

MODELOWANIE STREFY KOHEZYJNEJ

PRZEMYSŁAW DOBRZAŃSKI

Centrum Technologii Kompozytowych, Instytut Lotnictwa, Al. Krakowska 110/114, 02-256 Warszawa
przemyslaw.dobrzanski@ilot.edu.pl,

Streszczenie

Przeglądowy artykuł zawiera stan wiedzy dotyczący modelowania delaminacji z wykorzystaniem elementów kohezyjnych w kompozytach o spoiwie polimerowym, dostępnych w komercyjnym oprogramowaniu MES (np. w programie Abaqus). W artykule opisano działanie elementów kohezyjnych w warunkach pojedynczego i mieszanego sposobu pęknięcia elementów o charakterystyce biliniowej. Elementy kohezyjne mogą przyjmować różne charakterystyki. W artykule zostały opisane różnice w wynikach uzyskanych z wykorzystaniem różnych charakterystyk. Opisane zostały również stałe materiałowe wymagane do definicji modelu. Wyznaczenie wartości tych stałych metodą eksperymentalną jest trudne do zrealizowania. W artykule przybliżono metody eksperymentalne oraz opisano kalibrację modelu pozwalającą na oszacowanie stałych, bazując na znormalizowanych badaniach.

Artykuł ma na celu wyjaśnić sposób działania elementów kohezyjnych w komercyjnych programach MES i wskazać trudności związane z ich wykorzystywaniem.

Słowa kluczowe: delaminacja, rozwarstwienie, elementy kohezyjne, cohesive zone.

1. WSTĘP

W praktyce eksploatacyjnej, jedną z najczęściej spotykanych wad i uszkodzeń kompozytów warstwowych o spoiwie polimerowym jest delaminacja [1]. Metody numeryczne stosowane w MES są narzędziem pozwalającym na analizę inicjacji i propagacji delaminacji. Najczęściej opisywane i wykorzystywane metody stosowane w tym celu można podzielić na trzy grupy.

Metody pierwszej grupy wykorzystują kryteria zniszczenia i mechanikę zniszczenia. Przykładami kryteriów, które zakładają możliwość powstawania delaminacji są kryteria Choi & Chang [2] oraz Yen [3].

Następna grupa metod opiera się na liniowej mechanice pęknięcia. Wśród metod tej grupy najczęściej opisywana jest metoda VCCT [4] (z ang. *Virtual Crack Closure Technique*). W literaturze można znaleźć wiele przykładów eksperymentalnych potwierdzających poprawność rezultatów uzyskanych metodą VCCT. W konsekwencji, metoda ta jest standardową metodą zalecaną do obliczeń

propagacji delaminacji wg CMH-17 [5]. Niestety VCCT posiada ograniczenie, które uniemożliwia zastosowanie jej do obliczeń niektórych zjawisk, np. propagacji delaminacji w trakcie uderzenia. Ze względu na sposób wyliczania G_I , metoda wymaga uprzedniego zdefiniowania frontu pęknięcia. W większości inżynierskich przypadków, w których oblicza się tylko propagację delaminacji, trudność ta nie stanowi problemu. Jednak w praktyce inżynierskiej zdarzają się przypadki, w których istnieje potrzeba zastosowania metody pozbawionej wspomnianego ograniczenia. Takim zjawiskiem jest np. symulacja rozwoju uszkodzeń w trakcie uderzenia – przed uderzeniem nie ma frontu pęknięcia, w związku z tym nie można wykorzystać metody VCCT do przeprowadzenia analizy.

Do ostatniej grupy metod numerycznych stosowanych w MES zaliczamy te, które oparte są na modelu strefy kohezyjnej (z ang. *Cohesive Zone* – CZ). Model ten łączy ze sobą, za pomocą mechaniki zniszczenia, kryteria inicjacji pęknięcia bazujące na składowych naprężeniach z energetycznymi kryteriami mechaniki pęknięcia. W odróżnieniu od VCCT, metoda ta nie potrzebuje wstępnego uszkodzenia do przeprowadzenia analizy. W odniesieniu do materiałów kompozytowych, model kohezyjny najczęściej stosuje się do rozwiązywania zagadnień związanych z analizą delaminacji np. do obliczeń propagacji delaminacji w próbkach-belkach [6], [7], w analizie uszkodzeń spowodowanych uderzeniem niskoenergetycznym [8], [9] analizie propagacji delaminacji wywołanej ścisaniem konstrukcji po uderzeniu [10] czy też analizie wytrzymałościowej odstopniowań warstw kompozytu [11]. Do mniej standardowych przykładów zastosowań można zaliczyć analizy próbek-belek poddanych obciążeniu cyklicznemu [12] czy też analizę procesu zniszczenia elementów energochłonnych [13].

Poniższa praca obejmuje opis modelowania delaminacji za pomocą modelu strefy kohezyjnej. Zakres pracy obejmuje modelowanie delaminacji występującej w kompozytach warstwowych o spoiwie polimerowym. W pierwszej części pracy przedstawiono model kohezyjny oraz element, który korzysta z tego modelu – biliniowy element kohezyjny dla pojedynczego sposobu pęknięcia. Następnie opisano charakterystyki elementów kohezyjnych o różnych kształtach oraz sposoby wyznaczenia długości strefy kohezyjnej. W ostatniej części pracy przedstawiono sposób wyznaczenia parametrów modelu dla najprostszej, biliniowej charakterystyki, oraz opisano pracę elementów kohezyjnych dla mieszanego sposobu pęknięcia.

2. METODA STREFY KOHEZYJNEJ – ELEMENTY KOHEZYJNE

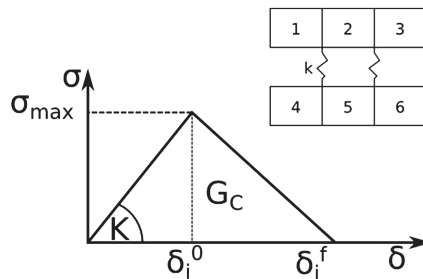
Metoda strefy kohezyjnej opiera się na następującym założeniu: przed frontem pęknięcia, po przekroczeniu obciążeń maksymalnych σ_{\max} , tworzy się strefa nieodwracalnych deformacji nazwana dalej strefą kohezyjną (rys. 1 oraz 2). W jej obszarze dochodzi do mikroprocesów zniszczenia, w efekcie których następuje stopniowy, lokalny spadek własności materiału. Przykłady procesów zniszczenia zachodzących w materiale kompozytowym to przerwanie oddziaływań międzycząsteczkowych, rozplątanie oraz wrywanie łańcuchów polimerów i tworzenie się pustek. Ten fizyczny proces degradacji materiału modeluje się za pomocą elementów kohezyjnych.

Zamieszczony poniżej opis dotyczy sformułowania elementów kohezyjnych (EK) oparteo na pracy [14] (dla jawnego sformułowania dynamiki MES (z ang. *explicit*) sformułowanie to przedstawiono w pracy [15]), które jest najczęściej stosowane w literaturze. W literaturze można

znaleźć również pewne modyfikacje metody lub inne sformułowania elementów kohezyjnych np. [16], [17], [18].

Podobnie jak w metodzie VCCT, należy przewidzieć powierzchnię rozwoju delaminacji na której może nastąpić ewentualna inicjacja i dalsza propagacja pęknięcia (w przypadku modelowania delaminacji jest to płaszczyzna dwóch początkowo przylegających do siebie warstw kompozytu). W obszarze tym buduje się siatkę elementów kohezyjnych, które przed pękaniem spajają przylegające do siebie elementy dwóch warstw ze sztywnością K (rys. 2). W przypadku jednowymiarowym, element kohezyjny sprowadza się do elementu jednowymiarowej sprężyny o nieliniowej charakterystyce, schematycznie przedstawionej na rys. 1.

W przypadku występowania pojedynczego sposobu pękania, proces pękania modeluje się w następujący sposób. Wraz z rosnącym obciążeniem (rozciąganiem – ISP, ścinaniem – IISP lub obciążeniem mieszanym – I/IISP), w warstwie elementów kohezyjnych, łączącej przylegające warstwy, rosną naprężenia (w przypadku delaminacji są to naprężenia międzywarstwowe) (rys. 1 oraz 2). Wzrost ten ma charakter liniowy. Po osiągnięciu naprężenia maksymalnego dla zakresu sprężystego materiału połączenia – σ_{max} , element przechodzi w zakres charakterystyki zmiękczającej (zakres $\delta_{i0} - \delta_{if}$ rys. 1). Gdy konstrukcja dalej podlega coraz większym obciążeniom, kolejne elementy kohezyjne przechodzą w stan zmiękczenia (rys. 1).



Rys. 1. biliniowy element kohezyjny

Wszystkie elementy pracujące w zakresie zmiękczącym tworzą numeryczną strefę kohezyjną, której długość nazywamy numeryczną długością strefy kohezyjnej. Gdy przemieszczenie elementu osiągnie wartość δ_{if} a współczynnik uwalniania energii G uzyska wartość krytyczną G_c , następuje przyrost pęknięcia (patrz rys. 2). Wartość parametru jest zdefiniowana poprzez współczynnik uwalniania energii (równanie 1):

$$\int_0^{\delta_i^{max}} \sigma_i d\delta_i = G_{iC} \quad (1)$$

gdzie i oznacza numer sposobu pękania ($i=I,II,III$). Przyjmując model biliniowy $\delta_{if}=2G_{iC}/\sigma_{max}$ definiuje się parametr $\delta_{i,max}$ jako

$$\text{dla I SP } \delta_1^{max} = \max(\delta_1^{max}, \delta_1) \text{ jeżeli } \delta_m > 0 \quad (2)$$

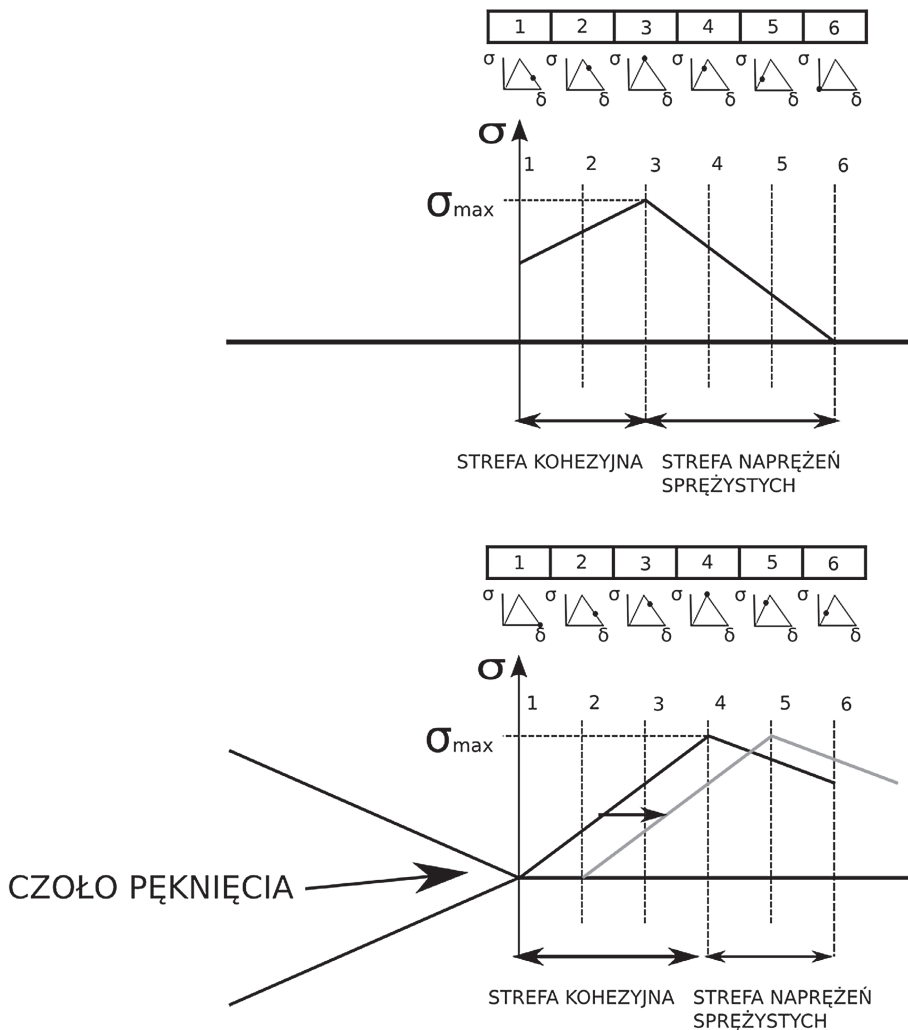
$$\text{dla II oraz III SP } \delta_i^{max} = \max(\delta_i^{max}, \delta_i) \text{ dla } i = 2, 3 \quad (3)$$

Dla $\delta > 0$ związki konstytutywne dla tego połączenia wyrażone są równaniem 4:

$$\sigma_i = \begin{cases} K \delta_i & \text{dla } \delta_i^{max} \leq \delta_i^0 \\ (1-d_i) K \delta_i & \text{dla } \delta_i^0 < \delta_i^{max} < \delta_i^f \\ 0 & \text{dla } \delta_i^{max} \geq \delta_i^f \end{cases} \quad (4)$$

gdzie $d_i = \frac{\delta_i^f (\delta_i^{max} - \delta_i^0)}{\delta_i^{max} (\delta_i^f - \delta_i^0)}$ dla $i = 1, 2, 3; d_i \in [0; 1]$

Jeżeli nastąpi odciążenie w zakresie zmiękcującym to równanie konstytutywne przyjmuje postać $\sigma_i = (1-d)K\delta$.



Rys. 2. Praca kolejnych elementów kohezyjnych, rysunek adaptowany [6].

Odwzorowanie procesu pęknięcia, wykorzystując model strefy kohezijnej, jest możliwe o ile odda się precyzyjnie pole naprężenia w (fizycznej) strefie kohezijnej, czyli w obszarze przed frontem pęknięcia, w którym następują nieodwracalne procesy zniszczenia [6]. W modelu MES odwzorowanie fizycznej strefy kohezijnej odbywa się poprzez wykorzystanie elementów kohezijnych. Na dokładność odwzorowania pola naprężenia, poza głównymi parametrami modelu (K , G_c , σ_{max}) może mieć wpływ kształt charakterystyki elementu kohezijnego oraz liczba elementów kohezijnych w numerycznej strefie kohezijnej.

3. KSZTAŁT CHARAKTERYSTYKI ELEMENTU KOHEZYJNEGO

Kształt charakterystyki elementu kohezijnego był częstym obiektem badań. W literaturze można znaleźć próby stosowania różnych charakterystyk, np.: biliniowej [6], trzyliniowej [19], eksponentyjnej [18]. Więcej przykładów modeli kohezijnych wraz z ich parametrami można znaleźć w pracy [20]. Badania literaturowe zostały zawężone do analizy tylko tych prac, które dotyczą przede wszystkim analizy kompozytów o spoiwie polimerowym. W takim zakresie literatury, do najczęściej stosowanych charakterystyk zalicza się biliniową oraz eksponentyjną.

Spośród wymienionych typów charakterystyk, biliniowa jest najprostsza do implementacji, interpretacji i nie wymaga wyznaczenia dodatkowych stałych materiałowych (poza podstawowymi k , σ_{max} oraz G_c). Chociaż w literaturze można znaleźć potwierdzone eksperymentalnie obliczenia wykonane z pomocą biliniowych elementów kohezijnych, to elementy te nie pozwalają modelować wszystkich procesów zniszczenia, m.in. mostkowania [18].

Charakterystyka eksponentyjna daje zbliżone rezultaty do tych, uzyskanych za pomocą metody VCCT (pod względem krzywej siły w funkcji przemieszczenie punktu przyłożenia siły). Dodatkowo, poprawia zbieżność obliczeń i do pewnego stopnia rozwiązuje problem silnej zależności wyników od gęstości siatki EK [18].

Porównawszy charakterystykę biliniową oraz eksponentyjną w trakcie analizy ścisłanej próbki, wykazano niewielki wpływ obu charakterystyk na zależność przemieszczenia punktu przyłożenia siły od tej siły, choć elementy eksponentyjne dawały szybciej wyniki tj. wykazywały się lepszą zbieżnością obliczeń [21]. Większość autorów stosujących elementy kohezijne zgadza się z opinią, że dobór charakterystyki nie ma znaczącego wpływu na wyniki, w szczególności na krzywą siła-przemieszczenie i w związku z tym stosują charakterystykę biliniową [22]. Potwierdzają to argumenty mówiące, że wyznaczenie eksperymentalne charakterystyki EK jest trudne do przeprowadzenia [6] oraz równania konstytutywne elementów kohezijnych rządzą zachowaniem materiału tylko w strefie kohezijnej, która jest po prostu za mała, aby wpływać na globalną krzywą siła-przemieszczenie [22]. W literaturze można również znaleźć przykłady wyników, gdzie kształt charakterystyki miał znaczący wpływ na wyniki. Taką zależność przedstawiono np. w [20], gdzie analizowano połączenie spoiwo-zbrojenie kompozytu metalowo-ceramicznego. Tego typu materiał i zastosowanie EK jest poza obrębem poniższej pracy. Wpływ charakterystyki na wyniki może zależeć również od analizowanego obiektu i warunków brzegowych [23]. W wyniku analizy aluminiowej próbki typu zginana podwójna belka wspornikowa (z ang. *double cantilever beam* – DCB) wykazano, że zmiana charakterystyki nie wpłynie na wyniki. Natomiast w wyniku analizy innej geometrii

próbek, maksymalna siła różniła się do 15%, choć należy zaznaczyć, że różnica ta występowała tylko w okolicy maksimum siły (niezależnie od doboru próbki). Pozostała część charakterystyki była zbieżna.

Do uzyskania poprawnych rezultatów analizy rozwoju delaminacji wymagane jest otrzymanie, w efekcie analizy MES, pola naprężenia i odkształcenia w strefie kohezyjnej [24]. Pomijając dobór kształtu charakterystyki EK oraz stałych wykorzystanych do definicji modelu, wiąże się to z gęstością siatki EK w numerycznej strefie kohezyjnej [6]. Niestety, w analizie dużych struktur należy pamiętać o potrzebie optymalizacji rozmiaru siatki MES w celu uzyskania rezultatów obliczeń w ekonomicznie uzasadnionym czasie. W związku z tym, z inżynierskiego punktu widzenia, istnieje potrzeba wyznaczenia dwóch parametrów: minimalnej liczby EK w strefie kohezyjnej wymaganej do uzyskania poprawnych rezultatów propagacji delaminacji oraz odpowiedniej długości strefy kohezyjnej.

Badano wpływ minimalnej liczby EK na wyniki analizy numerycznej i najczęściej autorzy, przywołując pracę [25], modelują strefę kohezyjną przynajmniej trzema elementami. Minimum trzy elementy proponowane są również w pracach [24] oraz [6]. Część autorów zaleca większą liczbę elementów np. 10 [26] lub 15 [22], a inni mniejszą np. dla I sposobu pęknięcia zalecają 2 [6].

4. DŁUGOŚĆ STREFY KOHEZYJNEJ

Określenie fizycznej długości strefy kohezyjnej jest drugim elementem potrzebnym do określenia rozmiaru elementu kohezyjnego. W celu rozwiązania zadania można wykorzystać jedno z trzech podejść: analityczne, numeryczne, eksperymentalne.

Pierwsze równanie określające długość strefy kohezyjnej podał Hillerborg [27] dla materiału izotropowego, w szczególności dla betonu (rów. 5).

$$L_{cz} = \frac{EG_C}{(\sigma_{max})^2} \quad (5)$$

W zależności tej σ_{max} oznacza maksymalne naprężenie zakresu sprężystego w modelu kohezyjnym. Zależność ta dostosowana do materiałów ortotropowych przedstawia rów. 6 [28]:

$$L_{cz} = \frac{E'_i G_{iC}}{(\sigma_{i,max})^2} \quad \text{dla } i = I, II \quad (6)$$

gdzie E' to ekwiwalentny moduł sprężystości. Dla materiałów kompozytowych, smukłych próbek i ISP, długość strefy kohezyjnej można próbować oszacować na podstawie zależności 7 [29]:

$$L_{cz} = \left(\frac{E' G_{iC}}{\sigma_{i,max}^2} \right)^{1/4} h^{\frac{3}{4}}, \quad (7)$$

gdzie dla płaskiego stanu naprężenia $E'=E$ oraz dla płaskiego stanu odkształcenia $E'=E/(1-\nu^2)$ natomiast dla II SP [30]:

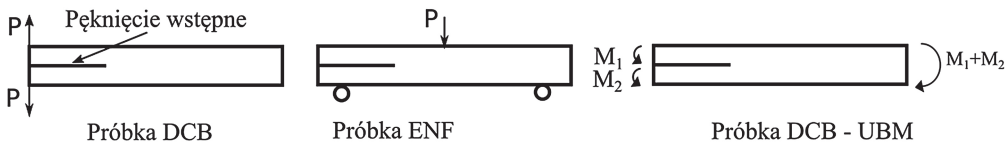
$$L_{cz} = \left(\frac{E' G_{iC}}{\sigma_{i,max}^2} \right) h^{1/2}. \quad (8)$$

Dodatkowo, w literaturze można znaleźć rozwiązania dla materiałów izotropowych w formie [25]:

$$L_{cz} = \frac{MEG_c}{\sigma_{max}^2} \quad (9)$$

gdzie M to współczynnik proporcjonalności, dla którego mogą być przyjmowane różne wartości, np. $M=0.21$ [31], $M=0.4$ [32], $M=0.88$ [33]. Na wyliczoną długość strefy kohezji może mieć wpływ kształt przyjętej charakterystyki EK [34], [35].

Bez względu na przyjętą w powyższej zależności wartość parametru M , zawsze istnieje wymóg wstawienia wartości maksymalnej wytrzymałości zakresu sprężystego σ_{max} . Wartość ta jest trudna do wyznaczenia eksperymentalnego. Zazwyczaj wyznacza się ją na podstawie kalibracji modelu MES, porównując ze sobą wyniki analiz numerycznych i badań eksperymentalnych prostych próbek – np. zginania podwójnej belki wspornikowej (z ang. *DCB*, rys. 3), zginania trójpunktowego (z ang. *end-notched flexure - ENF*). Zaprezentowane powyżej metody analityczne często nie uwzględniają takich parametrów, jak: szerokość próbki, moduł sprężystości wzdłuż włókien, moduł Kirchhoffa. Wykazano, że parametry te mają często duże znaczenie w przypadku materiałów ortotropowych [6].



Rys. 3. próbki eksperymentalne

Metoda numeryczna polega na wyznaczeniu długości strefy kohezji na podstawie kalibracji modelu prostych próbek eksperymentalnych z wykorzystaniem gęstej siatki o długości elementu kohezji np. poniżej 0.125mm [6] czy 0.005mm [36].

Porównując wyniki analizy numerycznej i analitycznej stwierdzono, że metody analityczne z założeniem wykorzystania biliniowej charakterystyki EK mogą przeszacować długość strefy kohezji, co może doprowadzić do zastosowania zbyt rzadkiej siatki EK [6]. Najczęściej wykorzystywana w literaturze zależność, wyznaczająca długość strefy kohezji dla $M=0.88$ może dać zbliżone rezultaty z obliczeniami numerycznymi [25].

Najdokładniejszym rozwiązaniem wydaje się być podejście eksperymentalne. W trakcie powstawania delaminacji strefę, w której powstaje pęknięcie, literatura dzieli na dwa obszary [36]. W bezpośrednim obszarze, przed frontem pęknięcia, tworzy się bardzo mała strefa, w której następują mikro-procesy pęknięcia spoiwa (jest to tzw. strefa kohezji lokalna lub mała). Strefa ta może mieć długość od 0.1 mm do 1mm. Przykładem postaci zniszczenia występującej w tej strefie może być fragmentacja [37] (z ang. *cracking*). W dalszym obszarze, przed tą strefą, następuje zjawisko mostkowania – obszar może mieć długość sięgającą do 10mm (jest to tzw. strefa mostkowania lub strefa kohezji dużej skali). Zjawisko mostkowania polega na łączeniu rozwarstwionych powierzchni kompozytu włóknami z górnej powierzchni rozwarstwienia z dolną powierzchnią. Powoduje wzrost wytrzymałości struktury na przyrost pęknięcia tzn. podwyższenie wartości współczynników uwalniania energii. Obie strefy (małej i dużej skali) można modelować za pomocą EK.

Wyznaczenie charakterystyki strefy lokalnej można przeprowadzić wyznaczając w próbie, np. DCB, parametry apriorycznie założonej charakterystyki EK postaci [36]:

$$\sigma(w) = \begin{cases} k\delta & \text{dla } \delta < \delta_0 \\ \sigma_0 e^{-c\left(\frac{\delta}{\delta_0}-1\right)^n} & \text{dla } \delta > \delta_0 \end{cases} \quad (10)$$

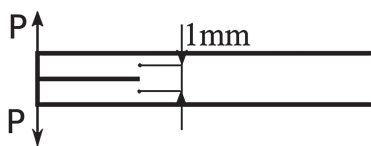
Parametry równania konstytutywnego wyznacza się w sposób przedstawiony poniżej. Wiedząc, że wartość k jest założona na podstawie literatury i nie ma wielkiego wpływu na wyniki obliczeń [38], δ jest zmienną niezależną, $\delta_0 = \sigma_0/k$, jedynymi nieznanymi parametrami są σ_0 , c oraz n . Dwa z podanych trzech parametrów łączy się ze sobą wykorzystując dwie zależności. Parametr c określony jest z zależności na krytyczny współczynnik uwalniania energii, który jest wyznaczony eksperymentalnie wg normy ASTM D 5528.

$$G_c = \int_0^{\infty} \sigma(\delta) d\delta \rightarrow c = \left(\frac{\sigma_0^2 \Gamma\left(\frac{1}{n}\right)}{kJ_c n} \right)^n \quad (11)$$

Równanie łączące σ_0 oraz n wyznaczono również bazując na współczynniku uwalniania energii oraz zakładając, że w miejscu końca strefy kohezyjnej naprężenie jest bardzo małe tzn. równe 5% σ_0 .

$$\sigma(w_c) = \frac{\sigma}{\beta} \text{ gdzie } \beta = 200 \rightarrow \sigma_0 = \frac{nG_c (\ln\beta)^{1/n}}{w_c \Gamma\left(\frac{1}{n}\right)} \quad (12)$$

gdzie Γ to funkcja specjalna. Parametr δ_c wyznacza się eksperymentalnie stosując np. metodę cyfrowej korelacji obrazów (CKO). Mierzy się wzajemną odległość punktów nad i pod sztucznym frontem pęknięcia, oddalonych od siebie o 1mm (rysunek 4). Przemieszczenia wspomnianych punktów nie mogą być mierzone bezpośrednio w okolicy rozwarstwienia ze względu na mikropęknięcia i wysokie odkształcenia, z czym wiążą się problemy w trakcie analizy CKO. Brak trzeciego równania zastępuje się analizą propagacji delaminacji MES w próbce DCB z dużą liczbą elementów EK (100 EK w strefie kohezyjnej). Stosując znane parametry i założoną charakterystykę EK przeprowadza się analizy numeryczne zmieniając parametry σ_0 oraz n w celu uzyskania minimalnej rozbieżności pomiędzy $P(\delta_m^{sim})$, a $P(\delta_m^{eksp})$.



Próbka DCB

Rys. 4.

Długość strefy kohezyjnej dużej skali oraz kształt charakterystyki EK można wyznaczyć na podstawie całki J [39] i jej cechy stałości wartości dla dowolnej drogi całkowania. W przypadku mieszanego sposobu pęknięcia przeprowadza się eksperyment próbki podwójnej belki wspornikowej o nierównomiernym momencie zginającym DCB-UBM (z ang. *Double Cantilever Beam – Unbalanced Bending Moments*, rysunek 3). Wykorzystując ekstensometr oraz dwa czujniki

przemieszczeń LVDT zapisuje się przemieszczenia punktów w $\frac{1}{4}$ i $\frac{3}{4}$ grubości próbki na końcu wklejonej folii imitującej początkową długość pęknięcia. Punkty te traktuje się jako punkty początku strefy kohezyjnej. Wykorzystując zapisane dane i znając geometrię próbki wyznacza się przemieszczenia względne normalne δ_n^* i styczne δ_t^* w strefie kohezyjnej przy czym

$$\delta_i^* = F\left(\Delta_E, \Delta_1^L, \Delta_2^L, \text{geometria próbki}\right) \quad (12)$$

gdzie:

Δ_E to odległość między kontrolowanymi punktami, Δ_L to przemieszczenia kolejnych punktów 1 oraz 2 wzdłuż próbki (styczne do jej długości).

Dodatkowo, w trakcie przeprowadzanej próby zapisuje się momenty gnące próbkę. Dla próbki DCB-UBM znane jest analityczne rozwiązanie całki J dla materiałów ortotropowych [40]:

$$J_R = (1 - \nu^2) \frac{21(M_1^2 + M_2^2) - 6M_1M_2}{4B^2H^3E_{11}} \quad (13)$$

Zmiękczejaczą część charakterystyki EK wyznacza się za pomocą wzoru 14 [41]:

$$\sigma_i(\delta_n^*, \delta_t^*) = \frac{\partial J_R(\delta_n^*, \delta_t^*)}{\partial \delta_i^*} \quad \text{dla } i = n, t \quad (14)$$

Opisana powyżej metoda obarczona jest błędem, który polega na pomiarze przemieszczeń w punktach $\frac{1}{4}$ i $\frac{3}{4}$ grubości próbki nad i pod frontem delaminacji, a nie w bezpośredniej okolicy strefy zniszczenia (około $\frac{1}{2}$ grubości próbki). Wykazano jednak, że błąd jest mały [40].

Długość strefy kohezyjnej oraz charakterystykę EK można również wyznaczyć wykorzystując zmierzony rozkład odkształcenia w bezpośrednim sąsiedztwie delaminacji wzdłuż pęknięcia. Rozkład odkształcenia można zmierzyć np. wykorzystując wklejoną siatkę FBG w jedną z mających się rozwarstwić warstwę [42]. Wykorzystując metodę OLCR (z ang. *optical low coherence reflectometry*) [43] można określić rozkład odkształcenia wzdłuż czujnika w standardowej próbce DCB wg normy ASTM D 5528. Znając rozkład odkształcenia zakłada się postać naprężenia EK

$$\sigma_n(z, \alpha) = e^{-z\gamma} (A_1 + A_2 z) \quad (15)$$

gdzie z to współrzędna wzdłuż próbki, A_1 to maksymalne naprężenie EK (które może być przyjęte jako np. wytrzymałość spoiwa), stosunek A_1 do A_2 określa długość strefy kohezyjnej, natomiast γ jest parametrem określającym nieliniowość charakterystyki EK. Porównując uzyskany rozkład odkształcenia oraz wyliczając ten sam rozkład za pomocą analizy numerycznej MES, kalibruje się nieznanne parametry, tak aby zminimalizować błąd różnicy pomiędzy rozkładem odkształcenia zmierzonym, a uzyskanym na drodze analizy numerycznej.

5. WYZNACZENIE GŁÓWNYCH PARAMETRÓW MODELOWYCH.

Podstawowe parametry wymagane do zdefiniowania EK o charakterystyce biliniowej to sztywność elementu kohezyjnego, naprężenia maksymalne zakresu sprężystego oraz krytyczna wartość współczynnika uwalniania energii.

Sztywność struktury EK odpowiada za połączenie przylegających do siebie warstw. Najprostsze oszacowanie sztywności EK to moduł Younga połączenia warstw podzielony przez grubość połączenia [44] $k=E_3/h$ (grubość połączenia może być rzędu 0.005mm [45]). Sztywność struktury zależy od własności materiałowych warstw (moduły Younga E_i oraz moduły Kirchhoffa G_{ij}) oraz sztywności elementu kohezyjnego k . Wykonując analizy numeryczne struktur kompozytowych zakłada się, że sztywność EK jest nieskończona. W związku z tym wpływ sztywności EK na globalną odpowiedź powinien być znikomy [25]. Warunek ten zostaje spełniony, jeżeli k wyliczone zostanie na podstawie zależności:

$$k = \frac{\alpha E_3}{h} \quad (16)$$

gdzie α musi być dużo większe niż 1, h to grubość warstwy kompozytu. Autorzy [25] zalecają przyjęcie $\alpha = 50$, co daje 2% spadek sztywności struktury wynikający z wykorzystania EK. Równanie to jest najczęściej stosowane w literaturze w celu wyznaczenia sztywności EK.

Należy być ostrożnym w doborze bardzo wysokich wartości sztywności. Nadmierna wartość może spowodować trudności w uzyskaniu zbieżności obliczeń [25], a w przypadku obliczeń MES/explicit, przedwczesne wejście w zakres charakterystyki zmiękczającej EK.

Przy zachowaniu odpowiednio wysokiego rzędu wartości sztywności k (spełnienie równania 16), niewielka zmiana wartości nie wpływa na wyniki [38]. W związku z tym, dobierając sztywność EK nie trzeba znać dokładnej wartości parametru, a jedynie jej rząd. Stosunek sztywności w ISP oraz w IISP również nie wpływa na wyniki [46]. Powszechnie stosowane wartości sztywności EK mieszczą się w zakresie $1 \times 10^{13} \div 1 \times 10^{15} \text{N/m}^3$ [24].

Naprężenie maksymalne σ_{\max} jest drugim elementem, który definiuje zakres sprężysty EK. Podobnie jak sztywność EK, naprężenie to nie może być łatwo wyznaczone eksperymentalnie [47]. Podpierając się eksperymentem można jedynie próbować wyznaczyć całą charakterystykę EK (przykłady wyznaczenia charakterystyki opisano powyżej) i w ten sposób określić szukaną wartość. Ze względu na skomplikowany charakter przeprowadzenia takich badań oraz fakt niewielkiego wpływu na wyniki [48], [24] wartość parametru zazwyczaj jest szacowana lub nawet przyjmowana. Przykładowo dla I sposobu pękania wartość naprężenia powinna być równa wytrzymałości poprzecznej (w kierunku 2) na rozciąganie Y^T [49]. W pracy [49] zestawiono również analityczne wzory pozwalające oszacować wartość naprężenia.

Należy również wspomnieć, że zmniejszenie maksymalnego naprężenia, przy zachowaniu wartości krytycznego współczynnika uwalniania energii prowadzi do wydłużenia numerycznej strefy kohezyjnej, przy zachowaniu dokładności obliczeń [48]. Zachowując minimalną dopuszczalną liczbę elementów w numerycznej strefie kohezyjnej i uwzględniając wydłużenie strefy można rozrzedzić siatkę EK [25]. Wówczas maksymalne naprężenie należy szacować wg wzoru

$$\sigma_0^{\max} = \sqrt{\frac{9\pi E G_C}{32 N_e^0 l_{cz}}} \quad (17)$$

gdzie N_e^0 to liczba elementów w strefie kohezyjnej, a l_{cz} to przyjęta długość strefy kohezyjnej. Dodatkowo, powszechnie informuje się w literaturze, że obniżenie wytrzymałości maksymalnej ułatwia uzyskanie zbieżności obliczeń. Przykładowo, autorzy pracy [50], analizując próbkę DCB,

przyjmując $\sigma_0 = 45\text{MPa}$ oraz wykorzystując liniowe EK, nie uzyskali zbieżności obliczeń. Obniżając σ_0 do wartości 20MPa uzyskano zbieżność. Należy dodać, że próbując analizować tę samą próbkę z wykorzystaniem kwadratowych EK, zbieżność udało się uzyskać dopiero dla $\sigma_0 = 5\text{MPa}$. Przyjmowane wartości w literaturze mieszają się w zakresie $20\div 80\text{MPa}$ dla I sposobu pęknięcia oraz $40\div 100\text{MPa}$ dla II sposobu pęknięcia [24].

Ostatnim i zarazem podstawowym elementem modelu kohezyjnego jest krytyczna wartość współczynnika uwalniania energii. Jest to jedyna wartość, którą można łatwo wyznaczyć eksperymentalnie. W związku z tym, wartość tego parametru nie podlega kalibracji, szacowaniu ani modyfikacji. Dla wszystkich sposobów pęknięcia (ISP, IISP oraz mieszany SP) istnieją normy, które opisują w jakiś sposób wyznaczyć wartości G_c . Dla ISP jest to norma ASTM D 5528-13 i wyznaczenie wartości odbywa się w próbie DCB (podwójnej belki wspornikowej). Dla IISP jest to norma ASTM D 7905/7905M-14 i wyznaczenie odbywa się w próbie ENF (trójpunktowego zginania). Dla mieszanego sposobu pęknięcia jest to norma ASTM D6671/6671M-13e1, natomiast wyznaczenie odbywa się na drodze badań zginania próbki typu mix-mode MMB (z ang. *mix-mode bending*).

6. ZASTOSOWANIE MODELU KOHEZYJNEGO DO STRUKTUR PRACUJĄCYCH W WARUNKACH MIESZANEGO SPOSOBU PĘKANIA.

W rzeczywistości inżynierskiej czysty sposób obciążenia I lub II występuje bardzo rzadko [48]. W większości przypadków dominuje mieszany sposób obciążenia, a element kohezyjny umożliwia jego analizę. Przedstawiony poniżej opis oraz przytoczone równania bazują na pracy [14]. Praca ta jest również podstawą na której oparto elementy kohezyjne programu Abaqus.

Podobnie jak w przypadku czystego sposobu obciążenia, początkowo wyliczane jest przemieszczenie pochodzące od mieszanego sposobu obciążenia.

$$\delta_m = \sqrt{\delta_I^2 + \delta_{II}^2 + \delta_{III}^2} = \sqrt{\delta_I^2 + \delta_{sc}^2} \quad (18)$$

Przejście EK w zakres zmiękczający jest zdefiniowane za pomocą kryterium inicjacji. W tym celu wykorzystuje się kwadratowe kryterium naprężenia:

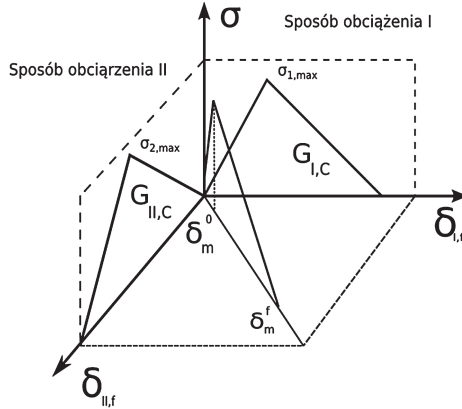
$$\left(\frac{\max(\sigma_I, 0)}{\sigma_I, \max} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{II}}{\sigma_{II}, \max} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{III}}{\sigma_{III}, \max} \right)^2 = 1 \quad (19)$$

W obliczeniach w mieszanym sposobie pęknięcia zakłada się zazwyczaj, że $G_{IIC} = G_{IIIc}$. Parametr β definiuje proporcję pomiędzy ścinającym sposobem pęknięcia a ISP:

$$\beta = \frac{\delta_{sc}}{\delta_I} \quad (20)$$

Dodatkowo, definiuje się maksymalne przemieszczenie charakterystyki sprężystej w mieszanym sposobie pęknięcia (patrz rys. 5):

$$\delta_m^{\max} = \max \{ \delta_m^{\max}, \delta_m \} \quad (21)$$



Rys. 5.

Przemieszczenie, pochodzące od mieszanego sposobu pękania, które spełnia kwadratowe kryterium inicjacji i zarazem odpowiada końcowi zakresu sprężystego, wyraża się wzorem 22:

$$\delta_m^0 = \left\{ \begin{array}{l} \delta_1^0 \delta_2^0 \sqrt{\frac{1 + \beta^2}{(\beta \delta_1^0)^2 + (\delta_2^0)^2}} \text{ dla } \delta_1 > 0 \\ \delta_{sc}^0 \text{ dla } \delta \leq 0 \end{array} \right\} \quad (22)$$

W tym miejscu należy dodać, że dla β = 0 uzyskuje się I sposób pękania, natomiast dla β dążącego do nieskończoności uzyskuje się II sposób pękania.

Jeśli chodzi o propagację uszkodzenia, sprawdzamy zazwyczaj jedno z podanych kryteriów energetycznych:

$$\left(\frac{G_I}{G_{IC}} \right)^\alpha + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIC}} \right)^\alpha = 1 \quad (23)$$

gdzie parametr α zazwyczaj jest przyjmowany jako równy 1, bądź określany jest eksperymentalnie. W zastosowaniach do analizy delaminacji w literaturze [51] podawane jest także kryterium Benzeggagh-Kenane (BK)

$$G_{IC} + (G_{IIC} - G_{IC}) \left(\frac{G_{II} + G_{III}}{G_I + G_{II} + G_{III}} \right)^\eta = G_{IC} + G_{IIC} + G_{III} \quad (24)$$

Więcej kryteriów energetycznych można znaleźć w pracy [52]

Wykorzystując powyższe wzory oraz jedno z podanych dwóch powyżej kryteriów energetycznych można określić przemieszczenie niszczące w mieszanym sposobie pękania. Dla kryterium wyrażonego wzorem (23) uzyskuje się:

$$\delta_m^f = \left\{ \begin{array}{l} \frac{2(1 + \beta^2)}{K \delta_m^0} \left[\left(\frac{1}{G_{IC}} \right)^\alpha + \left(\frac{\beta^2}{G_{IIC}} \right)^\alpha \right]^{-\frac{1}{\alpha}} \text{ dla } \delta_1 > 0 \\ \sqrt{(\delta_1^f)^2 + (\delta_2^f)^2} \text{ dla } \delta_1 \leq 0 \end{array} \right\} \quad (25)$$

Dla kryterium B-K wyrażanego wzorem (24) można uzyskać zależność:

$$\delta_m^f = \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{K \delta_m^0} \left[G_{IC} + (G_{IIC} - G_{IC}) \left(\frac{\beta^2}{1 + \beta^2} \right)^\eta \right] d \text{ dla } \delta_1 > 0 \\ \sqrt{(\delta_1^f)^2 + (\delta_2^f)^2} \text{ dla } \delta_1 \leq 0 \end{array} \right. \quad (26)$$

Dla $\beta = 0$ uzyskuje się czysty pierwszy sposób pęknięcia, natomiast dla $\beta \rightarrow \infty$ lub $\delta_1 = 0$ uzyskuje się II czysty sposób pęknięcia. Korzystając z pokazanych zależności można zapisać związek konstytutywny dla mieszanego sposobu pęknięcia.

$\tau_s = D_{sr} \delta_r$ gdzie

$$D_{sr} = \left\{ \begin{array}{l} \bar{\delta}_{sr} K \text{ dla } \delta_m^{max} \leq \delta_m^0 \\ \bar{\delta}_{sr} \left[(1-d)K + Kd \bar{\delta}_{s1} \frac{\langle -\delta_1 \rangle}{-\delta_1} \right] \text{ dla } \delta_m^0 < \delta_m^{max} < \delta_m^f \\ \bar{\delta}_{s1} \bar{\delta}_{1r} \frac{\langle -\delta_1 \rangle}{-\delta_1} K \text{ dla } \delta_m^{max} \geq \delta_m^f \end{array} \right. \quad (27)$$

$$d = \frac{\delta_m^f (\delta_m^{max} - \delta_m^0)}{\delta_m^{max} (\delta_m^f - \delta_m^0)}, d \in [0, 1], \bar{\delta}_{sr} \text{ to delta Kroneckera}$$

Interpretacje przedstawionych wzorów przedstawia rysunek 5. Na bocznych stronach mamy przedstawiony I i II czysty sposób pęknięcia. Dla ustalonego β generowana jest trzecia biliniowa charakterystyka, dla której mamy wyznaczone δ_m , δ_{m0} oraz δ_{mr} . Dzięki temu można określić pracę elementu kohezyjnego w mieszanym sposobie pęknięcia. W podobny sposób można określić parametry δ_i dla innych kryteriów energetycznych.

7. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono stosowany w komercyjnych programach MES model kohezyjny rozwoju delaminacji np. w programie Abaqus [53]. Szczegółowo omówiono działanie elementów kohezyjnych. Opisano parametry modelu oraz sposoby wyznaczenia wartości tych parametrów, w tym sposoby eksperymentalne. Dodatkowo, zamieszczono opis parametru niezwiązanego bezpośrednio z definicją modelu tzn. długości strefy kohezyjnej, istotnej dla definicji gęstości siatki elementów kohezyjnych. Bazując na informacjach zawartych w artykule, można rozpocząć praktyczne wykorzystywanie elementów kohezyjnych w obliczeniach inżynierskich.

W pracy zwrócono uwagę, że stosowane sposoby eksperymentalnego wyznaczenia kształtu charakterystyki elementu kohezyjnego oraz stałych modelowych są trudne do realizacji i wymagają stosowania skomplikowanych technik pomiarowych. Zaleca się wykorzystywanie charakterystyki eksponentalnej, o ile ta nie wymaga innych parametrów modelu niż charakterystyka biliniowa. W przeciwnym przypadku należy wykorzystywać najprostszą charakterystykę biliniową. Kształt przyjętej charakterystyki nie wpływa znacząco na wyniki, jednak wykorzystanie charakterystyki

ekspotencjalnej może przyspieszyć obliczenia. Parametry modelu z wyłączeniem krytycznych wartości współczynnika uwalniania energii G_c należy wyznaczyć poprzez kalibrację modelu z próbkami eksperymentalnymi służącymi do wyznaczenia G_c (np. DCB oraz ENF). Ze względu na liczebność teorii wyznaczenia długości fizycznej strefy kohezyjnej i brak możliwości określenia która z nich daje poprawne rezultaty, zaleca się wyznaczenie gęstości siatki na podstawie kalibracji modelu. Kalibracja ta powinna uwzględniać wpływ zmiany gęstości siatki na wyniki.

Poprawę rezultatów otrzymanych z wykorzystaniem elementów kohezyjnych można uzyskać na drodze uwzględnienia zmiany wartości krytycznych współczynników uwalniania energii wraz ze zmianą kąta pomiędzy frontem delaminacji i kierunkiem włókien.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Raju, I. S., and O'Brien, T. K., 2008, "1 - Fracture mechanics concepts, stress fields, strain energy release rates, delamination initiation and growth criteria," *Delamination Behaviour of Composites*, S. Sridharan, ed., Woodhead Publishing, pp. 3–27.
- [2] Choi, H. Y., and Chang, F.-K., 1992, "A Model for Predicting Damage in Graphite/Epoxy Laminated Composites Resulting from Low-Velocity Point Impact," *J. Compos. Mater.*, **26**(14), pp. 2134–2169.
- [3] Yen, C.-F., 2002, "Ballistic Impact Modeling of Composite Materials," Dearborn, Michigan, pp. 6.15–6.26.
- [4] Rybicki, E. F., and Kanninen, M. F., 1977, "A finite element calculation of stress intensity factors by a modified crack closure integral," *Eng. Fract. Mech.*, **9**(4), pp. 931 – 938.
- [5] SAE, and NIAR, eds., 2012, *Composite materials handbook*, SAE International on behalf of CMH-17, a division of Wichita State University, Warrendale, Pa.
- [6] Harper, P. W., and Hallett, S. R., 2008, "Cohesive zone length in numerical simulations of composite delamination," *Eng. Fract. Mech.*, **75**(16), pp. 4774 – 4792.
- [7] Czarnocki, P., and Dobrzański, P., 2012, "Wykorzystanie elementów kohezyjnych do symulacji rozwoju rozwarstwień w laminatach polimerowych," *Przegląd Mech.*, (6), pp. 24–31.
- [8] Lopes, C. S., Camanho, P. P., Gürdal, Z., Maimí, P., and González, E. V., 2009, "Low-velocity impact damage on dispersed stacking sequence laminates. Part II: Numerical simulations," *Compos. Sci. Technol.*, **69**(7–8), pp. 937 – 947.
- [9] Pieczonka, Ł., Brożek, G., and Uhl, T., 2012, "Symulacja uszkodzenia płyty kompozytowej pod wpływem obciążeń udarowych," *Model. Inż.*, **14**(45), pp. 145–149.
- [10] Tan, W., Falzon, B. G., Chiu, L. N. S., and Price, M., 2015, "Predicting low velocity impact damage and Compression-After-Impact (CAI) behaviour of composite laminates," *Compos. Part Appl. Sci. Manuf.*, **71**(0), pp. 212–226.
- [11] Allegri, G., Kawashita, L. F., Backhouse, R., Wisnom, M. R., and Hallett, S. R., 2009, "On the optimization of tapered composite laminates in preliminary structural design.," Edinburgh, UK.
- [12] Bajurko, P., Czarnocki, P., and Szelağ, D., 2011, "Modelowanie numeryczne rozwoju delaminacji w warunkach obciążeń cyklicznych," *Pr. Inst. Lotnictwa*, (221), pp. 189–193.

- [13] Mazurkiewicz, Ł., Damaziak, K., Małachowski, J., Gotowicki, P., and Baranowski, P., 2012, "Badania procesu delaminacji próbek kompozytowych w aspekcie oceny ich energochłonności," *Model. Inż.*, (43), pp. 169–176.
- [14] Camanho, P. P., and Davila, C. G., 2002, *Mixed-Mode Decohesion Finite Elements for the Simulation of Delamination in Composite Materials*, NASA Langley Research Center; Hampton, VA, United States.
- [15] Pinho, S. T., Iannucci, L., and Robinson, P., 2006, "Formulation and implementation of decohesion elements in an explicit finite element code," *Compos. Part Appl. Sci. Manuf.*, **37**(5), pp. 778–789.
- [16] Guimatsia, I., Davies, G. A. O., Ankersen, J. K., and Iannucci, L., 2010, "A framework for cohesive element enrichment," *Compos. Struct.*, **92**(2), pp. 454–459.
- [17] Spring, D. W., and Paulino, G. H., 2014, "A growing library of three-dimensional cohesive elements for use in ABAQUS," *Eng. Fract. Mech.*, **126**, pp. 190–216.
- [18] Liu, P. F., and Islam, M. M., 2013, "A nonlinear cohesive model for mixed-mode delamination of composite laminates," *Compos. Struct.*, **106**, pp. 47–56.
- [19] Tvergaard, V., and Hutchinson, J. W., 1992, "The relation between crack growth resistance and fracture process parameters in elastic-plastic solids," *J. Mech. Phys. Solids*, **40**(6), pp. 1377–1397.
- [20] Chandra, N., Li, H., Shet, C., and Ghonem, H., 2002, "Some issues in the application of cohesive zone models for metal–ceramic interfaces," *Int. J. Solids Struct.*, **39**(10), pp. 2827–2855.
- [21] Liu, P. F., Gu, Z. P., Peng, X. Q., and Zheng, J. Y., 2015, "Finite element analysis of the influence of cohesive law parameters on the multiple delamination behaviors of composites under compression," *Compos. Struct.*, **131**, pp. 975–986.
- [22] Fan, C., Jar, P.-Y. B., and Cheng, J. J. R., 2008, "Cohesive zone with continuum damage properties for simulation of delamination development in fibre composites and failure of adhesive joints," *Eng. Fract. Mech.*, **75**(13), pp. 3866–3880.
- [23] Alfano, G., 2006, "On the influence of the shape of the interface law on the application of cohesive-zone models," *Adv. Statics Dyn. Delamination Workshop Adv. Model. Delamination Compos. Mater. Struct.*, **66**(6), pp. 723–730.
- [24] Zhao, L., Gong, Y., Zhang, J., Chen, Y., and Fei, B., 2014, "Simulation of delamination growth in multidirectional laminates under mode I and mixed mode I/II loadings using cohesive elements," *Compos. Struct.*, **116**, pp. 509–522.
- [25] Turon, A., Dávila, C. G., Camanho, P. P., and Costa, J., 2007, "An engineering solution for mesh size effects in the simulation of delamination using cohesive zone models," *Eng. Fract. Mech.*, **74**(10), pp. 1665–1682.
- [26] Moës, N., and Belytschko, T., 2002, "Extended finite element method for cohesive crack growth," *Eng. Fract. Mech.*, **69**(7), pp. 813–833.
- [27] Hillerborg, A., Modéer, M., and Petersson, P.-E., 1976, "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements," *Cem. Concr. Res.*, **6**(6), pp. 773–781.
- [28] Yang, Q. D., Cox, B. N., Nalla, R. K., and Ritchie, R. O., 2006, "Fracture length scales in human cortical bone: The necessity of nonlinear fracture models," *Biomaterials*, **27**(9), pp. 2095–2113.

- [29] Bao, G., and Suo, Z., 1992, "Remarks on Crack-Bridging Concepts," *Appl. Mech. Rev.*, **45**(8), pp. 355–366.
- [30] Cox, B. N., and Marshall, D. B., 1994, "Concepts for bridged cracks in fracture and fatigue," *Acta Metall. Mater.*, **42**(2), pp. 341 – 363.
- [31] Hui, C.-Y., A., J., Bennison, S. J., and Londono, J. D., 2003, "Crack blunting and the strength of soft elastic solids," *Proc. R. Soc. Lond. Math. Phys. Eng. Sci.*, **459**(2034), pp. 1489–1516.
- [32] Dugdale, D. S., 1960, "Yielding of steel sheets containing slits," *J. Mech. Phys. Solids*, **8**(2), pp. 100–104.
- [33] Falk, M. L., Needleman, A., and Rice, J. R., 2001, "A critical evaluation of cohesive zone models of dynamic fracture," *J. Phys. IV*, **11**(PR5), pp. Pr5–43–Pr5–50.
- [34] Smith, E., 1999, "The Effect of the Stress-Relative Displacement Law on Failure Predictions Using the Cohesive Zone Model," *Int. J. Fract.*, **99**(1-2), pp. 41–51.
- [35] Planas, J., and Elices, M., 1991, "Nonlinear fracture of cohesive materials," *Int. J. Fract.*, **51**(2), pp. 139–157.
- [36] Svensson, D., Alfredsson, K. S., Biel, A., and Stigh, U., 2014, "Measurement of cohesive laws for interlaminar failure of CFRP," *Compos. Sci. Technol.*, **100**, pp. 53–62.
- [37] Dobrzanski, L. A., 2002, *Podstawy nauki o materiałach i metaloznawstwo : materiały inżynierskie z podstawami projektowania materiałowego*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa; Gliwice.
- [38] Aymerich, F., Dore, F., and Priolo, P., 2008, "Prediction of impact-induced delamination in cross-ply composite laminates using cohesive interface elements," *Deform. Fract. Compos. Anal. Numer. Exp. Tech. Regul. Pap.*, **68**(12), pp. 2383–2390.
- [39] Rice, J. R., 1968, "A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks," *J. Appl. Mech.*, **35**(2), pp. 379–386.
- [40] Sørensen, B., Jørgensen, K., Jacobsen, T., and Østergaard, R., 2006, "DCB-specimen loaded with uneven bending moments," *Int. J. Fract.*, **141**(1-2), pp. 163–176.
- [41] Sørensen, B. F., and Jacobsen, T. K., 2009, "Characterizing delamination of fibre composites by mixed mode cohesive laws," *Compos. Sci. Technol.*, **69**(3–4), pp. 445–456.
- [42] Sorensen, L., Botsis, J., Gmür, T., and Humbert, L., 2008, "Bridging tractions in mode I delamination: Measurements and simulations," *Deform. Fract. Compos. Anal. Numer. Exp. Tech. Regul. Pap.*, **68**(12), pp. 2350–2358.
- [43] Philippe Giaccari and Gabriel R Dunkel and Laurent Humbert and John Botsis and Hans G Limberger and René P Salathé, 2005, "On a direct determination of non-uniform internal strain fields using fibre Bragg gratings," *Smart Mater. Struct.*, **14**(1), p. 127.
- [44] Daudeville, L., Allix, O., and Ladevèze, P., 1995, "Delamination analysis by damage mechanics: Some applications," *Compos. Eng.*, **5**(1), pp. 17–24.
- [45] R. Wisnom, M., and Chang, F.-K., 2000, "Modelling of splitting and delamination in notched cross-ply laminates," *Compos. Sci. Technol.*, **60**(15), pp. 2849–2856.
- [46] Zou, Z., Reid, S. ., and Li, S., 2003, "A continuum damage model for delaminations in laminated composites," *J. Mech. Phys. Solids*, **51**(2), pp. 333–356.

- [47] Turon, A., Camanho, P. P., Costa, J., and Dávila, C. G., 2006, "A damage model for the simulation of delamination in advanced composites under variable-mode loading," *Mech. Mater.*, **38**(11), pp. 1072–1089.
- [48] Alfano, G., and Crisfield, M. A., 2001, "Finite element interface models for the delamination analysis of laminated composites: mechanical and computational issues," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, **50**(7), pp. 1701–1736.
- [49] Heidari-Rarani, M., Shokrieh, M. M., and Camanho, P. P., 2013, "Finite element modeling of mode I delamination growth in laminated DCB specimens with R-curve effects," *Compos. Part B Eng.*, **45**(1), pp. 897–903.
- [50] J. Chen, Y. Q., M. Crisfield, A. J. Kinloch, E. P. Busso, F. L. Matthews, 1999, "Predicting Progressive Delamination of Composite Material Specimens via Interface Elements," *Mech. Compos. Mater. Struct.*, **6**(4), pp. 301–317.
- [51] Shi, Y., Swait, T., and Soutis, C., 2012, "Modelling damage evolution in composite laminates subjected to low velocity impact," *Compos. Struct.*, **94**(9), pp. 2902 – 2913.
- [52] Reeder, J. R., 2006, "3D Mixed-Mode Delamination Fracture Criteria—An Experimentalist's Perspective," Dearborn, MI; United States, p. 19p.
- [53] "Abaqus Analysis User's Manual - Dokumentacja programu Abaqus 6.12."

COHESIVE ZONE MODELING

Abstract

This review article contains description of cohesive zone modeling before delamination front in composite materials with polymer matrix. For this purpose the cohesive elements are proposed. Work of these elements were characterized in pure and mix mode loading. Different shapes of cohesive law, their parameters and influence on performing calculation and results were described.

The aim of this article is to shortly explain work of cohesive elements which are implemented in commercial FEM programs but they are not enough described in manuals and brings closer problems which could be encountered.

Keywords: delamination, cohesive elements, cohesive zone.