

Piotr GNACIŃSKI  
Damian HALLMANN  
Marcin PEPLIŃSKI

## WSTĘPNY MODEL POŁOWY SILNIKA INDUKCYJNEGO ZASILANEGO NAPIĘCIEM ZAWIERAJĄCYM SUBHARMONICZNE

**STRESZCZENIE** *Artykuł dotyczy modelowania połowego silnika indukcyjnego klatkowego zasilanego napięciem zawierającym subharmomiczne. Zaprezentowano wstępny dwuwymiarowy model połowy silnika zaimplementowany w środowisku ANSYS Maxwell. Przedstawiono wpływ rozważanego zaburzenia na prąd zasilania silnika dla różnych częstotliwości subharmomicznych napięcia. Porównano wyniki symulacji komputerowej i badań eksperymentalnych.*

**Słowa kluczowe:** *jakość napięcia, modelowanie połowe, silnik indukcyjny, subharmomiczne*

**DOI:** 10.5604/01.3001.0009.4814

### 1. WSTĘP

---

W sieciach energetycznych często występują zaburzenia jakości napięcia, które negatywnie wpływają na pracę silnika indukcyjnego. Zaburzenia jakości napięcia powodują między innymi wzrost strat mocy, zwiększenie temperatury uzwojeń, przyspieszone starzenie cieplne układu izolacyjnego oraz zmniejszenie obciążalności silników indukcyjnych [1–6]. W systemach lądowych najczęstszymi zaburzeniami są odchylenie napięcia od wartości znamionowej, asymetria napięcia oraz odkształcenia krzywej przebiegu, a w systemach morskich – odchylenie napięcia, odchylenie częstotliwości oraz odkształcenie krzywej przebiegu.

Odkształcenia krzywej przebiegu napięcia zazwyczaj są związane z występowaniem wyższych harmonicznych, niemniej w niektórych systemach przebieg napięcia zawiera interharmoniczne oraz subharmomiczne (podsynchroniczne interharmonicznych) – składowe napięcia o częstotliwości niższej od harmonicznej podstawowej. Jedną z przyczyn

---

**dr hab. inż. Piotr GNACIŃSKI, prof. nadzw. AM, mgr inż. Damian HALLMANN,  
dr inż. Marcin PEPLIŃSKI**

e-mail: [p.gnacinski; d.hallmann; m.peplinski]@we.am.gdynia.pl

Akademia Morska w Gdyni, ul. Morska 81-87, 81-225 Gdynia

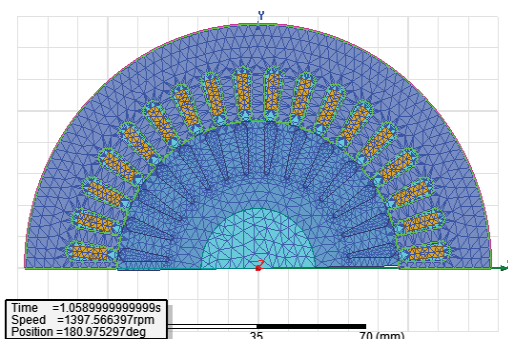
występowania subharmonicznych jest, praca odbiorników nieliniowych i elektrowni wiatrowych [7–15]. Należy również nadmienić, że cykliczne wahania napięcia można traktować jako złożenie interharmonicznych i subharmonicznych. [11]. Wahania napięcia często są spowodowane zmianą obciążenia odbiorników dużej mocy, takich jak: piece indukcyjne [8], urządzenia walcownicze, spawarki, elektryczne podgrzewacze wody wielkiej mocy oraz baterie kondensatorów służących do poprawy współczynnika mocy [8–10, 16]. Przykładowo, w pracy [8] opisano wpływ pieców indukcyjnych dużej mocy zainstalowanych w stalowniach na pracę prądnicy synchronicznej i silnika indukcyjnego. Odnotowano amplitudę wahań napięcia około 3% przy pracy jednego pieca indukcyjnego. Subharmoniczne napięcia są zaburzeniem szczególnie szkodliwym dla transformatorów [12], źródeł światła [10], prądnic synchronicznych [8] oraz silników indukcyjnych. Należy podkreślić, że dotychczas wpływ subharmonicznych napięcia na silnik indukcyjny nie został zadowalająco wyjaśniony. Dotychczasowe badania wpływu omawianych zaburzeń na pracę silnika indukcyjnego wykonywane były głównie za pomocą metod obliczeniowych z wykorzystaniem modeli obwodowych [1–3, 11, 17, 18]. Modele obwodowe silnika zasilanego napięciem zawierającym subharmoniczne są oparte na schemacie zastępczym typu T oraz na transformacji d-q. Metoda oparta o schemat zastępczy typu T [1–3, 11, 17, 18] umożliwia stosunkowo dokładne obliczanie subharmonicznych prądu [2, 3] z wyjątkiem subharmonicznych o częstotliwości zbliżonej do częstotliwości składowej podstawowej [2, 3]. Główną wadą tej metody jest pominięcie wahań prędkości obrotowej wału. Wahania prędkości obrotowej i związane z nimi zjawiska uwzględnia metoda oparta na transformację d-q [2, 3, 11], której zastosowanie jest ograniczone do subharmonicznych o częstotliwości zbliżonej do harmonicznej podstawowej [2, 3]. Z kolei badania doświadczalne silnika indukcyjnego zasilanego napięciem zawierającym subharmoniczne przedstawiono w [2–4, 18], a wstępne wyniki obliczeń z wykorzystaniem metod polowych – w pracy autorów [19].

Podsumowując, dotychczas wpływ subharmonicznych napięcia na silnik indukcyjny modelowano głównie za pomocą metod obwodowych. Ich zastosowanie do analizy rozważanego zagadnienia wiąże się z licznymi ograniczeniami. W niniejszym artykule przedstawiono wstępny model polowy silnika indukcyjnego zasilanego napięciem zawierającym subharmoniczne oraz zaprezentowano wyniki badań metodą polową silnika indukcyjnego w warunkach rozważanych zaburzeń. Wyniki obliczeń porównano z wynikami pomiarów.

## 2. MODEL POŁOWY

---

Obiektem badań jest silnik indukcyjny klatkowy typu TSg 100L-4B o mocy 3 kW, napięciu znamionowym  $U_N = 380$  V, prądzie znamionowym  $I_N = 6,9$  A, prędkości znamionowej  $n_N = 1415$  obr/min, połączony w trójkąt. Wstępny model silnika został zrealizowany w środowisku ANSYS Maxwell wykorzystującego do analizy zjawisk polowych metodą elementów skończonych (MES). Proponowany model został zbudowany z wykorzystaniem solvera Maxwell 2D. Na rysunku 1 przedstawiony został model 2D z siatką podziału. Zamodelowano połowę silnika w celu zmniejszenia czasu obliczeń.



**Rys. 1. Model połowy silnika z wykorzystaniem solvera 2D z zaznaczoną siatką podziału**

Sam model w solverze 2D został wygenerowany po wprowadzeniu wszystkich dostępnych parametrów z modułu RMxprt, a następnie w modelu 2D zostały wpisane dodatkowe parametry takie, jak np. dane materiałowe i moment bezwładności. Niezbędne dane materiałowe oraz wymiary geometryczne otrzymano od producenta silnika. Należy również nadmienić, że zmniejszono siatkę podziału oraz ustawiono odpowiedni krok całkowania (przyjęto 0,0001 s). W danych materiałowych wprowadzono odpowiedni współczynnik temperaturowy oraz zadeklarowano odpowiednie temperatury dla uzwojeń stojana i wirnika. Na podstawie prób cieplnych, średnią temperaturę uzwojeń stojana przyjęto jako równą 98,5°C, a wirnika 120°C. Siatka podziału wykonana jest z elementów trójkątnych, gdzie maksymalna długość każdego elementu uzwojenia wirnika wynosiła 2 mm, dla cewek – 2,5 mm, a dla pozostałych elementów – 5 mm.

Model układu zasilania silnika przestawiono na rysunku 2. W skład rozważanego modelu wchodzi źródła idealnych napięć sinusoidalnych  $e_a(t)$ ,  $e_b(t)$ ,  $e_c(t)$  generujące napięcia składowej podstawowej oraz źródła subharmonicznych napięć  $e_{a1}(t)$ ,  $e_{b1}(t)$ ,  $a_{c1}(t)$ .

Równanie ogólne pola magnetycznego zależnego od czasu, uwzględniające takie zjawiska jak ruch ośrodka czy obecność magnesów trwałych wykorzystywany przez ANSYS Maxwell ma następującą postać [20]:

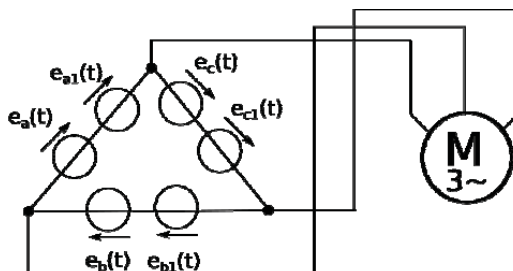
$$\nabla \times \nu \nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{J}_s - \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \sigma \nabla V + \nabla \times \mathbf{H}_c + \sigma \mathbf{v} \times \nabla \times \mathbf{A} \quad (1)$$

gdzie:

- $\mathbf{H}_c$  – koercja magnesu trwałego,
- $\mathbf{v}$  – prędkość części ruchomych,
- $\mathbf{A}$  – wektorowy potencjał magnetyczny,
- $V$  – potencjał elektryczny,
- $\nu$  – reluktywność,
- $\mathbf{J}_s$  – gęstość prądu źródła.

W zależności od stopnia uproszczenia danych rozważań, np. brak magnesów trwałych równanie (1) może być implementowane przez środowisko Maxwell w uproszczonej postaci (2).

$$\nabla \times \nu \nabla \times A = J_s - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} - \sigma \nabla V + \sigma v \times \nabla \times A \quad (2)$$



Rys. 2. Model układu zasilania silnika

Z kolei dynamikę ruchu obrotowego opisuje równanie (3) [20]:

$$J\beta + \lambda\omega = M_e - M_{op} \quad (3)$$

gdzie:

- $J$  – moment bezwładności,
- $\omega$  – prędkość chwilowa,
- $M_e$  – moment elektromagnetyczny,
- $M_{op}$  – moment oporowy,
- $\beta$  – przyspieszenie kątowe,
- $\lambda$  – współczynnik tłumienia,
- $\omega$  – prędkość kątowa.

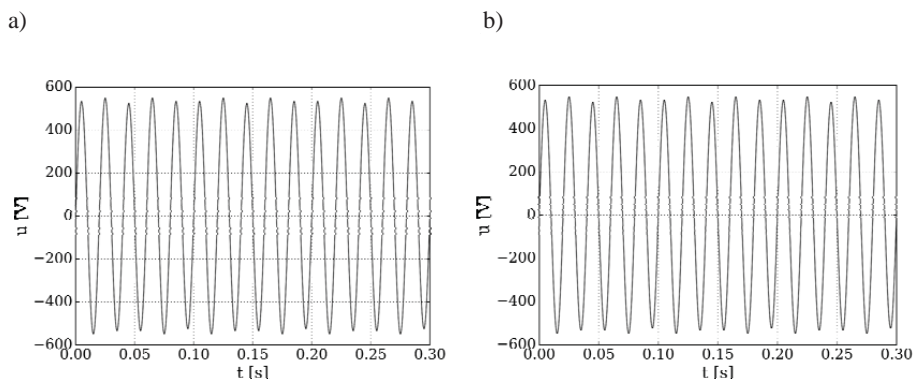
Podczas analizy wyników obliczeń polowych, zawartość subharmonicznych i interharmonicznych w przebiegach prądu wyznaczano zgodnie z IEC 61000-4-7 [21].

### 3. WYNIKI BADAŃ

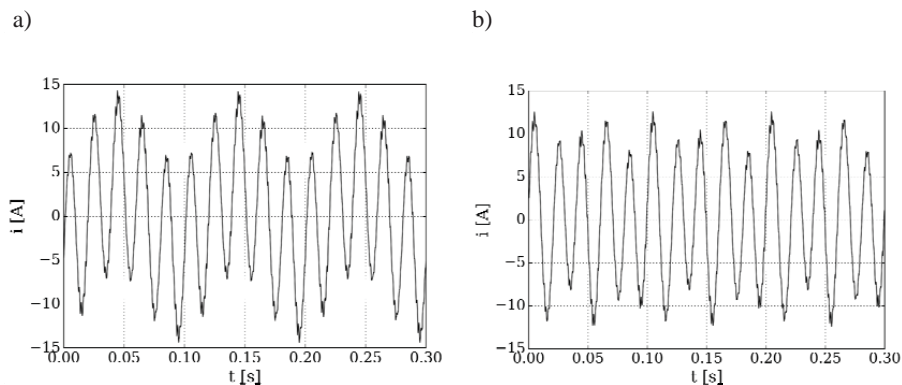
Obliczenia zostały wykonane dla znamionowego momentu obciążenia (20,25 Nm) oraz subharmonicznych napięcia o amplitudzie 2,5% składowej podstawowej i częstotliwościach równych 10 Hz, 30 Hz oraz 40 Hz. Wyniki prezentowane w pracy zarejestrowane zostały dla stanu ustalonego. Moment bezwładności przyjęty do obliczeń jest sumą momentów bezwładności silnika oraz prądnicy do niego podłączonej.

Przykładowe przebiegi napięcia zasilania zawierającego subharmoniczne o częstotliwościach 10 Hz oraz 30 Hz przedstawiono na rysunku 3, a odpowiadające im przebiegi prądu w linii zasilającej zamieszczono na rysunku 4.

Wyniki obliczeń porównano z wynikami badań doświadczalnych. W skład stanowiska badawczego wchodzi 3 silniki indukcyjne o mocy 3 kW – 5,5 kW, obciążone prądnicami prądu stałego, analizatory jakości energii elektrycznej oraz układ wielomaszynowy do generowania subharmonicznych i interharmonicznych, zestawiony z dwóch prądnic synchronicznych połączonych przez transformator. Jedna z prądnic jest napędzana z prędkością odpowiadającą częstotliwości składowej podstawowej napięcia, a druga – częstotliwości składowych subharmonicznych lub interharmonicznych. Pomiarów składowych subharmonicznych i interharmonicznych wykonano zgodnie z normą IEC 61000-4-30 [22]. Schemat i szczegółowy opis stanowiska pomiarowego zawarto w pracach [2, 3].



**Rys. 3.** Przebiegi napięcia międzyfazowego zawierającego subharmoniczną o amplitudzie równej 2,5% amplitudy składowej podstawowej oraz częstotliwości: a) 10 Hz, b) 30 Hz



**Rys. 4.** Przebiegi prądu zasilania silnika zasilanego napięciem zawierającym subharmoniczną o amplitudzie równej 2,5% amplitudy składowej podstawowej oraz częstotliwości: a) 10 Hz, b) 30 Hz

Zestawienie wyników pomiarów i obliczeń zamieszczono w tabeli 1 oraz tabeli 2. Ponadto na rysunku 5 przedstawiono przykładowy rzeczywisty przebieg prądu zasilania silnika, zarejestrowany dla subharmonicznej napięcia o amplitudzie 2,5% składowej podstawowej i częstotliwości  $f_{sh}$  równej 30 Hz.

W tabeli 1 porównano pomierzone i obliczone subharmoniczne prądu. Zastosowano następujące oznaczenia:  $f_{sh}$  – częstotliwość subharmonicznej,  $i_{p sh}$  – pomierzona zawartość subharmonicznej w prądzie silnika,  $i_{o sh}$  – obliczona zawartość subharmonicznej w prądzie silnika. W tabeli 2 przedstawiono zmierzoną ( $i_{p ih}$ ) i obliczoną ( $i_{o ih}$ ) zawartość interharmonicznych w prądzie silnika. Należy nadmienić, że obecność interharmonicznych w przebiegach prądu silnika zasilanego napięciem zawierającym subharmoniczne jest spowodowana wahaniami prędkości obrotowej wału [11].

**TABELA 1**

Zestawienie pomierzonych i obliczonych subharmonicznych prądu

$f_{sh}$ [Hz]	$i_{p sh}$ [%]	$i_{o sh}$ [%]
10	35	39,5
30	23,2	24,4
40	9,3	6,9

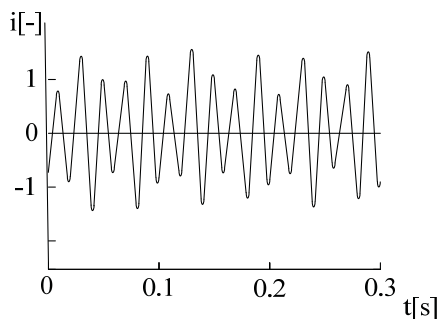
**TABELA 2**

Zestawienie pomierzonych i obliczonych interharmonicznych prądu polowego

$f_{u sh}$ [Hz]	$f_{i ih}$ [Hz]	$i_{p ih}$ [%]	$i_{s ih}$ [%]
10	90	1	1,5
30	70	1,3	3,4
40	60	2,0	2,3

W przypadku subharmonicznych prądu największe różnice występują dla częstotliwości 40 Hz –  $i_{p sh} = 9,3\%$ , natomiast  $i_{o sh} = 6,9\%$ .

Z kolei w przypadku interharmonicznych prądu zaobserwowano znaczące różnice w wynikach pomiarów i obliczeń. Dla  $f_{sh} = 30$  Hz,  $i_{p ih} = 1,3\%$ , a zawartość obliczona  $i_{o ih}$  była równa 3,4%. Ponieważ zawartość interharmonicznych w prądzie silnika jest znacznie mniejsza od zawartości subharmonicznych, w związku z tym można przyjąć, że prezentowany model poprawnie oddaje właściwości silnika zasilanego napięciem zawierającym subharmoniczne. Niemniej, w ramach dalszych prac badawczych przewiduje się opracowanie modelu charakteryzującego się większą dokładnością.



**Rys. 5.** Zarejestrowany przebieg prądu silnika przy zasilaniu napięciem zawierającym subharmoniczną o amplitudzie 2,5% i częstotliwości 30 Hz; natężenie prądu odniesiono do amplitudy składowej podstawowej

## 4. WNIOSKI

---

Wnioski wynikające z przeglądu literatury oraz porównania wyników badań wstępnych i pomiarów wskazują na potrzebę prowadzenia dalszych, pogłębionych prac badawczych dotyczących silnika indukcyjnego zasilanego napięciem zawierającym subharmoniczne. Plan badań obejmuje dopracowanie modelu elektromagnetycznego oraz ponowną weryfikację eksperymentalną wyników obliczeń. Ponadto, przewiduje się ocenę wpływu subharmonicznych występujących zarówno jako pojedyncze zaburzenie jakości napięcia, jak i w połączeniu z innymi zaburzeniami (np. asymetrią napięcia) na straty mocy i temperaturę uzwojeń.

## LITERATURA

1. de Abreu, J. P. G., Emanuel, A. E: Induction motor thermal aging caused by voltage distortion and imbalance: loss of useful life and its estimated cost, IEEE Trans. on Industry Applications, vol. 38, nr 1, s. 12-20, 2002.
2. Pepliński M.: Wpływ subharmonicznych i interharmonicznych napięcia na prądy i temperaturę uzwojeń silników indukcyjnych małych mocy, Rozprawa doktorska, Akademia Morska w Gdyni, 2014.
3. Gnaciński P., Pepliński M.: Induction cage machine supplied with voltage containing subharmonics and interharmonics, IET Electric Power Applications, vol. 8, zeszyt 8, s. 287 – 295, wrzesień 2014.
4. Gnaciński P., M. Pepliński, Szweda M.: Wpływ podharmonicznych na obciążenie cieplne silnika indukcyjnego, Zeszyty Problemowe — Maszyny Elektryczne, nr 84/2009, s. 97-101, Katowice 2009.
5. Gnaciński P.: Windings temperature and loss of life of an induction machine under voltage unbalance combined with over or undervoltages. IEEE Trans. on Energy Conversion, vol. 23, nr 2, s. 363-371, czerwiec 2008.
6. Apsley, J. M.: Derating of multiphase induction machines due to supply imbalance, Industry Applications, IEEE Transactions on , vol. 46, nr 2, s. 798-805, marzec-kwiecień 2010.
7. Hsu, C. T., Chen, C. S., Lin, C. H.: Electric power system analysis and design of an expanding steel cogeneration plant, IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 47, nr 4, s. 1527-1535, 2011.
8. Sürgevil T., Akpınar E.: Effects of electric arc furnace loads on synchronous generators and asynchronous motors, Proc. of International Conference on Electrical and Electronics Engineering ELECO 2009, Bursa, 5-8 Nov. 2009, s. I-49 - I-53.
9. Yılmaz, I., Ermis, M., Cadirci, I.: Medium-frequency induction melting furnace as a load on the power system, IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 48, nr 4, s. 1203-1214, 2012.

10. Deokar S. A., Waghmare L., Jadhav G. N.: Voltage flicker assessment of induction motors used in the integrated water pumping station, Proc. of 2010 Joint International Conference on Power Electronics, Drives and Energy Systems (PEDES) & 2010 Power India, New Delhi, 20-23 grudnia 2010.
11. Tennakoon, S., Perera, S., Robinson, D.: Flicker attenuation—Part I: Response of three-phase induction motors to regular voltage fluctuations, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 23, nr 2, s. 1207 – 1214, 2008.
12. D. Gallo, R. Langella, A. Testa, A.: Emanuel, On the effects of voltage subharmonics on power transformers: a preliminary study, 11th International Conference on Harmonics and Quality of Power, s. 501–506, ICHPQ 2004.
13. Kolagar, A. D., Shoulaie, A.: Reduction of undesired harmonic components in a steel industrial plant with DC electric arc furnaces, Proc. of 2nd Power Electronics, Drive Systems and Technologies Conference, 2011.
14. Chang, G. W., Chen, S. K., Su, H. J., Wang, P. K.: Accurate assessment of harmonic and interharmonic currents generated by VSI-fed drives under unbalanced supply voltages, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 26, nr 2, s. 1083-1091, 2011.
15. Basic D.: Input current interharmonics of variable-speed drives due to motor current imbalance, IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 25, nr 4, s. 2797-2806, październik 2010.
16. Bolen M. H. J., Gu I. Y. H.: Signal processing of power quality disturbances, (Wiley, New York, 2006).
17. Baptista J., Gonçalves J., Soares S., Valente, A., Morais, R., Bulas-Cruz, J., Reis, M. J.: Induction motor response to periodical voltage fluctuations, Proc. XIX International Conference on Electrical Machines ICEM, Roma, Italy 2010.
18. Fuchs E. F., Roesler D. J., Masoum M. A. S.: Are harmonics recommendations according to IEEE and IEC too restrictive?, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 19, nr 4, s. 1775-1786, 2004.
19. Gnaciński P., Hallmann D., Badania wstępne silnika indukcyjnego zasilanego napięciem zawierającym subharmoniczne z wykorzystaniem metod polowych, Maszyny Elektryczne — Zeszyty problemowe, nr 4/2015 (108), s. 65-69, 2015.
20. ANSYS technical documentation, <http://www.ansys.com>.
21. IEC Standard 61000-4-7 General guide on harmonics and interharmonics measurements and measuring instruments for power supply networks and attached devices used for the measurements.
22. IEC Standard 61000-4-30 Testing and Measurement Techniques Power Quality Measurement Methods.



## PRELIMINARY FIELD MODEL OF INDUCTION MOTOR SUPPLIED WITH VOLTAGE CONTAINING SUBHARMONICS

Piotr GNACIŃSKI, Damian HALLMANN, Marcin PEPLIŃSKI

**ABSTRACT** *This work deals with the field modeling of an induction cage machine supplied with voltage containing subharmonics. A preliminary 2D field model implemented in ANSYS Maxwell environment is shown. The effect of disturbance under consideration on the motor supply current is presented for various frequencies of voltage subharmonics. The results of computer simulation and experimental investigations are compared.*

**Keywords:** *voltage quality, field modeling, induction motor, subharmonics*

**Dr inż. Marcin PEPLIŃSKI** – stopnie mgr inż. i doktora inż. uzyskał na Wydziale Elektrycznym Akademii Morskiej w Gdyni, odpowiednio w 1999 i 2015 r. W latach 1999 – 2001 pracował jako inżynier do spraw telekomunikacji, a w latach 2002 – 2003 jako asystent elektryka na statkach handlowych. W 2003 r. uzyskał dyplom oficera Elektroautomatyka Okrętowego. Od 2003 r. pracuje w Katedrze Elektroenergetyki Okrętowej w Akademii Morskiej w Gdyni jako asystent, następnie wykładowca i adiunkt. Jego zainteresowania naukowe skupiają się głównie wokół maszyn elektrycznych.



