



WOJCIECH RADOMSKI

Politechnika Łódzka
Politechnika Warszawska
w.radomski@il.pw.edu.pl



RADOSŁAW OLESZEK

Politechnika Warszawska
r.oleszek@il.pw.edu.pl



PRZEMYSŁAW
MOSSAKOWSKI

Politechnika Warszawska
p.mossakowski@il.pw.edu.pl

O projektowaniu mostowych konstrukcji kablobetonowych w świetle PN-91/S-10042 i PN-EN 1992-1-1

Dla środowiska mostowców jednym z najbardziej ważkich i wymagających szybkiego podjęcia wiążących decyzji zagadnień jest sprawa stosowania norm do projektowania obiektów. Sprawa ta jest przedmiotem wielu dyskusji, zarówno merytorycznych, jak i formalnych. Jednym z najbardziej obszernych i głęboko umotywowanych głosów na ten temat jest stanowisko wybitnego naukowca i praktyka, prof. Tomasza Siwowskiego, wyrażone w jego publikacji [24]. W konkluzji swych rozważań stwierdza on, że: *zgodnie z aktualnym stanem prawnym w Polsce drogowe obiekty mostowe nie tylko można, ale nawet powinno się projektować według Eurokodów*. Nie kwestionując tej konkluzji pragniemy jednak zwrócić uwagę na jeden tylko, ale doniosły aspekt projektowania – na normowe podstawy projektowania kablobetonowych konstrukcji mostowych, ponieważ w tym zakresie sprawa projektowania nadal pozostaje niejednoznaczna.

Obecnie projektanci mostowych konstrukcji sprężonych zmuszeni są niejako do przejścia z zakorzenionych Polskich Norm PN-85 [1] i PN-91 [2] na Eurokody [4÷9], zarówno w kontekście przyjmowanych schematów obciążeń, ich kombinacji, jak i stosowania innych wartości częściowych współczynników obciążenia i materiałowych. Warto wspomnieć, że porównywanie obu zestawów norm ułatwia przyjęta w nich metoda projektowania według stanów granicznych przy wykorzystaniu częściowych współczynników bezpieczeństwa.

Warto też podkreślić, że metodologia projektowania przekrojów sprężonych uległa niewielkim w zasadzie zmianom. Niepokojący jest jednak fakt pominięcia w normie PN-EN [8] kilku ogólnych, ale ważnych zagadnień projektowania mostowych konstrukcji sprężonych. Chodzi tu zwłaszcza o silnie osadzony w krajowej praktyce projektowej [12], mający swoje odzwierciedlenie w PN-91 [2], podział konstrukcji ze względu na stopień (intensywność) sprężenia. Dotyczy on poziomu zarysowania konstrukcji, który uznaje się za dopuszczalny. W konstrukcjach betonowych przebieg wykresu naprężeń normalnych jest szczególnie ważny, gdyż decydu-

je o fazie pracy przekroju (I, II, III) i związanej z nią procedurze wymiarowania [25].

Zasadniczo konstrukcje sprężone analizuje się dwuetapowo: w stanie sprężystym (w I fazie pracy przekroju betonowego), w liniowym zakresie naprężeń oraz w stanie nośności granicznej dotyczącym przekrojów krytycznych, w których teoretycznie powstaje przegub plastyczny (III faza pracy przekroju betonowego) [12]. Zauważalny jest jednak brak wyraźnego zaakcentowania w euronormach zakresu i kolejności niezbędnych analiz projektowych mostowych ustrojów sprężonych i niedostateczna spójność zapisów PN-EN oraz znaczne „rozrzucenie” zaleceń w tekście normy.

Podstawowe zależności stosowane do obliczania strat doraźnych siły sprężającej uległy niewielkim modyfikacjom. Straty reologiczne oblicza się obecnie w odniesieniu do naprężeń w przekrojach betonowych [8], a nie sił wewnętrznych jak dotychczas [2]. Zapisy PN-91 [2] odnosiły się głównie do prostych konstrukcji statycznie wyznaczalnych, a ich zaadoptowanie do układów hiperstatycznych napotykało na trudności. W normach PN-EN zagadnienia projektowania konstrukcji sprężonych w znaczny sposób uogólniono. Istotną zmianą jest poziom dopuszczalnych naprężeń w pośrednich stanach pracy wybudowanej konstrukcji (po stratach doraźnych i stratach reologicznych siły sprężającej). Znacznym modyfikacjom uległy wartości częściowych współczynników bezpieczeństwa, zarówno w odniesieniu do parametrów materiałowych, jak i obciążeń. Niepokojąca jest również niejednoznaczność zapisów normowych, w odniesieniu do częściowych współczynników materiałowych i obciążenia oraz fakt częstego publikowania różnego rodzaju zmian, poprawek i uzupełnień do PN-EN. Kłopoty może sprawiać poza tym brak wybranych wzorów, których, z nieznanym przyczyn, nie zamieszczono w tekście normy (znaleźć je można w różnego rodzaju publikacjach, np. [11, 14, 21, 22]).

Intensywność sprężenia

Podstawowym założeniem jakie czynią projektanci podczas analizy konstrukcji sprężonych kablobetonowych jest zdefiniowanie intensywności sprężenia konstrukcji, zarówno w odniesieniu do docelowego schematu statycznego w okresie eksploatacji, jak również w pośrednich fazach budowy (stanach montażowych). Od założonego poziomu sprężenia zależy praca przekroju betonowego (faza I lub II) i wynikająca z niej metodologia wymiarowania przekroju. Norma PN-91 [2], idąc śladem, ugruntowanej przez ponad pół wieku (pierwszy w Polsce most sprężony powstał ok. 60 lat temu

w miejscowości Stary Młyn w woj. świętokrzyskim), wiedzy na temat konstrukcji sprężonych określała trzy poziomy sprężenia konstrukcji:

- **sprężenie pełne (SP)**, w którym nie dopuszczano do powstawania naprężeń rozciągających w przekroju betonowym (wymiarowanie wg fazy I),
- **sprężenie ograniczone (SO)**, w którym dopuszczano naprężenia rozciągające w betonie, ale nie większe od jego wytrzymałości charakterystycznej na rozciąganie ($R_{btk0,05}$). Norma PN-91 [2] zaleca wymiarowanie takich konstrukcji na podstawie fazy I, co sprowadza się do sprawdzenia naprężeń normalnych w skrajnych włóknach przekroju.
- **sprężenie częściowe (SC)**, w którym dozwolone jest wystąpienie naprężeń rozciągających w betonie, ale powodujące rysy o rozwarciu nie większym niż 0,1 mm.

Zgodnie z [2], sprężenie częściowe wykracza już poza zakres tradycyjnych konstrukcji sprężonych i zbliża je do żelbetowych z uwagi na zmianę fazy pracy przekroju z I na II. Zarzysowanie powoduje zmniejszenie sztywności elementu i wymaga stosowania procedur do wymiarowania przekrojów żelbetowych z dodatkową siłą ściskającą [13]. W normie PN-91 [2] fazę II (bez uwzględniania rozciągania betonu) zaleca się stosować do wymiarowania elementów żelbetowych i częściowo sprężonych oraz do obliczania ugięć elementów zarzysowanych. W normie PN-EN [8] nie podano tak wyraźnych podziałów konstrukcji sprężonych ze względu na stopień sprężenia. Nałożono dodatkowe warunki na charakterystyczne naprężenia ściskające w betonie. Ich wartość spowodowana siłą sprężającą i innymi obciążeniami działającymi w chwili naciągu powinna spełniać nierówność:

$$\sigma_c \leq 0,6 \cdot f_{ck}(t) \quad (1)$$

w której $f_{ck}(t)$ jest charakterystyczną wytrzymałością betonu na ściskanie w chwili przekazania siły sprężającej. Ponadto, jeżeli naprężenie charakterystyczne w betonie trwale przekracza wytrzymałość charakterystyczną, tj.:

$$\sigma_c \geq 0,45 \cdot f_{ck}(t) \quad (2)$$

to należy uwzględnić nieliniowość pełzania. Ograniczenie to wydaje się uzasadnione, w szczególności gdy w świetle najnowszych badań [15], pełzanie nie jest zjawiskiem dostatecznie dokładnie ujętym w aparacie obliczeniowym, a stosowane powszechnie w projektowaniu modele pełzania betonu są niewystarczające.

Odmienne podejście jest zauważalne także w kwestii ograniczenia obliczeniowych szerokości rys w konstrukcjach sprężonych do wartości $w_{max} = 0,2$ mm przy prawie stałej kombinacji obciążeń. Wprowadzono dodatkowe ograniczenie nazwane „dekompresją” wymagające, aby wszystkie ciągnia otoczone były warstwą betonu ściskanego o grubości minimum 25 mm.

Straty siły sprężającej

Straty doraźne wg PN-91 [2]. Przy obliczaniu strat doraźnych jako podstawę przyjmuje się początkową siłę sprężającą P_0 , przy czym straty doraźne powinny podlegać weryfikacji podczas sprężania. Maksymalną wartość tej siły w czasie

naciągu ograniczono do 80% wytrzymałości charakterystycznej ciągnia, tj. $P_p \leq 0,8 \cdot P_{vk}$.

W elementach kablobetonowych PN-91 [2] nakazuje rozpatrywanie następujących rodzajów strat doraźnych:

- **straty wywołane tarciem ciągnien o osłonki kablów,**
- **straty wywołane sprężystym odkształceniem betonu w czasie naciągu kabli,** uwzględniane przy stosowaniu kilku kabli w belce i przy ich jednokrotnym naciągu z ostatecznym kotwieniem. Straty te są łatwe do wyeliminowania przez odpowiednio przygotowany program sprężania zakładający zwiększenie siły naciągu poszczególnych kabli. Tak więc odnoszą się one tylko do hipotetycznych sytuacji obliczeniowych i zwykle nie dotyczą realnych konstrukcji.

Do wyznaczenia łącznej straty sprężenia wywołanej odkształceniem sprężystym betonu stosowano wzór (5) wg tabeli 1.

- straty wywołane poślizgiem ciągnien w zakotwieniach.

Straty reologiczne wg PN-91 [2] obliczano bazując na wartościach momentów zginających i sił osiowych, rozdzielając zjawiska skurczu i pełzania betonu od relaksacji stali sprężającej. Rozpatrywano następujące ich rodzaje:

- **straty wywołane skurczem i pełzaniem betonu,**
- **straty wywołane relaksacją stali sprężającej,** które w obecnie projektowanych konstrukcjach mogą być pomijalnie małe ze względu na możliwość wyeliminowania lub znacznej redukcji tego zjawiska w procesie produkcji stali sprężającej.

Norma PN-91 [2] dopuszczała zmniejszenie strat relaksacyjnych o 40%, jeśli stosowano przeciąganie ciągnien przed zakotwieniem. Zapis ten wobec wspomnianej i stosowanej współcześnie technologii produkcji stracił obecnie na znaczeniu.

Z uwagi na niepewność prognozowania strat doraźnych i reologicznych w projektowaniu konstrukcji, w szczególności w odniesieniu do wyznaczania statycznych efektów sprężenia zalecano [2] przyjmowanie sumarycznych strat sprężenia o wartości minimum 15%. Do obliczeń efektów sprężenia przyjmowano maksymalną siłę $P_v \leq 0,85 \cdot P_{vk}$. Dodatkowo zalecano nieprzekraczanie dopuszczalnych wartości siły naprężającej ciągnia, w poszczególnych stadiach pracy konstrukcji sprężonej [2, 9]:

- $P_p \leq 0,8 \cdot P_{vk}$ w chwili naciągu kabli (podczas kotwienia),
- $P_p \leq 0,65 \cdot P_{vk}$, po stratach doraźnych siły sprężającej,
- $P_p \leq 0,55 \cdot P_{vk}$, po stratach doraźnych i reologicznych siły sprężającej (trwała siła sprężająca).

Decydującym warunkiem w obecnie projektowanych konstrukcjach, z wykorzystaniem nowoczesnych technologii sprężania, jest najczęściej ostatnie ograniczenie naprężeń rozciągających w kablach do poziomu 55% ich nośności charakterystycznej.

Straty doraźne (natychmiastowe) wg PN-EN [8]. W stosunku do PN-91 [2] wzory określające ten rodzaj strat uległy niewielkim modyfikacjom. Za podstawę wyznaczania strat przyjmuje się także siłę $P_{0,max}$ przyłożoną do ciągnia w czasie naciągu, na którą nałożono nieco bardziej rozbudowane ograniczenia (porównywanie do umownej granicy plastyczności), tj.:

$$P_{0,max} \leq A_p \cdot \min(k_1 f_{pk}, k_2 f_{p0,1k}) \quad (9)$$

w którym: A_p – pole przekroju cięgna, f_{pk} – charakterystyczna wytrzymałość stali sprężającej cięgna na rozciąganie, $f_{p0,1k}$ – charakterystyczna wartość 0,1% umownej granicy plastyczności stali sprężającej, $k_1 = 0,8$, $k_2 = 0,9$ – współczynniki korekcyjne stopnia wykorzystania wytrzymałości cięgna zalecane w [8].

W normie PN-EN wzory na poszczególne rodzaje strat doraźnych (natychmiastowych) przyjmują nieco zmodyfikowaną formę. Podobnie jak w PN-91, Eurokody zalecają uwzględnianie następujących rodzajów strat doraźnych:

- **straty wywołane tarciami cięgien o osłonki kablowe** zgodnie ze wzorem (10) wg tabeli 1. Warto zaznaczyć, że w przypadku kabli zewnętrznych, coraz chętniej stosowanych w konstrukcjach mostowych, stratę związaną z tarciami obliczać należy ze skorygowanego wzoru (11) [19].

Pominięcie składnika $k \cdot x$ wynika m.in. z faktu, że osłonka nie jest „trwale” zabetonowana, tzn. nie występują niezamierzone zakrzywienia wynikające z niedokładności wykonawczych. Podczas naciągu splotów wiotka osłonka kabla „poddaje się”, co skutkuje zmniejszeniem tarcia.

- **straty wywołane sprężystym odkształceniem betonu w czasie naciągu kabli** oblicza się zakładając, że w każdym kolejnym cięgnię strata jest równa średniej ze strat w poszczególnych cięgniach, dzięki czemu całkowity ubytek (stratę) siły sprężającej określa się ze wzoru (12).
- **straty wywołane poślizgiem cięgien w zakotwieniach** potraktowano marginalnie nie podając zależności, która umożliwiłaby ich oszacowanie. Podano jedynie informację o konieczności uwzględniania poślizgu szczęk w zakotwieniach podczas operacji kotwienia oraz straty spowodowane

Tabela 1. Porównawcze zestawienie zależności normowych do obliczania strat sprężenia

PN-91/S-10042 [2]	PN-EN 1992-1-1 [8]
Straty doraźne spowodowane tarciami cięgien o osłonki kablowe	
$\Delta P_{pk} = (1 - e^{-(\alpha, \mu + \lambda x)}) \cdot P_0 + Tx \quad (3)$ <p>Δ – opór tarcia na jednostkę długości kabla wynikający z niedokładności wykonania, μ – współczynnik tarcia o ściankę kanału na odcinku zakrzywionym (1/rad), T – straty siły naciągu kabla na jednostkę długości, niezależne od wartości naciągu (kN/m), e – liczba Eulera, x – długość kabla od miejsca przyłożenia siły naciągu do przekroju, w którym wyznacza się siłę sprężającą</p>	<p>Kable wewnętrzne: $\Delta P_{\mu}(x) = P_0 \cdot (1 - e^{-(\theta + kx)}) \quad (10)$ Kable zewnętrzne: $\Delta P_{\mu}(x) = P_0 \cdot e^{-\mu x} \quad (11)$</p> <p>$\theta$ – suma kątów zakrzywienia trasy cięgna na długości x, μ – współczynnik tarcia o ściankę kanału na odcinku zakrzywionym (1/rad), k – suma kątów niezamierzonych zakrzywień trasy cięgna (dotyczy tylko cięgien wewnętrznych umieszczonych w krzywoliniowych kanałach kablowych), e – liczba Eulera, x – odległość od punktu, na zakotwieniu czynnym, w którym przyłożono początkową siłę sprężającą P_0</p>
Straty doraźne wywołane sprężystym odkształceniem betonu w czasie naciągu kabli	
<p>Strata w pojedynczym cięgnię k:</p> $\Delta P_{bvk} = P_{k0} \cdot \frac{E_v A_{v1}}{E_b A_b} \left(1 + \frac{e_v^2}{i_i^2} \right) \cdot (m - k) \quad (4)$ <p>Strata łączna dla m cięgien:</p> $\Delta P_{bvk} = P_0 \cdot \frac{E_v A_{v1}}{E_b A_b} \left(1 + \frac{e_v^2}{i_i^2} \right) \cdot \left(\frac{m-1}{2} \right) \quad (5)$ <p>P_{k0} – początkowa siła sprężająca (naciąg początkowy) w cięgnię k, E_v, E_b, A_{v1}, A_b – współczynniki sprężystości i pola przekroju cięgien i betonu, e_v – mimośród środka ciężkości cięgna względem środka ciężkości betonu, i_i – promień bezwładności, k – numer cięgna, P_0 – całkowita siła początkowa</p>	$\Delta P_{ei} = A_p E_p \cdot \frac{j \cdot \Delta \sigma_c(t)}{E_{cm}(t)} \quad (12)$ <p>A_p – pole przekroju cięgna, E_p – obliczeniowy moduł sprężystości stali sprężającej $\Delta \sigma_c(t)$ – zmiana naprężenia w betonie na poziomie środka ciężkości cięgien wywołana przez cięgna działające w chwili t, j – współczynnik równy $(n-1)/2n$, w którym n – liczba jednakowych sprężanych sukcesywnie cięgien; można przyjąć $j = 0,5$ jeśli cięgna spręża się kolejno lub $j = 1,0$, gdy rozpatruje się wpływ obciążeń długotrwałych przyłożonych po sprężeniu</p>
Straty doraźne wywołane poślizgiem cięgien w zakotwieniach	
$\Delta P_{pk} = 2a_p \frac{x_0 - x}{x_0^2} \cdot E_v A_v \quad (6)$ <p>a_p – poślizg splotu w zakotwieniu, E_v, A_v – moduł sprężystości i pole kabla, x – odległość rozpatrywanego przekroju od punktu przyłożenia siły naciągu</p>	<p><i>W normie nie podano zależności, należy wspomagać się literaturą techniczną lub wcześniejszymi zaleceniami normowymi</i></p>
Straty reologiczne (opóźnione)	
<p>Strata wywołana odkształceniami reologicznymi betonu:</p> $\Delta P_{pv0} = \left(P_0 \pm N \pm P_z \pm E_b A_{p0} \frac{\varepsilon_s}{\varphi_p} \right) \cdot (1 - e^{-\alpha_v \varphi_p}) \quad (7)$ <p>Strata wywołana relaksacją stali sprężającej:</p> $\Delta P_r = (0,13k - 0,05) \cdot P_{v0} \quad (8)$ <p>P_0 – siła naciągu, N – siła osiowa, ε_s – całkowite odkształcenie skurczowe, φ_p – współczynnik pełzania, P_z – siła zastępcza wynikająca z oddziaływania momentu od obciążeń długotrwałych M_g, wyznaczana zgodnie z [2], k – stosunek siły naciągu początkowego do nośności kabla, P_{v0} – siła naciągu podczas sprężania</p>	$\Delta P_{c+s+r} = A_p \cdot \frac{\varepsilon_{cs} E_p + 0,8 \Delta \sigma_{pr} + \frac{E_p}{E_{cm}} \varphi(t, t_0) \sigma_{c,0P}}{1 + \frac{E_p A_p}{E_{cm} A_c} \left(1 + \frac{A_c}{I_c} z_{cp} \right) [1 + 0,8 \varphi(t, t_0)]} \quad (13)$ <p>$\Delta \sigma_{p,c+s+r}$ – czynnik z ułamkiem oznaczający bezwzględną wartość zmiany w punkcie x belki w rozpatrywanej chwili t naprężenia w cięgniach wywołane przez skurcz i pełzanie, ε_{cs} – bezwzględna wartość skurczu betonu, $\Delta \sigma_{p,r}$ – bezwzględna wartość zmiany naprężenia w cięgniach w przekroju x belki w chwili t, wywołana relaksacją stali sprężającej, $\Delta \sigma_{c,0P}$ – naprężenie w betonie na poziomie środka ciężkości cięgien wywołane obciążeniami stałymi (o oddziaływaniu długotrwałym, np. ciężar własny, wyposażenie, efekty pierwotne i wtórne sprężenia), $\varphi(t, t_0)$ – współczynnik pełzania, pozostałe oznaczenia wg [8]</p>

odkształceniami samych zakotwień. Wartości strat wywołanych poślizgiem należy szacować z ogólnie znanego wzoru (4). Wartość poślizgu a_p przyjmuje się z Europejskich Aprobac Technicznych konkretnego systemu sprężenia.

Straty reologiczne (opóźnione) wg PN-EN [8] oblicza się, korzystając z teorii Trosta, unikając separowania części związanej ze zjawiskami skurczu i pełzania zachodzącymi w betonie oraz części dotyczącej relaksacji stali sprężającej, z uwagi na współzależność i jednoczesność zachodzenia obu zjawisk. Wobec obserwacji poczynionych na istniejących już obiektach, wątpliwości budzi też sama teoria Trosta, zwłaszcza wobec przyjmowania w niej niezmiennych w czasie wartości modułu sprężystości betonu E_b [15]. Źródłem strat opóźnionych jest zmniejszenie naprężeń w betonie wskutek skrócenia cięgien wywołanych odkształceniami pełzania i skurczu betonu pod obciążeniem stałym (ciężar własny, wyposażenie, oddziaływanie sprężenia) oraz relaksacją naciągniętych kabli, która zależy od odkształceń reologicznych betonu. Współzależność ta w przybliżeniu uwzględniana jest za pomocą współczynnika redukcji 0,8, który ujmuje zmniejszającą się zdolność betonu do pełzania w funkcji czasu. Podanie ścisłego wzoru na określenie strat reologicznych jest niemożliwe z uwagi na znaczne skomplikowanie zjawiska. W stosunku do poprzednich norm, wzór określający stratę reologiczną podano w konwencji naprężeniowej. Do celów technicznych stosuje się przybliżoną zależność oceny strat opóźnionych, dla konkretnego przekroju oddalonego o x od miejsca przyłożenia siły sprężającej wg zależności (13) z tabeli 1.

Podstawą wyznaczania strat opóźnionych, zależnych od skurczu i pełzania betonu oraz relaksacji stali, jest wiarygodne określenie współczynnika pełzania $\varphi(t, t_0)$. Procedura jego wyznaczania powinna uwzględniać technologię budowy obiektu (np. nasuwanie wzdłużne, betonowanie nawisowe, wznoszenie metodą przęsła po przęsle) oraz związaną z nią sekwencję przykładania obciążeń i ewentualne zmiany schematu statycznego. Specjalistyczne oprogramowanie (np. *SOFiTiK*) ma wbudowaną taką opcję. Dotychczas stosowana norma PN-91 [2] umożliwiała wyznaczenie współczynnika pełzania w znacznym przybliżeniu. Podobną dokładność uzyskuje się stosując nomogramy zawarte w PN-EN [8]. Procedury ścisłego wyznaczania $\varphi(t, t_0)$ zawarto m.in. w pracach [11, 14] i nieaktualnej już normie ogólnobudowlanej [22]. Przedstawione tam skomplikowane wzory mogą być obecnie w prosty sposób oprogramowane, w powszechnie stosowanych arkuszach kalkulacyjnych.

W przytoczonym wzorze normowym (13) przyjmuje się sieczny moduł sprężystości betonu E_{cm} , traktując go jako niezmienny w czasie. Na to uproszczenie zwrócono uwagę w pracy [15] jako jedno z potencjalnych źródeł niedoszacowania strat reologicznych w obiektach mostowych dużych rozpiętości, w których na wyężenie, w docelowym stanie eksploatacji, ma wpływ historia obciążeń i odkształceń z faz budowy.

Z uwagi na projektowanie, istotny jest fakt uwzględnienia reologicznej zmiany naprężeń indywidualnie w wybranych przekrojach belki, co oznacza, że zmniejszenie siły sprężającej wywołane stratami opóźnionymi nie jest stałe na jej długości. Składnik $\sigma_{c,qp}$, będący wartością naprężeń w betonie na poziomie środka ciężkości cięgien, jest zależny od ciężaru własnego, ciężaru wyposażenia i wartości sił sprężających

oraz innych oddziaływań stałych czy – w konstrukcjach hiperstatycznych – od momentów wzbudzonych (wtórnych). Ich wartość zależy z kolei od wartości siły sprężającej. Podany wzór wymusza wyznaczanie straty reologicznej siły sprężającej w sposób iteracyjny. Jest to spowodowane współzależnością siły sprężającej i momentu zginającego w danym przekroju belki od obciążeń stałych (długotrwałych), których składnikiem jest m.in. moment wzbudzony, zależny od siły sprężającej po stratach reologicznych. Takie podejście komplikuje obliczenia „ręczne”, nie stanowi jednak problemu w obliczeniach wspomaganych arkuszami kalkulacyjnymi lub wykonywanych za pomocą zaawansowanych systemów analizy konstrukcji mostowych. W tego typu oprogramowaniu inżynierskim najczęściej zaimplementowany jest reologiczny model Trosta.

Warto zwrócić uwagę, że w praktyce projektowania obiektów sprężonych niejednokrotnie szacuje się straty opóźnione, zakładając z góry jednakowy ubytek reologiczny siły sprężającej w każdym przekroju. To uproszczenie w odniesieniu do dokładności technicznej obliczeń konstrukcji typowych, nie powoduje poważnych konsekwencji. Może być jednak niebezpieczne w ustrojach znacznych rozpiętości, o przekrojach skrzynkowych, wznoszonych w kilku lub kilkunastu etapach, w których na stan globalnego wyężenia konstrukcji znaczny wpływ mają zjawiska reologiczne i związane z nimi zmiany przemieszczeń [15].

W PN-EN [8] nie nałożono ograniczeń na dopuszczalne naprężenia w cięgnach sprężających, po stratach doraźnych i reologicznych siły sprężającej. W PN-91 [2] naprężenia te ograniczono do $0,55 \cdot f_{pk}$, natomiast w normie ogólnobudowlanej [22] granicą było $0,65 \cdot f_{pk}$ (f_{pk} – charakterystyczna wytrzymałość na rozciąganie stali sprężającej). W PN-EN ograniczone są tylko naprężenia w cięgnach w chwili kotwienia $\sigma_{p,max} \leq 0,80 \cdot f_{pk}$ i $\sigma_{p,max} \leq 0,90 \cdot f_{p0,1k}$ oraz po stratach doraźnych siły sprężającej $\sigma_{pm0} \leq 0,75 \cdot f_{pk}$ i $\sigma_{pm0} \leq 0,85 \cdot f_{p0,1k}$.

Relacje współczynników obciążenia i materiałowych

Od wielu lat, w Polsce stosuje się metodę rozdzielonych współczynników bezpieczeństwa. W myśl tej zasady źródła zapasów bezpieczeństwa ułożone są zarówno po stronie materiałów konstrukcyjnych, jak i obciążeń działających na obiekt mostowy. W odniesieniu do mostowych konstrukcji sprężonych w PN-85 [1] stosowano, w sprawdzaniach konstrukcji w zakresie liniowo-sprężystym, częściowe współczynniki obciążenia w odniesieniu do efektów sprężenia o wartości 1,20/0,85. Takie zróżnicowanie współczynników obciążenia od sprężenia ujmowało niedokładności naciągu cięgien i oceny strat sprężania, które w fazie projektu można było jedynie oszacować. Obecnie w PN-EN wartości te określone są niejednoznacznie.

W obu zestawach norm starych PN-85 [1] i PN-91 [2] oraz nowych PN-EN [4÷9], pozostawiono konwencję rozdzielonych współczynników bezpieczeństwa, radykalnie jednak zmieniając ich wartości (tabela 2).

Różnicując wartości współczynników materiałowych w stosunku do betonu, stali sprężającej i zbrojeniowej uwzględniono większą niejednorodność materiałową betonu w sto-

Tabela 2. Zestawienie częściowych współczynników obciążenia i materiałowych wg PN [1, 2] i PN-EN [4÷9]

		Zasadnicze grupy obciążeń						Materiały konstrukcyjne			Sposób uwzględnienia jednoczesnego oddziaływania różnych grup obciążeń
		Ciężar własny	Wyposażenie	Obc. ruchome drogowe lub pieszych	Efekty sprężenia i reologiczne	Nierównomierne osiadania podpór	Obciążenia termiczne	Beton	Stal sprężająca	Stal zbrojeniowa	
PN-85 [1]	P	1,20 0,90	1,50 0,90	1,50 0,00	1,20 0,85	1,30 0,00	1,30 0,00	-	-	-	Redukcja współczynników obciążeniowych dociążających i odciążających wybranych typów obciążeń w 3 układach (P – podstawowy, PD – podstawowy z dodatkowym, PW – podstawowy z wyjątkowym) [1]
	PD	1,20 0,90	1,50 0,90	1,25 0,00	1,20 0,85	1,20 0,00	1,20 0,00	-	-	-	
	PW	1,20 0,90	1,50 0,90	1,15 0,00	1,20 0,85	1,10 0,00	-	-	-	-	
PN-91 [2]		-	-	-	-	-	-	1,30	1,50	1,30	
PN-EN 1990 [4,5,6]		1,35 0,00	1,35 0,00	1,35 0,00	1,0* 1,0	1,20 0,00	1,50 0,00	-	-	-	Stosowanie redukcyjnych współczynników jednoczesności obciążeń: $\Psi = 0,40 \div 0,75$ dla obc. ruchomych, $\Psi = 0,20 \div 0,80$ dla sił wiatru oraz $\Psi = 0,50 \div 0,60$ dla obc. termicznych do wybranych typów obciążeń w kombinacjach [6]
PN-EN 1992 [7,8]		-	-	-	-	-	-	1,40	1,30	1,30	

* Współczynniki obciążeniowe w przypadku efektów sprężenia i wpływów reologicznych są zapisane w normach PN-EN [4,5,6,7] niejednoznacznie. Występują ponadto liczne odwołania do Załącznika Krajowego, którego do tej pory nie opublikowano. Przykładowo efekty skurczu w [8] zaleca się obliczać stosując współczynnik częściowy $\gamma_{SH} = 1,0$. W odniesieniu do efektów sprężenia norma [8] zaleca stosowanie następujących wartości częściowych współczynników bezpieczeństwa:

- $\gamma_{P, fav} = 1,0$ dla trwałych i przejściowych sytuacji obliczeniowych,
- $\gamma_{P, unfav} = 1,2$ do sprawdzenia stanu granicznego stateczności elementów sprężonych,
- $\gamma_{P, unfav} = 1,30$ do sprawdzania efektów lokalnych sprężania (miejsca zakotwień kabli).

W rozdziale 4 PN-EN [4] zaleca się, aby siłę sprężającą (P) uważać za oddziaływanie stałe wywołane przez kontrolowane siły lub odkształceniami wymuszonymi konstrukcji, co sugerowałoby konieczność stosowania współczynników jak dla innych obciążeń stałych, tj. 1,35/1,0. Z kolei w poz. 5.10.9 [8] efekty sprężenia w stanie granicznym użytkowalności i stanie granicznym zmęczenia należy określać rozróżniając górną i dolną wartość charakterystycznej siły sprężającej poprzez współczynniki dolnej i górnej granicy sprężania r_{sup} i r_{inf} . W przypadku konstrukcji kablobetonowych zaleca się stosować następujące wartości tych współczynników:

- z ciągnami bez przyczepności $r_{sup} = 1,05$ i $r_{inf} = 0,95$,
- z ciągnami z przyczepnością $r_{sup} = 1,10$ i $r_{inf} = 0,90$,
- przy bezpośrednich pomiarach sprężenia $r_{sup} = r_{inf} = 1,0$.

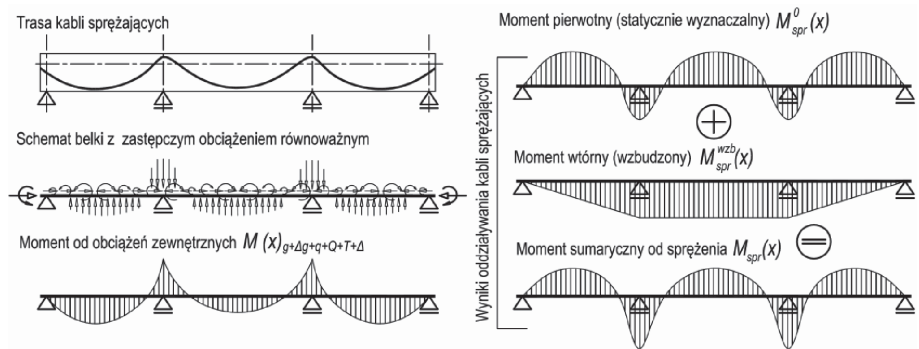
Z uwagi na występujące nieścisłości i możliwość "opcjonalnego" przyjmowania współczynników, autorzy opracowania [18] proponują przyjmować wartości równe 0,95 w przypadku efektu korzystnego sprężenia oraz 1,05 w przypadku efektu niekorzystnego. Uzasadnieniem jest dopuszczalna tolerancja wartości siły sprężającej $\pm 5\%$ w przepisach określających kryteria sprężania konstrukcji.

sunku do stali oraz trudności w uzyskaniu cech betonu w warunkach budowy, założonych w fazie projektu.

Oddziaływanie kabli sprężających

W odniesieniu do sposobów określania oddziaływania kabli sprężających na konstrukcję normy PN-91 [2] i PN-EN [8] nie zajmują stanowiska pozostawiając metodologię analizy statycznej projektantom. W PN-EN podano jedynie zalecenie o konieczności wyznaczania pierwotnych i wtórnych (wzbudzonych) efektów sprężenia w konstrukcjach hiperstatycznych. Warto zwrócić uwagę, że większość zapisów zawartych w PN-91 dotyczy konstrukcji izostatycznych, a ich bezpośrednie wykorzystanie w układach statycznie niewyznaczalnych napotyka na trudności.

Sprężanie, podobnie jak inne rodzaje obciążeń wywołują powstawanie w konstrukcji sił przekrojowych: sił osiowych N ,



Rys. 1. Przebieg wykresów momentów od obciążeń zewnętrznych i od sprężenia oraz sposób przykładania obciążeń równoważnych do konstrukcji

momentów zginających od sprężenia M_{spr} (rys. 1) oraz sił poprzecznych T . W konstrukcjach kablobetonowych sprężenie powoduje powstawanie momentów zginających, zmiennych na długości belki:

$$M_{spr}(x) = M_{spr}^0(x) \pm M_{spr}^{wzb}(x) \quad (14)$$

w których: $M_{spr}^0(x)$ – moment pierwotny (podstawowy, „statycznie wyznaczalny”), wynikający z oddziaływania siły sprężającej $P(x)$ (osiowej) działającej na mimośrodku z_{cp} w stosunku do osi bezwładności belki (występuje w układach izostatycznych i hiperstatycznych), $M_{spr}^{wzb}(x)$ – moment wzbudzony (wtórny), wywołany dodatkowymi reakcjami wynikającymi ze skrępowania przemieszczeń konstrukcji w pośrednich przekrojach podporowych (występuje tylko w układach hiperstatycznych).

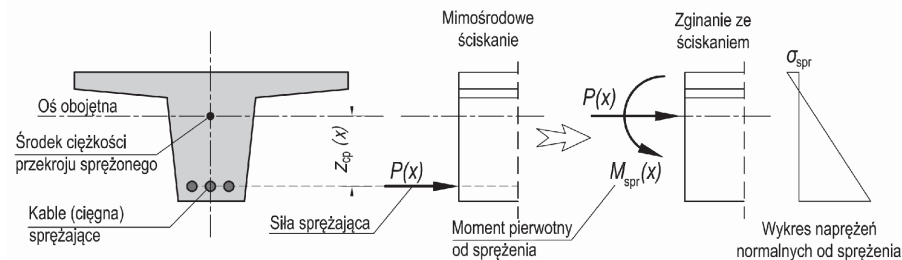
W początkach stosowania konstrukcji sprężonych, ze względu na małe doświadczenie oraz brak podstaw teoretycznych, ograniczano się jedynie do ustrojów statycznie wyznaczalnych. W wyniku tego większość klasycznych wzorów i metod nie w pełni uwzględniała wymogi analizy układów hiperstatycznych. Początkowo sprężenie traktowano w takich układach jako działanie wewnętrzne w przekroju, a momenty wzbudzone od reakcji wymuszonych więzami w układzie jako obciążenie zewnętrzne, przy czym w fazie projektowania starano się je zminimalizować poprzez iteracyjne trasowanie kabli.

W tradycji projektowania i analizy konstrukcji sprężonych ugruntowały się dwie grupy metod uwzględniania efektów sprężenia [10÷13, 20]: ujęcie wytrzymałościowe (klasyczne) oraz metody oparte na konwencji obciążań równoważnych.

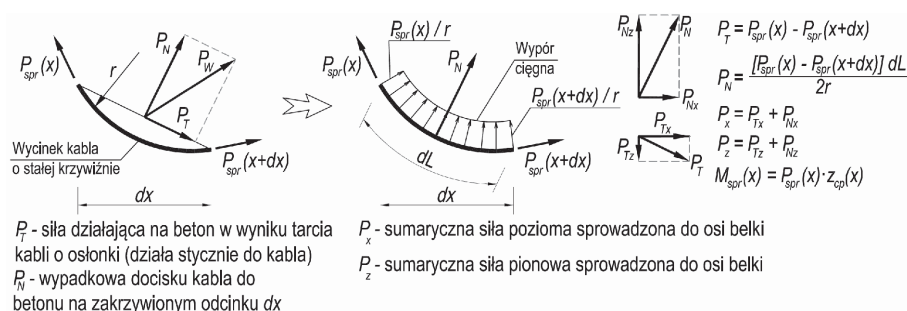
Ujęcie wytrzymałościowe dotyczy analizy skutków sprężenia, w którym siła sprężająca $P(x)$ traktowana jest jako siła wewnętrzna w przekroju (rys. 2). Oddziaływanie siły sprężającej P działającej na mimośrodku z_{cp} , w stosunku do osi ciężkości belki, wyrażane jest w naprężeniach normalnych w przekroju betonowym za pomocą prostej zależności:

$$\sigma_{spr}(x) = \frac{P(x)}{A_c} \pm \frac{P(x) \cdot z_{cp}(x)}{I_c} \cdot z_i \quad (15)$$

w której: $P(x)$ – siła sprężająca w przekroju x belki w rozpatrywanym stanie pracy konstrukcji sprężonej (*Stan 0* – po stratach doraźnych, *Stan 1* lub *2* – po stratach doraźnych i reologicznych), A_c , I_c – pole i moment bezwładności przekroju belki, $z_{cp}(x)$ – mimośrodek siły sprężającej w danym przekroju x belki, z_i – odległość włókien, w których sprawdzamy naprężenia, od środka ciężkości belki.



Rys. 2. Oddziaływanie kabla na przekrój belki traktowane jako siła wewnętrzna w ujęciu wytrzymałościowym



Rys. 3. Schematyczne przedstawienie oddziaływania kabli sprężających jako statycznego obciążenia równoważnego.

tach doraźnych, *Stan 1* lub *2* – po stratach doraźnych i reologicznych), A_c , I_c – pole i moment bezwładności przekroju belki, $z_{cp}(x)$ – mimośrodek siły sprężającej w danym przekroju x belki, z_i – odległość włókien, w których sprawdzamy naprężenia, od środka ciężkości belki.

W tym ujęciu moment zginający od sprężenia jest iloczynem siły sprężającej i jej mimośrodu:

$$M_{spr}(x) = P(x) \cdot z_{cp}(x) \quad (16)$$

Ujęcie wytrzymałościowe stosowane było powszechnie w schematach statycznie wyznaczalnych. Wynikało to stąd, że do wyznaczenia sił wewnętrznych w elemencie sprężonym wystarczająca jest znajomość siły sprężającej $P(x)$, zmiennej na długości belki z uwagi na straty sprężania oraz jej mimośrodu $z_{cp}(x)$. Ze względu na ograniczony dostęp do odpowiednich narzędzi obliczeniowych, podejście to znajdowało zastosowanie również do wyznaczenia części pierwotnej sumarycznych momentów od sprężenia w układach hiperstatycznych. Część wzbudzoną (wtórną) M_{spr}^{wzb} obliczano tylko z pewnym przybliżeniem znajdując nadliczbowe reakcje podporowe X_j .

Metody obciążań równoważnych opierają się na zewnętrznym obciążeniu zastępczym (równoważnym) od kabli sprężających, modelowanym jako dodatkowy schemat obciążań belki (rys. 1 i 3). Poziomą dokładności odwzorowywania sprężenia w tych metodach jest zróżnicowany [10]. W jej prostych odmianach oddziaływanie kabli sprężających określane jest na podstawie trasy kabla przybliżanej odcinkami prostymi i parabolicznymi, w których oblicza się siłę wyporu ciągu oraz składowe siły docisku w zakotwieniach. Wersje zaawansowane metody umożliwiają rozpatrywanie obciążenia od poszczególnych ciągów w układzie lokalnym, stanowiącym pewien odcinek belki sprężonej. Idea polega na dyskretyzacji trasy kabli na odcinki dx o niewielkiej długości i stałej krzywiznie. Na każdym wydzielonym odcinku (rys. 3), w punktach referencyjnych przykładane są składowe

styczne P_T i normalne P_N do trasy kabla. Siły te sprowadza się do osi bezwładności belki obliczając składowe poziome P_x działające w osi belki, składowe P_z działające prostopadle do osi belki oraz momenty zginające M_y od mimośrodu siły poziomej.

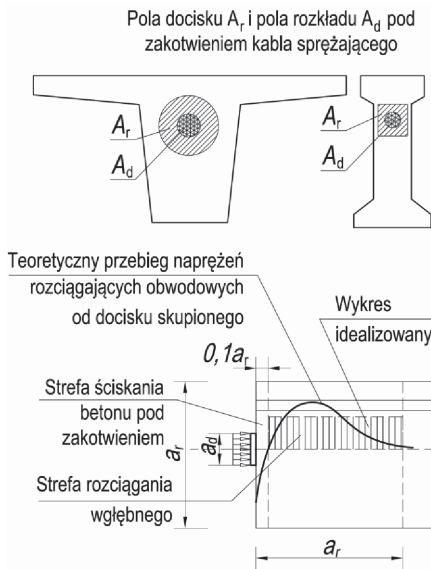
Algorytm metody umożliwia modelowanie straty siły sprężającej na długości kabla i dokładne określenie jej wpływu na wzbudzone siły wewnętrzne, co nie było możliwe w metodach klasycznych. W punktach zakotwień ciągów przykładane są siły skupione P_x , pionowe P_z oraz momenty zginające M_y , wynikające z docisku bloku oporowego zakotwienia do betonu. Tak przygotowane obciążenia zastępcze przykładane są do belki jako jeden z wielu schematów obciążań wewnętrznych konstrukcji. Rozwiązanie statyki takiego układu przeprowadza się wykorzystując MES. Zaletą omawianych metod jest możliwość analizowania różnorodnych tras kabli sprężających, za-

krzywionych w płaszczyźnie pionowej i poziomej, szybkość obliczeń oraz uzyskiwanie kompletu sił wewnętrznych uwzględniających efekty wzbudzone.

Strefy zakotwień

Normy dotyczące mostowych konstrukcji sprężonych, do niedawna obowiązujące [2], zawierały niepełny algorytm projektowania tak ważnych elementów jak miejsca zakotwień kabli. Podane informacje dotyczą głównie sposobów wyznaczania naprężeń dociskowych przy pojedynczym zakotwieciu oraz naprężeń wgłębnych rozciągających, oddalonych od miejsca zakotwienia (rys. 4). W PN-91 brak jest wskazówek dotyczących obliczania i konstruowania zbrojenia w płaszczyźnie pionowej i poziomej w przypadku większej liczby zakotwień, a taką sytuację zwykle spotyka się w praktyce [17].

W normie PN-91 [2] skutki oddziaływania zakotwienia na beton i zbrojenie poprzeczne należało sprawdzać na 120% maksymalnej siły charakterystycznej w ciągnie P_0 . Obliczeniowy opór betonu, przeciwdziałający sile docisku zakotwień,



Rys. 4. Schemat pracy strefy zakotwienia kabla wg PN-91 [2].

Tabela 3. Zależności normowe do analizy stref zakotwień

PN-91/S-10042 [2]	PN-EN 1992-1-1 [8]
Opór (nośność) betonu na docisk:	
$F_R = R_b \cdot \sqrt{A_r \cdot A_d} \leq 3,3 \cdot R_b A_d$ (14) R_b – wytrzymałość obliczeniowa betonu na ściskanie, A_r – pole rozkładu docisku, A_d – pole bezpośredniego docisku pod zakotwieniem.	$F_{Rdu} = A_{c0} f_{cd} \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \leq 3 f_{cd} A_{c0}$ (16) A_{c0} – powierzchnia docisku, A_{c1} – powierzchnia rozdziału, f_{cd} – wytrzymałość obliczeniowa betonu na ściskanie.
Sprawdzenie na rozciąganie wgłębne:	
$N_t = 0,3 \cdot F_R \cdot \left(1 - \frac{a_d}{a_r}\right) \leq N_R = R_a \cdot A_a$ (15) a_r – zastępcza średnica pola rozkładu, a_d – zastępcza średnica pola docisku.	Przypadek $B \leq 0,5H$: $T = \frac{1}{4} \frac{b-a}{b} F$ (17) Przypadek $B > 0,5H$: $T = \frac{1}{4} \left(1 - 0,7 \frac{a}{h} F\right)$ (18) Oznaczenia wg rys. 7 i 8

wyznaczano z zależności (14) wg tabeli 3.

Sprawdzenie strefy zakotwienia na rozciąganie ograniczone do przypadku pojedynczego ciągnia. Przejęcie naprężeń rozciągających miało zapewniać zbrojenie poprzeczne. Obliczeniowa siła rozciągająca wyznaczana z zależności (15), będąca funkcją oporu betonu, nie mogła przekraczać nośności zbrojenia poprzecznego N_R .

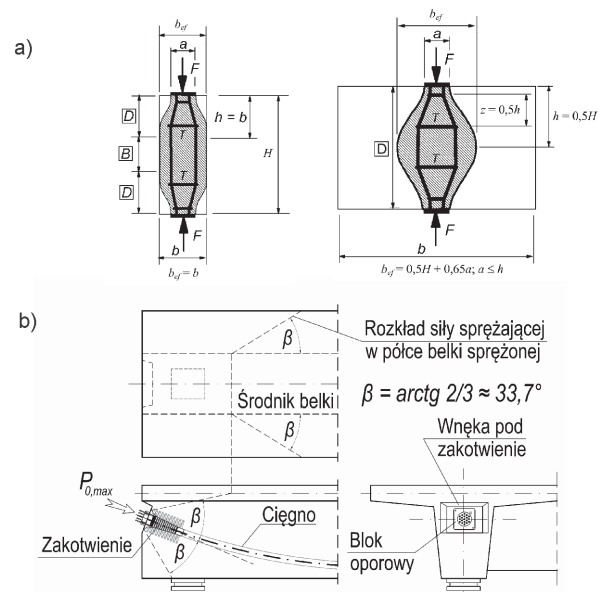
Norma PN-EN [8] uszczegóławia procedurę analizy obszarów, w których rozkład odkształceń jest nieliniowy, tj. w pobliżu podpór lub miejsc przyłożenia znacznych obciążeń skupionych. Zaleca stosowanie zastępczych modeli kratownicowych określanych jako modele ST (strut and tie models) [8]. Składają się one z prętów S odwzorowujących pola naprężeń ściskających i prętów T odwzorowujących zbrojone strefy rozciągane (rys. 5a). Siły w tych elementach wyznacza się na podstawie warunków równowagi sił i obciążeń w stanie granicznym nośności.

W przypadku powierzchni obciążonych miejscowo sprawdzeniu podlega miążdżona strefa betonu bezpośrednio pod zakotwieniem i poprzeczne siły rozciągające oddalone o pewną odległość od zakotwienia (rys. 5b). Nośność betonu na docisk określa się z zależności (16) wg tabeli 3. W obszarze betonu pod zakotwieniem, w którym naprężenia zmieniają się od wartości bardzo dużych, tuż pod płytą oporową zakotwienia, do wartości umiarkowanej w betonie przy jednoosiowym ściskaniu (obszar nieciągłości), należy stosować minimalne pole przekroju zbrojenia, zapobiegające pęknięciom lub odpryskom betonu, zgodnie z zależnością:

$$A_s = 0,15 \frac{P_{0,max}}{f_{yd}} \gamma_{p,unfav} \quad (16)$$

w której: $P_{0,max}$ – maksymalna siła przyłożona do ciągnia, f_{yd} – obliczeniowa granica plastyczności zbrojenia, $\gamma_{p,unfav} = 1,30$ – współczynnik obciążeniowy większy od 1,20.

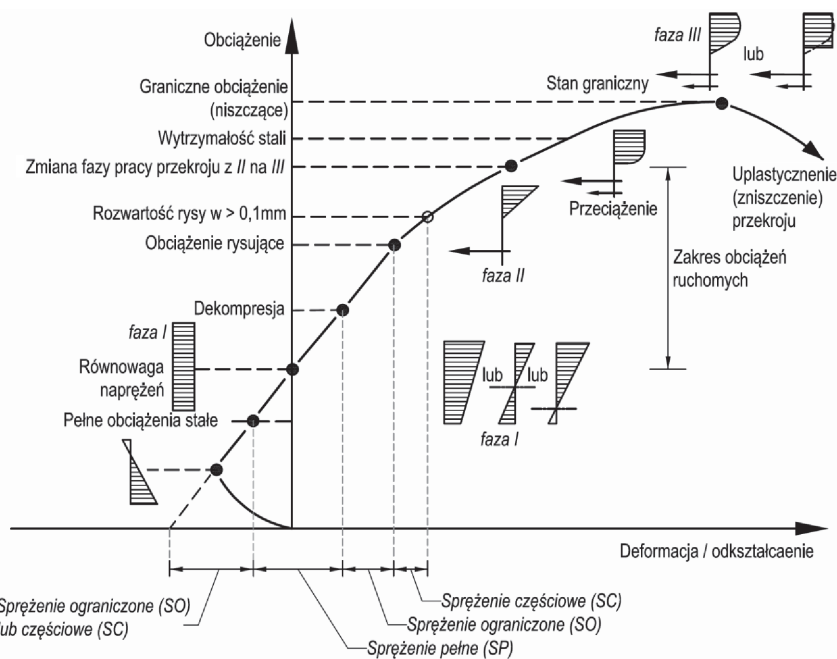
Obszary rozciągań wgłębnych w betonie, między wieloma zakotwieniami kabli sprężających, zgodnie z PN-EN [8] wy-



Rys. 5. Strefy zakotwień kabli wg PN-EN [8]: a) model kratownicowy (B – obszar jednorodny, D – obszar niejednorodny), b) dyspersja sprężenia w strefie zakotwienia kabli

miarować można na podstawie modeli kratownicowych „ST”. Poprzeczne siły rozciągające (pręty rozciągane „T”), odzwierciedlające zbrojenie poprzeczne między zakotwieniami, wymiaruje się na siłę rozciągającą. Oszacować ją można ze wzorów zamieszczonych w literaturze technicznej [11, 13, 14]. Rozciągane fragmenty strefy zakotwień nie wymagają sprawdzania szerokości rys, jeśli naprężenie w zbrojeniu nie przekracza 300 MPa [9].

Przytoczone zalecenia normowe stanowią jedną z możliwych metod „zgrubnego” określania sił rozciągających między zakotwieniami. Zdaniem autorów z powodzeniem stosować można także zależności podane w pracach [11, 13, 14]. Natomiast ostrożnie należy podchodzić do zaleceń przedstawionych w PN-91 [2], gdyż dotyczą przypadków rzadko spotykanych w praktyce. Zakotwienia o nieregularnym kształcie i nietypowej geometrii należałoby analizować na podstawie bardziej dokładnych modeli trójwymiarowych wykorzystując np. MES.



Rys. 6. Fazy pracy i układ sił w przekroju sprężonym w kontekście metodologii wymiarowania na tle krzywej obciążenie-odkształcenie typowego przekroju sprężonego [25]

Metodologia analizy statycznej

Zarówno PN-EN [3, 4, 5], jak i wycofane normy PN [1, 2], pobieżnie traktują sposób prawidłowego analizowania statycznego mostowych obiektów sprężonych, ze szczególnym zwróceniem uwagi na modelowanie komputerowe. Jest ono obecnie podstawowym i efektywnym ekonomicznie narzędziem wspomagającym proces projektowania tego rodzaju konstrukcji. Projektowanie mostów sprężonych wspomagane bywa arkuszami kalkulacyjnymi z wykorzystaniem programów do analizy statycznej, opartych głównie o MES [20]. Wybrane zaawansowane systemy umożliwiają automatyczne określanie strat siły sprężającej wraz z generacją oddziaływań zastępczych (metody obciążeń równoważnych [10]) od sprężenia, przykładanych do dowolnych schematów statycznych konstrukcji. Podejście takie umożliwia technicznie dokładne jednoetapowe wyznaczenie globalnych momentów i sił poprzecznych od sprężenia, uwzględniających efekty pierwotne i wtórne.

W ogólnym przypadku, bez odnoszenia się do konkretnych norm, sensowne wydaje się projektowanie mostowych konstrukcji sprężonych obejmujące [1 ÷ 14] (rys. 6):

- **sprawdzenie w zakresie sprężystym**, a przy tym:
 - sprawdzenie naprężeń obliczeniowych w betonie strefy ściskanej ($\sigma_c \leq f_{cd}$) i charakterystycznych strefy rozciąganej ($\sigma_{ctk} \leq f_{ctk}$) na długości dźwigara,
 - sprawdzenie nośności przekrojów na ścinanie,
 - sprawdzenie stref docisku zakotwień kabli do betonu i rozciągania między zakotwieniami,
- **sprawdzenie nośności granicznej** w przekrojach krytycznych:
 - wywołanej wyczerpaniem nośności strefy rozciąganej przy zginaniu,
 - wywołanej wyczerpaniem wytrzymałości betonu na ściskanie,

- **sprawdzenie stanów granicznych użyteczności (SGU)**, a przy tym:

- sprawdzenie naprężeń rozciągających i momentów rysujących z uwagi na określenie możliwości powstawania rys,
- sprawdzenie warunków na dopuszczalne rozwarście rys w konstrukcjach sprężonych częściowo,
- sprawdzenie naprężeń ściskających w betonie z uwagi na normowe [8] ograniczenie maksymalnych ściskających naprężeń charakterystycznych do $0,6 \cdot f_{ck}$ i trwałych naprężeń ściskających do $0,45 \cdot f_{ck}$ z uwagi na pełzanie nieliniowe,
- sprawdzenie stanu granicznego ugięcia konstrukcji sprężonej,
- sprawdzenie na pojawienie się rys ukośnych w kierunku normalnym do głównych naprężeń rozciągających.

W PN-EN [8] nie podano wyraźnego zalecenia by w zakresie liniowo-sprężystym (faza I), obliczeniowe naprężenia ściskające w betonie σ_c porównywać do jego wytrzymałości obliczeniowej f_{cd} , co dotychczas było podstawą projektowania przekrojów sprężonych. Ograniczenia „nałożono” jedynie na naprężenia charakterystyczne.

Zasadniczemu wymiarowaniu na podstawie stanów granicznych zniszczenia (uplastycznienia) podlegają tylko przekroje niebezpieczne, tj. te, których poprawne zwymiarowanie umożliwia bezpieczne przeniesienie momentów zginających w pozostałych przekrojach elementu [13]. Autor pracy [21] proponuje oprócz wymiarowania przekroju sprężonego na stanie granicznym użyteczności (SLS wg [8]) obejmującym analizę stanu naprężenia, zarysowania i ugięcia. Ostateczne sprawdzenie warunku bezpieczeństwa należałoby przeprowadzić w stanie uplastycznienia (faza III), określanym w PN-EN jako stan graniczny nośności (ULS). W odniesieniu do niejednoznacznych zapisów PN-EN podejście takie wydaje się rozsądnym kompromisem.

Nośność sprężysta konstrukcji kablobetonowych – analiza naprężeń normalnych

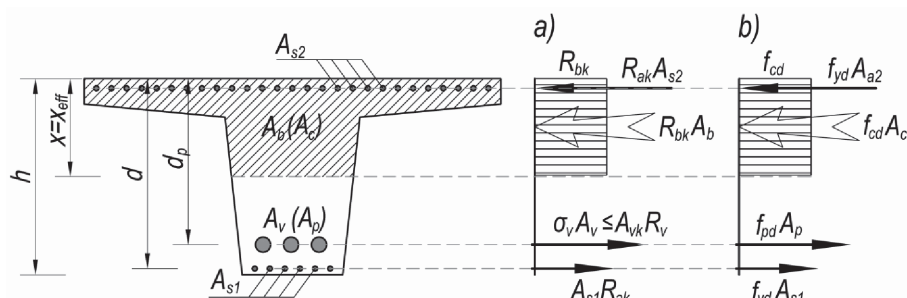
Mimo iż w normie PN-EN [8] nie doprecyzowano zakresu analiz mostowych konstrukcji sprężonych, należy się spodziewać, biorąc pod uwagę wieloletnią tradycję projektową, że podstawowym i najbardziej zgodnym z intuicyjnym odczuciem pracy konstrukcji będzie sprawdzenie naprężeń normalnych w skrajnych włóknach przekrojów betonowych na

długości belki. Rozpoznanie stanu naprężeń ściskających od obciążeń obliczeniowych i rozciągających od obciążeń charakterystycznych pozwala określić intensywność sprężenia konstrukcji oraz fazę jej pracy (faza I, II lub III), a to umożliwia dobranie racjonalnej procedury wymiarowania przekrojów (rys. 6). Sprawdzenie przekrojów krytycznych w fazie III (przegub plastyczny) może posłużyć do ostatecznej weryfikacji przekroju i oceny globalnego zapasu bezpieczeństwa konstrukcji.

We wszystkich stadiach pracy konstrukcji sprężonej sprawdzenie warunków naprężeń normalnych w betonie polega na sumowaniu w odpowiednich kombinacjach, z przypisanymi współczynnikami, naprężeń od wpływów zewnętrznych i efektów sprężenia uwzględniających wpływy reologiczne. Sumowaniu podlegają następujące siły wewnętrzne: M_g – momenty od ciężaru własnego, M_{Ag} – momenty od ciężaru wyposażenia, M_q – momenty od taboru samochodowego i tłumy pieszych, M_Q – momenty od obciążenia ciężkim pojazdem, M_T – momenty od wpływów termicznych, $M_{spr,0}$ – momenty od sprężenia pierwotne i wtórne po stratach doraźnych siły sprężającej lub $M_{spr,t}$ – trwałe momenty od sprężenia po stratach doraźnych i reologicznych siły sprężającej z uwzględnieniem nadliczbowych momentów podporowych wywołanych odkształceniami reologicznymi, M_d – momenty wzbudzone nierównomiernym osiadaniami podpór, $P_{m,0}$ – siła sprężająca po stratach doraźnych lub $P_{m,t}$ – trwałe siła sprężająca po stratach doraźnych i reologicznych.

Nawiązując do sprawdzonych procedur projektowych, sensowne wydaje się analizowanie pracy mostowych ustrojów sprężonych w kilku stadiach:

- **Stan początkowy „0”** – bezpośrednio po zakończeniu budowy, gdy wystąpiły straty doraźne siły sprężającej, występuje obciążenie stałe o niepełnej wartości, i nie wystąpiły zauważalne straty reologiczne.
- **Stan pośredni „0-1”** – dotyczy pośrednich stanów montażowych konstrukcji zespolonych typu beton-beton, składających się z prefabrykowanej belki kablobetonowej i płyty pomostowej wylewanej na mokro.
- **Stan bezużytkowy „1”** – obciążenia stałe występują w pełnej wartości, wystąpiły straty doraźne i reologiczne siły sprężającej, brak jest obciążeń ruchomych na obiekcie, ale mogą występować inne obciążenia np. termiczne, wiatr.
- **Stan użytkowy „2max/2min”** – występują wszystkie obciążenia o maksymalnej wartości, siła sprężająca jest po stratach doraźnych i reologicznych.



Rys. 7. Schemat pracy przekroju uplastycznionego w III fazie: a) według PN-91 [2], b) według zaleceń na bazie Eurokodów – metoda uproszczona [14, 21, 22]

Nośność graniczna konstrukcji kablobetonowych – analiza w stanie uplastycznienia

Nośność graniczna zdefiniowana była w PN-91 [2] jako wartość siły wewnętrznej wywołującej zniszczenie elementu sprężonego. W kontekście mechaniki budowli wiąże się z pojawieniem przegubów plastycznych w przekrojach najbardziej wyciężonych (rys. 7a). Ideologia sprawdzenia warunku polega na porównaniu momentów granicznych, ze względu na nośność stali zbrojeniowej i sprężającej, w strefie rozciąganej przekroju M_{ns} i zmiżdżeniu betonu w strefie ściskanej M_{nb} do ekstremalnych momentów wywołanych obciążeniami charakterystycznymi M_k . Zapas bezpieczeństwa zapewniają tu globalne współczynniki bezpieczeństwa $s_2 = 2,0$ ze względu na strefę rozciąganą oraz $s_3 = 2,4$ ze względu na strefę ściskaną. Wzór normowy dotyczył konstrukcji statycznie wyznaczalnych, stąd nie zasygnalizowano konieczności uwzględniania w wartości momentu M_k wtórnych efektów sprężenia (momentów wzbudzonych). Moment ekstremalny od obciążeń charakterystycznych należy obliczać jako sumę momentów od obciążeń zewnętrznych z zależności:

$$M_k = M_g + M_{Ag} + M_q + M_Q + M_T + M_{\Delta} + M_{spr}^{wzb} \quad (19)$$

Nośność graniczna z uwagi na wyczerpanie nośności strefy rozciąganej przy zginaniu. Moment niszczący M_{ns} odpowiadający wyczerpaniu nośności strefy rozciąganej, z uwagi na uplastycznienie stali zbrojeniowej i sprężającej, powinien spełniać warunek określony wzorem (20) wg tabeli 4.

Nośność graniczna wywołana wyczerpaniem nośności betonu na ściskanie. Ten warunek jest szczególnie trudny do spełnienia w dolnych włóknach przekrojów podporowych schematów wieloprzęsłowych, o smukłych i wysokich belkach głównych, z uwagi na występujące tam znaczne wartości ujemnych momentów zginających. Niejednokrotnie wymusza on poszerzenia śródników belek w strefach przyporowych i umieszczenie znacznej ilości zbrojenia prętami dużych średnic. Moment niszczący, wynikający z miażdżenia betonu powinien spełniać warunek (21) wg tabeli 4.

Jako moment niszczący (graniczny) przyjmuje się mniejszą z wartości M_{ns} i M_{nb} . Spełnienie warunków (20) i (21), z uwagi na wartości współczynników globalnego bezpieczeństwa przekraczających 2,0, napotykało na znaczne trudności, w szczególności w pośrednich przekrojach podporowych belek ciągłych.

Tabela 4. Zależności do określania nośności plastycznej przekrojów niebezpiecznych

PN-91/S-10042 [2]	Zalecenia na bazie Eurokodów [8, 14, 21]
<p>Nośność graniczna z uwagi na wyczerpanie nośności strefy rozciąganej przy zginaniu:</p> $M_{ns} = cR_{pk}S_p + R_{ak}S_a + R_{ak}S_{ac} \geq s_2 M_k \quad (20)$	<p>Moment graniczny zginanego elementu sprężonego: Nie podano zależności w normie [8]. Na podstawie literatury [14, 21]:</p> $M_{Rd} = A_c \frac{f_{ck}}{\gamma_b} z_p + A_{s1} (d - d_p) \sigma_{s1} \geq M_{Sd} \quad (22)$
<p>Nośność graniczna z uwagi na wyczerpanie nośności strefy rozciąganej przy zginaniu:</p> $M_{nb} = R_{bk}S_b + R_{ak}S_{ac} + \sigma_{pc}S_{pc} + R_{ak}S_{ac} \geq s_3 M_k \quad (21)$ <p>s_2 – globalny współczynnik bezpieczeństwa, M_k – maksymalny moment zewnętrznych obciążeń charakterystycznych z uwzględnieniem momentów wtórnych i wzbudzonych od sprężenia, c – współczynnik współpracy ciągną z betonem, R_{pk} – wytrzymałość charakterystyczna stali sprężającej, R_{ak} – wytrzymałość charakterystyczna stali zbrojeniowej, S_{pr}, S_{st}, S_{ac}, S_{br}, S_{acr}, S_{pcr}, S_{ac} – momenty statyczne pól przekroju betonu i stali sprężającej wg [2].</p>	<p>Graniczna normalna siła ściskająca:</p> $N_{Rd} = A_c \frac{f_{ck}}{\gamma_b} - A_p \Delta \sigma_p - A_{s1} \sigma_{s1} \geq N_{Sd} \quad (23)$ <p>M_{Rd} – graniczny moment przenoszony przez przekrój względem środka ciężkości ciągną wypadkowego, N_{Rd} – graniczna siła normalna przenoszona przez przekrój, A_c – pole przekroju betonu ściskanego w III fazie, f_{ck} – wytrzymałość charakterystyczna betonu na ściskanie, γ_b – współczynnik materiałowy betonu, z_p – ramię wypadkowej siły ściskającej w betonie względem ciągną wypadkowego, A_p – pole przekroju cięgien sprężających, $\Delta \sigma_p$ – przyrost naprężeń w cięgnach od obciążeń zewnętrznych, A_{s1} – pole zbrojenia rozciąganego, $\Delta \sigma_{s1}$ – przyrost naprężeń w zbrojeniu rozciągany od obciążeń zewnętrznych.</p>

W normie PN-EN [8] nie podano ani zasad konstruowania wzorów na momenty graniczne (niszczące), ani procedur opisujących ten etap weryfikacji przekrojów sprężonych. Podano jedynie zdawkowe informacje konieczności stosowania metod opartych na analizie plastycznej przy sprawdzaniu stanów granicznych nośności (ULS). Analiza stanu granicznego nośności konstrukcji sprężonych może być wykonywana dwiema metodami: metodą dokładną i uproszczoną. Nośność elementów sprężonych na zginanie określa się na podstawie równań równowagi sił w przekroju w stanie uplastycznienia (faza III), zgodnie z zasadą liniowego rozkładu odkształceń, podobnie jak czyni się to w przekrojach żelbetowych (rys. 7b). Ze względu na około pięciokrotnie większą wytrzymałość stali sprężającej i jej wstępne naprężenie, sprawdzenie nośności granicznej sprowadza się do sprawdzenia granicznych odkształceń w zbrojeniu (ϵ_s), cięgnach sprężających (ϵ_p) i w betonie (ϵ_c).

Metoda dokładna, w której przyjmuje się paraboliczno-prostokątny wykres naprężeń ściskających w betonie, wymaga wstępnego przyjęcia granicznych odkształceń w betonie (ϵ_c) i w stali (ϵ_s), określenia wysokości strefy ściskanej przekroju (x'), obliczenia odkształceń w zbrojeniu ściskanym oraz naprężeń (σ_p) i odkształceń (ϵ_p) w stali sprężającej. W takim modelu graniczny stan odkształcenia przekroju jest inny niż w przekroju żelbetowym z uwagi na wstępny naciąg kabli. Na podstawie przyrostu odkształceń w przekroju, wywołanych

obciążeniem zewnętrznym, oblicza się przyrost naprężeń w stali sprężającej ($\Delta \sigma_p$). Procedura postępowania wymaga rozbudowanych obliczeń odkształceń i naprężeń w stali sprężającej, zbrojeniu i betonie. Określenie wartości sił granicznych uzyskuje się na drodze iteracyjnych obliczeń z sukcesywnym przyjmowaniem granicznych odkształceń betonu i stali [14]. Dysponując tymi wielkościami można określić podłużną siłę graniczną przenoszoną przez przekrój N_{Rd} (na podstawie warunku równowagi sił normalnych) i moment graniczny M_{Rd} (określany z warunku równowagi momentów względem ciągną wypadkowego).

Metoda uproszczona (rys. 7b), w której przyjmuje się prostokątny wykres naprężeń ściskających w betonie, opiera się na wzorach (22) i (23) [14]. Stan odkształcenia w tej metodzie nie jest identyfikowany wprost, stąd sprawdzenie warunków nośności granicznej jest analogiczne jak w przekrojach żelbetowych. Obie metody są znacznie bardziej pracochłonne rachunkowo w stosunku do zasad przedstawionych w PN-91. Zależności umożliwiające obliczenie momentów granicznych wynikają z równań równowagi sił w przekroju w fazie uplastycznienia (faza III) i są podane w wielu publikacjach [11, 13, 14, 21, 22]. Przykładowo wg [14, 21], warunek na moment graniczny zginanego elementu sprężonego określa się z zależności (22) a graniczna normalna siła ściskająca przenoszona przez rozpatrywany przekrój określona jest wzorem (23) zgodnie z tabelą 4.

Warto zwrócić uwagę na jakościową zmianę podejścia do globalnego zapasu bezpieczeństwa prezentowaną w zaleceniach europejskich [13, 14, 21, 22] w stosunku do PN-91 [2]. W sprawdzeniach warunków na nośność graniczną wg PN-EN nie stosuje się globalnych współczynników bezpieczeństwa. Odpowiedni poziom niezawodności mają tu zapewnić częściowe współczynniki obciążenia reprezentowane przez obliczeniowy moment zginający M_{Sd} oraz współczynniki materiałowe betonu i stali wstawione wprost do wzorów (22), (23), sprowadzające charakterystyczne wytrzymałości materiałów do obliczeniowych. W warunkach równowagi sił w przekroju stosuje się wartości wytrzymałości obliczeniowej stali zbrojeniowej (f_{yd}), sprężającej (f_{pd}) i betonu (f_{cd}), zamiast wartości charakterystycznych (R_{ak} , R_{vk} , R_{bk}), jak miało to miejsce w PN-91 (rys 7).

Nośność kablobetonowych konstrukcji sprężonych ze względu na zarysowanie

Norma PN-EN [8] nie wypowiada się jednoznacznie w kwestii zarysowania konstrukcji sprężonych i wynikającej z niej fazy pracy przekroju betonowego. Nie występuje wyraźny podział tych konstrukcji ze względu na intensywność (stopeń) sprężenia, jaki dokonano w PN-91 [2] i który mocno osadzony był w krajowej praktyce projektowej. Nie wskazano jednoznacznie jaki poziom zarysowania konstrukcji uznaje się za dopuszczalny. Podano jedynie wymagania dotyczące ograniczenia rozwarcia rys w_{max} oraz warunku „dekompresji”, który skojarzyć można z warunkiem braku rozciągania w przekroju [23] lub sprężeniem pełnym [2]. Dopuszczalne rozwarcia rys, $w_{max} = 0,2 \text{ mm}$ dla cięgien z przyczepnością i $w_{max} = 0,3 \div 0,4 \text{ mm}$ dla cięgien bez przyczepności, powiązano jedynie z trwałością konstrukcji sprężonej a nie fazą pracy

przekroju, od której zależy *de facto* procedura jego wymiarowania. Podano natomiast zasady obliczania rozwarcia rys oparte na teorii dotyczącej elementów nie sprężonych. Ciężna sprężające traktowane są jako część całego zbrojenia, które wydłuża się pod wpływem deformacji dźwigara. Pełny algorytm sprawdzania rys znaleźć można m.in. w pracach [8, 11, 13, 14].

Podsumowanie

Wprowadzenie norm PN-EN [4÷9] do projektowania sprężonych konstrukcji mostowych napotyka na spore opory środowiska projektantów. Wynika to, między innymi, z pewnej chaotyczności z jaką zredagowano PN-EN, jej niedostatecznej spójności, niejednoznaczności niektórych zapisów i rozrzuceniu istotnych informacji. W początkowej fazie stosowania Eurokodów kłopotliwa może być również modyfikacja dotychczasowej filozofii przyjmowania obciążeń mostowych oraz częściowych współczynników obciążenia i materiałowych. W PN-EN [4÷8] stosunku do PN-85 [1] rozbudowano kombinatorykę obciążeń. W odniesieniu do zaleceń dotyczących wyłącznie mostowych konstrukcji sprężonych, autorzy artykułu zauważyli w PN-EN pewną niejednoznaczność zapisów i znaczne rozproszenie w tekście normy istotnych informacji. Pocięszający może być fakt, że zależności dotyczące szacowania strat sił sprężających są prawie identyczne jak w PN-91 [2]. Określenie strat reologicznych, wykonuje się w PN-EN [8], w odniesieniu do naprężeń a nie sił wewnętrznych, co nie stanowi trudności w dobie powszechnie stosowanego komputerowego wspomaganie obliczeń. Podobnie, procedura projektowania przekroju sprężonego nie uległa istotnym zmianom. Analogicznie jak w PN-91 [2] jest dwuetapowa: w pierwszej kolejności analizuje się przekrój w zakresie sprężystym (na nieco innych zasadach niż dotychczas), a później sprawdza nośność przekrojów krytycznych z uwagi na uplastycznienie (nośność graniczna). W PN-EN obszerniej opisano zagadnienia analizy miejsc nieciągłości w konstrukcji jak np. strefy zakotwień kabli sprężających.

Autorzy artykułu, idąc za [14, 21, 23], proponują w pierwszym kroku projektowania konstrukcji sprężonej dokonać dla fazy I pracy przekroju, sprawdzenia naprężeń ściskających i rozciągających w skrajnych włóknach przekrojów betonowych σ_c i stali sprężającej σ_s , podobnie jak to czyniono dotychczas. Takie podejście umożliwi weryfikację możliwości wystąpienia rys i określenie intensywności sprężenia konstrukcji (SP, SO, SC). W sytuacji gdy dopuszcza się zarysowanie (sprężenie częściowe) konieczne będzie obliczenie rozwarcia rys w_k i porównanie ich z dopuszczalnymi w_{max} , sprawdzenie warunku dekompresji i oszacowanie ugięć uwzględniających zmniejszenie sztywności zarysowanego elementu, według teorii fazy II, z wykorzystaniem procedur PN-EN [8]. W każdym przypadku ostatnim krokiem będzie weryfikacja globalnego zapasu bezpieczeństwa przekrojów krytycznych, w stanie uplastycznienia z wykorzystaniem teorii III fazy pracy przekroju.

Reasumując, normy PN-EN [4÷9] pozostawiają projektantowi znaczną swobodę w określeniu warunków, które należy uwzględnić podczas projektowania konstrukcji sprężonej, nie preferując żadnej z metod. Najprawdopodobniej projektowanie mostowych ustrojów sprężonych prowadzone bę-

dzie jak dotąd [12], z wykorzystaniem sprawdzonych procedur, których PN-EN nie dyskwalifikuje, z niewielką ich modyfikacją. Więcej problemów może sprawiać kombinatoryka obciążeń, niejednoznaczność i chaotyczność zapisów Eurokodów. Niektórych istotnych, z punktu widzenia projektowego, wzorów nie zamieszczono w PN-EN [8], co powoduje konieczność wspierania się literaturą dotyczącą konstrukcji sprężonych i na opracowaniach innych autorów [17, 18, 21, 23]. Niepokojący jest także fakt marginalnego traktowania, zarówno przez Normy Europejskie, jak i polskie, zagadnień analizy, projektowania i weryfikacji konstrukcji w pośrednich stanach montażowych budowy.

Bibliografia

- [1] PN-85/S-10030. Obiekty mostowe – Obciążenia
- [2] PN-91/S-10042. Obiekty mostowe – Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone – Projektowanie
- [3] PN-S-10040. Obiekty mostowe – Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone – Wymagania i badania
- [4] Eurokod 0: PN-EN 1990:2004/AC. Podstawy projektowania konstrukcji
- [5] Zmiana do PN-EN 1990:2004/A1/październik 2008. PKN 2008
- [6] Poprawka do PN-EN1990:2004/AC/sierpień 2010. PKN 2010
- [7] Eurokod 1: PN-EN 1991-2: Oddziaływania na konstrukcje. Część 2: Obciążenia ruchome mostów
- [8] Eurokod 2: PN-EN 1992-1-1. Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły budynków
- [9] Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 2: Mosty z betonu. Obliczenia i reguły konstrukcyjne
- [10] Cz. Machelski: *Modelowanie sprężenia mostów*. Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne. Wrocław 2010
- [11] W. Wołowicki, A. Madaj: *Projektowanie mostów betonowych*, WKŁ, Warszawa 2010
- [12] J. Szczygieł: *Mosty z betonu zbrojonego i sprężonego*. WKŁ, Warszawa 1978
- [13] A. Ajdukiewicz, J. Mames: *Konstrukcje z betonu sprężonego*. Wydawnictwo Polski Cement. Kraków 2004
- [14] Sekcja Konstrukcji Betonowych KiLiW PAN: *Podstawy projektowania konstrukcji żelbetowych i sprężonych według Eurokodu 2*. Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 2006
- [15] W. Radomski: *Kilka uwag o efektach pełzania w konstrukcjach mostowych z betonu sprężonego*. Konferencja Naukowo-Techniczna *Konstrukcje sprężone*, Kraków 2012
- [16] J. Biliszczuk: *Kilka uwag o projektowaniu mostów z betonu sprężonego*. Seminarium *Wrocławskie Dni Mostowe. Trwałość obiektów mostowych*, Wrocław 2012
- [17] P. Owerko, M. Salamak: *Strefa zakotwień kabli sprężających - problemy technologiczne i projektowe*. Konferencja Naukowo-Techniczna *Konstrukcje sprężone*, Kraków 2012
- [18] J. Cieśla: *Analiza skutków wprowadzenia wymagań normy PN-EN 1992-2 mosty betonowe do projektowania mostów*. XXI Seminarium *Współczesne metody budowy, wzmocnienia i przebudowy mostów*, Poznań-Rosnówko 2011
- [19] BBR VT CONA CME – System zewnętrznych kabli sprężających. Europejska Aprobata Techniczna. ETA-07/0168
- [20] A. Radziecki, M. Salamak: *Obliczenia statyczno-wytrzymałościowe mostów z zastosowaniem arkusza kalkulacyjnego*, Inżynieria i budownictwo nr 6/97
- [21] W. Wołowicki: *Wymiarowanie betonu wg EC*. Seminarium *Technologia w mostownictwie*, Gdańsk 2010
- [22] PN-B-03264. Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie, PKN 2002
- [23] M. Knauff, P. Knyziak: *Stany graniczne naprężeń i zarysowania w belkach sprężonych wg PN-EN 1992-1-1 w porównaniu ze starszymi polskimi przepisami*. Konferencja Naukowo-Techniczna *Konstrukcje Sprężone*, Kraków 2012
- [24] T. Siwowski: *Czy w Polsce można projektować mosty drogowe według Eurokodów?*, Drogownictwo, 2/2012
- [25] E.G. Nawy: *Prestressed concrete. A fundamental approach*. Pearson Education, New Jersey 2003 ■