

JEDNOMIANOWY MODEL LICZBY NUSSELTA W POMIARZE ZMIENNEJ TEMPERATURY METODĄ "W CIEMNO" PRZY NIESTACJONARNYCH PRZEPŁYWACH

Jerzy NABIELEC¹, Paweł JAMRÓZ²

1. AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Inżynierii Biomedycznej
tel.: +48 12 617 27 11 e-mail: jena@agh.edu.pl
2. Instytut Mechaniki Górotworu Polskiej Akademii Nauk
tel.: +48 12 637 62 00 e-mail: jamroz@img-pan.krakow.pl

Streszczenie: Pomiar zmiennej w czasie temperatury medium poruszającego się ze zmienną prędkością obarczony jest istotnym błędem dynamicznym. Jego źródłem są zależne od tej prędkości właściwości dynamiczne toru pomiarowego określone przez współczynnik dynamiki. Metoda "w ciemno" umożliwia zidentyfikowanie jego chwilowych wartości i skorygowanie błędu dynamicznego na drodze numerycznej. Zadanie to jest dobrze postawione przy wykorzystaniu jednomianowej reprezentacji liczby Nusselta, od której zależy chwilowa wartość tego współczynnika. W artykule zaprezentowano podstawy teoretyczne metody pomiarowej, wyniki badań symulacyjnych oraz eksperymentalnej jej weryfikacji.

Słowa kluczowe: korekcja błędu dynamicznego, pomiar temperatury, niestacjonarny model dynamiki systemu pomiarowego, liczba Nusselta.

1. WSTĘP

W trakcie pomiarów zmiennej w czasie temperatury gazu przy jego niestacjonarnych przepływach właściwości dynamiczne czujników o charakterze inercyjnym zmieniają się równie szybko jak mierzona temperatura, ponieważ zależą one od chwilowej wartości prędkości opływającego je gazu. Odpowiedzi czujników zawierają istotną, chociaż niepożądaną, składową w postaci błędu dynamicznego, zależną od ich właściwości dynamicznych. Jedną z metod eliminacji tego błędu z pomiarów jest użycie czujników cieńszych o małej inercji. Obciążone jest to jednak ryzykiem bardzo łatwego ich zniszczenia i dlatego nie jest wskazane ich stosowanie. Z kolei zastosowanie czujników masywnych odpornych na zniszczenie powoduje bardzo duże błędy dynamiczne pomiaru. Istnieje możliwość przeprowadzenia korekcji tego błędu na drodze obliczeniowej, ale do jej realizacji wymagana jest znajomość chwilowych wartości współczynnika dynamiki. Ponieważ chwilowe wartości tego współczynnika zależą zarówno od chwilowej prędkości gazu jak i jego składu chemicznego, nie powinny one być wyznaczane w laboratorium i na stałe przypisywane do czujnika. Chwilowe wartości tego współczynnika muszą być wyznaczane w miejscu pracy czujnika z uwzględnieniem chwilowych warunków jego pracy tj. prędkości i właściwości fizycznych gazu. Z tego powodu dwutorowa metoda "w ciemno" [1, 2, 3] jest predestynowana do zastosowania w takich przypadkach. Polega ona na tym, że dwa toru pomiarowe o różnych właściwościach

dynamicznych rejestrują ten sam zmienny w czasie sygnał. Identyfikacja współczynników modelu ich dynamiki jest przeprowadzana przy wykorzystaniu tylko mierzonych sygnałów. Jednakże, w przeciwieństwie do przypadków opisywanych stacjonarnymi równaniami różniczkowymi, dla takiego zadania nie istnieje jednoznaczne rozwiązanie zadania identyfikacji realizowanego w ramach tej metody, przy zastosowaniu dotychczas wykorzystywanych procedur. Realizacja metody „korekcji w ciemno” w warunkach niestacjonarnych przepływów generuje źle postawione zadanie identyfikacyjne, w którym liczba identyfikowanych współczynników jest większa niż liczba niezależnych równań. Zmniejszenie rozmiarów zadań identyfikacyjnych oraz znalezienie ich jednoznacznych rozwiązań byłoby możliwe do zrealizowania dzięki znalezieniu związków pomiędzy współczynnikami określającymi dynamikę czujników wykorzystywanych w metodzie korekcji. Wstępne badania związane z tym zagadnieniem zostały przedstawione w [4, 5, 6]

W kolejnych rozdziałach niniejszej publikacji przedstawiono szerzej metodę pomiarową, wybrane modele dynamiki czujników temperatury oraz związki pomiędzy nimi. Na bazie tych informacji zaproponowano procedurę umożliwiającą rozwiązanie zadania identyfikacji oraz przedstawiono wyniki eksperymentu laboratoryjnego.

2. METODA KOREKCJI „W CIEMNO”

2.1 Opis metody

Metoda korekcji „w ciemno”, zwana również metodą dwuczujnikową w pierwotnej wersji została zaproponowana jeszcze w 1936 r. [1]. Jednak ówczesna technika pomiarowa oraz metody obliczeniowe nie pozwalały na pełne wykorzystanie unikalnych właściwości tej metody. Realizacja pomiaru przy wykorzystaniu metody "w ciemno" możliwa była przy dodatkowym założeniu stanowiącym, że oba toru mają charakter obiektów inercyjnych I-go rzędu oraz ich stałe czasowe są proporcjonalnie od siebie zależne. Współczynnik proporcjonalności musiał być znany "a priori" i nie był wyznaczany podczas pomiaru. Niemniej jednak te trudności techniczne nie ujmują niczego rewolucyjnemu pomysłowi zbudowania systemu pomiarowego. Dopiero pod koniec XX w. szybki rozwój cyfrowych metod pomiarowych oraz techniki obliczeniowej pozwoliły na dalszy rozwój oraz

złagodzenie założeń proponowanej kilkadziesiąt lat wcześniej metody "w ciemno" [7, 8, 9].

W zmodyfikowanej wersji w zastosowaniu do torów pomiarowych o stałych w czasie właściwościach dynamicznych i rzędzie wyższym niż I, metoda "w ciemno" pozwala na przeprowadzenie identyfikacji właściwości dynamicznych czujników nie w laboratorium, ale w miejscu ich pracy z uwzględnieniem oddziaływania rzeczywistych wpływów środowiska ich pracy. Identyfikacja przeprowadzana jest przy wykorzystaniu tylko i wyłącznie nieznanego mierzonego sygnału jako pobudzenia obiektów dynamicznych. Aby uzyskać jednoznaczne rozwiązanie zadania identyfikacji dla torów pomiarowych określanych przez stałe w czasie współczynniki dynamiki niezbędne jest spełnienie złagodzonych założeń w odniesieniu do pierwotnej wersji sprzed lat:

- system pomiarowy zawiera dwa niezależne tory pomiarowe, opisywane przez równania różniczkowe rzędu nawet wyższego niż I, mierzące ten sam zmienny w czasie sygnał $u(t)$,
- bieguny i zera transmitancji jednego z pary torów nie występują w komplementarnym torze,
- znane są charakterystyki statyczne tych torów.

Dla systemu stacjonarnego wykazano [2], że jeżeli po korekcji przebiegi wyjściowe obu torów uzyskują identyczne wartości dla każdej chwili czasu, to tak uzyskane przebiegi są identyczne z nieznanym sygnałem wejściowym $u(t)$.

W zmodyfikowanej wersji rozszerza się zadanie identyfikacji o wyznaczenie statycznego wzmocnienia i offsetu jednego z torów w odniesieniu do drugiego. W równoległych badaniach wykazano przydatność metody "w ciemno" w zastosowaniu do systemów pomiarowych, których właściwości dynamiczne określane są przy pomocy modeli Hammerstein-Wiener'a po wcześniejszym określeniu właściwości statycznych pary torów pomiarowych.

Właściwości korekcji „w ciemno” dają szansę na uzyskanie wyniku pomiaru zmiennej temperatury gazu przepływającego ze zmienną prędkością bez konieczności uwzględniania wymienionych we wstępie wielkości mających istotny wpływ na wartość chwilową zależnego od czasu współczynnika dynamiki $f(t)$, który w przypadkach stacjonarnych określany jest jako stała czasowa o odniesieniu do obiektu I-go rzędu.

System pomiarowy złożony z dwóch torów o zmiennych w czasie właściwościach dynamicznych, których wartości fluktuują wraz z zmianami wielkości na nie oddziałujących, może zostać opisany za pomocą układu niestacjonarnych równań różniczkowych I-go rzędu (1) wraz z warunkami początkowymi $x(t_0)$ i $p(t_0)$. Funkcje $f(t)$ oraz $g(t)$ spełniające warunki Dirichleta, takie, że $f(t) \neq g(t)$ za wyjątkiem przeliczalnej liczby wartości argumentu t , określają właściwości dynamiczne pary torów pomiarowych. Każde z tych równań można rozwiązać w sposób jednoznaczny ze względu na odpowiedzi czujników $x(t)$ i $p(t)$ dla znanego przebiegu w czasie mierzonego sygnału $u(t)$ oraz znanych $f(t)$ i $g(t)$.

$$f(t)x'(t) + x(t) = u(t) = g(t)p'(t) + p(t), \quad x(t_0), p(t_0) \quad (1)$$

Dwuczujnikowa metoda korekcji błędu dynamicznego jest wciąż rozwijana i stosowana przez wiele zespołów badaczy, między innymi: [10] [11], rozszerzających możliwości jej zastosowania na coraz bardziej złożone przypadki pomiarowe i badających samą metodę.

2.2 Problem jednoznaczności rozwiązania zadania identyfikacji w metodzie korekcji błędu dynamicznego „w ciemno”

Wyznaczenie przebiegu $u(t)$ na podstawie zarejestrowanych przebiegów czasowych odpowiedzi $x(t)$ albo $p(t)$ niezależnie dla każdego z torów, gdy znane są również $f(t)$ oraz $g(t)$ nie stanowi problemu. Jednakże, gdy nie są znane przebiegi czasowe funkcji $f(t)$ i $g(t)$ zadanie odwrotne nie ma jednoznacznego rozwiązania. Mianowicie, równanie (1) można również zapisać w następującej postaci (2).

$$r(t)x'(t) + x(t) = z(t) = h(t)p'(t) + p(t), \quad x(t_0), p(t_0) \quad (2)$$

Te same przebiegi odpowiedzi $x(t)$ i $p(t)$ można również uzyskać dla par funkcji $(r(t), h(t))$ spełniających zależność (3) ale dla $z(t) \neq u(t)$.

$$r(t) = \frac{h(t)p'(t) + p(t) - x(t)}{x'(t)}, \quad \text{dla } x'(t) \neq 0 \quad (3)$$

W konsekwencji istnieje nieskończona liczba funkcji $z(t)$ oraz związanych z nią par $(r(t), h(t))$, które po zastosowaniu do równania (1) w miejsce $u(t), f(t)$ i $g(t)$ dadzą jako rozwiązanie te same przebiegi $x(t)$ i $p(t)$.

Przeprowadzone analizy jednoznaczności rozwiązania pozwalają stwierdzić, że arbitralne przyjęcie modelu matematycznego współczynnika dynamiki jednego z torów pomiarowych decydująco wpływa na kształt rekonstruowanego sygnału $z(t)$, który nie pokrywa się z poszukiwanym $u(t)$. Nieokreślenie modelu matematycznego poszukiwanego współczynnika dynamiki prowadzi do braku istnienia jednoznacznego rozwiązania. Zatem bez wykorzystania dodatkowego związku pomiędzy identyfikowanymi, a zmiennymi w czasie, współczynnikami określającymi właściwości dynamiczne torów pomiarowych nie można uzyskać rozwiązania zadania ich identyfikacji i rekonstrukcji mierzonego sygnału.

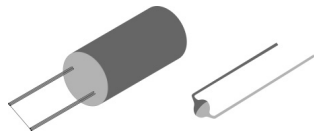
Takie związki można uzyskać analizując fizyczny opis pracy czujników w otaczającym je środowisku. W szczególnym przypadku przy zastosowaniu pary czujników do pomiaru zmiennej w czasie temperatury gazu przepływającego również ze zmienną w czasie prędkością można przyjąć, że wspólną wielkością wiążącą ten proces w obu czujnikach jest właśnie ta prędkość $v(t)$. Warunkiem poprawnego działania metody pomiarowej jest takie usytuowanie czujników, aby wpływające je medium miało taką samą prędkość w ich otoczeniu.

3. WŁAŚCIWOŚCI PRZETWORNIKÓW TEMPERATURY

3.1. Modele przetworników temperatury

Tradycyjnie rozważany jest przypadek czujnika temperatury zrealizowanego jako termoelement lub przetwornik termorezystancyjny i traktowanego jako jednorodna bryła bez płaszcza osłonowego tak jak to przedstawiono na rysunku 1.

Czujnik umieszczony jest w strudze gazu przepływającego ze stałą prędkością. Przekształcenie równania bilansu ciepła [12] prowadzi do utworzenia równania różniczkowego (4) odpowiadającego klasycznemu obiektowi inercyjnemu I-go rzędu.



Rys. 1. Termorezystor włóknowy oraz termoelement

Współczynnik Θ (5) tego równania, tradycyjnie nazywany „stałą czasową” określa właściwości dynamiczne czujnika. Zależy od wielkości związanych z geometrią czujnika, jego właściwościami fizycznymi oraz właściwościami medium opływającego czujnik, takimi jak np. prędkość przepływającej strugi gazu, jego ciepło właściwe.

$$\Theta \cdot \frac{dx(t)}{dt} + x(t) = u(t), \quad x(t_0) \quad (4)$$

gdzie:

$x(t)$ – temperatura czujnika temperatury,

$x(t_0)$ – warunek początkowy,

$u(t)$ – temperatura medium opływającego czujnik,

Θ – współczynnik dynamiki czujnika, stała czasowa.

$$\Theta = \frac{\rho \cdot c \cdot V}{\alpha \cdot A} \quad (5)$$

gdzie:

ρ – gęstość materiału czujnika,

c – ciepło właściwe materiału czujnika,

V – objętość czujnika,

α – współczynnik przejmowania ciepła,

A – powierzchnia wymiany ciepła.

Wartość współczynnika Θ jest wprost proporcjonalna do jego pojemności cieplnej oraz odwrotnie proporcjonalna do zdolności przyjmowania ciepła określonych przez iloczyn powierzchni czujnika i współczynnika przejmowania ciepła α . Określany jest on w oparciu o liczbę Nusselta zgodnie z zależnością (6). Dla rozważanych przepływów wymuszonych burzliwych oraz laminarnych liczba Nusselta jest funkcją liczby Reynoldsa (7) oraz Prandtla (8).

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda_a} \quad (6)$$

$$Re = \frac{\rho_a \cdot v \cdot d}{\mu_a} \quad (7)$$

$$Pr = \frac{c_a \cdot \mu_a}{\lambda_a} \quad (8)$$

gdzie:

ρ_a – gęstość medium opływającego czujnik,

μ_a – lepkość dynamiczna medium opływającego czujnik,

d – wymiar charakterystyczny czujnika np. średnica,

v – prędkość medium,

c_a – ciepło właściwe medium,

λ_a – współczynnik przewodzenia ciepła medium (przewodność cieplna).

Powyższy opis jest poprawny dla analizy procesów w stanach stacjonarnych, gdy współczynniki modelu są niezmiennie w czasie. Analizując przypadki niestacjonarne należy wziąć pod uwagę wpływ zmian parametrów modelu czujnika wraz ze zmieniającymi się warunkami pomiarowymi. Dotychczasowe wyniki badań symulacyjnych dla określonych parametrów przepływów niestacjonarnych

[13] wykazują, że główny wpływ na wartość współczynnika dynamiki posiada zmienna prędkość gazu. Wpływ zmian innych parametrów przepływu związanych ze zmianami temperatury czy ciśnienia na współczynnik dynamiki jest znikomy i w praktyce może być pominięty (w założonym zakresie ich zmian). Takie podejście wymusza wprowadzenie w miejsce stałego współczynnika Θ zależności czasowych dla współczynnika dynamiki czujnika oznaczanego dalej jako $f(t)$, zależnego od prędkości będącej funkcją czasu.

Uwzględniając zależność na współczynnik α (6), oraz wymiary geometryczne czujników, dla przypadku zmiennego przepływu współczynnik dynamiki $f(t)$ można zapisać zgodnie z wzorem (9) dla spiny termoelementu w kształcie kuli oraz (10) dla termorezystora w kształcie walca, gdzie d – średnica [6].

$$f(t) = \frac{\rho \cdot c \cdot d^2}{6 \cdot Nu(t) \cdot \lambda_a} \quad (9)$$

$$f(t) = \frac{\rho \cdot c \cdot d^2}{4 \cdot Nu(t) \cdot \lambda_a} \quad (10)$$

Tabela 1 przedstawia wyznaczone eksperymentalnie zależności na liczbę Nusselta w zależności od przyjętej geometrii czujnika. Do tych zależności wprowadzono liczbę Prandtla zgodnie z zależnością (8).

Tabela 1 Liczba Nu dla prostopadłego opływu walca lub kuli

Autor równania	Przedział stosowności	Postać liczby Nu
Davis [14] walec	$0.1 < Re < 200$	$0.96 \cdot Re^{0.43} \cdot Pr^{0.3}$
Hsu [15] kula	$Re \leq 2 \cdot 10^5$	$0.921 \cdot (Re \cdot Pr)^{0.5}$
Sideman [16] kula	$Re \leq 2 \cdot 10^5$	$1.13 \cdot (Re \cdot Pr)^{0.5}$

Zależności zaproponowane przez Davis'a, Hsu, Sideman'a odpowiadają powszechnie opisywanej postaci podstawowego równania (11) określającego Nu przy przepływie wymuszonym, burzliwym. Równanie to sprowadza do jednej postaci ogólnej, jako jednomianu ze względu na prędkość medium, określającej wszystkie podobne przypadki wnikania ciepła bez względu na właściwości medium oraz kształt przekroju przepływu. Sprecyzowanie związku opisującego liczbę Nu dla różnych kształtów sprowadza się jedynie do eksperymentalnego wyznaczenia stałych a , b oraz ψ .

$$Nu = \psi \cdot Re^a \cdot Pr^b \quad (11)$$

Tak określone właściwości dynamiczne czujników temperatury mogą posłużyć do wyznaczenia zależności między współczynnikami dynamicznymi dwóch czujników wykorzystywanych w dwuczujnikowej metodzie korekcji błędów dynamicznego.

3.2. Teoretyczne zależności między współczynnikami dynamiki $f(t)$ i $g(t)$ pary czujników temperatury

Jeżeli gaz opływa oba czujniki z taką samą prędkością $v(t)$, to może ona stanowić zmienną, która przy wykorzystaniu (9) lub (10) umożliwi utworzenie niezależnej od czasu algebraicznej zależności wiążącej współczynniki

dynamiki pary czujników. Dokładny opis procedury wyznaczania związku został zamieszczony w [6]. W przypadku zastosowania czujników o tym samym modelu wymiany ciepła rozwiązanie układu równań określających współczynniki dynamiki pary czujników, o tych samych kształtach, ze względu na tą samą prędkość $v(t)$ opływającego ich gazu prowadzi do zapisania zależności (12),

$$g(t) = Cf(t) \quad (12)$$

gdzie współczynnik C określony jest przez (13).

$$C = \frac{\rho_g \cdot c_g \cdot d_g^{1,5}}{\rho_f \cdot c_f \cdot d_f^{1,5}} \quad (13)$$

Dolne indeksy "f" i "g" wskazują na to, z którym współczynnikiem dynamiki związany jest dany parametr, czyli ciepło właściwe i gęstość materiału, z którego wykonany jest czujnik.

Należy podkreślić, że w jednym torze czujnik może być o kształcie walca a drugi kuli. Dla takiego wariantu liczba C powinna być zmodyfikowana o czynnik 3/2 lub 2/3 w zależności od oznaczenia współczynników dynamiki tych czujników jako $f(t)$ lub $g(t)$.

Bezwymiarowy dodatni współczynnik C związany jest z ilorazem pojemności cieplnych obu czujników, a przez to określa stosunek ich inercji podczas procesu wymiany ciepła. Stała C zależy tylko i wyłącznie od parametrów czujników i nie zależy od rodzaju gazu. Nie będzie więc zależęć od właściwości fizycznych gazu i system pomiarowy nie będzie wrażliwy na zmianę składu chemicznego przepływającego medium. Dla określonej pary czujników parametr C jest stały w założonych granicach zmian parametrów przepływu. Stała ta nie zależy od prędkości gazu.

Dla postaci liczby Nu zaproponowanej przez Davis'a, Hsu lub Sideman'a oraz uwzględniając zastosowanie dwóch czujników o tej samej gęstości i ciepłe właściwym materiału, stałą C można zapisać zgodnie ze wzorem (14).

$$C = \frac{d_g^{1,5}}{d_f^{1,5}} \quad (14)$$

Przy takich założeniach, właściwości dynamiczne czujników zależęć będą jedynie od stosunku ich wymiarów geometrycznych.

4. ROZWIĄZANIE PROBLEMU NIEJEDNOZNACZNOŚCI IDENTYFIKACJI

4.1 Wyznaczanie wartości współczynników funkcji wiążącej dynamikę dwóch czujników

Po uwzględnieniu (12) zależność (1) przyjmuje postać (15). W zależności (1) pomija się sygnał $u(t)$ związany z rzeczywistymi chwilowymi wartościami mierzonej temperatury jako jeszcze nieznaną funkcję. Korzysta się tylko z prawej i lewej strony zależności (1) w celu wyznaczenia zmiennych w czasie współczynników dynamiki.

$$f(t)x'(t) + x(t) = Cf(t)p'(t) + p(t) \quad (15)$$

W tym równaniu nie zapisano jawnie związanych z nim warunków początkowych, ponieważ zmienne $x(t)$ i $p(t)$ są mierzone i rejestrowane w całym przedziale czasu

obserwacji procesu. Równocześnie wyznaczane są przebiegi czasowe ich pochodnych. Zadanie identyfikacji istotnie zmniejsza swój rozmiar do wyznaczenia przebiegu czasowego jednego współczynnika przyjętego modelu dynamiki, czyli $f(t)$ oraz liczbowej stałej C zamiast identyfikowania zależnej od czasu pary współczynników funkcyjnych $f(t)$ i $g(t)$.

Analizując równanie dynamiki systemu (15), wykorzystywane w procesie identyfikacji, można zauważyć, że dla chwil czasu oznaczonych jako t_* może wystąpić przecięcie się zarejestrowanych odpowiedzi czujników $x(t_*)=p(t_*)$ i wtedy ta zależność przyjmie postać (16).

$$f(t)x'(t) = Cf(t)p'(t) \quad \text{dla } t=t_* \quad (16)$$

W tym przypadku stała C przyjmuje wartość (17).

$$C = \frac{x'(t_*)}{p'(t_*)} = \frac{g(t_*)}{f(t_*)} \quad (17)$$

Aby wyznaczyć poszukiwaną wartość stałej C należy określić chwile czasu t_* , dla których zarejestrowane odpowiedzi $x(t)$ i $p(t)$ uzyskują identyczną wartość. Następnie, dla tych chwil czasu wyznaczyć pochodne zarejestrowanych odpowiedzi i wyliczyć ich iloraz. W dalszym postępowaniu należy sprawdzić, czy we wszystkich punktach przecięć odpowiedzi wyliczona stała C przyjmuje te same wartości.

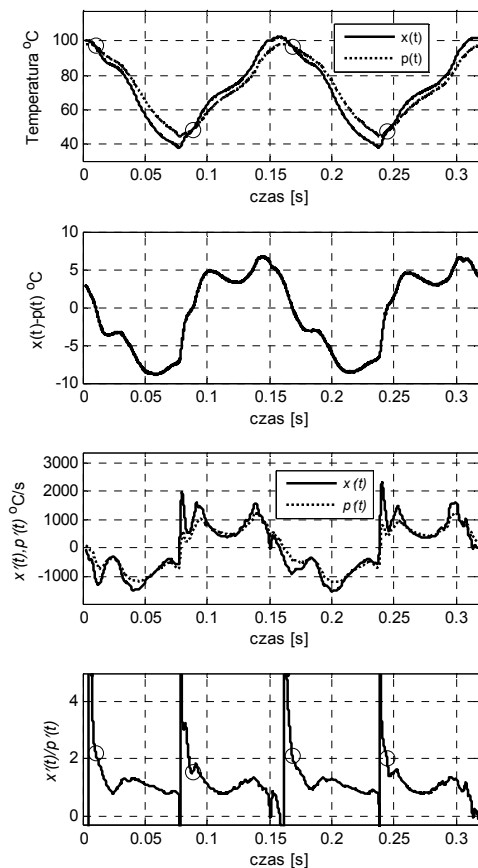
Analiza teoretyczna wykazuje, że punkty wspólne przebiegów $x(t)$ oraz $p(t)$ nigdy nie występują w ich ekstremach czyli ich pochodne nie zerują się dla tych chwil czasu. Zatem ułamek (19) jest zawsze określony.

4.2 Badania eksperymentalne

W celu zweryfikowania przedstawionego algorytmu wyznaczania wartości współczynnika C wykonano badania eksperymentalne polegające na rejestrowaniu temperatury niestacjonarnej w zakresie prędkości i temperatury przepływu generowanego na stanowisku laboratoryjnym szerzej opisanym w [17]. Temperatura była rejestrowana przez dwa czujniki termorezystancyjne o różnych właściwościach dynamicznych. Czynne elementy pomiarowe stanowiły nieosłonięte włókna wolframowe o średnicach odpowiednio: 20 μm - rejestracja sygnału $x(t)$ oraz 31 μm - rejestracja sygnału $p(t)$. W badaniach przedstawionych w [15] wartość współczynnika C wyznaczona dla tych czujników z użyciem czujnika referencyjnego mieściła się w granicach 2,1÷2,3, natomiast w wyniku badań modelowych z uwzględnieniem właściwości fizycznych materiałów, z których czujniki zostały wykonane wyliczono wartość C na poziomie 2,04.

Zastosowanie jako czujnika referencyjnego ekstremalnie cienkiego drutu wolframowego o średnicy 5 μm , ryzykując jego szybkie zniszczenie, nie rozwiązało problemu uzyskania pomiaru zmiennej w czasie temperatury bez błędu dynamicznego. W zarejestrowanych jednocześnie przebiegach odpowiedzi identyfikowanych czujników toru wstępnie przyjmowanego za referencyjny nie wykryto nigdy sytuacji, w której odpowiedź toru referencyjnego przechodziłaby przez ekstrema sygnałów uzyskiwanych z identyfikowanych torów. Taki wynik obserwacji wskazuje na to, że tor pomiarowy uznawany jako referencyjny nie był wolny od błędu dynamicznego. Tak zrealizowany pomiar pozwolił jedynie na precyzyjniejsze określenie spodziewanej wartości współczynnika C .

W trakcie wykonywania tych eksperymentów zgromadzono dużą ilość danych pomiarowych, między innymi sygnały odpowiedzi czujników $x(t)$ oraz $p(t)$ na zmienną temperaturę. Na rysunku 2 a) przedstawiono przykład takiej odpowiedzi dynamicznej oraz różnicę tych sygnałów w postaci $x(t)-p(t)$ (rysunek 2 b). W zarejestrowanym przykładowym przebiegu zachodzą cztery chwile czasu t_* , w których $x(t)=p(t)$. Zostały one zaznaczone na wykresie znacznikami w postaci okręgów.



Rys. 2. Zarejestrowane sygnały temperatury, ich różnica oraz wyliczone ich pochodne i wartość współczynnika C

Dodatkowo wyznaczono również pochodne sygnałów $x(t)$ oraz $p(t)$. Ich wartości przedstawiono na rysunku 2 c). Na rysunku 2 d) zamieszczono chwilowe wartości ilorazu pochodnych w postaci $x'(t)/p'(t)$. Sygnał ilorazu posiada szereg nieokreśloności w chwilach dla których wartość $p'(t)$, występująca w mianowniku zbliża się do zera. Dla reszty przedziałów czasowych jej wartość oscyluje w zakresie $0,75 \div 3$.

Zgodnie z algorytmem przedstawionym w punkcie 4.1 iloraz wartości pochodnych sygnałów odpowiedzi czujników $x'(t)$ oraz $p'(t)$ dla chwil czasu t_* stanowi wartość współczynnika C . Wartości współczynnika C wyznaczone dla tych próbek przedstawiono w tabeli 2.

Tabela 2 Wartości współczynnika C

Kolejne czasy t_* [s]	Wartość współczynnika C
0,010	2,20
0,088	1,53
0,168	2,10
0,244	2,01

Wartości współczynnika C w 3 przypadkach utrzymują się na poziomie $2,1 \pm 0,1$, co odpowiada wcześniejszym

badaniom eksperymentalnym i modelowym. W jednym przypadku zanotowano znaczne odchylenie od tej wartości. Dla chwili czasowej 0,088 s wyznaczona wartość współczynnika C wynosi 1,53. Dokładniejsza analiza danych wykazuje, że dla tego przypadku w sygnale ilorazu pochodnych występuje lokalne ekstremum zaburzające monotoniczność tej funkcji w szerszym oknie czasowym. Szczegół ten jest widoczny na rysunku 2. Ten przypadek może zostać ujawniony przez porównanie uzyskanych rezultatów wyznaczenia wartości C w odniesieniu do sąsiednich chwil czasu zrównania się zarejestrowanych wartości sygnałów $x(t)$ i $p(t)$. Powinien zostać on odrzucony jako błąd grubo. W pozostałych przypadkach, w których uzyskane wyniki pokrywają się z wcześniejszymi badaniami nie występuje podobne zjawisko.

Należy podkreślić, że wyznaczone wartości współczynnika proporcjonalności C uzyskane zarówno dla dodatnich jak i ujemnych pochodnych zarejestrowanych sygnałów $x(t)$ i $p(t)$ przyjmują zbliżone wartości. Potwierdza to słusność hipotezy o przyjęciu jednomianowego, ze względu na zmienną w czasie prędkość gazu, modelu liczby Nusselta przy określaniu zależnego od niej również zależnego od czasu współczynnika określającego właściwości dynamiczne czujnika temperatury.

5. WNIOSKI

W wyniku przeprowadzonych badań eksperymentalnych uzyskano potwierdzenie tezy, że możliwe jest uzyskanie jednoznacznego rozwiązania zagadnienia dwuczujnikowej korekcji błędu dynamicznego bazując jedynie na sygnale mierzonym przez dwa czujniki o właściwościach dynamicznych niewystarczających do dokładnego odwzorowania zmienności sygnału stanowiącego wymuszenie. Przedstawiona metoda nie powoduje konieczności wcześniejszego laboratoryjnego wzorcowania właściwości dynamicznych takich czujników, które prowadzi do wyznaczenia zależności $f(g(t))$ przy ustalonych prędkościach przepływu medium. Proponowana metoda nie wymaga też pomiaru prędkości gazu. Jednocześnie jawne wyznaczenie $f(t)$ i $g(t)$ może pozwolić na pośrednie zmierzenie zmiennej w czasie prędkości $v(t)$ medium opływającego czujniki.

W rejestrowanych sygnałach mogą występować zakłócenia stanów dynamicznych powodujące, że określanie takich właściwości obarczone jest dużym błędem. Dlatego też w algorytmach wyznaczających zależności między właściwościami dynamicznymi należy wprowadzać sekwencje kontrolujące poprawność uzyskiwanych danych. Procedura taka jest możliwa do zrealizowania w zastosowaniu do pomiarów sygnałów okresowych.

W świetle uzyskanych wyników należy podkreślić, że stanowią one istotną klamrę spinającą podstawy metody "w ciemno" z najnowszymi rozważaniami analitycznymi i eksperymentalnymi odnoszącymi się do jej rozszerzenia. Zarówno w pierwotnej wersji metody jak i w najnowszych jej modyfikacjach występuje stały współczynnik proporcjonalności pomiędzy parametrami określającymi właściwości dynamiczne pary torów pomiarowych. W wersji podstawowej metody "w ciemno" [1] ten współczynnik proporcjonalności musiał być określany "a priori". W najnowszych wersjach metody "w ciemno" współczynnik proporcjonalności jest wyznaczany w miejscu i w trakcie pracy systemu pomiarowego, przy wykorzystaniu nieznanego mierzonego sygnału, jako jedynego pobudzenia

procesu identyfikacji. Istotną modyfikacją podstawowej wersji metody "w ciemno" jest identyfikacja nie pary stałych czasowych opisujących dynamiczne właściwości torów pomiarowych, lecz zależnych od czasu wartości współczynników dynamiki opisujących zależne od czasu właściwości dynamiczne pary torów.

Istotnym wyzwaniem, w odniesieniu do dalszego rozwoju metody "w ciemno", jest zaproponowanie procedury, która umożliwi identyfikację również właściwości statycznych pary torów pomiarowych w miejscu i w trakcie ich pracy. Zwiastunem takiego rozszerzenia metody jest [18].

W kolejnych badaniach należy rozszerzyć proponowaną metodę na przypadki, w których liczba Nusselta jest określana bardziej złożonymi zależnościami niż (11). Jednocześnie istotne może być rozszerzenie modelu opisującego proces wymiany ciepła pomiędzy opływającym go medium o zjawiska transportu ciepła przez wsporniki czujnika oraz przyłącza elektryczne. W konsekwencji należy zweryfikować, na ile uproszczony model (4) opisujący dynamikę wymiany ciepła pomiędzy medium opływającym czujnik a czujnikiem, opisuje to zjawisko w sposób akceptowalny. Również niezbędne jest oszacowanie mocy cieplnej wydzielanej w czujniku przez przepływający prąd oraz jak to ciepło wpływa na właściwości pomiarowe czujnika.

6. BIBLIOGRAFIA

1. Pfrim H., Zur Messung veränderlicher Temperaturen von Gasen Und Flüssigkeiten, Gen. Ingen., 1936, vol. 7, no. 2, pp. 85–92, 1936
2. Nabielec J., An Outlook on the DSP Dynamic Error Blind Correction of the Analog Part of the Measurement Channel, Proceedings of the 16th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, Venice 24–26 May 1999, Vol. 2, pp. 709 – 712
3. Nabielec J., Fast identification method of low order transducers for dynamic error 'blind' corrections for periodical signal, Proceedings of the 6th International conference on Methods and Models in Automation and Robotics, 28-31 August 2000, Międzyzdroje, Poland, pp. 965-968
4. Nabielec J., The Blind method of the dynamic error correction for the I-st order time-varying measurement system-preliminary research for the periodical case, XV Modelling And Simulation Of Measurement Systems, 18-22 September 2005, Krynica, Poland, pp. 53-60 (in Polish)
5. Jamróz P., Nabielec J., Modele matematyczne czujników do pomiaru zmiennej temperatury gazu przy okresowo zmiennej prędkości, PAK 2007, vol. 53, nr 9bis/2007, s. 232 – 236
6. Jamróz P., "Relationship Between Dynamic Coefficients of Two Temperature Sensors Under Nonstationary Flow Conditions", IEEE Sensors Journal, 2011, Vol. 11, Issue 2, pp. 335-340
7. Tagawa M., Ohta Y., Two-Thermocouple Probe for Fluctuating Temperature Measurement in Combustion - Rational Estimation of Mean and Fluctuating Time Constants, Combustion and Flame, 109: 549-560, The Combustion Institute, 1997
8. Forney L. J., Fralick G. C., Two-wire thermocouple: Frequency response in constant flow, Rev. Sci. Instrum., 1994, vol. 65, no. 10, pp. 3252– 3257, Oct.
9. McLoone, Sean and Hung, Peter and Irwin, George and Kee, Robert, Exploiting A Priori Time Constant Ratio Information in Difference Equation Two-Thermocouple Sensor Characterization IEEE Sensors Journal, 2006, 6 (6). pp. 1627-1737
10. Gryś S., Minkina W., Fast temperature determination using two thermometers with different dynamical properties, (2002), Sensors & Actuators A: Physical, vol.A 10, No.2-3, 192-198
11. Bogacz R., Krupanek B.: (2015) "Korekcja błędów dynamicznych czujnika pelistorowego w osłonie ognioszczelnej realizowana w sposób programowej", Przegląd Elektrotechniczny, R. 92 Nr 5/2016, s. 191-193,
12. Michalski L., Eckersdorf K., Kucharski J., McGhee J., 2001 Temperature measurement, (2ed., Wiley)
13. Olczyk A., Problems of unsteady temperature measurements in a pulsating flow of gas. Meas. Sci. Technol. , 2008, vol. 19, No 5, paper 055402
14. Andrews G. E., Bradley D., Hundy G. F., "Hot wire anemometers calibration for measurements of small gas velocities", International Journal of Heat and Mass Transfer, 1972, vol. 15, Pergamon Press, pp. 1765-1786
15. Hsu C., Heat transfer to liquid metals flowing past spheres and elliptical rod bundles, International Journal of Heat and Mass Transfer, 1965, 8, 303–315,
16. Sideman S., "The equivalence of the penetration theory and potential flow theories", Industrial and Engineering Chemistry Research 58 (2) 54–58, 1966
17. Jamróz P., Nabielec J. Adaptive Sensors for Dynamic Temperature Measurements. In: *Smart Sensors for Industrial Applications*, red. K. Iniewski CRC Press, 2013. p. 227-242
18. Nabielec, J., Jamróz, P., Wzorcowanie w pomiarach dynamicznych, *Pomiary Automatyka Kontrola*, 2013, vol. 59, nr 6, str. 526-528

MONOMIAL MODEL OF NUSSELT NUMBER IN CASE OF TIME-VARYING TEMPERATURE MEASUREMENTS WITH THE "BLIND" CORRECTION METHOD

Measurement result of time-varying temperature of the medium moving at a variable velocity is encumbered with a significant dynamic error. The main reason of that error are the dynamic properties of the measurement channel described by the dynamic coefficient. The "blind" correction method gives a possibility of identifying the instantaneous values of this factor and numerically correcting the dynamic error. This task is well defined when the monomial Nusselt number is used in a dynamic coefficient model. The article presents the theoretical basis of the measurement method, the simulation results and experimental verification.

Keywords: dynamic error correction method, temperature measurement, non-stationary model of measurement system, Nusselt number.