

WIELOOSIOWE LOSOWE ZMĘCZENIE ELEMENTÓW MASZYN

Tadeusz ŁAGODA*, Marta KUREK*

* Wydział Mechaniczny, Politechnika Opolska
e-mail: t.lagoda@po.opole.pl
e-mail: ma.kurek@po.opole.pl

Artykuł wpłynął do redakcji 30.12.2012 r., Zweryfikowaną i poprawioną wersję po recenzjach i korekcie otrzymano w czerwcu 2014 r.

© Zeszyty Naukowe WSOWL

W pracy został przedstawiony algorytm oceny trwałości zmęczeniowej elementów maszyn i konstrukcji poddanych wieloosiowemu zmęczeniu w warunkach eksploatacyjnych. Szczególną uwagę poświęcono przedstawieniu kombinacji zginania ze skręcaniem, który to stan jest charakterystyczny dla wszelkiego typu wałów. W pracy zostały przedstawione poszczególne etapy algorytmu wyznaczania trwałości zmęczeniowej ze szczególnym uwzględnieniem kryteriów wieloosiowego zmęczenia losowego. Kryteria te oparte są na wyznaczeniu przebiegów ekwiwalentnych w płaszczyźnie krytycznej. Teoria przedstawiona w algorytmie została zilustrowana w oparciu o przykładowe wyniki badań eksperymentalnych żeliwa i stali. Wyniki obliczeń zostały porównane z wynikami badań eksperymentalnych.

Słowa kluczowe: trwałość zmęczeniowa ; wieloosiowe zmęczenie losowe ; eksploatacja maszyn

WSTĘP

Z analizy pracy większości konstrukcji wynika, że pracują one w warunkach wieloosiowych obciążeń eksploatacyjnych, które mają przebiegi o charakterze losowym. Badania podstawowe są wykonywane z reguły w warunkach jednoosiowego cyklicznego rozciągania-ściskania z zerową wartością średnią w celu określenia własności zmęczeniowych materiału, z którego wykonywana jest konstrukcja. Badania mogą też być wykonywane w warunkach cyklicznego zginania (wahadłowe lub obrotowe) bądź obustronnego skręcania. Czasami badania wykonywane są z niezerową wartością średnią w celu określenia wpływu wartości średniej na trwałość zmęczeniową. Aby, określić trwałość zmęczeniową w przypadku wieloosiowych obciążeń losowych stosuje się modele oparte na zliczaniu cykli i kumulacji uszkodzeń. Szczegółowy opis modeli w złożonym stanie obciążenia przedstawiono między innymi w pracy [1], a w przypadku obciążeń jednoosiowych w pracy [2] lub rzadziej w oparciu o analizę spektralną przebiegów [3]. Najnowocześniejsze modele wykorzystują kryteria wieloosiowego zmęczenia w płaszczyźnie krytycznej. Są to modele naprężeniowe, odkształceniowe oraz energetyczne. Za każdym razem, niezależnie od przyjętego modelu, wyniki obliczeń odnosi

się do prostych stanów obciążenia. W proponowanych modelach jest to rozciąganie-ściskanie, bądź zginanie wahadłowe.

Celem niniejszej pracy jest porównanie modeli naprężeniowych, odkształceniowych oraz energetycznych przy ocenie trwałości zmęczeniowej w warunkach wieloosiowych obciążeń losowych.

1. ALGORYTM OCENY TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ

Ogólny algorytm oceny trwałości zmęczeniowej ma podobną strukturę. Jednak w zależności od specyfiki poszczególne modele przedstawiono na kolejnych rysunkach: naprężeniowy (rysunek 1), odkształceniowy (rysunek 2) oraz energetyczny (rysunek 3). Ponieważ pęknięcia zmęczeniowe pojawiają się na ogół na powierzchni, gdzie panuje płaski stan naprężenia poszczególne algorytmy przedstawiono dla takiego stanu. W pierwszym etapie muszą zostać określone składowe przebiegów na podstawie pomiarów, obliczeń numerycznych lub na podstawie wygenerowanych stanów prognozowanych. Są to odpowiednio przebiegi czasowe naprężeń i odkształceń. W przypadku modeli energetycznych konieczne jest określenie przebiegów parametru energetycznego w danej płaszczyźnie. Jest to zarówno parametr normalny jak i styczny w tej płaszczyźnie.

W przypadku modelu naprężeniowego mając przebiegi naprężeń w dowolnej płaszczyźnie zdefiniowanej przez kosinusy kierunkowe, można wyznaczyć w tej płaszczyźnie przebiegi naprężeń stycznych i normalnych jako

$$\sigma_{\eta}(t) = \hat{l}_{\eta}^2 \sigma_{xx}(t) + \hat{m}_{\eta}^2 \sigma_{yy}(t) + 2\hat{l}_{\eta}\hat{m}_{\eta}\sigma_{xy}(t), \quad (1)$$

$$\tau_{\eta s}(t) = \hat{l}_{\eta}\hat{l}_s \sigma_{xx}(t) + \hat{m}_{\eta}\hat{m}_s \sigma_{yy}(t) + (\hat{l}_{\eta}\hat{m}_s + \hat{l}_s\hat{m}_{\eta})\sigma_{xy}(t), \quad (2)$$

gdzie:

$\hat{l}_{\eta}, \hat{m}_{\eta}$ i \hat{l}_s, \hat{m}_s są kosinusami kierunkowymi określającymi położenie płaszczyzny krytycznej.

Kosinusy kierunkowe $\hat{l}_{\eta}, \hat{m}_{\eta}, \hat{l}_s, \hat{m}_s$ wektorów $\hat{\eta}$ i \hat{s} , występujące we wzorach na naprężenia normalne (1) i styczne (2), są dla płaskiego stanu naprężenia określone przez jeden kąt α w następujących związkach:

$$\hat{l}_{\eta} = \cos \alpha, \quad \hat{m}_{\eta} = \sin \alpha, \quad \hat{l}_s = -\sin \alpha, \quad \hat{m}_s = \cos \alpha. \quad (3)$$

W algorytmie oceny trwałości zmęczeniowej istotne jest prawidłowe wyznaczenie oczekiwanego położenia płaszczyzny krytycznej w punkcie, gdzie występuje maksymalne wyężenie materiału. Jednym z podstawowych czynników określających położenie tej płaszczyzny jest występujący w materiale stan odkształcenia i naprężenia. Jej położenie jest określane przez podanie wartości kosinusów kierunkowych (ogólnie $\hat{l}_n, \hat{m}_n, \hat{n}_n$, gdzie $n = \eta, s$) wektorów jednostkowych $\bar{\eta}$ i \bar{s} występujących w kryteriach zmęczeniowych, z których wektor $\bar{\eta}$ jest prostopadły, a wektor \bar{s} jest styczny do płaszczyzny krytycznej.

Proponuje się stosowanie trzech następujących metod wyznaczania oczekiwanego położenia krytycznej płaszczyzny złomu zmęczeniowego: metoda funkcji wagi, metoda maksimum wariancji, metoda kumulacji uszkodzeń.

W przypadku metody kumulacji uszkodzeń i metody wariancji, powodzenie zależy od wyboru właściwego kryterium wyężenia zmęczeniowego i kroku dyskretyzacji zmian kąta. Stosowane są też metody optymalizacyjne przyspieszające wyznaczenie oczekiwanego położenia płaszczyzny krytycznej. Należy jednak rozróżnić pojęcie płaszczyzny krytycznej i płaszczyzny złomu. Mogą to być te same płaszczyzny ale nie zawsze tak jest.

Model kumulacji uszkodzeń zmęczeniowych został wielokrotnie zweryfikowany. Wykazano satysfakcjonujące obliczenia według tego modelu. Trzeba pamiętać, że model ten jest modelem czasochłonnym ale najbardziej dokładnym, co przy obecnych prędkościach komputerów nie nastęrcza tyle problemów co wcześniej.

W przypadku obciążeń losowych lub zmiennoamplitudowych dokonuje się obliczeń stopnia uszkodzenia zgodnie z algorytmem przedstawionym na rys.1, przy czym należy przyjąć odpowiednie kryterium naprężeń normalnych (1) lub stycznych (2).

Po wyznaczeniu w etapie 2 położenia płaszczyzny krytycznej należy wyznaczyć ekwiwalentną wartość naprężeń w określonej płaszczyźnie krytycznej. Tu zostaną tylko przedstawione kryteria przyrównujące złożony stan naprężenia do jednoosiowego stanu naprężenia zapisanego w naprężeniach normalnych (rozciągania-ściskania lub zginanie obustronne).

Wzór na ekwiwalentną wartość naprężeń w płaszczyźnie zdefiniowanej przez naprężenia normalne dla płaskiego stanu naprężenia przybiera postać:

$$\sigma_{eq}(t) = B \left[\hat{l}_\eta \hat{l}_s \sigma_{xx}(t) + \hat{m}_\eta \hat{m}_s \sigma_{yy}(t) + (\hat{l}_\eta \hat{m}_s + \hat{l}_s \hat{m}_\eta) \sigma_{xy}(t) \right] + \hat{l}_\eta^2 \sigma_{xx}^2(t) + \hat{m}_\eta^2 \sigma_{yy}^2(t) + 2 \hat{l}_\eta \hat{m}_\eta \sigma_{xy}(t), \quad (4)$$

gdzie B służy do wyboru szczególnej postaci kryterium i zależy od materiału.

Wzór na ekwiwalentną wartość naprężeń w płaszczyźnie zdefiniowanej przez naprężenia normalne dla płaskiego stanu naprężenia przybiera postać

$$\sigma_{eq}(t) = B \left[\hat{l}_\eta \hat{l}_s \sigma_{xx}(t) + \hat{m}_\eta \hat{m}_s \sigma_{yy}(t) + (\hat{l}_\eta \hat{m}_s + \hat{l}_s \hat{m}_\eta) \sigma_{xy}(t) \right] + (2 - B) \left[\hat{l}_\eta^2 \sigma_{xx}^2(t) + \hat{m}_\eta^2 \sigma_{yy}^2(t) + 2 \hat{l}_\eta \hat{m}_\eta \sigma_{xy}(t) \right]. \quad (5)$$

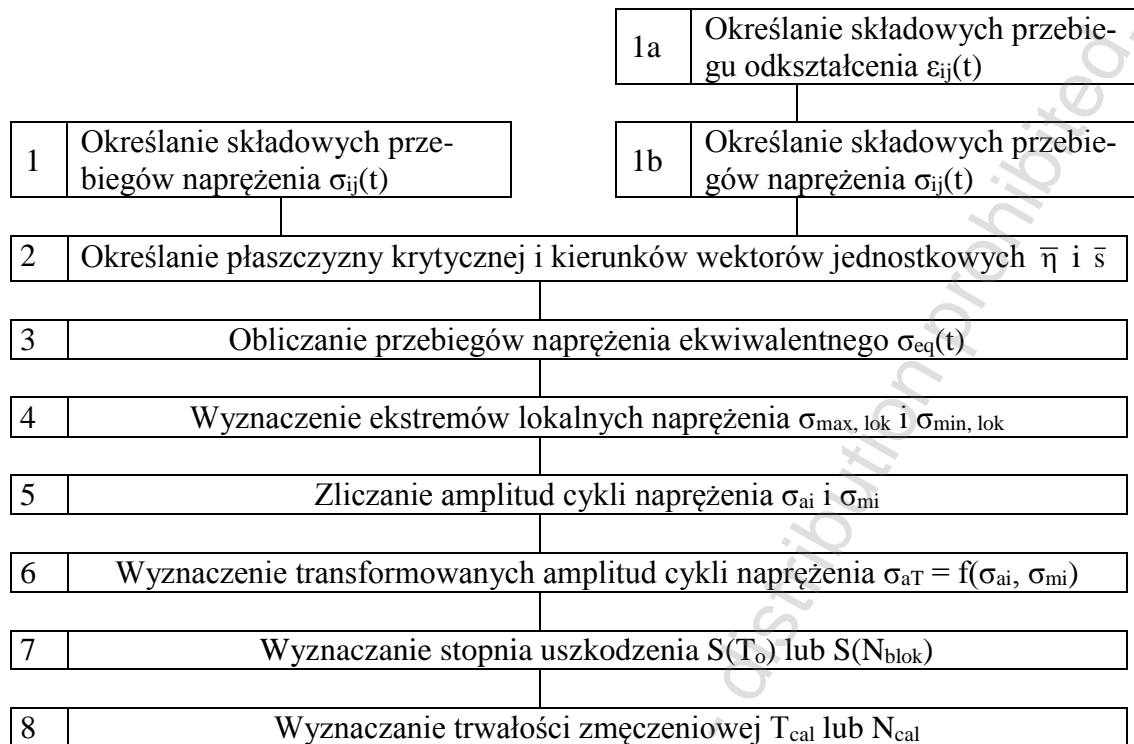
W kolejnym etapie (etap 4) wyznacza się ekstrema przebiegu naprężeń.

W przypadku przebiegów losowych o szerokim paśmie częstotliwości stosuje się kilka metod zliczania cykli. W praktyce najczęściej stosuje się metodę płynącego deszczu, zwaną też metodą obwiedni.

W kolejnym etapie następuje transformacja amplitud cykli σ_{ai} ze względu na występujące wartości średnie σ_{mi} według ogólnego wzoru analizowanego we wcześniejszych pracach jak to przedstawiono na rysunku 4

$$\sigma_{ati} = f(\sigma_{ai}, \sigma_{mi}). \quad (6)$$

Istnieje wiele hipotez kumulacji uszkodzeń zmęczeniowych (etap 7) (zarówno liniowe, jak i nieliniowe). Do najczęściej stosowanych hipotez kumulacji uszkodzeń zmęczeniowych można zaliczyć hipotezy liniowe: Palmgrena-Minera, Haibacha i Sereńsena-Kogayeva, Cortena-Dolana, Liu-Zennera.



Rys. 1. Etapy obliczeń trwałości zmęczeniowej w warunkach obciążenia wieloosiowego według modelu naprężeniowego

Źródło: Opracowanie własne

Do kumulacji uszkodzeń najczęściej wykorzystuje się hipotezę Palmgrena-Minera, z możliwością uwzględnienia amplitud poniżej granicy zmęczenia według współczynnika $a \leq 1$

$$S_{PM}(T_o) = \begin{cases} \sum_{i=1}^j \frac{n_i}{N_o \left(\frac{\sigma_{af}}{\sigma_{ai}} \right)^m} & \text{dla } \sigma_{ai} \geq a \cdot \sigma_{af} \\ 0 & \text{dla } \sigma_{ai} < a \cdot \sigma_{af} \end{cases} \quad (7)$$

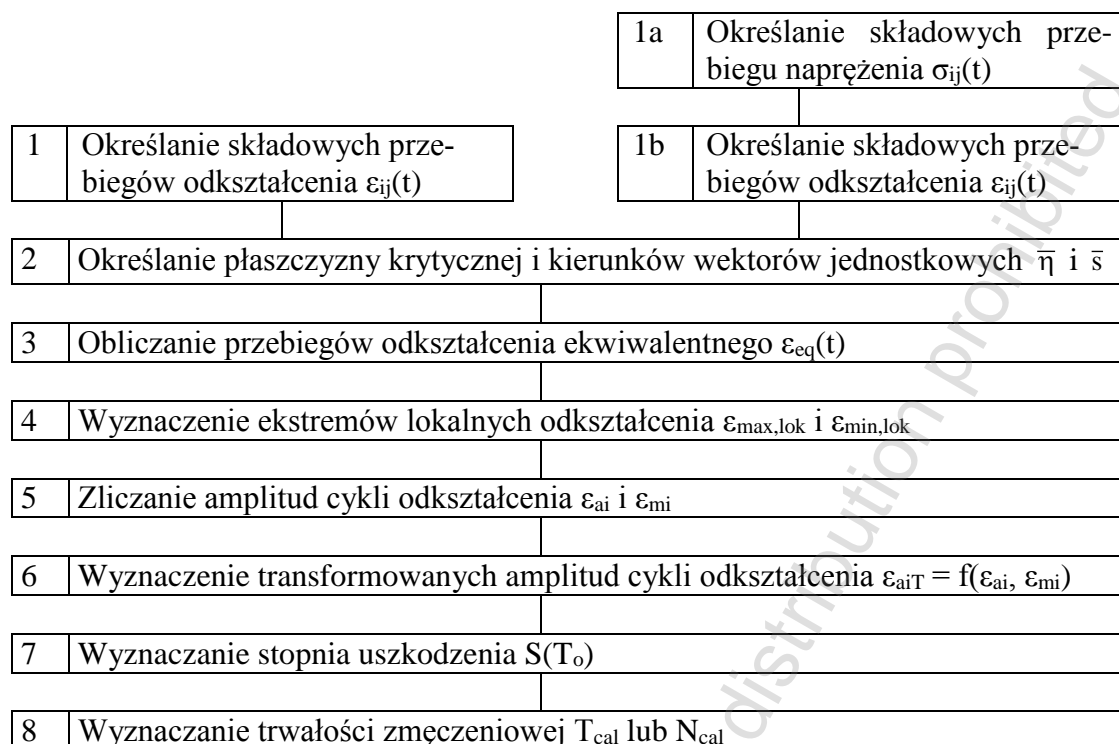
W przypadku jednoosiowego rozciągania-ściskania granica zmęczenia $\sigma_{af} = Z_{rc}$, a w przypadku zginania $\sigma_{af} = Z_{go}$.

Po wyznaczeniu stopnia uszkodzenia w czasie obserwacji T_o według (7) oblicza się trwałość zmęczeniową

$$T_{cal} = \frac{T_o}{S(T_o)} \quad (8)$$

lub w cyklach

$$N_{cal} = \frac{N_{blok}}{S(N_{blok})} \quad (9)$$



Rys. 2. Etapy obliczeń trwałości zmęczeniowej w warunkach obciążenia wieloosiowego według modelu odkształceniowego

Źródło: Opracowanie własne

Mając przebiegi odkształceń przy zastosowaniu modelu odkształceniowego w dowolnej płaszczyźnie zdefiniowanej przez cosinusy kierunkowe, można wyznaczyć w tej płaszczyźnie przebiegi odkształceń, wykorzystując wzór:

$$\varepsilon_{\eta}(t) = \hat{l}_{\eta}^2 \varepsilon_{xx}(t) + \hat{m}_{\eta}^2 \varepsilon_{yy}(t) + \hat{n}_{\eta}^2 \varepsilon_{zz}(t) + 2\hat{l}_{\eta}\hat{m}_{\eta} \varepsilon_{xy}(t), \quad (10)$$

do wyznaczenia przebiegów czasowych odkształceń normalnych

$$\varepsilon_{\eta s}(t) = \hat{l}_{\eta}\hat{l}_s \varepsilon_{xx}(t) + \hat{m}_{\eta}\hat{m}_s \varepsilon_{yy}(t) + \hat{n}_{\eta}\hat{n}_s \varepsilon_{zz}(t) + (\hat{l}_{\eta}\hat{m}_s + \hat{l}_s\hat{m}_{\eta}) \varepsilon_{xy}(t). \quad (11)$$

do wyznaczenia połowy przebiegu odkształceń postaciowych.

Wszystkie wcześniej wspomniane odkształceniowe kryteria wieloosiowego zmęczenia bazują na odkształceniach normalnych ε_{η} i postaciowych $\varepsilon_{\eta s}$. Kosinusy kierunkowe są dane wzorem (3). Ponadto w płaszczyźnie xOy kosinusy

$$\hat{n}_{\eta} = \hat{n}_s = 0 \quad (12)$$

W związku tym składowa odkształceń $\varepsilon_{xx}(t)$ w kierunku x nie ma znaczenia.

Nie będziemy tutaj powtarzać opisu trzech metod wyznaczania położenia płaszczyzn krytycznych, które są identyczne jak we wspomnianych modelach naprężeniowych.

Po wyznaczeniu w etapie 3 położenia płaszczyzny krytycznej należy wyznaczyć ekwiwalentny przebieg odkształceń w określonej płaszczyźnie krytycznej.

W przypadku płaszczyzny krytycznej zdefiniowanej przez odkształcenia normalne (10) ekwiwalentny przebieg odkształceń można zdefiniować jako:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{eq}(t) = & \hat{l}_\eta^2 \varepsilon_{xx}(t) + \hat{m}_\eta^2 \varepsilon_{yy}(t) + 2\hat{l}_\eta \hat{m}_\eta \varepsilon_{xy}(t) \\ & + b \left[\hat{l}_s \bar{l}_s \varepsilon_{xx}(t) + \hat{m}_s \hat{m}_s \varepsilon_{yy}(t) + (\hat{l}_s \hat{m}_s + \hat{l}_s \hat{m}_\eta) \varepsilon_{xy}(t) \right], \end{aligned} \quad (13)$$

Gdzie:

b służy do wyboru szczególnej postaci kryterium i zależy od materiału.

W przypadku płaszczyzny krytycznej zdefiniowanej przez odkształcenia postaciowe (11) ekwiwalentny przebieg odkształceń można zdefiniować jako:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{eq}(t) = & \frac{2 - b(1 + v_{eff})}{1 - v_{eff}} \left[\hat{l}_\eta^2 \varepsilon_{xx}(t) + \hat{m}_\eta^2 \varepsilon_{yy}(t) + 2\hat{l}_\eta \hat{m}_\eta \varepsilon_{xy}(t) \right] \\ & + b \left[\hat{l}_s \bar{l}_s \varepsilon_{xx}(t) + \hat{m}_s \hat{m}_s \varepsilon_{yy}(t) + (\hat{l}_s \hat{m}_s + \hat{l}_s \hat{m}_\eta) \varepsilon_{xy}(t) \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

W kolejnym etapie wyznacza się ekstrema przebiegu odkształceń z przebiegów (13) i (14), tak jak w przypadku przebiegów naprężeń.

Kolejny krok dotyczy zliczania cykli odkształceń, tak jak w przypadku naprężeń.

W etapie 6 dokonuje się transformacji amplitud cykli odkształceń ze względu na występujące wartości średnie. Z przeglądu literatury wynika, że na ogół wartość średnia cykli odkształcenia na ogół nie wpływa na trwałość zmęczeniową. Jednak w ogólnym przypadku można wyobrazić sobie wzór analogiczny do (6) w postaci:

$$\varepsilon_{aiT} = f(\varepsilon_{ai}, \varepsilon_{mi}). \quad (15)$$

Analogicznie do ogólnego wzoru (7), można zaproponować kumulację uszkodzeń zmęczeniowych dla amplitud cykli odkształceń według ogólnej formuły

$$S(T_o) = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_{fi}}, \quad (16)$$

gdzie:

n_i – liczba cykli o amplitudzie ε_{ai}

N_{fi} – jest wyznaczany numerycznie z równania Masona-Coffinea-Basquina

$$\varepsilon_{ai} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_{fi})^b + \varepsilon'_f (2N_{fi})^c, \quad (17)$$

gdzie: b - wykładnik wytrzymałości zmęczeniowej, c - wykładnik odkształcenia plastycznego, E - moduł sprężystości podłużnej, σ'_f - współczynnik wytrzymałości zmęczeniowej, ε'_f - współczynnik zmęczeniowego odkształcenia plastycznego.

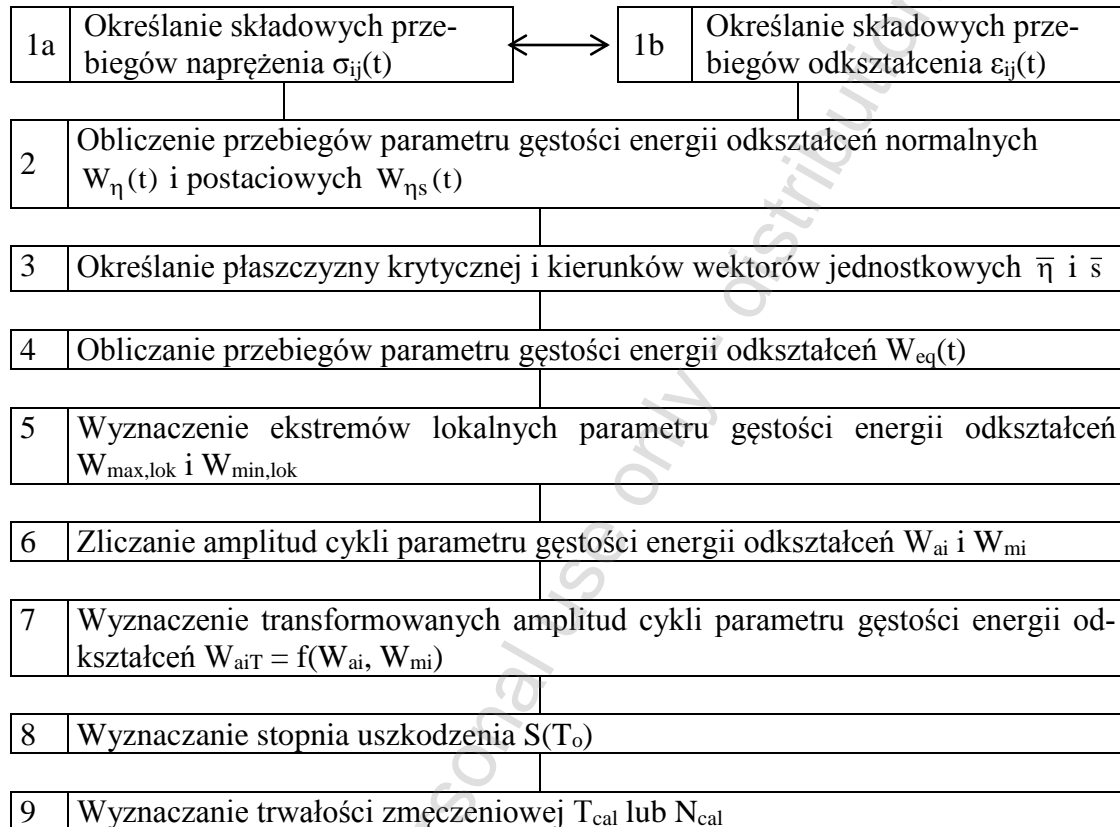
Po wyznaczeniu stopnia uszkodzenia w czasie obserwacji T_o według (17) oblicza się trwałość zmęczeniową według wzorów takich samych jak w przypadku modeli naprężeniowych.

W przypadku modeli energetycznych parametr gęstości energii odkształcenia normalnego z wykorzystaniem (1) i (10) można zapisać jako

$$W_{\eta}(t) = 0,5 \left[\hat{l}_{\eta}^2 \sigma_{xx}(t) + \hat{m}_{\eta}^2 \sigma_{yy}(t) + 2\hat{l}_{\eta} \hat{m}_{\eta} \tau_{xy}(t) \right] \cdot \left[\hat{l}_{\eta}^2 \varepsilon_{xx}(t) + \hat{m}_{\eta}^2 \varepsilon_{yy}(t) + 2\hat{l}_{\eta} \hat{m}_{\eta} \varepsilon_{xy}(t) \right]$$

$$\text{sgn} \left\{ \left[\hat{l}_{\eta}^2 \sigma_{xx}(t) + \hat{m}_{\eta}^2 \sigma_{yy}(t) + 2\hat{l}_{\eta} \hat{m}_{\eta} \tau_{xy}(t) \right], \left[\hat{l}_{\eta}^2 \varepsilon_{xx}(t) + \hat{m}_{\eta}^2 \varepsilon_{yy}(t) + 2\hat{l}_{\eta} \hat{m}_{\eta} \varepsilon_{xy}(t) \right] \right\}, \quad (18)$$

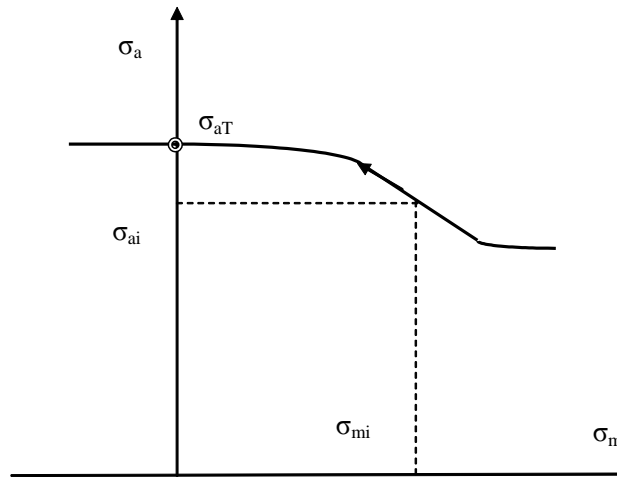
gdzie podwójny znak sgn można zdefiniować jako $\text{sgn}\{x,y\}=0,5[\text{sgn}(x)+\text{sgn}(y)]$.



Rys. 3. Etapy obliczeń trwałości zmęczeniowej w warunkach obciążenia wieloosiowego według modelu energetycznego

Źródło: Opracowanie własne

Mając przebiegi naprężeń i odkształceń w dowolnej płaszczyźnie zdefiniowanej przez kosinusy kierunkowe, można wyznaczyć w tej płaszczyźnie przebiegi parametru gęstości energii odkształceń, wykorzystując wzory (18) i (19). Tu należy zwrócić uwagę, że w odkształcenia w kierunku osi y odkształcenia ε_{yy} mogą być pominięte, gdyż nie mają znaczenia w związku tym, że naprężenia w tym kierunku wynoszą zero $\sigma_{yy}=0$.



Rys. 4. Schemat wyznaczania transformowanych amplitud cykli

Źródło: Opracowanie własne

Parametr gęstości energii odkształcenia postaciowego z wykorzystaniem (2) i (11) można zapisać jako:

$$\begin{aligned}
 W_{\eta s}(t) = & 0,5 \left[\hat{l}_{\eta} \bar{l}_s \sigma_{xx}(t) + \hat{m}_{\eta} \hat{m}_s \sigma_{yy}(t) + (\hat{l}_{\eta} \hat{m}_s + \hat{l}_s \hat{m}_{\eta}) \tau_{xy}(t) \right] \cdot \\
 & \left[\hat{l}_{\eta} \bar{l}_s \varepsilon_{xx}(t) + \hat{m}_{\eta} \hat{m}_s \varepsilon_{yy}(t) + (\hat{l}_{\eta} \hat{m}_s + \hat{l}_s \hat{m}_{\eta}) \varepsilon_{xy}(t) \right] \cdot \\
 \text{sgn} \left\{ & \left[\hat{l}_{\eta} \bar{l}_s \sigma_{xx}(t) + \hat{m}_{\eta} \hat{m}_s \sigma_{yy}(t) + (\hat{l}_{\eta} \hat{m}_s + \hat{l}_s \hat{m}_{\eta}) \tau_{xy}(t) \right] \right. \\
 & \left. \left[\hat{l}_{\eta} \bar{l}_s \varepsilon_{xx}(t) + \hat{m}_{\eta} \hat{m}_s \varepsilon_{yy}(t) + (\hat{l}_{\eta} \hat{m}_s + \hat{l}_s \hat{m}_{\eta}) \varepsilon_{xy}(t) \right] \right\} \quad (19)
 \end{aligned}$$

Wszystkie wcześniej wspomniane energetyczne kryteria wieloosiowego zmęczenia bazują na parametrze gęstości energii odkształceń normalnych W_{η} i postaciowych $W_{\eta s}$. Są one zdefiniowane przez płaszczyzny krytyczne w oparciu o parametry gęstości energii odkształceń normalnych W_{η} , bądź postaciowych $W_{\eta s}$ wyrażone przez wzory (18) i (19).

Wyznaczenie położenia płaszczyzny krytycznej metodą kumulacji uszkodzeń zostało do tej pory najlepiej poznane i wydaje się być bardzo efektywne. Dokonuje się obliczeń stopnia uszkodzenia zgodnie z algorytmem przedstawionym na rysunku 3, przy czym należy przyjąć odpowiednie kryterium parametru gęstości energii odkształceń normalnych (18) albo postaciowych (19).

Po wyznaczeniu w etapie 3 położenia płaszczyzny krytycznej należy wyznaczyć ekwiwalentny parametr gęstości energii odkształceń w określonej płaszczyźnie krytycznej.

W przypadku płaszczyzny krytycznej zdefiniowanej przez parametr gęstości energii odkształceń postaciowych (18) ekwiwalentny parametr gęstości energii odkształceń (19) można zdefiniować jako:

$$\begin{aligned}
W_{\text{eq}}(t) = & 0,5 \left[\hat{l}_\eta^2 \sigma_{xx}(t) + \hat{m}_\eta^2 \sigma_{yy}(t) + 2\hat{l}_\eta \hat{m}_\eta \tau_{xy}(t) \right] \cdot \left[\hat{l}_\eta^2 \varepsilon_{xx}(t) + \hat{m}_\eta^2 \varepsilon_{yy}(t) + 2\hat{l}_\eta \hat{m}_\eta \varepsilon_{xy}(t) \right] \\
& \text{sgn} \left\{ \left[\hat{l}_\eta^2 \sigma_{xx}(t) + \hat{m}_\eta^2 \sigma_{yy}(t) + 2\hat{l}_\eta \hat{m}_\eta \tau_{xy}(t) \right], \left[\hat{l}_\eta^2 \varepsilon_{xx}(t) + \hat{m}_\eta^2 \varepsilon_{yy}(t) + 2\hat{l}_\eta \hat{m}_\eta \varepsilon_{xy}(t) \right] \right\} + \\
& + 0,5\beta \left[\hat{l}_\eta \bar{l}_s \sigma_{xx}(t) + \hat{m}_\eta \hat{m}_s \sigma_{yy}(t) + (\hat{l}_\eta \hat{m}_s + \hat{l}_s \hat{m}_\eta) \tau_{xy}(t) \right] \cdot \\
& \left[\hat{l}_\eta \bar{l}_s \varepsilon_{xx}(t) + \hat{m}_\eta \hat{m}_s \varepsilon_{yy}(t) + (\hat{l}_\eta \hat{m}_s + \hat{l}_s \hat{m}_\eta) \varepsilon_{xy}(t) \right] \cdot \\
& \text{sgn} \left\{ \left[\hat{l}_\eta \bar{l}_s \sigma_{xx}(t) + \hat{m}_\eta \hat{m}_s \sigma_{yy}(t) + (\hat{l}_\eta \hat{m}_s + \hat{l}_s \hat{m}_\eta) \tau_{xy}(t) \right], \right. \\
& \left. \left[\hat{l}_\eta \bar{l}_s \varepsilon_{xx}(t) + \hat{m}_\eta \hat{m}_s \varepsilon_{yy}(t) + (\hat{l}_\eta \hat{m}_s + \hat{l}_s \hat{m}_\eta) \varepsilon_{xy}(t) \right] \right\}. \quad (20)
\end{aligned}$$

W przypadku płaszczyzny krytycznej zdefiniowanej przez parametr gęstości energii odkształceń normalnych (19) ekwiwalentny parametr gęstości energii odkształceń można zdefiniować jako:

$$\begin{aligned}
W_{\text{eq}}(t) = & 0,5 \frac{4 - \beta(1 + v_{\text{eff}})}{1 - v_{\text{eff}}} \left[\hat{l}_\eta^2 \sigma_{xx}(t) + \hat{m}_\eta^2 \sigma_{yy}(t) + 2\hat{l}_\eta \hat{m}_\eta \tau_{xy}(t) \right] \cdot \\
& \left[\hat{l}_\eta^2 \varepsilon_{xx}(t) + \hat{m}_\eta^2 \varepsilon_{yy}(t) + 2\hat{l}_\eta \hat{m}_\eta \varepsilon_{xy}(t) \right] \\
& \text{sgn} \left\{ \left[\hat{l}_\eta^2 \sigma_{xx}(t) + \hat{m}_\eta^2 \sigma_{yy}(t) + 2\hat{l}_\eta \hat{m}_\eta \tau_{xy}(t) \right], \left[\hat{l}_\eta^2 \varepsilon_{xx}(t) + \hat{m}_\eta^2 \varepsilon_{yy}(t) + 2\hat{l}_\eta \hat{m}_\eta \varepsilon_{xy}(t) \right] \right\} + \\
& + 0,5\beta \left[\hat{l}_\eta \bar{l}_s \sigma_{xx}(t) + \hat{m}_\eta \hat{m}_s \sigma_{yy}(t) + (\hat{l}_\eta \hat{m}_s + \hat{l}_s \hat{m}_\eta) \tau_{xy}(t) \right] \cdot \\
& \left[\hat{l}_\eta \bar{l}_s \varepsilon_{xx}(t) + \hat{m}_\eta \hat{m}_s \varepsilon_{yy}(t) + (\hat{l}_\eta \hat{m}_s + \hat{l}_s \hat{m}_\eta) \varepsilon_{xy}(t) \right] \cdot \\
& \text{sgn} \left\{ \left[\hat{l}_\eta \bar{l}_s \sigma_{xx}(t) + \hat{m}_\eta \hat{m}_s \sigma_{yy}(t) + (\hat{l}_\eta \hat{m}_s + \hat{l}_s \hat{m}_\eta) \tau_{xy}(t) \right], \right. \\
& \left. \left[\hat{l}_\eta \bar{l}_s \varepsilon_{xx}(t) + \hat{m}_\eta \hat{m}_s \varepsilon_{yy}(t) + (\hat{l}_\eta \hat{m}_s + \hat{l}_s \hat{m}_\eta) \varepsilon_{xy}(t) \right] \right\}. \quad (21)
\end{aligned}$$

Gdzie:

v_{eff} uwzględnia ewentualnie odkształcenia plastyczne. W innym przypadku $v_{\text{eff}}=v$.

Inną metodą, którą można posłużyć się do wyznaczania położenia płaszczyzn krytycznych jest metoda funkcji wagowych. W swoich założeniach jest analogiczna do tej przedstawionej dla modeli naprężeniowych.

W kolejnym etapie wyznacza się ekstrema przebiegu parametru energetycznego z przebiegów (20) i (21), tak jak w przypadku przebiegów naprężeń czy odkształceń.

Jak wspomniano wcześniej, metoda płynącego deszczu, inaczej obwiedni, pozwala na wyznaczenie zarówno cykli, jak i półcykli, która jest identyczna jak ta przedstawiona dla naprężeń.

W pierwszym etapie odejmuje się w przebiegach odkształceń ich wartości średnie, a następnie uwzględnia się wpływ wartości średniej analogicznie jak w przypadku modeli naprężeniowych, jak i odkształceniowych.

Jak wykazano wcześniej, istnieje wiele hipotez dotyczących kumulacji amplitud cykli i półcykli. Analogicznie do wzorów naprężeniowych i energetycznych, można zaproponować kumulację uszkodzeń zmęczeniowych dla amplitud cykli parametru gęstości energii odkształceń dla modeli sprężysto-plastycznych według ogólnej formuły analogicznej do wzoru (16)

$$S(T_o) = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_{fi}}, \quad (22)$$

gdzie:

$$W_{aiT} = \frac{\sigma'_f{}^2}{2E} (2N_{fi})^{2b} + 0,5\varepsilon'_f \sigma'_f (2N_{fi})^{b+c}. \quad (23)$$

Po wyznaczeniu stopnia uszkodzenia w czasie obserwacji T_o według (22) oblicza się trwałość zmęczeniową analogicznie jak dla modeli naprężeniowych – wzór (8).

2. WERYFIKACJA BADAŃ EKSPERYMENTALNYCH

Na rysunku 5-6 przedstawiono wyniki obliczeń dla dwóch materiałów zgodnie z obliczeniami przedstawionymi w pracach [4, 5] na podstawie badań eksperymentalnych przedstawionych w pracach [6, 7]. Weryfikacji dokonano tylko dla badań cyklicznych. W związku z tym obliczeniową trwałość zmęczeniową podstawiono do charakterystyki zmęczeniowej Basquina, podstawiając za liczbę cykli do zniszczenia trwałość obliczeniową w cyklach, a za amplitudę naprężenia - amplitudę ekwiwalentną według formuły:

$$\log N_{cal} = A - m \log \sigma_{aeq} \quad (24)$$

czyli

$$\sigma_{aeq} = 10^{\frac{A - \log N_{cal}}{m}}. \quad (25)$$

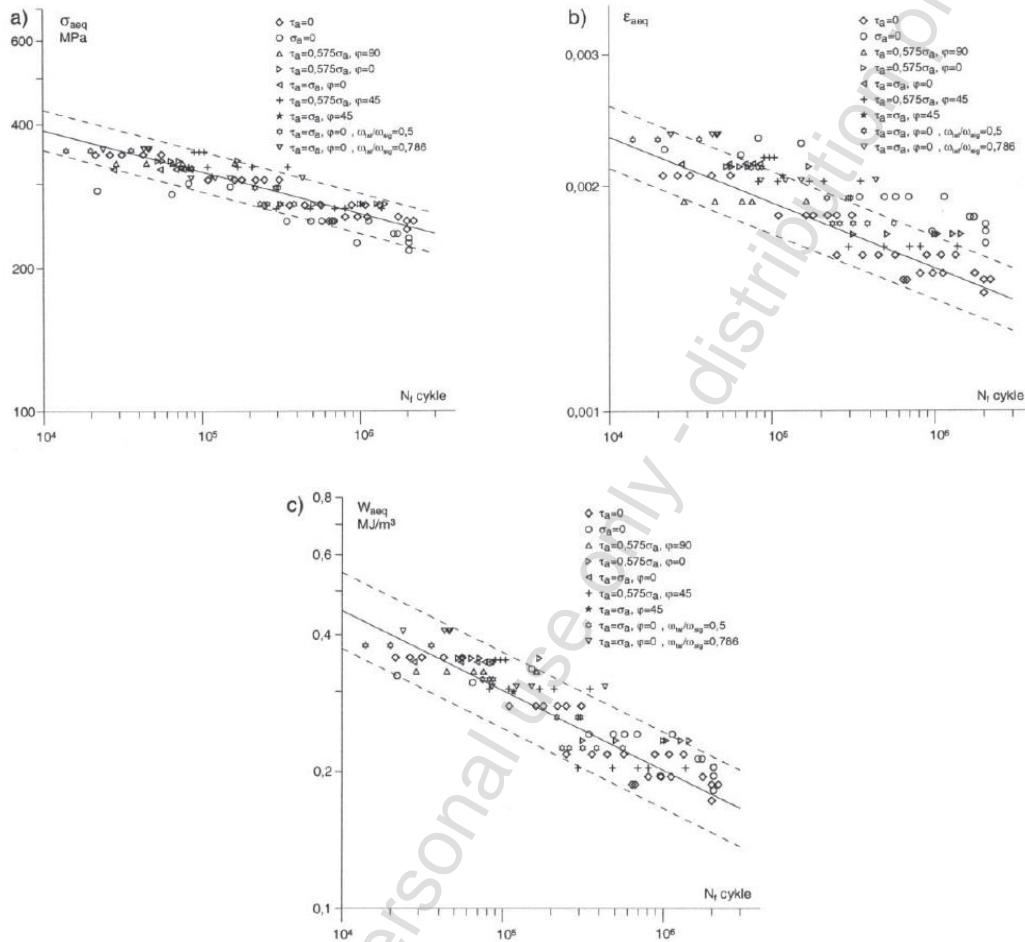
Z analizy rysunek 5 i 6 można zauważyć, na podstawie przeprowadzonej weryfikacji żeliwa GGG40 i stali 30CrNiMo8, iż najlepsze rezultaty uzyskano przy zastosowaniu przedstawionych kryteriów według parametru gęstości energii odkształceń w płaszczyźnie krytycznej zarówno przy przyjęciu za płaszczyznę krytyczną płaszczyzny maksymalnej wartości parametru w kierunku normalnym dla żeliwa, jak i stycznym dla stali.

PODSUMOWANIE

1. Rozpatrywane kryteria redukują złożony stan obciążenia do ekwiwalentnego jednoosiowego stanu naprężenia, jakim jest rozciąganie-ściskanie lub zginanie wahadłowe.
2. Za płaszczyznę krytyczną przyjmuje się płaszczyznę, w której rozpatrywany parametr uszkodzenia osiąga maksimum. Płaszczyzna ta może być zdefiniowana przez maksimum parametru w kierunku normalnym lub stycznym.
3. W przypadku kryterium, gdzie za płaszczyznę krytyczną przyjmuje się płaszczyznę, w której rozpatrywany parametr uszkodzenia osiąga maksimum w kierunku normalnym, sumuje się parametr uszkodzenia w kierunku normalnym

i funkcji wagowych parametru w kierunku stycznym. Wagę tę można wyznaczyć na podstawie badań nieproporcjonalnych.

4. W przypadku kryterium, gdzie za płaszczyznę krytyczną przyjmuje się płaszczyznę, w której rozpatrywany parametr uszkodzenia osiąga maksimum w kierunku stycznym, sumuje się parametr uszkodzenia w kierunku normalnym i w kierunku stycznym z pewnymi wagami. Wagi te można wyznaczyć na podstawie badań zmęczenia w prostych stanach obciążenia.

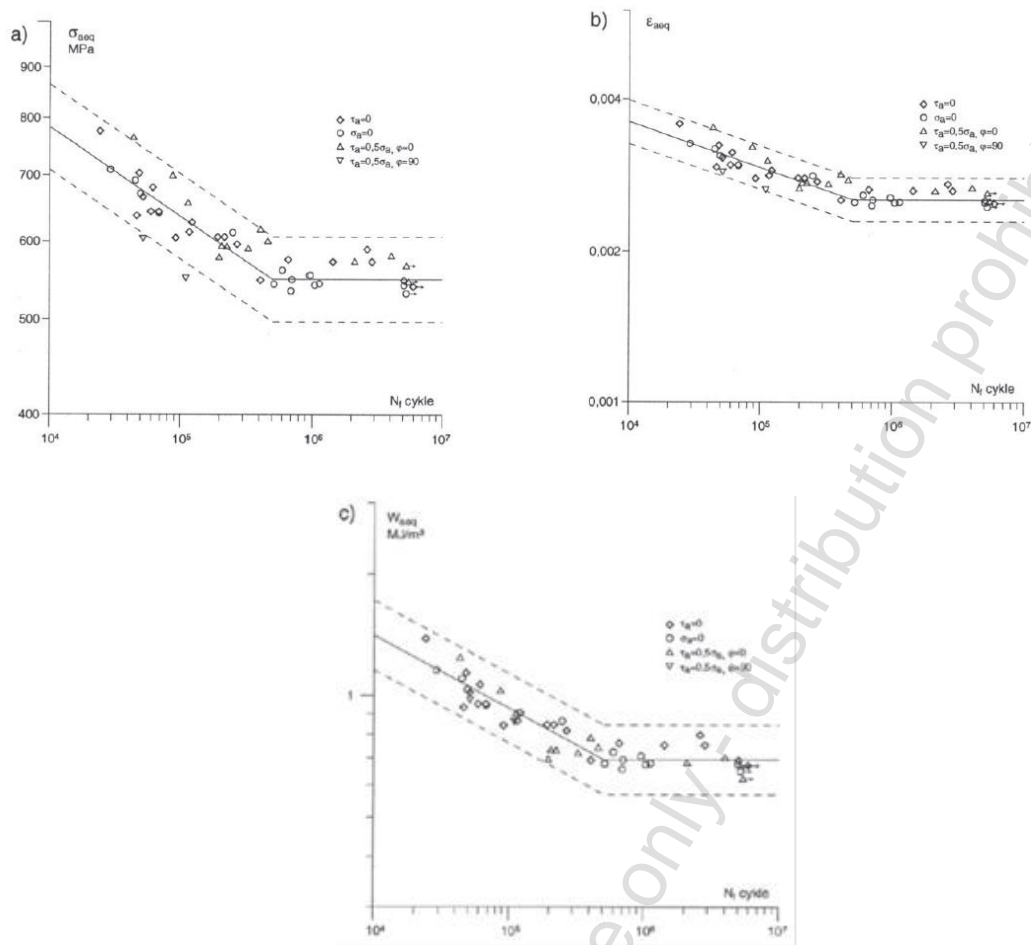


Rys.5. Wykres Basquina dla żeliwa GGG40 na podstawie obliczeń na tle wykresu dla czystego rozciągania w ujęciu:

a) naprężeniowym, b) odkształceniowym, c) energetycznym

Źródło: [5]

5. Analiza wielu materiałów pozwala sklasyfikować różne materiały w celu określenia wag, występujących w kryteriach zmęczenia, bazujących na różnych parametrach uszkodzenia (naprężeniowych, odkształceniowych i energetycznych) bez konieczności wyznaczania ich osobno dla każdego materiału.



Rys. 6. Wykres Basquina dla stali 30CrNiMo8 na podstawie obliczeń na tle wykresu dla czystego zginania w ujęciu:
a) naprężeniowym, b) odkształceniowym, c) energetycznym

Źródło: [5]

LITERATURA

1. Łagoda T., *Energetyczne modele oceny trwałości zmęczeniowej materiałów konstrukcyjnych w warunkach jednoosiowych i wieloosiowych obciążeń losowych*, Studia i Monografie, Politechnika Opolska, 2001, s.148.
2. Banvillet A., Łagoda T., Macha E., Niesłony A., Palin-Luc T., Vittori J.F., *Fatigue life under non-gaussian random loading from various models*, [in:] "Int. J. Fatigue", vol. 26, no. 4, 2004, p.349-363.
3. Niesłony A., *Comparison of Some Selected Multiaxial Fatigue Failure Criteria Dedicated for Spectral Method*, [in:] "Journal of Theoretical and Applied Mechanics", vol. 48, no. 1, 2010, p. 233-254.
4. Łagoda T., Ogonowski P. *Criteria of multiaxial random fatigue based on stress, strain and energy parameters of damage in the critical plane*, [in:] "Mat.-wiss. u. Werkstofftech", vol.36, no. 9, 2005, p.429-437.

5. Łagoda T., Ogonowski P., *Kryteria wieloosiowego zmęczenia losowego oparte na naprężeniowych, odkształceniowych i energetycznych parametrach uszkodzenia w płaszczyźnie krytycznej*, [w:] „Przegląd Mechaniczny”, nr 7-8/2004, s. 32-40.
6. Neugebauer J., *Zum Schwingfestigkeitsverhalten von Gußwerkstoffen unter mehrachsiger, frequenzverschidener Beanspruchung*, [in:] „Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit (LBF)“, Bericht Nr. FB-175, Darmstadt 1986, s. 176
7. Sanetra C., *Untersuchungen zum Festigkeitsverhalten bei mehrachsiger Randombeanspruchung unter Biegung und Torsion (dissertation)*, Tech. Universität Clausthal 1991, p. 151

MULTIAXIAL RANDOM FATIGUE OF MACHINE ELEMENTS

Summary

The paper presents an algorithm for fatigue life estimation of the elements of machines and structures subjected to multiaxial fatigue under service conditions. Special attention was paid to the presentation of combined bending with torsion typical for shafts. The paper presents particular stages of the proposed algorithm, including criteria of the multiaxial random fatigue. These criteria are based on the determination of equivalent histories on the critical plane. Considerations included in the algorithm were completed with sample results obtained from tests of cast iron and steel. The calculation results were compared with the experimental results.

Keywords: *fatigue life, multiaxial random fatigue, machines operation*

Pracę wykonano w ramach projektu badawczego 2011/01/B/ST8/06850 finansowany przez Narodowe Centrum Nauki.

NOTY BIOGRAFICZNE

prof. dr hab. inż. Tadeusz ŁAGODA – jest dziekanem Wydziału Mechanicznego Politechniki Opolskiej. Po obronie doktoratu z budownictwa (1996), zrobił habilitację z mechaniki na Politechnice Wrocławskiej (2001) oraz uzyskał tytuł profesora nauk technicznych w 2008. Prof. Łagoda był stypendystą m.in. Fundacji na Rzecz Nauki Polskiej, Unii Europejskiej w Sheffield, NATO w Darmstadt. Uzyskał wiele prestiżowych nagród i wyróżnień m.in. Srebrny Krzyż Zasługi, Medal Komisji Edukacji Narodowej, 15 Nagród Rektora Politechniki Opolskiej, Nagrodę Wydziału IV Nauk Technicznych PAN, Nagrodę Marszałka Województwa Opolskiego - Professor Opoliensis. W swoim dorobku posiada 14 monografii oraz 378 publikacji, w tym 39 z listy filadelfijskiej. Jest ekspertem międzysekcyjnego Zespołu Zmęczenia i Mechaniki Pęknięcia Materiałów i Konstrukcji KBM PAN oraz członkiem Polskiego Towarzystwa Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej.

dr inż. Marta KUREK – jest pracownikiem Katedry Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn Politechniki Opolskiej. W swoim dorobku ma 36 publikacji, w tym 4 z listy filadelfijskiej. Na podstawie cytowań jej prac osiągnęła współczynnik Hirscha 2. W latach 2011-2013 była kierownikiem projektu badawczego dofinansowanego z Narodowego Centrum Nauki. Była również trzykrotną laureatką programów stypendialnych dla najlepszych doktorantów. Jej rozprawa doktorska została wyróżniona w kategorii „Konkurencyjność przemysłu maszynowego, badania materiałowe” w konkursie organizowanym przez Uniwersytet Techniczny w Ostrawie w ramach Konsorcjum PROGRES3 na najlepszą pracę doktorską obronioną w 2013. Jej profil naukowy dotyczy wytrzymałości oraz zmęczenia materiałów konstrukcyjnych.

