

Bayesian Algorithms for Calculating Symbolic Rates of the Unreliability and Reliability of the Electric Supply

Authors

Włodzimierz Korniluk
Piotr Petelski

Keywords

Bayesian networks, indicators of reliability, calculation of symbolic

Abstract

The report presents the use of Bayesian networks in the calculation of symbolic indicators of reliability and unreliability of the electric power supplying load point. The calculation of indicators of reliability is determined by the analytical dependencies. These dependencies are used to estimate: probability of up or down state of power system components supplying the load point; total probability distribution; conditional probabilities of the state power or lack of power appearance; the intensity of current interruptions and the average time of their duration; contributions of individual power system components in the service reliability. This report describes how to obtain these analytical dependencies, using the ultimate application for symbolic computations Mathematica (ver. 8). In this paper we will discuss the results of the symbolic computations for selected supply power system and methods for reducing the duration of symbolic computations of indicators for multiple-compound electrical power systems.

DOI: 10.12736/issn.2300-3022.2013404

1. Introduction

For the purpose of calculation and analysis of the reliability of power engineering networks, analytical and simulation methods are used, as well as mixed methods which are combinations of both of these methods [1, 2, 3]. The analytical reliability assessment methods include [2, 3, 4, 5, 6]: logical and probability methods of incidents (minimum paths and cross-sections, decompositions, orthogonalizations, array formulas as well as functions and methods of random processes of Markov chains, Markov processes and semi-Markov processes. The simulation methods [3] use Monte Carlo methods, information models based on Petri nets and evolutionary algorithms.

In recent years, for the purpose of calculation, assessment and analyses of the reliability of power engineering and telecommunication networks the analytical method has been used which takes advantage of Bayesian networks [1, 4, 8, 9]. This method, similar to the analytical method of complete decomposition [2, 10], consists in the review of all possible states of reliability and unreliability of a system supplying power to a given load point. This method has a lot of advantages [4, 9], as after the introduction of additional data, it enables the calculation of reliability indicators used and enables the creation of inference relating to the impact of the elements and groups of elements on the reliability of the system, also with the possibility of taking economic aspects into consideration.

The introduction of symbolic calculations into the calculation method of reliability indicators relating to electrical energy supply, which is based on Bayesian networks, is justified in the opinion of the authors of this study, as it will enable the introduction of analytical dependencies onto specific reliability indicators, which are useful in the process of design and use of electrical energy power supply systems. The obtained analytical dependencies relating to the reliability indicators of the power supply systems used to supply load points may be used in monitoring systems of power engineering networks. In such cases, the reliability indicators of the systems used may be calculated in the *real-time operating system* on the basis of submitted information on the topology of the power supply system of each load point and parameters deciding on the unconditional probabilities of up or down states of power system components supplying that load point.

The study describes analytical dependencies used when calculating reliability dependencies by means of Bayesian networks relating to: unconditional probabilities of up or down states of power system components supplying a given load point, total distribution of these probabilities, conditional probabilities of the presence of power supply or its lack, and the intensity of current interruptions and the average time of their duration as well as the validity and contributions of individual power system

components in the service reliability. The study also describes how to obtain these analytical dependencies using selected algorithms for the symbolic computations of the Mathematica (ver. 8) program. This paper also discusses the results of symbolic control computations of reliability indicators for selected power supply systems. Additionally, methods for reducing the duration of symbolic computations of reliability indicators for multiple-compound electrical power supply systems are also described in this study.

2. Calculation method of unreliability and reliability of electric power supply, with the use of Bayesian networks

For the calculation of probability of the presence of power supply $P(z_z)$ or its lack $P(\bar{z}_z)$ for the specified load points with the use of Bayesian networks (Fig. 1), it is necessary to be aware of the dependencies for the [4, 5, 11]: unconditional probabilities of up or down states of power system components supplying a given load point, total distribution of probabilities CPT"Z" for all combinations of up states $P(z_z)$ and down states $P(\bar{z}_z)$ of these elements and conditional probabilities relating to the presence of power supply within a specific load point $P(z / Z_1, \dots, Z_n)$ or its lack $P(\bar{z} / Z_1, \dots, Z_n)$, assigned to each of $m = 2^n$ these combinations.

Taking advantage of the dependencies obtained for the probabilities $P(z_z)$ and $P(\bar{z}_z)$, it is possible to obtain expressions for the equivalent intensity of power supply interruptions λ_z , their equivalent average duration \bar{t}_{az} , the validity of individual elements during unreliability \bar{I}_i and reliability I_i of the power supply, absolute inputs $W_{\bar{z}_i}$ and relative inputs $w_{\bar{z}_i}$ of the unreliability of the elements in relation to the probability of the lack of power supply of the load point Z [1, 5, 9].

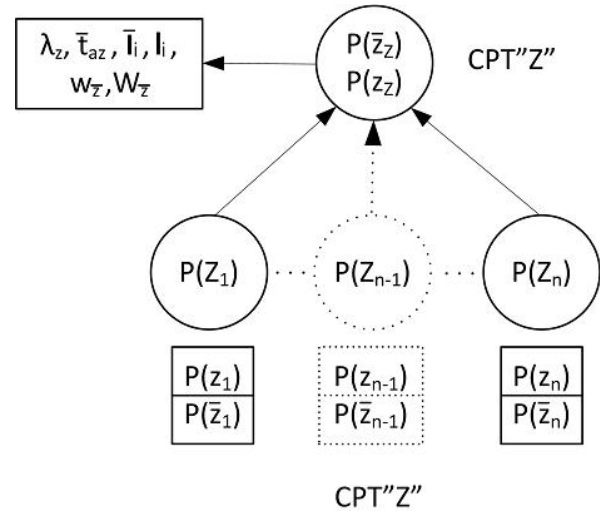
The unconditional probabilities for the up states $P(z_i) = p_i$ and down states $P(\bar{z}_i) = q_i$ of the individual elements of the power supply, for the stationary process on the acceptance of the exponential distribution of the duration of these states, are calculated based on the dependencies [3, 4]

$$P(z_i) = p_i = \frac{1}{1 + \lambda_i \cdot \bar{t}_{a,i}} = \frac{\bar{t}_{p,i}}{\bar{t}_{p,i} + \bar{t}_{a,i}} \tag{1}$$

and

$$P(\bar{z}_i) = q_i = \frac{\lambda_i \cdot \bar{t}_{a,i}}{1 + \lambda_i \cdot \bar{t}_{a,i}} = \frac{\bar{t}_{a,i}}{\bar{t}_{p,i} + \bar{t}_{a,i}}$$

while the incidents z_i and \bar{z}_i constitute an alternative excluding itself, for which the conditions below are met:



	Z_1	...	Z_n	$P(z/Z_1, \dots, Z_n)$	$P(\bar{z}/Z_1, \dots, Z_n)$
1	z_1	...	z_n	$1 \vee 0$	$0 \vee 1$
2	z_1	...	\bar{z}_n	$1 \vee 0$	$0 \vee 1$
3	\bar{z}_1	...	z_n	$1 \vee 0$	$0 \vee 1$
...
2^{n-3}	\bar{z}_1	...	z_n	$1 \vee 0$	$0 \vee 1$
2^{n-2}	\bar{z}_1	...	\bar{z}_n	$1 \vee 0$	$0 \vee 1$
2^{n-1}	\bar{z}_1	...	z_n	$1 \vee 0$	$0 \vee 1$
2^n	\bar{z}_1	...	\bar{z}_n	$1 \vee 0$	$0 \vee 1$

Fig. 1. Reliability model of electric energy power supply systems of the load point Z in the form of a Bayesian network

$$z_i \vee \bar{z}_i = 1, \quad z_i \vee \bar{z}_i = 1, \quad z_i \wedge \bar{z}_i = 0$$

$$P(z_i \vee \bar{z}_i) = P(Z_i) = P(z_i) + P(\bar{z}_i) = 1 \tag{2}$$

$$P(z_i \wedge \bar{z}_i) = 0$$

where: z_i and \bar{z}_i – zero-one random variables reflecting the state of an element, up state $z_i = 1$ and down state $\bar{z}_i = 1$, λ_i – intensity of down states (failures) of i -this element of the power supply system, $\bar{t}_{a,i}$ – average recovery time of i -this a, i of the power supply system, $\bar{t}_{p,i}$ – average switching time of i -this element of the power supply system into emergency power supply, $P(Z_i)$ – total time of probabilities distribution, $P(z_i)$ – probability of the presence of power supply within the system, $P(\bar{z}_i)$ – probability of the lack of power supply within the system.

The total distribution of probabilities, which is a sum of unconditional probabilities – i.e. alternatives excluding themselves for all $m = 2^n$ combinations of up states z_i and down states \bar{z}_i of n elements of the power supply system (Fig. 1), is expressed by the equation:

$$P(Z) = \prod_{i=1}^n P(Z_i) = (p_1 + q_1)(p_2 + q_2) \dots (p_n + q_n) = (p_1 p_2 \dots p_n) + (q_1 p_2 \dots p_n) + \dots + (q_1 q_2 \dots q_n) \tag{3}$$

while the probabilities of the presence and lack of interruptions to power supply of the load point are expressed by the following equations:

$$\begin{aligned}
 P(\bar{z}) &= q_z = P(Z) \cdot P(\bar{z} / Z_1, \dots, Z_n) \\
 &= (p_1 p_2 \dots p_n) P(\bar{z} / z_1, z_2, \dots, z_n) \\
 &+ (q_1 p_2 \dots p_n) P(\bar{z} / \bar{z}_1, z_2, \dots, z_n) \\
 &+ \dots + (q_1 q_2 \dots q_n) P(\bar{z} / \bar{z}_1, \bar{z}_2, \dots, \bar{z}_n)
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
 P(z) &= p_z = P(Z) \cdot P(z / Z_1, \dots, Z_n) \\
 &= (p_1 p_2 \dots p_n) P(z / z_1, z_2, \dots, z_n) \\
 &+ (q_1 p_2 \dots p_n) P(z / \bar{z}_1, z_2, \dots, z_n) \\
 &+ \dots + (q_1 q_2 \dots q_n) P(z / \bar{z}_1, \bar{z}_2, \dots, \bar{z}_n)
 \end{aligned}$$

where: $P(\bar{z} / Z_1, \dots, Z_n)$ and $P(z / Z_1, \dots, Z_n)$ – conditional probabilities of the presence and lack of interruptions to power supply of the load point, calculated for each product of unconditional probabilities of up and/or down states of the power supply system elements.

When calculating the conditional probabilities of the presence and lack of interruptions to power supply of the load point, the application of logical expressions on the zero-one random variables z_i and \bar{z}_i is recommended. For the purpose of formulating these logical expressions, an approach which is similar to the approach applied when calculating the minimum power supply paths and down states cross-sections may be successfully used. Sample logical expressions which can be used when calculating $P(\bar{z} / Z_1, \dots, Z_n)$ and $P(z / Z_1, \dots, Z_n)$, when connecting elements in series and in parallel, can be expressed as follows:

when connecting elements in series, the lack of interruption state in the power supply occurs if:

$$\begin{aligned}
 z_1 \wedge z_2 \wedge z_3 = 1 \text{ then } P(z / Z_1, \dots, Z_n) &= 1 \text{ and} \\
 P(\bar{z} / Z_1, \dots, Z_n) &= 0
 \end{aligned}
 \tag{5a}$$

and the interruption state in the power supply occurs if:

$$\begin{aligned}
 \bar{z}_1 \vee \bar{z}_2 \vee \bar{z}_3 = 1 \text{ then } P(z / Z_1, \dots, Z_n) &= 0 \text{ and} \\
 P(\bar{z} / Z_1, \dots, Z_n) &= 1
 \end{aligned}
 \tag{5b}$$

when connecting elements in parallel, the lack of interruption state in the power supply occurs if:

$$\begin{aligned}
 z_1 \vee z_2 \vee z_3 = 1 \text{ then } P(z / Z_1, \dots, Z_n) &= 1 \text{ and} \\
 P(\bar{z} / Z_1, \dots, Z_n) &= 0
 \end{aligned}
 \tag{5c}$$

and the interruption state in the power supply occurs if:

$$\begin{aligned}
 \bar{z}_1 \wedge \bar{z}_2 \wedge \bar{z}_3 = 1 \text{ then } P(z / Z_1, \dots, Z_n) &= 0 \text{ and} \\
 P(\bar{z} / Z_1, \dots, Z_n) &= 1
 \end{aligned}
 \tag{5d}$$

The expression for the equivalent intensity of the occurrence of interruptions in the power supply of the load point may be achieved from the following dependencies [1]:

$$\begin{aligned}
 \lambda_z &= \sum_1^n \frac{dq_z}{dq_i} \lambda_i \\
 &= \sum_1^n ((P(\bar{z} \wedge \bar{z}_i, q_i = 1) - P(\bar{z} \wedge z_i, p_i = 1)) \lambda_i)
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

while the expression for the equivalent average duration of these interruptions in the power supply may be achieved from the following dependencies:

$$\bar{t}_a = \frac{q_z}{\lambda_z - \lambda_z \cdot q_z} = \frac{q_z}{p_z \lambda_z} = \bar{t}_{pz} \frac{q_z}{p_z}
 \tag{7}$$

The validity of the individual elements in the unreliability state \bar{I}_i and reliability state I_i of power supply may be achieved from the following dependencies:

$$\bar{I}_i = \frac{\partial P(\bar{z})}{\partial P(\bar{z}_i)} = \frac{\partial q_z}{\partial q_i}, \quad I_i = \frac{\partial P(z)}{\partial P(z_i)} = \frac{\partial p_z}{\partial p_i}
 \tag{8}$$

Absolute $W_{\bar{z}_i}$ and relative contributions $w_{\bar{z}_i}$ of elements' unreliability in relation to the probability of an interruption to power supply may be achieved from the following dependencies:

$$\begin{aligned}
 W_{\bar{z}_i} &= P(\bar{z}_i) \cdot \frac{\partial P(\bar{z})}{\partial P(\bar{z}_i)} = q_i \cdot \frac{\partial q_z}{\partial q_i} \\
 w_{\bar{z}_i} &= \frac{W_{\bar{z}_i}}{\sum_i W_{\bar{z}_i}}
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

The awareness of dependencies for the probabilities of occurrence, intensity and duration of the interruption to power supply of the load point enables the calculation also of other indicators of reliability, such as: System Average Interruption Frequency Index (SAIFI), cumulative annual duration of the customer interruptions (Customer Minute Lost – CML), Customer Average Interruption Duration Index (CAIDI), Average Service Availability Index (ASAI), Average Service Unavailability Index (ASUI) and Average Energy Not Supplied (AENS).

3. Implementation of Bayesian algorithms into symbolic calculations of selected reliability indicators of electric power supply

Currently, many computer programs (such as Mathematica, MATLAB or MathCad) enable the performance of symbolic calculations [12, 13]. In this study, the Mathematica [12] program was used due to high efficiency, wide possibilities of data visualisation and presentation as well as well-founded popularity amongst scientists and engineers who use it for calculations of symbolic reliability indicators with the use of Bayesian networks. The implementation of

calculations of selected symbolic reliability indicators with the use of Bayesian networks has required the selection of symbolic algorithms responsible for: generation (creation) of total probabilities' table CTP "Z", calculation of the probability of the lack of interruption state in the power supply of the load point p_z , calculation of the probability of the interruption state in the power supply of the load point q_z , calculation of the equivalent intensity of interruption states in the power supply λ_z in point Z of the system, calculation of the equivalent average duration of the interruption state in the power supply of \bar{t}_a of the point Z, calculation of the individual elements in the unreliability \bar{I}_i and reliability I_i of the power supply.

The symbolic algorithm generating the total probability table CTP "Z" performs the command 1-17 in sequence.

- [1] $n := \text{ilość_elementów}$
- [2] $m := 2^n$
- [3] $data := \text{IntegerDigits}[\text{Range}[0, 2^n - 1], 2, n]$
- [4] $data3 := data /. \{0 \rightarrow 1, 1 \rightarrow 0\}$
- [5] $\text{Clear}[kolumnaq]$
- [6] $kolumnaq[j_]:= kolumnaq[j]$
 $= \text{wyrażenie logiczne } f(\bar{z}_1, \bar{z}_2, \dots, \bar{z}_n)$
- [7] $\text{Do}[kq_j = \text{If}[kolumnaq[j], 1, 0], \{j, 1, m, 1\}]$
- [8] $ktq = \text{Table}[kq_j, \{j, 1, m, 1\}]$
- [9] $ktp = ktq /. \{0 \rightarrow 1, 1 \rightarrow 0\}$
- [10] $\text{Clear}[index]$
- [11] $index[i_]:= index[i] = \text{data3}[\text{All}, i] /. \{1 \rightarrow p_i, 0 \rightarrow q_i\}$
- [12] $\text{Do}[k_i = index[i], \{i, 1, n, 1\}]$
- [13] $data1 := \text{MatrixForm}[\text{Table}[k_i, \{i, 1, n, 1\}]]$
- [14] $\text{Clear}[wiersz]$
- [15] $wiersz[j_]:= data1[\text{All}, j]$
- [16] $\text{Do}[w_j = wiersz[j], \{j, 1, m, 1\}]$
- [17] $datapq := \text{MatrixForm}[\text{Table}[w_j, \{j, 1, m, 1\}]]$

In command 1, a number of calculated elements have been set. Command 2 sets the number of occurring combinations created from n elements. Command 3 specifies the number of a row in a binary notation and records it to the variable $data$. Command 4 changes the value of 0 to 1 and 1 to 0, which creates a table of system elements' states. This method of table generation does not overly encumber the processor and reduces the calculation time.

Command 6 introduces a logical equation describing the tested system in the event of lack of power supply (5b, 5d). Command 7 calculates the values of the column $P(\bar{z} / Z_1, \dots, Z_n)$ from table CPT"Z" on the basis of a logical equation. Command 8 sorts the obtained results into a one-column table and records them as variable ktq . Command 9 calculates the value of the column $P(z / Z_1, \dots, Z_n)$ (variable

ktp) of the table CPT"Z" via a negation of the sorted elements $P(\bar{z} / Z_1, \dots, Z_n)$.

Commands 11-16 change the zero-one values from the table of system elements' states into symbolic values, assigning the value 1 with symbol p_i and the value 0 with symbol q_i . Also, indexes representing appropriate columns from the table of system elements' states are assigned to symbolic values. Command 17 sorts the obtained results into a table and records them as variable $datapq$.

The algorithm of symbolic generation of probability of the interruption state in the power supply q_z of the load point Z, performs the dependencies (4) through the performance of commands 18-23 in sequence.

- [18] $lamb[i_]:= \prod_{j=1}^n datapq[[1, i, j]]$
- [19] $\text{Do}[la_i = lamb[i], \{i, 1, m, 1\}]$
- [20] $data1a := \text{Table}[la_i, \{i, 1, m, 1\}]$
- [21] $\text{Do}[laq_i = data1a[\{i\}]ktq[\{i\}], \{i, 1, m, 1\}]$
- [22] $data1aq := \text{Table}[laq_i, \{i, 1, m, 1\}]$
- [23] $q_z = \text{Simplify}[\sum_{i=1}^m data1aq[\{i\}]] /. p_{n_} + q_{n_} \rightarrow 1$

Commands 18-20 calculate the products of individual table rows $datapq$ (table of system elements' states), which are recorded as variable $data1a$. Command 21 multiplies each element from variable $data1a$ by a suitable element from the table $P(\bar{z} / Z_1, \dots, Z_n)$.

Command 22 records the results as variable $data1aq$. Command 23 sums the results and by substituting $p_i + q_i = 1$ simplifies the equation for the calculation of the probability of the state of interruption in the power supply of the load point q_z (4).

The algorithm of symbolic generation of probability of the lack of interruption state in the power supply p_z of the load point Z by means of command 24 of the algorithm implements the dependency (2) $p_z = 1 - q_z$.

$$[24] \quad p_z = \text{Simplify}[(1 - q_z) /. \{q_{i_} \rightarrow (1 - p_i)\}]$$

The algorithm of symbolic generation of equivalent intensity of interruption state occurrence in the power supply λ_z of the load point Z implements the dependency (6) by means of performing the commands 25-29.

```
[25] Clear[dqzdz_i]
[26] dqzdz_i[k_] := dqzdz_i[k]
      = Simplify[ ( Sum_{i=1}^m data[[i,k]] data1aq[[{i}]] ) / q_k ]
      // .p_n_ + q_n_ -> 1
[27] Do[dqzdz_k = dqzdz_i[k], {k,1,n,1}]
[28] data1dqz_i := Table[dqzdz_i, {i,1,n,1}]
[29] λ_z = Sum_{i=1}^n data1dqz_i[[{i}]] * λ_i
```

The excessive duration of the command performance of the derivative from the Mathematica 8 program has necessitated the use of $\partial q_z / \partial q_i$ derivative calculation method which is shown below.

Command 25 clears the content of the variable *dqzdz_i*. Commands 26 and 17 multiplies corresponding elements from the table *data* and *data1aq*, and then divides the sum of the results obtained by q_k . This type of procedure results in the generation of a derivative $\partial q_z / \partial q_i$. Sorted data is recorded as variable *data1dqz_i* by means of command 28. Command 29 multiplies appropriate items from table *data1dqz_i* by λ_i , and then sums them, generating λ_z .

The algorithm of symbolic generation of equivalent average duration of the interruption state in the power supply \bar{t}_{az} in load point Z implements the dependency (7) by means of implementing command 30. At the same time it simplifies the result obtained.

```
[30] t_bar_az = Simplify[ q_z / (l_z - l_z * q_z) ] // .p_n_ + q_n_ -> 1
```

The algorithm of symbolic generation of individual elements' validity within the power supply reliability implements the dependency (8) by means of implementing commands 31–34, while command 35 arranges the results in the form of a table.

```
[31] Do[lap_i = data1a[[{i}]] ktp[[{i}]], {i,1,m,1}]
[32] data1lap := Table[lap_i, {i,1,m,1}]
[33] dpzdpi[k_] := dpzdpi[k]
      := Simplify[ ( Sum_{i=1}^m data3[[i,k]] data1lap[[{i}]] ) / p_k ]
      // .p_n_ + q_n_ -> 1
[34] Do[dpzdp_k = dpzdpi[k], {k,1,n,1}]
[35] MatrixForm[Table[dpzdp_i, {i,1,n,1}]]
```

The algorithm of symbolic generation of absolute contributions of unreliability of elements W_{z_i} in relation to the probability of the lack of power supply of the load point Z is presented by command 36, which implements the dependency (9). This command utilised the previously generated

derivatives $\partial q_z / \partial q_i$, while command 37 arranges the results in the form of a table.

```
[36] Do[wzaw_k = dqzdz_i[k] * q_k, {k,1,n,1}]
[37] MatrixForm[Table[wzaw_i, {i,1,n,1}]]
```

The algorithm of symbolic generation of relative contributions of unreliability of elements w_{z_i} in relation to the probability of the lack of power supply of the load point Z is presented by commands 39 and 40. Command 41 arranges the results in the form of a table.

```
[38] Clear[wkladbzawodnosc]
[39] wkladbzawodnosc[i_] := wkladbzawodnosc[i]
      = wbzaw_i = Simplify[ wzaw_i / Sum_{k=1}^n wzaw_k ]
      // .p_n_ + q_n_ -> 1]
[40] Do[wbzaw_i = wkladbzawodnosc[i], {i,1,n,1}]
[41] MatrixForm[Table[wbzaw_i, {i,1,n,1}]]
```

4. Results of control symbolic calculations of selected indicators of electric energy power supply unreliability and reliability

The verification of the correctness of the prepared Bayesian algorithms relating to the symbolic calculations of selected indicators of electric energy power supply unreliability and reliability was conducted using three groups of power supply systems – displaying serial, parallel and bridge connection, presented in Fig. 2. The results obtained from symbolic calculations for unreliability and reliability indicators for these systems are identical to the dependencies obtained analytically [1, 4].

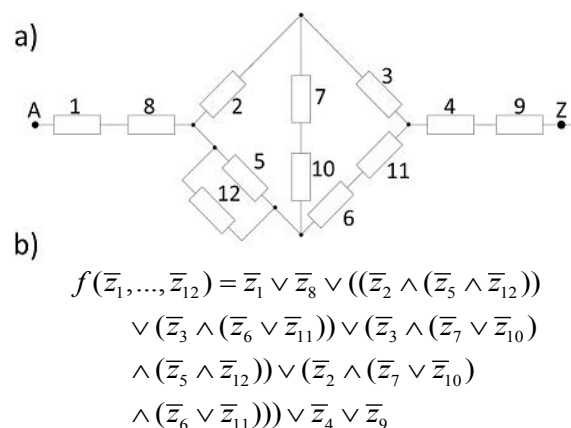


Fig. 2. Bridge connection of the electric energy power supply system of the load point Z from point A (a) and logical expression for the identification of conditional probabilities of the presence of the lack of power supply state for the load point Z (b)

The performed symbolic calculations of selected indicators of unreliability and reliability confirm that their duration is dependant mainly on the number of elements within the load point's power supply system and only to a small degree on its complexity (Fig. 3). The longest relative duration of the symbolic calculations conducted using algorithms are as follows:

- for the probability of the presence of the lack of power supply state q_z (commands 21–26) on average 23% of the total program run time
- for the equivalent intensity of the interruptions to the power supply of the load point λ_z (commands 28–32), with the use of the previously calculated probability value of the lack of power supply state q_z approx. 52% of the total calculation time.

In the opinion of the authors of this study, the decrease of the duration of the Bayesian calculations of symbolic indicators of electric energy power supply unreliability and reliability may be achieved through:

further development of algorithms for symbolic calculations grouping of power supply system elements (series, parallel and bridge) into equivalent groups for which the already introduced dependencies can be used for unreliability and reliability indicators performance of symbolic calculations for complex systems on the basis of logical expressions by means of their multiple decomposition into either-or operations and their simplification in order to eliminate repeated random variables and to convert them into forms for which the already introduced dependencies for unreliability and reliability indicators may be used.

When creating quick Bayesian algorithms for the symbolic calculation of electric energy power supply' unreliability and reliability

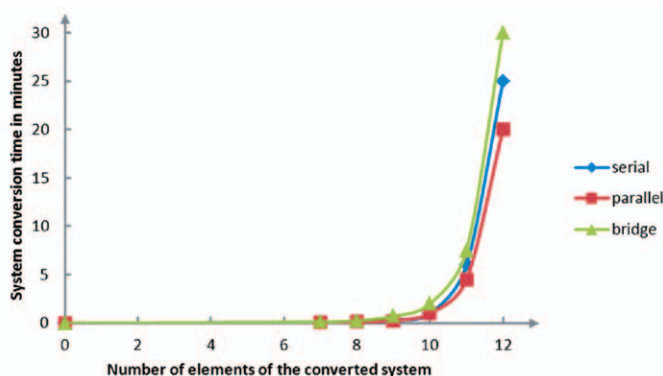


Fig. 3. Calculation duration of selected symbolic indicators of electric energy power supply' unreliability and reliability, calculated using the algorithms prepared

indicators, the authors of this study aim to use the methods which are applied when converting the Boolean functions [6, 10, 14] and classifying symbolic structures [15].

5. Conclusions

The Bayesian algorithms for the calculation of selected symbolic indicators of electric energy power supply' unreliability and reliability, created using the Mathematica 8 program, enable

the introduction of analytical dependencies for the calculation of: probability of occurrence, intensity and duration of the interruptions to the power supply of the load point, validity of the individual elements in the unreliability and reliability of power supply, System Average Interruption Frequency Index (SAIFI), cumulative annual duration of the customer interruptions (CML), Customer Average Interruption Duration Index (CAIDI), Average Service Availability Index (ASAI), Average Service Unavailability Index (ASUI) and Average Energy Not Supplied (AENS). Further research of the symbolic calculations of unreliability and reliability indicators will aim at reducing the duration of the calculations through the development of calculation algorithms, while in the case of complex power supply systems, further studies will aim at the application of the initial decomposition of Boolean functions, recognition of their format and simplification of these functions.

REFERENCES

1. Korniluk W., Klimaszewski A., Analiza niezawodności elektroenergetycznej sieci rozdzielczej średniego napięcia z wykorzystaniem sieci bayesowskich [Analysis of reliability of power engineering MV distribution networks with the use of Bayesian networks], *Wiadomości Elektrotechniczne [Electrotechnical News]* 2011, No. 2.
2. Paska J., *Niezawodność systemów elektroenergetycznych [Reliability of power engineering systems]*, Warsaw 2005.
3. Filipiak S., *Metody analizy i syntezy niezawodności elektroenergetycznych sieci dystrybucyjnych SN oraz optymalizacja ich poawaryjnych połączeń z wykorzystaniem algorytmów ewolucyjnych [Methods of analysis and synthesis of reliability of power engineering MV distribution networks and optimisation of their post-mortem connections with the use of evolutionary algorithms]*, Kielce 2010.
4. Korniluk W., Klimaszewski A., *Bayesowskie algorytmy wyznaczania wskaźników niezawodności zasilania energią elektryczną [Bayesian algorithms in the calculation of reliability probabilities of electrical power supply]*, Karpacz 2011.
5. Sozański J., *Niezawodność zasilania energią elektryczną [Reliability of electrical power supply]*, Warsaw 1982.
6. Balan A.O., *An Enhanced Approach to Network Reliability Using Boolean Algebra*, Departments of Computer Science and Mathematics of Lafayette College, 16 May 2003.
7. Chybowski L., Matuszak Z., *O algorytmach obliczeniowych w analizie niezawodnościowej [Calculation algorithms in reliability analyses]*, EXPLO-SHIP 2008.
8. Rabinin I.A. et al., *Technologia automatycznego modelowania systemów złożonych [Technology of automatic modelling of complex systems]*, *Radioelektronika Morska* 2008, No. 2(24), pp. 52–55.
9. Marzecki J., *Niezawodność rozdzielczych sieci elektroenergetycznych [Reliability of power engineering distribution networks]*, Warsaw 2009.
10. Sapiecha P. et al., *Dekompozycja funkcji i relacji boolowskich w syntezie logicznej i analizie danych [Decomposition of functions and Boolean relations in logical synthesis and data analysis]*, *Kwartalnik Elektroniki i Telekomunikacji* 2000, Vol. 46, No. 3, pp. 400–411.
11. Guk J.B., *Analiza niezawodności systemów elektroenergetycznych [Analysis of reliability of power engineering systems]*, Energoawtomizdat, Leningrad 1988.

12. Grzymkowski R. et al., Mathematica 6, Gliwice 2008.
13. Miedziarek M., Numeryczna analiza systemów dynamicznych w środowisku MATLAB [*Numerical analysis of dynamic systems in MATLAB environment*], Leszno 2011.
14. Łuba T. (red.) et al., Synteza układów cyfrowych [*Synthesis of digital systems*], Warsaw 2003.
15. Stępor K., Metody klasyfikacji obiektów w wizji komputerowej [*Classification methods of objects in computer vision*], Warsaw 2011.

The study was performed as part of the scientific-research project S/WE/4/08

Włodzimierz Korniluk

Białystok University of Technology

e-mail: korniluk@pb.edu.pl

Working for the Białystok University of Technology since 1 September 1965. In 1978–1979 worked as a research scientist at the Milan Vidmar Electric Power Institute in Ljubljana, where he studied the blocking of power swing in power engineering systems. Worked as a doctoral associate at the Moscow Mining Institute (1987–2001). Collaborated with scientific institutes such as: the Institute of Mechanisation and Electrification of Agriculture, the Electrotechnical Institute, and the Central Institute for Labour Protection. For many years, researching probabilistic methods in power engineering, in particular reliability modelling of electric motors and power engineering networks as well as studying the risk of electrocution. Published over 150 works, including two scientific monographs, a chapter in a reference manual and course materials. He is an author or co-author of nine patents and four standards. A member of the Polish Safety and Reliability Association, Polish Society for Theoretical and Applied Electrical Engineering and an expert for the Association of Polish Electrical Engineers (SEP).

Piotr Petelski

Białystok University of Technology

e-mail: petp@o2.pl

Completed his Master of Science studies in electrical engineering, specialising in industrial automation at the Faculty of Electrical Engineering of Białystok University of Technology (1996). Completed his post-graduate studies in IT also at Białystok University of Technology (2001). Currently a doctoral student at the Faculty of Electrical Engineering of the above. His main interests include the application of symbolic computer calculations in power engineering.

This is a supporting translation of the original text published in this issue of "Acta Energetica" on pages 37-43. When referring to the article please refer to the original text.

PL

Bayesowskie algorytmy obliczeń symbolicznych wskaźników zawodności i niezawodności zasilania energią elektryczną

Autorzy

Włodzimierz Korniluk
Piotr Petelski

Słowa kluczowe

sieci bayesowskie, wskaźniki niezawodności, obliczenia symboliczne

Streszczenie

W referacie przedstawiono wykorzystanie sieci bayesowskich w obliczeniach symbolicznych wskaźników zawodności i niezawodności zasilania energią elektryczną węzłów odbiorczych. Podano, stosowane przy wyznaczaniu wskaźników niezawodności za pomocą sieci bayesowskich, analityczne zależności na wyznaczanie: prawdopodobieństw bezwarunkowych stanów zdatności i niezdatności elementów układu zasilania danego węzła, łącznego rozkładu tych prawdopodobieństw, prawdopodobieństw warunkowych wystąpienia stanu zasilania lub jego braku oraz intensywności występowania przerw w zasilaniu i średniego czasu ich trwania, a także ważności i wkładów poszczególnych elementów w niezawodność zasilania. Przedstawiono sposób uzyskania tych analitycznych zależności za pomocą wybranych instrukcji obliczeń symbolicznych programu Mathematica 8. Omówiono wyniki kontrolnych obliczeń symbolicznych dla wybranych układów zasilania. Zaproponowano sposoby ograniczenia czasu trwania obliczeń symbolicznych wskaźników niezawodności dla wieloelementowych złożonych układów zasilania energią elektryczną.

1. Wstęp

Do wyznaczenia i analizy niezawodności sieci elektroenergetycznych stosuje się metody analityczne i symulacyjne oraz mieszane, będące połączeniem obu tych metod [1, 2, 3]. Do analitycznych metod oceny niezawodności należą [2, 3, 4, 5, 6]: metody logiczno-probabilistyczne zdarzeń losowych (minimalnych ścieżek i przekrojów, dekompozycji, ortogonalizacji i tablicowa) funkcji i metody procesów losowych łańcuchów Markowa, procesów Markowa i procesów semi-Markowa). W metodach symulacyjnych [3] wykorzystuje się technikę Monte Carlo, modele informacyjne oparte na sieciach Petriego oraz algorytmy ewolucyjne.

W ostatnich latach do wyznaczenia, oceny i analizy niezawodności sieci elektroenergetycznych i telekomunikacyjnych stosuje się metodę analityczną, w której wykorzystuje się sieci bayesowskie [1, 4, 8, 9]. Metoda ta, tak jak analityczna metoda dekompozycji zupełnej [2, 10], polega na przeglądzie wszystkich możliwych stanów niezawodności i zawodności układu zasilającego dany węzeł odbiorczy. Metoda ta posiada wiele zalet [4, 9], ponieważ umożliwia po wprowadzeniu dodatkowych danych wyznaczanie wszystkich stosowanych wskaźników niezawodności oraz pozwala na różnorodnie wnioskowanie odnośnie wpływu elementów i grupy elementów na niezawodność układu z ewentualnym uwzględnieniem aspektów gospodarczych.

Wprowadzenie obliczeń symbolicznych do metody wyznaczania wskaźników niezawodności zasilania energią elektryczną, opartej na sieciach bayesowskich, jest zdaniem autorów referatu uzasadnione, ponieważ pozwoli na wyprowadzanie analitycznych zależności na określone wskaźniki niezawodności, przydatne w procesie projektowania i eksploatacji układów zasilania energią elektryczną. Uzyskane analityczne zależności na wskaźniki niezawodnościowe eksploatowanych układów zasilania węzłów odbiorczych mogą być

wykorzystane w systemach nadzoru sieci elektroenergetycznych. W takim przypadku wskaźniki niezawodnościowe eksploatowanych układów mogą być wyznaczane w systemie operacyjnym czasu rzeczywistego (ang. *real-time operating system*) na podstawie doprowadzanych informacji o topologii układu zasilania danego węzła i parametrach decydujących o prawdopodobieństwach bezwarunkowych stanów zdatności i niezdatności elementów układu zasilania tego węzła.

W referacie przedstawiono, stosowane przy wyznaczaniu wskaźników niezawodności za pomocą sieci bayesowskich, analityczne zależności na: prawdopodobieństwa bezwarunkowe stanów zdatności i niezdatności elementów układu zasilania danego węzła, łączny rozkład tych prawdopodobieństw, prawdopodobieństwa warunkowe wystąpienia stanu zasilania lub jego braku oraz intensywność występowania przerw w zasilaniu i średni czas ich trwania, a także ważności i wkłady poszczególnych elementów w niezawodność zasilania. Przedstawiono sposób uzyskania tych analitycznych zależności za pomocą wybranych algorytmów obliczeń symbolicznych programu Mathematica 8. Omówiono wyniki kontrolnych obliczeń symbolicznych wskaźników niezawodności dla wybranych układów zasilania. Zaproponowano sposoby ograniczenia czasu trwania symbolicznych obliczeń wskaźników niezawodności dla wieloelementowych złożonych układów zasilania energią elektryczną.

2. Metoda wyznaczania wskaźników zawodności i niezawodności zasilania energią elektryczną z wykorzystaniem sieci bayesowskiej

Do wyznaczania prawdopodobieństwa wystąpienia zasilania $P(z_i)$ lub braku zasilania $P(\bar{z}_i)$ określonych węzłów odbiorczych za pomocą sieci bayesowskich (rys. 1) niezbędna jest znajomość zależności na [4, 5, 11]: prawdopodobieństwa bezwarunkowe stanów zdatności i niezdatności elementów

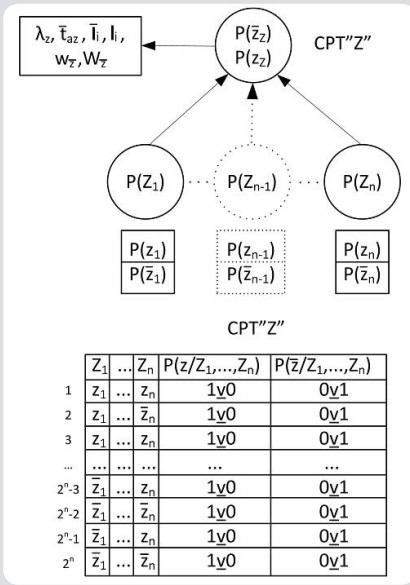
układu zasilania danego węzła, łączny rozkład prawdopodobieństw CPT „Z” dla wszystkich kombinacji stanów zdatności $P(z_i)$ i niezdatności $P(\bar{z}_i)$ tych elementów oraz prawdopodobieństwa warunkowe, dotyczące wystąpienia stanu zasilania wybranego węzła $P(z_i / Z_1, \dots, Z_n)$ lub braku zasilania tego węzła, $P(\bar{z}_i / Z_1, \dots, Z_n)$ przyporządkowanych każdej z $m = 2^n$ kombinacji. Korzystając z uzyskanych zależności na prawdopodobieństwa $P(z_i)$ i $P(\bar{z}_i)$, możliwe jest otrzymanie wyrażeń na zastępczą intensywność występowania przerw w zasilaniu λ_{z_i} , zastępczy średni czas ich trwania \bar{t}_{z_i} , ważności poszczególnych elementów w zawodności I_i i niezawodności I_i zasilania, wkłady bezwzględne W_{z_i} oraz względne w_{z_i} zawodności elementów w prawdopodobieństwo braku zasilania węzła Z [1, 5, 9].

Prawdopodobieństwa bezwarunkowe wystąpienia stanów zdatności $P(z_i) = p_i$ i niezdatności $P(\bar{z}_i) = q_i$ poszczególnych elementów układu zasilania, dla procesu stacjonarnego po przyjęciu wykładniczych rozkładów czasów trwania tych stanów, wyznacza się z zależności [3, 4]

$$P(z_i) = p_i = \frac{1}{1 + \lambda_i \cdot \bar{t}_{a,i}} = \frac{\bar{t}_{p,i}}{\bar{t}_{p,i} + \bar{t}_{a,i}} \quad (1)$$

$$P(\bar{z}_i) = q_i = \frac{\lambda_i \cdot \bar{t}_{a,i}}{1 + \lambda_i \cdot \bar{t}_{a,i}} = \frac{\bar{t}_{a,i}}{\bar{t}_{p,i} + \bar{t}_{a,i}}$$

przy czym zdarzenia z_i i \bar{z}_i stanowią alternatywę wykluczającą się, dla której spełnione są warunki:



Rys. 1. Model niezawodnościowy układów zasilania energią elektryczną węzła odbiorczego Z w postaci sieci bayesowskiej

$$z_i \vee \bar{z}_i = 1 \quad z_i \vee \bar{z}_i = 1 \quad z_i \wedge \bar{z}_i = 0$$

$$P(z_i \vee \bar{z}_i) = P(Z_i) = P(z_i) + P(\bar{z}_i) = 1$$

$$P(z_i \wedge \bar{z}_i) = 0 \tag{2}$$

gdzie:

z_i i \bar{z}_i – zero-jedynkowe zmienne losowe, odwzorowujące stany elementu, zdatności $z_i = 1$ i niezdatności $\bar{z}_i = 1$,

λ_i – intensywność występowania stanów niezdatności (uszkodzeń) i -tego elementu układu zasilającego, $\bar{t}_{a,i}$ – średni czas odnowy i -tego elementu układu zasilającego,

$\bar{t}_{p,i}$ – średni czas przełączania i -tego elementu układu zasilającego na zasilanie rezerwowe,

$P(Z_i)$ – łączny rozkład prawdopodobieństw, $P(z_i)$ – prawdopodobieństwo wystąpienia zasilania układu,

$P(\bar{z}_i)$ – prawdopodobieństwo braku wystąpienia zasilania układu.

Łączny rozkład prawdopodobieństw, będący sumą iloczynów prawdopodobieństw bezwarunkowych, czyli alternatyw wykluczających się dla wszystkich $m = 2^n$ kombinacji wystąpienia stanów z_i zdatności i \bar{z}_i niezdatności n elementów układu zasilającego (rys. 1), wyraża się wzorem:

$$P(Z) = \prod_{i=1}^n P(Z_i) = (p_1 + q_1)(p_2 + q_2) \dots (p_n + q_n) = (p_1 p_2 \dots p_n) + (q_1 p_2 \dots p_n) + \dots + (q_1 q_2 \dots q_n) \tag{3}$$

natomiast prawdopodobieństwa wystąpienia i braku przerwy w zasilaniu węzła odbiorczego następującymi wzorami:

$$P(\bar{z}) = q_z = P(Z) \cdot P(\bar{z} / Z_1, \dots, Z_n) = (p_1 p_2 \dots p_n) P(\bar{z} / z_1, z_2, \dots, z_n) + (q_1 p_2 \dots p_n) P(\bar{z} / \bar{z}_1, z_2, \dots, z_n) + \dots + (q_1 q_2 \dots q_n) P(\bar{z} / \bar{z}_1, \bar{z}_2, \dots, \bar{z}_n)$$

$$P(z) = p_z = P(Z) \cdot P(z / Z_1, \dots, Z_n) = (p_1 p_2 \dots p_n) P(z / z_1, z_2, \dots, z_n) + (q_1 p_2 \dots p_n) P(z / \bar{z}_1, z_2, \dots, z_n) + \dots + (q_1 q_2 \dots q_n) P(z / \bar{z}_1, \bar{z}_2, \dots, \bar{z}_n) \tag{4}$$

gdzie:

$P(\bar{z} / Z_1, \dots, Z_n)$ i $P(z / Z_1, \dots, Z_n)$ – prawdopodobieństwa warunkowe wystąpienia i braku przerwy w zasilaniu węzła, wyznaczone dla każdego iloczynu prawdopodobieństw bezwarunkowych stanów zdatności i/lub niezdatności elementów układu zasilającego.

Do wyznaczenia prawdopodobieństw warunkowych wystąpienia i braku przerwy w zasilaniu węzła wygodnie jest posługiwać się wyrażeniami logicznymi na zero-jedynkowych zmiennych losowych z_i i \bar{z}_i . Przy formułowaniu tych wyrażeń logicznych można z powodzeniem zastosować podejście, jak przy wyznaczaniu minimalnych ścieżek zasilania i przekrojów niesprawności. Przykładowe wyrażenia logiczne, które można zastosować przy wyznaczaniu $P(\bar{z} / Z_1, \dots, Z_n)$ i $P(z / Z_1, \dots, Z_n)$, przy szeregowym i równoległym połączeniu elementów, mają następującą postać:

- przy szeregowym stan braku przerwy w zasilaniu występuje, jeżeli:

$$z_1 \wedge z_2 \wedge z_3 = 1 \text{ to wtedy}$$

$$P(z / Z_1, \dots, Z_n) = 1$$

$$\text{i } P(\bar{z} / Z_1, \dots, Z_n) = 0 \tag{5a}$$

a stan przerwy w zasilaniu występuje, jeżeli:

$$\bar{z}_1 \vee \bar{z}_2 \vee \bar{z}_3 = 1 \text{ to wtedy}$$

$$P(z / Z_1, \dots, Z_n) = 0$$

$$\text{i } P(\bar{z} / Z_1, \dots, Z_n) = 1 \tag{5b}$$

- przy równoległym stan braku przerwy w zasilaniu występuje, jeżeli:

$$z_1 \vee z_2 \vee z_3 = 1 \text{ to wtedy}$$

$$P(z / Z_1, \dots, Z_n) = 1$$

$$\text{i } P(\bar{z} / Z_1, \dots, Z_n) = 0 \tag{5c}$$

a stan przerwy w zasilaniu występuje, jeżeli:

$$\bar{z}_1 \wedge \bar{z}_2 \wedge \bar{z}_3 = 1$$

$$\text{to wtedy } P(z / Z_1, \dots, Z_n) = 0$$

$$\text{i } P(\bar{z} / Z_1, \dots, Z_n) = 1 \tag{5d}$$

Wyrażenie na zastępczą intensywność występowania przerw w zasilaniu węzła można uzyskać z zależności [1]:

$$\lambda_z = \sum_i \frac{dq_z}{dq_i} \lambda_i \tag{6}$$

$$= \sum_i ((P(\bar{z} \wedge \bar{z}_i, q_i = 1) - P(\bar{z} \wedge \bar{z}_i, p_i = 1)) \lambda_i)$$

natomiast wyrażenie na zastępczy średni czas trwania tych przerw w zasilaniu z zależności:

$$\bar{t}_{az} = \frac{q_z}{\lambda_z - \lambda_z \cdot q_z} = \frac{q_z}{p_z \lambda_z} = \bar{t}_{p_z} \frac{q_z}{p_z} \tag{7}$$

Ważność poszczególnych elementów w zawodności \bar{I}_i i niezawodności I_i zasilania uzyskuje się z zależności:

$$\bar{I}_i = \frac{\partial P(\bar{z})}{\partial P(\bar{z}_i)} = \frac{\partial q_z}{\partial q_i}$$

$$I_i = \frac{\partial P(z)}{\partial P(z_i)} = \frac{\partial p_z}{\partial p_i} \tag{8}$$

Wkłady bezwzględne $W_{\bar{z}_i}$ i względne $w_{\bar{z}_i}$ zawodności elementów w prawdopodobieństwo braku zasilania wyznacza się z zależności:

$$W_{\bar{z}_i} = P(\bar{z}_i) \cdot \frac{\partial P(\bar{z})}{\partial P(\bar{z}_i)} = q_i \cdot \frac{\partial q_z}{\partial q_i}$$

$$w_{\bar{z}_i} = \frac{W_{\bar{z}_i}}{\sum_i W_{\bar{z}_i}} \tag{9}$$

Znajomość zależności na prawdopodobieństwa wystąpienia, intensywności i czasu trwania przerw w zasilaniu węzła odbiorczego pozwala na wyznaczenie także innych wskaźników niezawodności, takich jak: średnia liczba (częstość) przerw na odbiorcę (SAIFI), skumulowany roczny czas trwania przerw w przeliczeniu na odbiorcę (CML), średni czas trwania przerwy (CAIDI), wskaźnik dyspozycyjności zasilania (ASAI), wskaźnik niedyspozycyjności zasilania (ASUI) oraz średnia roczna ilość energii niedostarczonej na odbiorcę (AENS).

3. Implementacja bayesowskich algorytmów symbolicznych obliczeń wybranych wskaźników niezawodności zasilania energią elektryczną

Obecnie wiele programów komputerowych posiada możliwość dokonywania obliczeń symbolicznych [12, 13], np. Mathematica, MATLAB lub MathCad. Z uwagi na wysoką wydajność, szerokie możliwości wizualizacji i prezentacji danych oraz dużą popularność w środowisku naukowców i inżynierów do obliczania symbolicznych wskaźników niezawodności z wykorzystaniem sieci bayesowskich zastosowano aplikację Mathematica [12]. Implementacja obliczeń symbolicznych wybranych wskaźników niezawodnościowych metodą opartą na zastosowaniu sieci bayesowskiej wymagała doboru algorytmów symbolicznych, realizujących: generowania (utworzenia) tablicy prawdopodobieństw łącznych CTP''Z'', określenia prawdopodobieństwa braku przerwy w zasilaniu węzła p_z , określenia prawdopodobieństwa wystąpienia przerwy w zasilaniu węzła q_z , określenia zastępczej intensywności występowania przerw w zasilaniu λ_z punkcie Z układu, zastępczego średniego czasu trwania przerwy w zasilaniu \bar{t}_{az} węzła Z, ważności poszczególnych elementów w zawodności \bar{I}_i oraz niezawodności I_i zasilania. Algorytm symboliczny generowania tablicy prawdopodobieństw łącznych CTP ''Z'' wykonuje kolejno polecenia 1-17.

```
[1] n := ilość elementów
[2] m := 2^n
[3] data := IntegerDigits[Range[0, 2^n - 1], 2, n]
[4] data3 := data /. {0 -> 1, 1 -> 0}
[5] Clear[kolumnaq]
[6] kolumnaq[j_] := kolumnaq[j]
    = wyrażenie logiczne f(z̄₁, z̄₂, ..., z̄ₙ)
[7] Do[kq, {j, 1, m, 1}, {i, 1, m, 1}]
[8] ktq = Table[kq, {j, 1, m, 1}]
[9] ktp = ktq /. {0 -> 1, 1 -> 0}
[10] Clear[index]
[11] index[i_] := index[i] = data3[[All, i]] /. {1 -> p, 0 -> q,}
[12] Do[k, {index[i], {i, 1, m, 1}}]
[13] data1 := MatrixForm[Table[k, {i, 1, m, 1}]]
[14] Clear[wiersz]
[15] wiersz[j_] := data1[[1, All, j]]
[16] Do[w, {wiersz[j], {j, 1, m, 1}}]
[17] dataq := MatrixForm[Table[w, {j, 1, m, 1}]]
```

W poleceniu 1 została zadana liczba przeliczanych elementów. Polecenie 2 wyznacza liczbę występujących kombinacji stworzonych z n elementów. Polecenie 3 wyznacza w zapisie binarnym numer wiersza i zapisuje go do zmiennej *data*. Polecenie 4 zmienia wartość 0 na 1 oraz 1 na 0, co powoduje powstanie tabeli stanów elementów układu. Taki sposób generacji tej tabeli nie pociąga za sobą dużego obciążenia procesora i skraca czas obliczeń.

W poleceniu 6 wprowadzono równanie logiczne opisujące badany układ w wypadku zaistnienia stanu braku zasilania (5b, 5d). Polecenie 7 wylicza wartości kolumny $P(\bar{z}/Z_1, \dots, Z_n)$ z tablicy CPT „Z” na podstawie równania logicznego. Polecenie 8 porządkuje otrzymane wyniki do postaci tabeli jednokolumnowej oraz zapisuje je do zmiennej *ktq*. W poleceniu 9 wyliczana jest wartość kolumny $P(z/Z_1, \dots, Z_n)$ (zmienna *ktp*) tablicy CPT „Z” poprzez negację uporządkowanych elementów $P(\bar{z}/Z_1, \dots, Z_n)$.

Polecenia 11–16 zmieniają wartości zero-jedynkowe z tablicy stanów elementów układu na wartości symboliczne, przypisując wartości 1 symbol p_i oraz wartości 0 symbol q_i . Do wartości symbolicznych zostają tu także przypisane indeksy odpowiadające odpowiednim kolumnom z tabeli stanów elementów układu. Polecenie 17 porządkuje otrzymane dane do tabeli i zapisuje otrzymane wyniki do zmiennej *dataq*.

Algorytm symbolicznego generowania prawdopodobieństwa wystąpienia przerwy w zasilaniu q_z węzła Z, realizuje zależność (4) poprzez wykonanie kolejno poleceń 18–23.

```
[18] lamb[i_] := ∏_{j=1}^m dataq[[1, i, j]]
[19] Do[la, {lamb[i], {i, 1, m, 1}}]
[20] data1a := Table[la, {i, 1, m, 1}]
[21] Do[laq, {data1a[[{i}], ktq[[{i}]]], {i, 1, m, 1}}]
[22] data1aq := Table[laq, {i, 1, m, 1}]
[23] q_z = Simplify[∑_{i=1}^m data1aq[[{i}]]] /. p_n + q_n -> 1
```

W poleceniach 18–20 liczone są iloczyny poszczególnych wierszy tablicy *dataq* (tablica stanów elementów układu), które zostają zapisane do zmiennej *data1a*. Polecenie 21 mnoży każdy element ze zmiennej *data1a* przez odpowiadający mu element z tablicy $P(\bar{z}/Z_1, \dots, Z_n)$. W poleceniu 22 wyniki zostają zapisane

do zmiennej *data1aq*. Polecenie 23 sumuje wyniki oraz poprzez podstawienie $p_i + q_i = 1$ upraszcza wynikowy wzór na prawdopodobieństwo wystąpienia przerwy w zasilaniu węzła q_z (4).

Algorytm symbolicznego generowania prawdopodobieństwa braku przerwy w zasilaniu p_z węzła Z poleceniem 24 algorytmu realizuje zależność (2) $p_z = 1 - q_z$.

```
[24] p_z = Simplify[(1 - q_z) /. {q_i -> (1 - p_i)}]
```

Algorytm symbolicznego generowania zastępczej intensywności występowania przerwy w zasilaniu λ_z węzła Z realizuje zależność (6) poprzez wykonanie poleceń 25–29.

```
[25] Clear[dqzdi]
[26] dqzdi[k_] := dqzdi[k]
    = Simplify[∑_{i=1}^m data[[i, k]] data1aq[[{i}]] / q_k]
    /. p_n + q_n -> 1
[27] Do[dqzdk, {dqzdi[k], {k, 1, n, 1}}]
[28] data1dqdi := Table[dqzdk, {i, 1, n, 1}]
[29] λ_z = ∑_{i=1}^n data1dqdi[[{i}]] * λ_i
```

Zbyt długie wykonywanie polecenia pochodnej z programu Mathematica 8 spowodowało użycie zaprezentowanego poniżej sposobu wyznaczania pochodnej $\partial q_z / \partial q_i$.

Polecenie 25 kasuje zawartość zmiennej *dqzdi*. Polecenia 26 i 27 mnożą odpowiadające sobie elementy z tabeli *data* i *data1aq*, a następnie dzielą sumę uzyskanych wyników przez q_k . Taka procedura powoduje otrzymanie pochodnej $\partial q_z / \partial q_i$. Uporządkowane dane są zapisywane do zmiennej *data1dqdi* poleceniem 28. W poleceniu 29 odpowiednie pozycje z tabeli *data1dqdi* są mnożone przez λ_p , a następnie sumowane, co daje λ_z .

Algorytm symbolicznego generowania zastępczego średniego czasu trwania przerwy w zasilaniu t_{az} w punkcie Z realizuje zależność (7) poprzez wykonanie polecenia 30. Upraszcza ono jednocześnie uzyskany wynik.

```
[30] t_az = Simplify[q_z / (q_z - t_z * q_z) /. p_n + q_n -> 1]
```

Algorytm symbolicznego generowania ważności poszczególnych elementów w niezawodności zasilania realizuje zależność (8) poprzez wykonanie poleceń 31–34, zaś polecenie 35 nadaje wynikom kształt tabeli.

```
[31] Do[lap, {data1a[[{i}], ktq[[{i}]]], {i, 1, m, 1}}]
[32] data1lap := Table[lap, {i, 1, m, 1}]
[33] dpzdpi[k_] := dpzdpi[k]
    = Simplify[∑_{i=1}^m data3[[i, k]] data1lap[[{i}]] / p_k]
    /. p_n + q_n -> 1
[34] Do[dpzdk, {dpzdpi[k], {k, 1, n, 1}}]
[35] MatrixForm[Table[dpzdk, {k, 1, n, 1}]]
```

Algorytm symbolicznego generowania wkładów bezwzględnych zawodności elementów W_{z_i} w prawdopodobieństwo braku zasilania węzła Z ukazuje polecenie 36, realizując zależność (9). Polecenie to korzysta z wygenerowanych wcześniej pochodnych $\partial q_z / \partial q_i$, zaś polecenie 37 nadaje wynikiom kształt tabeli.

```
[36] Do[wzaw_k, {dqzdi[k] * q_k, {k, 1, n, 1}}]
```

```
[37] MatrixForm[Table[wzaw_i, {i, 1, n, 1}]]
```

Algorytm symbolicznego generowania wkładów względnych zawodności elementów W_{z_i} w prawdopodobieństwo braku zasilania węzła Z realizują polecenia 39 i 40. Polecenie 41 nadaje wynikom kształt tabeli.

```
[38] Clear[wkladzawodnosc]
[39] wkladzawodnosc[i_] := wkladzawodnosc[i]
```

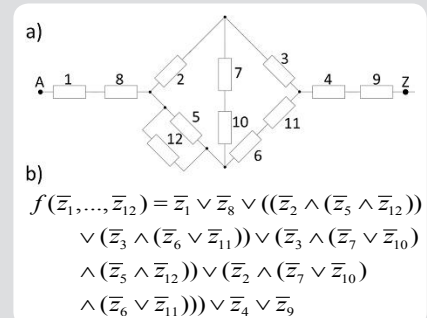
```
= wzaw_i = Simplify[wzaw_i / ∑_{k=1}^n wzaw_k]
    /. p_n + q_n -> 1
```

```
[40] Do[wzaw_i, {wkladzawodnosc[i], {i, 1, n, 1}}]
```

```
[41] MatrixForm[Table[wzaw_i, {i, 1, n, 1}]]
```

4. Wyniki kontrolnych obliczeń symbolicznych wybranych wskaźników zawodności i niezawodności zasilania energią elektryczną

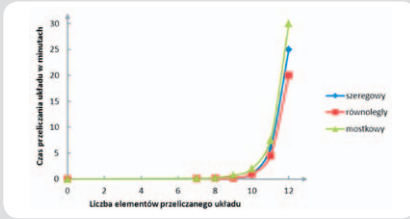
Kontrolę poprawności opracowanych bayesowskich algorytmów obliczeń symbolicznych wybranych wskaźników zawodności i niezawodności zasilania energią elektryczną przeprowadzono na trzech grupach układów zasilania, szeregowego, równoległego i mostkowego, przedstawionego na rys. 2. Uzyskane z obliczeń symbolicznych zależności na wskaźniki zawodności i niezawodności dla tych układów są identyczne jak zależności uzyskiwane analitycznie [1, 4].



Rys. 2. Układ mostkowy zasilania energią elektryczną węzła odbiorczego Z z węzła A (a) oraz wyrażenie logiczne do identyfikacji wartości prawdopodobieństw warunkowych wystąpienia zaistnienia stanu braku zasilania węzła Z (b)

Z przeprowadzonych obliczeń symbolicznych wybranych wskaźników zawodności i niezawodności wynika, że czas ich trwania jest uzależniony głównie od liczby elementów układu zasilania węzła odbiorczego, a tylko w niewielkim stopniu od jego złożoności (rys. 3). Największe względne czasy trwania obliczeń symbolicznych opracowanymi algorytmami są następujące:

- dla prawdopodobieństwa wystąpienia stanu braku zasilania q_z (polecenia 21–26) średnio 23% całkowitego czasu przebiegu programu
- dla zastępczej intensywności występowania przerw w zasilaniu węzła λ_z (polecenia 28–32), z wykorzystaniem obliczonej uprzednio wartości prawdopodobieństwa wystąpienia stanu braku zasilania q_z , ok. 52% całkowitego czasu obliczeń.



Rys. 3. Czas trwania obliczeń wybranych symbolicznych wskaźników zawodności i niezawodności układów zasilania opracowanymi algorytmami

Zdaniem autorów referatu zmniejszenie czasu trwania bayesowskich obliczeń symbolicznych wskaźników zawodności i niezawodności układów zasilania energią elektryczną jest możliwe poprzez:

- dalsze doskonalenie opracowanych algorytmów obliczeń symbolicznych
- grupowanie elementów układu zasilania (szeregowych, równoległych i mostkowych) w zastępcze zgrupowania, dla których można wykorzystywać wyprowadzone już zależności na wskaźniki zawodności i niezawodności
- przeprowadzenie dla układów złożonych obliczeń symbolicznych na wyrażeniach logicznych, polegających na ich wielokrotnej dekompozycji na alternatywy rozłączne i upraszczaniu tych alternatyw w celu wyeliminowania powtarzających się zmiennych losowych i sprowadzeniu ich do postaci, dla których można wykorzystywać wyprowadzone już zależności na wskaźniki zawodności i niezawodności.

Przy opracowywaniu szybkich bayesowskich algorytmów obliczeń symbolicznych wskaźników zawodności i niezawodności zasilania energią elektryczną autorzy artykułu mają zamiar wykorzystać metody stosowane przy przekształcaniach funkcji boolowskich [6, 10, 14] i klasyfikacji struktur symbolicznych [15].

5. Podsumowanie

Opracowane za pomocą programu Mathematica 8 bayesowskie algorytmy obliczania wybranych wskaźników zawodności i niezawodności pozwalają na wyprowadzenie analitycznych zależności do wyznaczenia: prawdopodobieństwa wystąpienia, intensywności i czasu trwania przerw w zasilaniu węzła odbiorczego, ważności poszczególnych elementów w zawodności i niezawodności zasilania, średniej liczby (częstości) przerw na odbiorcę (SAIFI), skumulowanego rocznego czasu trwania przerw w przeliczeniu na odbiorcę (CML), średniego czasu trwania przerwy (CAIDI), wskaźnika dyspozycyjności zasilania (ASAI), wskaźnika niedyspozycyjności zasilania (ASU) oraz średniej rocznej ilości energii niedostarczonej na odbiorcę (AENS).

Dalsze prace związane z obliczeniami symbolicznymi wskaźników zawodności i niezawodności będą zmierzały do ograniczenia czasu trwania obliczeń poprzez doskonalenie algorytmów obliczeniowych oraz w przypadku złożonych układów zasilania do wykorzystania wstępnej dekompozycji funkcji boolowskich, rozpoznawania ich zapisu i upraszczania tych funkcji.

Bibliografia

1. Korniluk W., Klimaszewski A., Analiza niezawodności elektroenergetycznej sieci rozdzielczej średniego napięcia z wykorzystaniem sieci bayesowskich, *Wiadomości Elektrotechniczne* 2011, nr 2.
2. Paska J., *Niezawodność systemów elektroenergetycznych*, Warszawa 2005.
3. Filipiak S., *Metody analizy i syntezy niezawodności elektroenergetycznych sieci dystrybucyjnych SN oraz optymalizacja ich poawaryjnych połączeń z wykorzystaniem algorytmów ewolucyjnych*, Kielce 2010.

4. Sozański J., *Niezawodność zasilania energią elektryczną*, Karpacz 2011.
5. Balan A.O., *An Enhanced Approach To Network Reliability Using Boolean Algebra*, Departments of Computer Science and Mathematics of Lafayette College, 16 maja 2003.
6. Chybowski L., Matuszak Z., *O algorytmach obliczeniowych w analizie niezawodnościowej*, EXPLO-SHIP 2008.
7. Rabinin I.A. i in., *Technologia automatycznego modelowania systemów złożonych*, *Radioelektronika Morska* 2008, nr 2(24), s. 52–55.
8. Marzecki J., *Niezawodność rozdzielczych sieci elektroenergetycznych*, Warszawa 2009.
9. Sapiecha P. i in., *Dekompozycja funkcji i relacji boolowskich w syntezie logicznej i analizie danych*, *Kwartalnik Elektroniki i Telekomunikacji* 2000, vol. 46, nr 3, s. 400–411.
10. Guk J.B., *Analiza niezawodności systemów elektroenergetycznych*, Energoawtomizdat, Leningrad 1988.
11. Grzymkowski R. i in., *Mathematica 6*, Gliwice 2008.
12. Miedziarek M., *Numeryczna analiza systemów dynamicznych w środowisku MATLAB*, Leszno 2011.
13. Łuba T. (red.) i in., *Synteza układów cyfrowych*, Warszawa 2003.
14. Stepor K., *Metody klasyfikacji obiektów w wizji komputerowej*, Warszawa 2011.

Praca wykonana w ramach projektu naukowo-badawczego S/WE/4/08

Włodzimierz Korniluk

dr hab. inż.

Politechnika Białostocka

e-mail: korniluk@pb.edu.pl

Od 1 września 1965 roku pracuje w białostockiej uczelni technicznej. Pracował na stanowisku naukowo-badawczym w Elektroinstytucie „Milan Vidmar” w Lublanie, gdzie zajmował się problematyką tłumienia kołysań mocy w systemach elektroenergetycznych (1978–1979). Odbiwał zaoczny staż habilitacyjny w Moskiewskim Instytucie Górniczym (1987–2001).

Współpracował naukowo m.in. z Instytutem Mechanizacji i Elektryfikacji Rolnictwa, Instytutem Elektrotechniki, Instytutem Energetyki i Centralnym Instytutem Ochrony Pracy.

Od wielu lat zajmuje się zastosowaniem metod probabilistycznych w elektroenergetyce, w szczególności w zakresie modelowania niezawodności silników elektrycznych i sieci elektroenergetycznych oraz ryzyka porażenia prądem elektrycznym. Opublikował ponad 150 prac, w tym dwie monografie naukowe, rozdział w podręczniku i skrypt. Jest autorem lub współautorem dziewięciu patentów i czterech norm. Członek Polskiego Towarzystwa Bezpieczeństwa i Niezawodności, Polskiego Towarzystwa Elektrotechniki Teoretycznej i Stosowanej oraz rzeczoznawcą SEP.

Piotr Petelski

mgr inż.

Politechnika Białostocka

e-mail: petp@o2.pl

Studia magisterskie na kierunku elektrotechnika, specjalność automatyzacja przemysłu, ukończył na Wydziale Elektrycznym Politechniki Białostockiej (1996). Ukończył studia podyplomowe z zakresu informatyki na swojej macierzystej uczelni (2001). Obecnie jest doktorantem Wydziału Elektrycznego PB. Jego główne zainteresowania to zastosowanie komputerowych obliczeń symbolicznych w elektroenergetyce.