

**Tomasz WOJTASZEK, Janusz MROCZKA**

UL. B. PRUSA 53/55, 53-307, WROCŁAW, (POLITECHNIKA WROCŁAWSKA, KMEIF)

## Analiza częstotliwościowa sygnału trójwiązkowego anemometru dopplerowskiego

**Mgr inż. Tomasz WOJTASZEK**

Tomasz Wojtaszek jest absolwentem Wydziału Elektroniki Politechniki Wrocławskiej. Obecnie pracuje jako asystent w Katedrze Metrologii Elektronicznej i Fotonicznej. Problematyka jego rozprawy doktorskiej dotyczy zagadnień związanych z modelowaniem anemometrów laserowych w pomiarach właściwości ośrodków wielofazowych.



*e-mail: tomasz.wojtaszek@pwr.wroc.pl*

### Streszczenie

Niniejszy artykuł przedstawia ideę pomiaru położenia przemieszczającej się cząstki wzdłuż osi optycznej planarnego laserowego anemometru trójwiązkowego. Przedstawiona funkcja  $R$  pozwala określić zadaną rozdzielczością położenie badanej cząstki. Przedstawiono analityczną postać funkcji  $R$  będącej ilorazem amplitud prążków widma amplitudowego oraz dokonano porównania przypadku idealnego odwzorowania z przypadkiem rzeczywistym – wynikającym z parametrów wiązki oświetlającej.

**Słowa kluczowe:** anemometria laserowa trójwiązkowa, modelowanie, rozproszenie światła, pomiar pozycji cząstki, pomiar trajektorii cząstki

## Frequency Analysis of a Signal From Three Beam Doppler Anemometer

### Abstract

The paper presents an idea of a position measurement of a particle moving along the optical axis of a three beam planar laser Doppler anemometer. Position of a particle is determined with specified precision by the ratio  $R$  of frequency spectrum components. Analytical form of  $R$  and its properties are investigated. Comparison between an ideal form of  $R$  function and real – improved version are presented.

**Keywords:** three beam phase Doppler system, light scattering, particle sizing, particle position

## 1. Wstęp

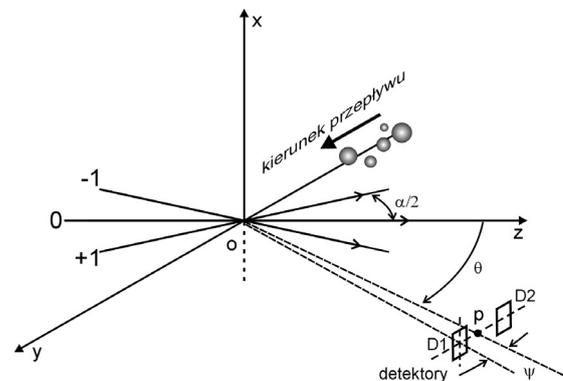
Dwuwiązkowe systemy laserowych anemometrów wykorzystywane są do pomiarów prędkości cząstek i morfologii ośrodków wielofazowych. Pomiar prędkości cząstki odbywa się metodą bezkontaktową w momencie jej interakcji z przestrzenią pomiarową utworzoną w wyniku interferencji przecinających się wiązek spójnego światła laserowego. Powstający obszar interferencyjny ma postać równoległych prążków. Jeżeli cząstka będzie się przemieszczać wzdłuż prążków anemometr nie dostarczy poprawnego sygnału zawierającego informację o jej prędkości. Metodą uwrażliwienia anemometru na cząstki poruszające się wzdłuż osi optycznej anemometru jest dodanie trzeciej leżącej w tej samej płaszczyźnie wiązki światła spójnego (rysunek 1) [1,2]. Rezultat ten można osiągnąć stosując obrotową transmisyjną siatkę dyfrakcyjną lub modulator akustooptyczny pracujący w trybie Ramana – Nath'a. Obserwowane amplitudowe widmo częstotliwościowe składa się m.in. z dwóch istotnych składników, których amplitudy i częstotliwości zawierają informację zarówno o odpowiedniej składowej prędkości cząstki

**Prof. dr hab. inż. Janusz MROCZKA**

Kierownik Katedry Metrologii Elektronicznej i Fotonicznej Politechniki Wrocławskiej. Zajmuje się metodologią obserwacji i eksperymentu, algorytmizacją problemu odwrotnego, modelowaniem matematycznym pól fizycznych, analizą spektralną i polaryzacyjną promieniowania rozproszonego, reprezentacjami czasowo-częstotliwościowymi w przetwarzaniu danych.



*e-mail: janusz.mroczka@pwr.wroc.pl*



Rys. 1. Geometria układu anemometru trójwiązkowego – układ planarny. Oznaczenia -1, 0, +1 indeksują wiązki laserowe tworzące w przecięciu objętość roboczą.

Fig. 1. Geometry of the three beam Doppler system – planar setup. Symbols -1, 0, +1 characterize intersecting laser beams creating measurement volume.

## 2. Symulacja rzeczywistego sygnału pomiarowego

Idealny sygnał dopplerowski  $g(t)$  w dziedzinie czasu jest uśredniany przez detektor. Opisany może być poniższą zależnością:

$$g(t) = \langle I_s(r, \theta, \varphi, t) \rangle = P_{3w} \{1 + V_{3w} \cos(2\pi f_1 t + \Phi_{3w})\} + P_{2w} \{1 + V_{2w} \cos(2\pi f_2 t + \Phi_{2w})\} \quad (1)$$

gdzie:

$$P_{3w} = \frac{k}{4\pi\nu\mu_0} \left\langle \frac{1}{2} |E_{s\theta}^{-1}|^2 + \frac{1}{2} |E_{s\theta}^{+1}|^2 + |E_{s\theta}^0|^2 \right\rangle_{\Omega} \quad (2)$$

$$\langle H_{3w} \rangle_{\Omega} = \left\langle E_{s\theta}^{+1} (E_{s\theta}^0)^* + E_{s\theta}^{-1} (E_{s\theta}^0)^* \right\rangle_{\Omega} \quad (3)$$

$$V_{3w} = \frac{2|\langle H_{3w} \rangle_{\Omega}|}{P_{3w}} \quad (4)$$

$$\Phi_{3w} = \text{atan} \left( -\frac{\text{Im} \left\langle \left\langle H_{3w} \right\rangle_{\Omega} \right\rangle}{\text{Re} \left\langle \left\langle H_{3w} \right\rangle_{\Omega} \right\rangle} \right) \quad (5)$$

$$P_{2w} = \frac{k}{4\pi\nu\mu_0} \left\langle \frac{1}{2} |E_{s\theta}^{-1}|^2 + \frac{1}{2} |E_{s\theta}^{+1}|^2 \right\rangle_{\Omega} \quad (6)$$

$$\langle H_{2w} \rangle_{\Omega} = \left\langle E_{s\theta}^{+1} (E_{s\theta}^{-1})^* \right\rangle_{\Omega} \quad (7)$$

$$V_{2w} = \frac{2 \left| \langle H_{2w} \rangle_{\Omega} \right|}{P_{2w}} \quad (8)$$

$$\Phi_{2w} = \text{atan} \left( -\frac{\text{Im} \left\langle \left\langle H_{2w} \right\rangle_{\Omega} \right\rangle}{\text{Re} \left\langle \left\langle H_{2w} \right\rangle_{\Omega} \right\rangle} \right) \quad (9)$$

gdzie:  $\langle \rangle_{\Omega}$  - jest operatorem całkowania po powierzchni  $\Omega$  detektora,  $E_{s\theta}^0$ ,  $E_{s\theta}^{+1}$ ,  $E_{s\theta}^{-1}$  - są zespolonymi amplitudami sygnałów pochodzących z procesu rozproszenia promieniowania na cząstce. Indeksy  $+1$ ,  $0$ ,  $-1$  dotyczą poszczególnych wiązek tworzących objętość pomiarową. Indeks dolny  $s\theta$  oznacza, że pod uwagę wzięta jest tylko składowa obowiązująca dla układu planarnego, w którym detektory oraz wektor polaryzacji elektrycznej pola padającego są w jednej płaszczyźnie -  $yz$  (tj. gdy  $\varphi = \pi/2$ ),  $f_1$ ,  $f_2$  - częstotliwości środkowe prążków amplitudowego widma dopplerowskiego. Całki liczone są numerycznie metodą Simpsona.

Aby sprawdzić zachowanie się systemu w przypadku obecności zakłóceń wprowadzono dodatkowy składnik zakłócający w postaci szumu  $n(t)$ . Stąd rzeczywisty sygnał  $s(t)$  zawiera dwa składniki:

$$s(t) = g(t) + n(t) \quad (10)$$

gdzie:  $n(t)$  jest szumem o amplitudzie opisywanej funkcją gęstości dla rozkładu normalnego:

$$P(n) = \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \exp \left( -\frac{(n - \mu)^2}{2\sigma_n^2} \right) \quad (11)$$

gdzie:  $\sigma_n^2$  jest wariancją wartości amplitudy  $n(t)$ , natomiast  $\mu$  - wartością średnią. Przyjęto, iż wartość średnia równa jest zero.

Korzystając z analizy modelu Kogelnik'a [4] zauważono, iż rozkład natężenia wzdłuż osi  $y$  jest funkcją Gaussa, co można wykorzystać do zdefiniowania widma amplitudowego sygnału dopplerowskiego.

W symulacjach uwzględniono poruszające się cząstki, których trajektorie są równoległe do osi  $y$  systemu. Założono również, iż symulowana cząstka będzie się poruszać ruchem jednostajnym z prędkością:  $v_y = y(t)/t$ ,  $z = 0$ . Sygnał  $g(y, z, t)$  jest proporcjonalny do:

$$g(y, z, t) \sim 2E_0^2 \exp \left[ -2 \left( \frac{y}{\omega_0} \right)^2 \right] \cdot \left( \frac{3}{2} + \cos(2\pi f_2 t) + \cos(2\pi f_1 t) \cos(bz) \right) \quad (12)$$

gdzie:

$$f_1 = f_s - \frac{v_y}{\lambda} \sin(\alpha/2), \quad (13)$$

$$f_2 = 2 \left( f_s - \frac{v_y}{\lambda} \sin(\alpha/2) \right) \quad (14)$$

$$b = k \left( 1 - \cos \alpha/2 \right) \quad (15)$$

$\lambda$  - jest długością fali wiązki oświetlającej,  $E_0$  - jest wartością stałą amplitudy pola padającego przy uwzględnieniu, iż natężenia wszystkich wiązek tworzących objętość pomiarową są sobie równe,  $\omega_0$  - jest promieniem przewężenia wiązki Gaussa,  $f_s$  - to przesunięcie częstotliwości wiązki  $+1$  względem  $-1$  uzyskane za pomocą modulatora akustooptycznego lub siatki dyfrakcyjnej, umożliwiające pomiar zwrotu wektora prędkości cząstki poruszającej się wzdłuż osi  $y$ . Wiązka rzędu  $0$  nie jest przesuwana częstotliwościowo [3].

Widmo amplitudowe transformaty Fourier'a sygnału dopplerowskiego (12) jest następujące:

$$|G(f)| = 3G_i(f)\delta(0) + G_i(f - f_1)\delta(f - f_1) + 2G_i(f - f_2)\delta(f - f_2) \cos(bz) \quad (16)$$

$$|G_i(f)| = \left| \frac{E_0^2 \sqrt{2\pi} \omega_0}{2 v_y} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\pi \omega_0 f}{v_y} \right)^2} \right| \quad (17)$$

gdzie:  $\delta(f)$  - jest delta Dirac'a.

Widmo (16) składa się ze składowej dla  $f = 0$  nie branej pod uwagę przy analizie oraz z prążków częstotliwościowych umiejscowionych przy częstotliwościach  $f_1$  i  $f_2$ . Położenie prążka  $f_1$  i maksimum jego amplitudy nie jest zależne od pozycji cząstki względem osi  $z$ , co może być wykorzystane jako amplituda odniesienia. Maksimum amplitudy prążka  $f_2$  jest uzależnione od pozycji cząstki, co można wykorzystać do pomiaru jej położenia względem osi  $z$ . Szerokość prążków określona jest funkcją (17).

### 3. Metoda pomiaru położenia cząstki – przypadek idealny

Uwzględniając powyższe cechy widma sygnału zaproponowano funkcję  $R(z)$ , która jest ilorazem amplitud odpowiednich prążków widma (16). Podstawiając częstotliwości środkowe prążków  $f_1$ ,  $f_2$  a następnie dzieląc obliczone dla nich widma  $G(f_1)$ ,  $G(f_2)$  przez siebie otrzymuje się relację:

$$R(z) = \frac{\max(G(f_2))}{\max(G(f_1))} = 2 |\cos(bz)| \quad (18)$$

Wyprowadzając funkcję odwrotną do powyższej można zdefiniować ogólne wyrażenie określające położenie cząstki względem osi  $z$ :

$$z_{\text{pomiar}}(z) = \frac{1}{b} \text{acos} \left( \frac{1}{A} R(z) \pm n\pi \right) \quad (19)$$

gdzie:  $A = 2$  (dla przypadku równych natężeń wszystkich wiązek oświetlających),  $n$  – liczba naturalna.

Pojawiająca się w równaniu okresowość ogranicza zakres analizy pozycji cząstki do wartości:

$$z \in \left[ -n\pi b^{-1}, n\pi b^{-1} \right]. \quad (20)$$

Jeśli zapewnimy możliwość kontroli wartości współczynnika  $b$  zakres zmian  $z$  może być dowolnie ustalany. Składowa prędkości cząstki równoległa do osi  $y$  wyrażona jest relacją [3]:

$$v_y = \frac{\sin(\alpha/2)}{\lambda} (f_s - f_1) \quad (21)$$

#### 4. Metoda pomiaru położenia cząstki – przypadek rzeczywisty

Przeprowadzone symulacje wykazały, iż równania (18) i (19) są dobrym przybliżeniem wówczas, gdy laserowe wiązki gaussowskie tworzące objętość pomiarową nie są znacznie skupione, tj. gdy  $\omega_0 > 400\mu\text{m}$ . Aby rozszerzyć możliwości pomiarowe systemu anemometrycznego, który wykorzystuje wiązki mocniej skupione zaproponowano przekształcenie funkcji (18) do formy zawierającej czynniki kontrolujące odstępstwa od idealnego kształtu funkcji:

$$R_{\text{fit}}(z) = A \cos^C(Bz) \quad (22)$$

Na tej podstawie otrzymujemy funkcje odwrotną:

$$z_{\text{pomiar}}(z) = \frac{1}{B} \arccos\left(\frac{1}{A} R_{\text{fit}}(z)\right)^{\frac{1}{C}}, \quad (23)$$

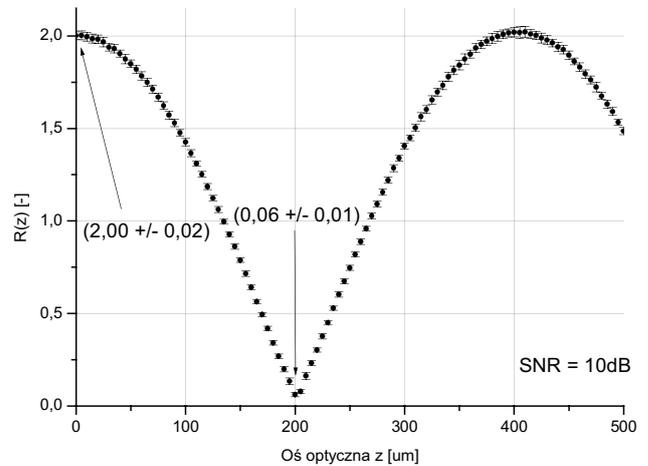
gdzie: współczynniki  $A$ ,  $B$ ,  $C$  zostały ustalone przy wykorzystaniu modułu dopasowującego krzywe nieliniową metodą najmniejszych kwadratów (moduł: *Nonlinear Least Squares Curve Fitter*) zawartego w programie do analizy danych Origin 6.0 firmy Microcal Software. Proces doboru współczynników został wykonany dla funkcji (22). Współczynnik  $A$  odpowiada za całkowitą amplitudę funkcji  $R_{\text{fit}}(z)$ . Współczynnik  $B$  zależy od kąta  $\alpha/2$ , pod którym przecinają się wzajemnie wiązki oświetlające, współczynnik  $C$  odpowiedzialny jest za kontrolę zniekształceń spowodowanych silnym skupieniem wiązek.

#### 5. Rezultaty

Zaimplementowano model symulacyjny anemometru trójwiązkowego i przeprowadzono cykl symulacji numerycznych celem określenia zdolności anemometru do pomiaru położenia cząstki [1]. Parametry symulacji są następujące: prędkość nadana cząstce  $v_y = 20\text{m/s}$ , częstotliwość modulująca  $f_s = 5\text{MHz}$ ,  $\text{SNR} = 10 - 40\text{dB}$ , średnica cząstki sferycznej  $D = 0,1\mu\text{m}$ , częstotliwość próbkowania  $f_p = 50\text{MHz}$ . Cząstka przemieszcza się trajektorią równoległą do osi  $y$ , dla  $x = 0$ . Wykorzystano okrągłe detektory o aperturze kołowej, kącie akceptacji  $\Omega/2 = 1^\circ$ , kącie rozproszenia  $\theta = 30^\circ$ . Kąt elewacji detektorów  $\psi = \pm 12^\circ$ , promień przewężenia wiązki  $\omega_0 = 400\mu\text{m}$  jeśli nie zaznaczono inaczej,  $\alpha/2$  zmienne wg. tabeli 1, długość fali oświetlającej  $\lambda = 632,8\text{nm}$  (TEM00). Dla zdefiniowania wysokości słupków błędów  $\Delta z$  dokonano 150 losowych prób dla każdego rozważanego przypadku.

Rysunek 2 przedstawia przebieg funkcji  $R(z)$  dla sygnału o dynamice 10dB dla kąta  $\alpha/2 = 2,2791^\circ$ . Widoczna jest dobra zgodność modelu (22) z modelem symulacyjnym. Rysunek 3

przedstawia wpływ promienia przewężenia na poprawność określenia pozycji cząstki wzdłuż osi optycznej systemu. Rezultaty porównywane są do przypadku oświetlenia cząstki polem interferencyjnym powstałym w wyniku superpozycji trzech fal płaskich.



Rys.2. Przebieg zmienności funkcji  $R(z)$  wraz z rozrzutem jej wartości dla  $\text{SNR} = 10\text{dB}$ . W nawiasach znajdują się wartości średnie wraz z odchyleniami standardowymi.

Fig.2. Diagram of  $R(z)$  with error bars for  $\text{SNR} = 10\text{dB}$ . In parentheses mean values of  $R(z)$  with standard deviations.

Tabela 1 zawiera wartości współczynników  $A$ ,  $B$ ,  $C$  funkcji (22) dopasowane dla różnych kątów  $\alpha/2$ . Wartości współczynnika  $C$  dla przypadku idealnego powinny być równe jedności. Z przeprowadzonych symulacji i dopasowania wynika, iż dla promienia przewężenia  $\omega_0 = 400\mu\text{m}$ , wpływ gaussowskiego profilu natężenia promieniowania wiązki oświetlającej jest pomijalny. Rezultat silnego skupienia wiązki można zaobserwować na rysunku 3. Dla wiązek o promieniach  $\omega_0 < 400\mu\text{m}$  do kolejnych okresów funkcji  $R(z)$  dodawana jest składowa wynikająca z obecności czynnika  $C \neq 1$ .

Dla  $\omega_0 = 100\mu\text{m}$  przy danym kącie  $\alpha/2$  skupienie wiązki jest tak silne (rysunek 3), że dopasowanie krzywej zgodnej z modelem (22) jest niemożliwe. Rezultaty poprawne pojawiają się dopiero dla  $\omega_0 = 200\mu\text{m}$ . Stąd też uznaje się, iż parametrami ograniczającymi zastosowanie techniki są kąty  $\alpha/2 < 0,5698^\circ$  i promień  $\omega_0 < 200\mu\text{m}$ .

Tab.1. Dopasowanie funkcji  $R_{\text{fit}}(z) = A \cos^C(Bz)$  do przebiegów otrzymanych w wyniku symulacji dla  $\omega_0 = 400\mu\text{m}$  dla różnych wartości kąta między wiązkami oświetlającymi  $\alpha/2$ .

Tab.1. Fitting of  $R_{\text{fit}}(z) = A \cos^C(Bz)$  function to simulated curves for  $\omega_0 = 400\mu\text{m}$  for different half-angles  $\alpha/2$ .

$\alpha/2$ [°]	A [-]	B [1/um]	C [-]
4,5581	2,0000	31700	0,95455
2,2791	2,0000	7739,4	1,0144
1,1395	2,0000	1895,9	1,0835
0,5698	2,0000	457,51	1,1214

Tab.2. Dopasowanie funkcji  $R_{\text{fit}}(z) = A \cos^C(Bz)$  do przebiegów otrzymanych w wyniku symulacji dla  $\alpha = 0,5698^\circ$  i różnych wartości promienia przewężenia wiązki  $\omega_0$ .

Tab.2. Fitting of  $R_{\text{fit}}(z) = A \cos^C(Bz)$  function to simulated curves for  $\alpha = 0,5698^\circ$  and different waist beam radii  $\omega_0$ .

$\omega_0$ [um]	A [-]	B [1/um]	C [-]
100	-	-	-
200	2,0101	330,45	2,1000
400	2,0000	457,51	1,1214
800	2,4098	498,13	1,0100
1600	2,4086	499,51	1,0000
3200	2,1625	490,66	1,0000

Tab.3. Zakresy przedziałów pomiarowych dla różnych kątów  $\alpha/2$ . SNR = 10dB,  $\omega_0 = 400\mu\text{m}$ .

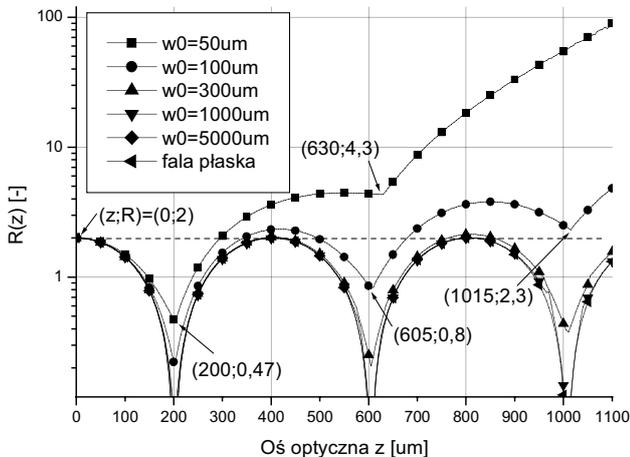
Tab.3. Measurement ranges for different half-angles  $\alpha/2$ . SNR = 10dB,  $\omega_0 = 400\mu\text{m}$ .

$\alpha/2$ [°]	zakres pomiarowy [ $\mu\text{m}$ ]	Z-Z <sub>pomiar</sub> [ $\mu\text{m}$ ]	rozdzielczość $\Delta z$ [ $\mu\text{m}$ ]
4,5581	[22,5; 47,5]	-0,05	$\pm 1,0$
2,2791	[95; 195]	0,3	$\pm 3$
1,1395	[360; 760]	0,6	$\pm 12$
0,5698	[1400; 3000]	1,4	$\pm 48$

Ze względu na okresowość funkcji  $R(z)$ , określono zakres, w którym będą dokonywane pomiary odległości  $z$ . Rozdzielczość pomiaru  $z$  jest mniejsza dla  $R(z) \rightarrow 1$ , tj. gdy  $\cos(Bz) \rightarrow 1$ ,  $z \approx \pm 2nd_z$ , gdzie:

$$d_z = \frac{\lambda}{(1 - \cos \alpha/2)} \quad (24)$$

Z drugiej strony rozdzielczość pomiaru rośnie, gdy  $z \approx \pm (2n+1)d_z$ . Posiłkując się powyższymi warunkami w tabeli 3 zamieszczono przykładowe zakresy pomiarowe dla różnych kątów między wiązkami. Dla zdefiniowania wysokości słupków błędów  $\Delta z$  dokonano 150 niezależnych losowych prób dla każdego rozważanego przypadku.



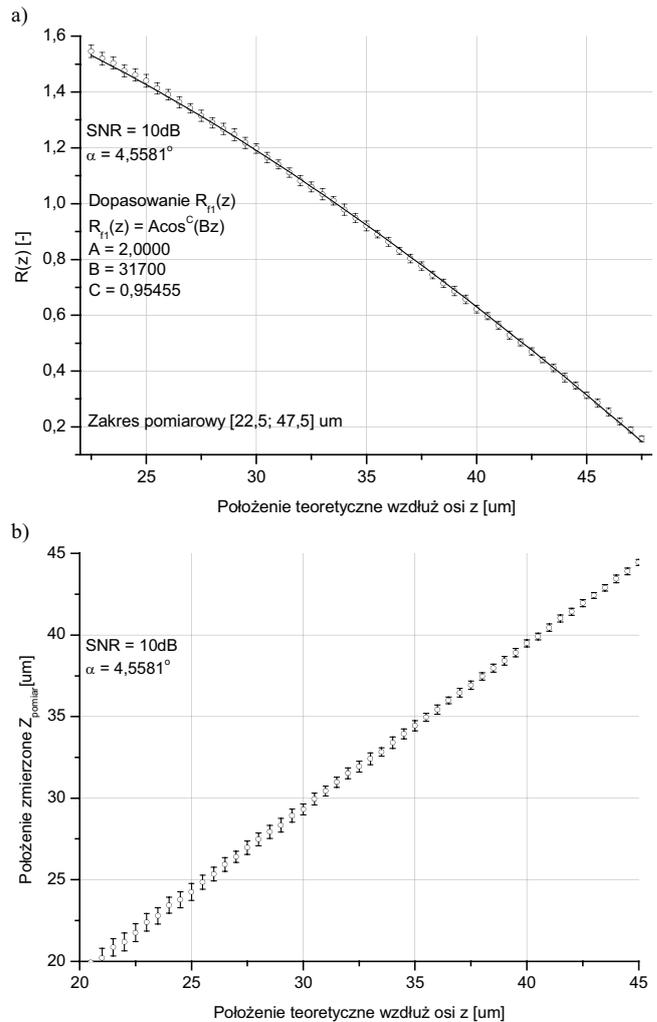
Rys.3. Wpływ promienia przewężenia wiązki oświetlającej na wartości funkcji  $R(z)$  w zależności od położenia badanej cząstki., SNR = 40dB.

Fig.3. The influence of the waist beam radius on the reliability of particle position determination.

Pary liczb umieszczone nawiasach (rysunek 3) oznaczają argument i wartość funkcji  $R(z)$ . Dla symulacji wykonanych z wykorzystaniem fali płaskiej nie zaobserwowano odstępstw od teoretycznego przebiegu funkcji. Okres  $R(z)$  jest stały równy  $2d_z$ , co jest zgodne z obliczeniami. Wartości funkcji mieszczą się w zakresie [0,11; 2,00], co również zgodne jest z wartościami teoretycznymi. Wpływ krzywizny frontu fali oświetlającej objawia się, gdy wiązka ulega znacznemu skupieniu. Dla  $\omega_0 < 100\mu\text{m}$  wraz ze wzrostem wartości  $z$  rośnie amplituda  $R(z)$ . Choć funkcja pozostaje periodyczna, to jej wartości przypadające dla kolejnych oscylacji mają tendencję rosnącą. Efekt wzrostu jest wynikiem rosnącej dysproporcji w wartościach amplitudy prążków widma. Objętość pomiarowa przybiera tak niewielkie wymiary, iż dla  $R(z = d_z)$  następuje jej degradacja. W obszarze  $z > d_z$  interferencja istnieje, lecz wartość kontrastu (4) silnie maleje dostarczając rosnących wartości  $R(z)$ .

Rysunek 4 przedstawia wybrany przedział funkcji  $R(z)$  oraz jej odwrotność otrzymane w wyniku dopasowania modelu (22) dla  $\alpha/2 = 4,5581^\circ$ .

Rezultaty osiągnięte w wyniku wielokrotnych symulacji pozwalają przypuszczać, iż przedstawione rozwiązanie okaże się przydatne w analizie morfologii przepływów cienkowarstwowych. Problematyka optymalizacji i implementacji własnych procedur interpolujących będzie przedmiotem dalszych prac badawczych.



Rys.4. a) - wykres funkcji  $R_{fit}(z)$  i b) - jej odwrotności dla kąta  $\alpha/2 = 4,5581^\circ$

Fig.4. Diagram of  $R_{fit}(z)$  and its inverse for half-angle  $\alpha/2 = 4,5581^\circ$ .

Praca wykonana w ramach grantu KBN 8 T10C 029 26

## 6. Literatura

- [1] Mroccka J., Wojtaszek T.: Model of Light Scattering on Spheroidal Particle with the Use of Three Beam Phase Doppler System. SPIE Europe Photonics – Optical Sensing II, Strasbourg, April 2006.
- [2] Onofri F., Radev S.: 3-Coherent Beams Phase Doppler and Laser Doppler Velocimetry Measurements Techniques. Application of Laser Techniques to Fluid Mechanics, 12th Int. Symposium 2004, Lisbon.
- [3] Albrecht H.E., Borys M., Damaschke N., Tropea C.: Laser Doppler and Phase Doppler Measurement Techniques. Springer – Verlag, Berlin, 2003.
- [4] Kogelnik H., Li T.: Laser beams and resonators Appl. Opt. Vol. 5, 1966, 1550 – 1567.

Artykuł recenzowany