunkach 13 - 16.

**Tabela 3**

Wyniki obliczeń statystycznych: intensywności i częstości uszkodzeń, rozkładu trwałości oraz rozkładu niezawodności dla przyłączy kablowych nN

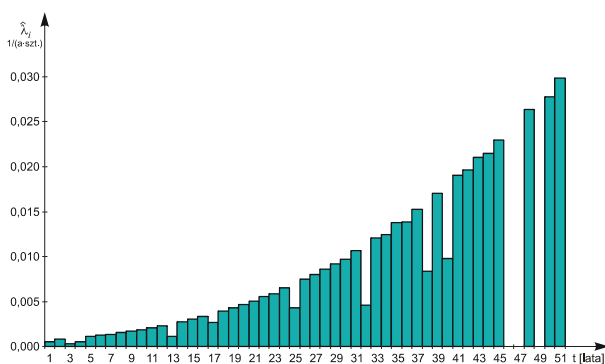
Rok eksploatacji	$\hat{\lambda}_i$	$f_i^*$	$F_i^*$	$R_i^*$
	$\frac{1}{a \cdot szt.}$	---	---	---
1	0,0006	0,0006	0,0006	0,9994
2	0,0008	0,0008	0,0014	0,9986
3	0,0003	0,0003	0,0018	0,9982
4	0,0005	0,0005	0,0023	0,9977
5	0,0011	0,0011	0,0034	0,9966
6	0,0013	0,0012	0,0047	0,9953
7	0,0014	0,0014	0,0060	0,9940
8	0,0016	0,0016	0,0076	0,9924
9	0,0017	0,0017	0,0093	0,9907
10	0,0019	0,0019	0,0111	0,9889
11	0,0021	0,0021	0,0132	0,9868
12	0,0023	0,0023	0,0155	0,9845
13	0,0011	0,0011	0,0166	0,9834
14	0,0028	0,0027	0,0193	0,9807
15	0,0030	0,0030	0,0223	0,9777
16	0,0034	0,0033	0,0256	0,9744
17	0,0027	0,0026	0,0282	0,9718
18	0,0040	0,0039	0,0321	0,9679
19	0,0043	0,0042	0,0362	0,9638
20	0,0047	0,0045	0,0408	0,9592
21	0,0051	0,0049	0,0457	0,9543
22	0,0055	0,0053	0,0509	0,9491
23	0,0059	0,0056	0,0566	0,9434
24	0,0066	0,0062	0,0628	0,9372



**Tabela 3. c.d.**

Wyniki obliczeń statystycznych: intensywności i częstości uszkodzeń, rozkładu trwałości...

25	0,0043	0,0041	0,0668	0,9332
26	0,0075	0,0070	0,0738	0,9262
27	0,0080	0,0074	0,0812	0,9188
28	0,0086	0,0079	0,0891	0,9109
29	0,0092	0,0084	0,0975	0,9025
30	0,0097	0,0088	0,1063	0,8937
31	0,0107	0,0096	0,1158	0,8842
32	0,0046	0,0041	0,1199	0,8801
33	0,0121	0,0107	0,1306	0,8694
34	0,0124	0,0108	0,1414	0,8586
35	0,0138	0,0118	0,1532	0,8468
36	0,0138	0,0117	0,1649	0,8351
37	0,0153	0,0127	0,1777	0,8223
38	0,0084	0,0069	0,1846	0,8154
39	0,0170	0,0139	0,1985	0,8015
40	0,0098	0,0079	0,2063	0,7937
41	0,0190	0,0151	0,2214	0,7786
42	0,0196	0,0153	0,2367	0,7633
43	0,0211	0,0161	0,2528	0,7472
44	0,0215	0,0161	0,2688	0,7312
45	0,0230	0,0168	0,2857	0,7143
46	0,0000	0,0000	0,2857	0,7143
47	0,0000	0,0000	0,2857	0,7143
48	0,0263	0,0188	0,3045	0,6955
49	0,0000	0,0000	0,3045	0,6955
50	0,0278	0,0193	0,3238	0,6762
51	0,0299	0,0202	0,3440	0,6560

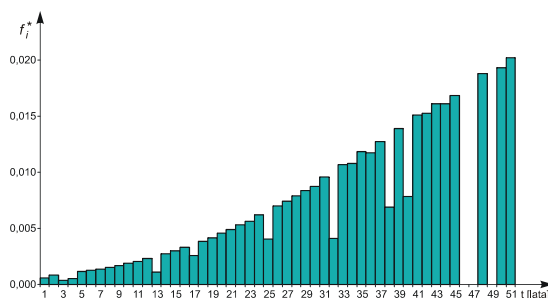
**Rys. 13. Empiryczna intensywność uszkodzeń przyłączy kablowych nN**

Przeprowadzona została analiza zgodności typu rozkładu empirycznego z wybranym rozkładem teoretycznym intensywności awarii. Na podstawie szczegółowej analizy otrzymanych wyników przyjęto, iż funkcja intensywności awarii przyłączy kablowych nN podlega rozkładowi Normalnemu uciętemu i wyraża się

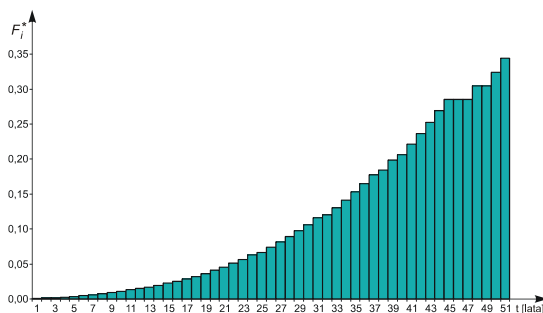
zależnością (22). Wyznaczone z wykorzystaniem pakietu Statistica oraz Excela wartości parametrów rozkładu (22) wynoszą dla przyłączy kablowych:  $m = 56,42$  oraz  $\sigma = 21,64$ .

Po podstawieniu wyznaczonych wartości do zależności (22) teoretyczna funkcja intensywności awarii przyjmuje postać:

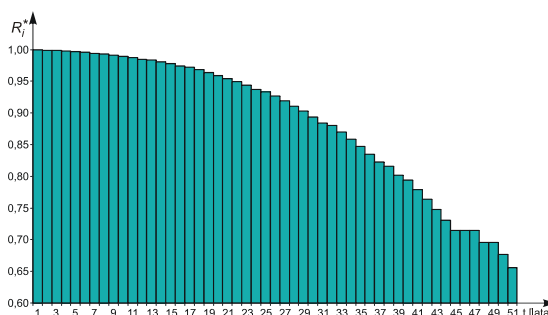
$$\lambda(t) = 0,0184 \cdot \frac{\exp\left[-\frac{(t - 56,42)^2}{936,58}\right]}{0,5 - \Phi(0,0462 \cdot t - 2,6072)} \quad (29)$$



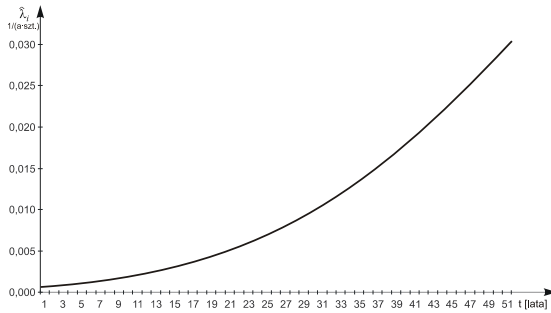
Rys. 14. Empiryczna częstość uszkodzeń przyłączy kablowych nN



Rys. 15. Empiryczna funkcja zawodności przyłączy kablowych nN



Rys. 16. Empiryczna funkcja niezawodności przyłączy kablowych nN



**Rys. 17. Teoretyczna funkcja intensywności uszkodzeń  $\lambda(t)$  przyłączy kablowych nN**

Teoretyczną funkcję intensywności awarii przyłączy kablowych przedstawia rysunek 17.

Weryfikacja hipotezy o rozkładzie została przeprowadzona za pomocą testu znaków. W wyniku zastosowania testu znaków otrzymano:  $l_o = \min(I^+, I) = \min(25, 26) = 25$ ;  $l_o = 25 > 18 = l_{\alpha}$ ;  $l_o \notin R_{\alpha} = (-\infty, 18)$ . Tak więc, na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$ , nie ma podstaw do odrzucenia postawionej hipotezy o postaci funkcyjnej rozkładu intensywności awarii.

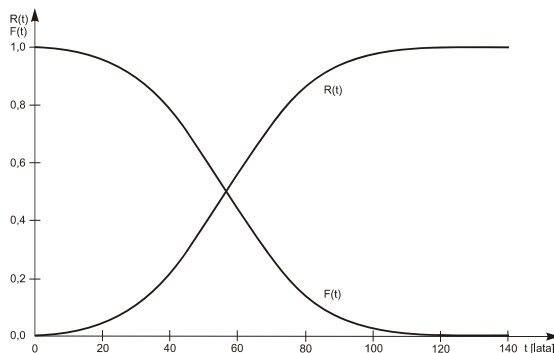
Wykorzystując zależności między funkcją  $R(t)$ ,  $F(t)$  i  $\lambda(t)$  funkcję niezawodności można zapisać w postaci:

$$R(t) = 0,5023 - 1,0046 \cdot \Phi(0,0462 \cdot t - 2,6072) \quad (30)$$

natomiast funkcję zawodności:

$$F(t) = 0,4977 + 1,0046 \cdot \Phi(0,0462 \cdot t - 2,6072) \quad (31)$$

Przebiegi funkcji  $R(t)$  oraz  $F(t)$  dla przyłączy kablowych przedstawia rysunek 18.



**Rys. 18. Teoretyczna funkcja niezawodności  $R(t)$  i zawodności  $F(t)$  przyłączy kablowych nN**

Na podstawie zależności (5) wyznaczona została wartość oczekiwana czasu poprawnej pracy przyłączy kablowych nN. Wartość ta wynosi 56,42 lat.

## 7. PODSUMOWANIE

---

Przyłącza elektroenergetyczne nN są końcowym elementem sieci dystrybucyjnych. Ich awaryjność wpływa bezpośrednio na ciągłość dostaw energii do odbiorców ze względu na fakt, iż nie są one zazwyczaj rezerwowane. Jedynie obiekty o wymaganej zwiększonej pewności zasilania posiadają kilka niezależnych przyłączy. Ważne jest więc stałe nadzorowanie ich pracy. Znajomość podstawowych funkcji niezawodnościowych pozwala ustalić okres pracy przyłącza, w którym z dużym prawdopodobieństwem będzie ono działało poprawnie, a więc nie będzie powodowało przerw w zasilaniu odbiorców.

W referacie przedstawiono wyniki analizy dotyczącej funkcji niezawodnościowych przyłączy elektroenergetycznych nN napowietrznych gołych, napowietrznych izolowanych oraz kablowych. Przyłącza napowietrzne występują zazwyczaj w sieciach napowietrznych, a więc są charakterystyczne przede wszystkim dla sieci terenowych. Przyłącza kablowe realizowane są głównie w sieciach kablowych nN, ale także coraz częściej jako zejście z konstrukcji wsporczej sieci napowietrznej.

Wyznaczone zostały empiryczne funkcje intensywności, funkcje niezawodności oraz funkcje zawodności przyłączy. Funkcje intensywności dla wszystkich rodzajów przyłączy nN wykazują stały wzrost intensywności w kolejnych latach eksploatacji.

W referacie określono także przebiegi teoretyczne funkcji niezawodnościowych. Rozkład teoretyczny intensywności awarii jest dla wszystkich rodzajów przyłączy nN rozkładem normalnym. Wyznaczone funkcje mogą zostać wykorzystane w wielu analizach technicznych oraz ekonomiczno-gospodarczych, w tym między innymi do oceny ekonomicznie opłacalnego okresu eksploatacji przyłączy.

Wyznaczony został także oczekiwany czas poprawnej pracy przyłączy niskiego napięcia. Jego wartość wynosi 50,53 a dla przyłączy napowietrznych gołych, 76,29 a dla przyłączy napowietrznych izolowanych oraz 56,42 a dla przyłączy kablowych.

Do badań wykorzystano sprzęt naukowo – badawczy zakupiony w ramach Projektu MODIN II (Projekt „MODIN II – Modernizacja i Rozbudowa Infrastruktury Edukacyjno – Badawczej Politechniki Świętokrzyskiej w Kielcach” był współfinansowany ze środków Unii Europejskiej z Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego, realizowany w ramach Programu Operacyjnego Rozwój Polski Wschodniej 2007-2013 Oś priorytetowa I: Nowoczesna Gospodarka Działanie I.1: Infrastruktura uczelni; zgodnie z umową nr POPW.01.01.00–26–005/08/00 z dnia 27 listopada 2008 r. Politechniki Świętokrzyskiej i Polskiej Agencji Rozwoju Przedsiębiorczości).

**LITERATURA**

1. Barra J.R.: Matematyczne podstawy niezawodności. PWN, Warszawa 1982.
2. Filipiak S.: Application of evolutionary algorithm in optimisation of medium-voltage distribution networks post-fault configuration. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, vol. 1, s. 666–671, 2013.
3. Kaźmierczyk A., Chojnacki A.Ł.: Zastosowanie sieci Petriego do oceny niezawodności torów zasilania w elektroenergetycznych sieciach dystrybucyjnych. Logistyka, nr 6, s. 5300–5308, 2014.
4. Kowalski Z.: Niezawodność zasilania odbiorców energii elektrycznej. Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź 1992.
5. Maksymiuk J.: Niezawodność maszyn i urządzeń elektrycznych. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2003.
6. Migdalski J. red.: Poradnik niezawodności. Podstawy matematyczne. Wydawnictwo Przemysłu Maszynowego „WEMA”, Warszawa 1982.
7. Sozański J.: Niezawodność urządzeń i układów elektroenergetycznych. PWN, Warszawa 1974.
8. Sozański J.: Niezawodność zasilania energią elektryczną. WNT, Warszawa 1982
9. Wróblewski Z., Siwak P.: Analiza trwałości eksploatacyjnej transformatorów o mocach od 25 kVA do 100 MVA. Energetyka, nr 11, s. 770–774, 2008.

*Przyjęto do druku dnia 02.10.2015 r.*

RELIABILITY FUNCTIONS OF LOW VOLTAGE ELECTRICAL  
CONNECTIONS MADE OF BARE WIRES, INSULATED ONES  
AND CABLES

Andrzej Łukasz CHOJNACKI

**ABSTRACT** *The paper presents the results of the evaluation of basic functions determining reliability characteristics of LV connections, i.e. their failure intensity function, function of reliability and unreliability function. On the basis of long-term monitoring of LV connections that operate in a large electricity distribution company in Poland, the empirical waveforms of mentioned features have been defined. An accordance of these empirical distributions with the assumed theoretical ones has been also investigated. The expected values of the lifetime to damage of the LV connections have been determined as well.*

**Keywords:** *distribution network, low-voltage connections, reliability, failure intensity, reliability functions*

**Dr hab. inż. Andrzej Ł. CHOJNACKI****Stopnie naukowe:**

2000 r. – magister inżynier elektryk, specjalność przetwarzanie i użytkowanie energii elektrycznej, Politechnika Świętokrzyska, Wydział Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki,

2005 r. – doktor nauk technicznych, rozprawa pod tytułem „Analiza niezawodności stacji transformatorowo-rozdzielczych SN w warunkach eksploatacji”, Politechnika Świętokrzyska, Wydział Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki,

2014 r. – doktor habilitowany nauk technicznych; rozprawa pod tytułem „Analiza niezawodności eksploatacyjnej elektroenergetycznych sieci dystrybucyjnych”, Politechnika Wroclawska, Wydział Elektryczny.

**Przebieg pracy zawodowej:**

1999 r. – Zakłady Urządzeń Metalowych „Metal-chem”, elektromonter;

2000 r. – „Elektromontaż-Kielce” S.A., inżynier rozruchu;

2001 r. – Politechnika Świętokrzyska, Wydział Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki, Samodzielny Zakład Urządzeń Elektrycznych i Techniki Wysokich Napięć, asystent;

2005 r. – Politechnika Świętokrzyska, Wydział Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki, Zakład Podstaw Energetyki, adiunkt;

2010 r. – roczny staż przemysłowy w Zakładach Energetycznych Okręgu Radomsko – Kieleckiego ZEORK S.A. (obecnie PGE Dystrybucja S.A.).

**Obszary działalności naukowej:**

Jego działalność naukowo-badawcza jest związana przede wszystkim z analizą stanów eksploatacyjnych układów elektroenergetycznych. Obecnie koncentruje się na zagadnieniach gospodarczych oraz analizie niezawodności sieci dystrybucyjnych średniego i niskiego napięcia. Jest autorem lub współautorem ponad siedemdziesięciu monografii, referatów i artykułów z dziedziny elektroenergetyki (w tym 5 monografii i rozdziałów w monografii oraz 14 artykułów w czasopismach z tzw. listy filadelfijskiej). Na przestrzeni ostatnich lat brał udział w realizacji dwóch projektów badawczych KBN, w charakterze głównego wykonawcy. Od roku 2000 posiada zaświadczenia kwalifikacyjne uprawniające do prac przy urządzeniach elektroenergetycznych, w zakresie eksploatacji i dozoru, przy czym od roku 2007 bez ograniczenia napięcia. Od roku 2002 jest członkiem Polskiego Towarzystwa Elektrotechniki Teoretycznej i Stosowanej, a od roku 2003, także Centralnego Kolegium Sekcji Energetycznej SEP.