

Jadwiga LAL-JADZIAK

UNIwersytet Mikołaja Kopernika, INSTYTUT FIZYKI,
ul. Grudziądzka 5, 87-100 Toruń

Korelatory w zastosowaniach radioastronomicznych

Dr hab. inż. Jadwiga LAL-JADZIAK

Profesor nadzw. Uniwersytetu Mikołaja Kopernika w Toruniu. Autorka ponad 60 publikacji, w tym 2 monografii, twórcza 3 patentów. Uprawiane aktualnie kierunki badań: technika korelacyjna, miernictwo sygnałów przypadkowych, estymacja charakterystyk sygnału na podstawie jego cyfrowej reprezentacji, randomizowane przetwarzanie a-c.



e-mail: jjadziak@fizyka.umk.pl

Streszczenie

Celem artykułu jest przedstawienie specyficznych konfiguracji oraz własności korelatorów stosowanych w radioastronomii. Korelatory te muszą sprostać wymaganiom wykrywania słabych sygnałów występujących na tle zakłóceń kosmicznych, atmosferycznych oraz radiowych. W ich układach wejściowych stosuje się kwantowanie sygnałów na kilku poziomach, co jest źródłem degradacji funkcji korelacji. Z uwagi na właściwości statystyczne sygnałów taka degradacja jest akceptowalna a w razie potrzeby może być zmniejszona przez zwiększenie częstotliwości próbkowania.

Słowa kluczowe: radioastronomia, korelator XF, korelator FX, kwantowanie sygnałów.

Correlators applied in radio astronomy**Abstract**

In the article, specific configurations and properties of correlators applied in radio astronomy are considered. These correlators must meet requirements of detection of weak signals (signal-to-noise ratio -60 to -30 dB) which appear on the floor of cosmic noise, atmospheric and radio interferences. Architectures of XF and FX correlators are presented in Fig. 1 and Fig. 2, respectively. A basis of the XF correlator performance is formula (1) [4, 6, 10] whereas the FX correlator operates based on formulas (2) – (4) [4, 6, 10]. The first measurement method is called the cross-spectrum via correlation function, the other - the cross-spectrum via Fourier transforms [1]. The XF correlators tend to be simpler, but also less adaptable to more complex requirements. The FX correlators are more efficient for large number of antennas. Besides, they are more readily designed to be robust to RFI. In input circuits of correlators a several-level quantization is applied. It is source of cross-correlation function degradation. Quantization efficiency vs. number of quantization levels and sampling frequency is presented in Tab. 1 [6,10]. The table says that an increase in sampling frequency partly compensates losses due to rough signals quantization. From Tab. 2 and Fig. 4, it follows that a normalized systematic error due to rough quantization of normal signals may be acceptable. As an example, a correlator in Torun Centre for Astronomy (Poland) has XF architecture and contains 3-level quantizers while a modern correlator ALMA (Chile) presented in Fig. 3 has XF architecture as well and contains 3-bit quantizers.

Keywords: radio astronomy, XF correlator, FX correlator, quantization.

1. Wstęp

Metody korelacyjne znajdują szereg ważnych zastosowań. Stosując autokorelację można ustalić w jakim stopniu wartości sygnału w pewnej chwili wpływają na wartość sygnału w pewnej określonej chwili w przyszłości. Metoda ta stosowana jest do wykrywania i pomiaru parametrów sygnału okresowego na tle losowego zakłócenia. Funkcja korelacji wzajemnej umożliwia wydobycie podobieństw między sygnałami. Jest stosowana w pomiarach transmitancji i czasów opóźnień, w teorii predykcji i filtracji, jak również w identyfikacji energii i źródeł szumów oraz określania właściwości systemu na podstawie danych wejściowych i wyjściowych [1, 2].

W astrofizyce metody korelacyjne stosowane są w detekcji fal grawitacyjnych, kosmicznej technice radarowej czy komunikacji z odległymi sondami. Główną dziedziną ich wykorzystania jest radioastronomia [5,8]. Powodem tak szerokiego wykorzystania korelacji w dziedzinach astronomicznych i astrofizycznych są specyficzne rodzaje sygnałów poddawanych analizie. Są to często sygnały o małej mocy (około 10^{-20} – 10^{-15} W) odbierane wraz z szumem pochodzącym z tła kosmicznego, zakłóceń atmosferycznych lub urządzeń odbiorczych. Dodatkowym utrudnieniem jest szumowy charakter poszukiwanych sygnałów, których charakterystyki statystyczne nie różnią się od charakterystyk zakłóceń [3-6, 8].

Technika korelacyjna stanowi względnie prostą i skuteczną metodę detekcji tak słabych i specyficznych sygnałów. Z powodu słabych sygnałów oraz dużej ilości danych, jakie należy zgromadzić i przetworzyć, w radioastronomii technika ta nabiera swoistych cech wyróżniających ją spośród innych zastosowań. Do najbardziej charakterystycznych różnic można zaliczyć: długie czasy obserwacji (rzędu kilkunastu godzin), małą liczbę bitów przetwornika analogowo-cyfrowego (najczęściej 1, 2, rzadziej 3) oraz wręcz ogromną ilość danych sięgającą petabajtów (10^{15} bajtów), co implikuje konieczność stosowania bardzo wydajnych i szybkich komputerów przetwarzających zgromadzone dane [4, 6, 10].

Opracowany w latach 70-tych XX wieku system VLBI (interferometria wielko bazowa), w którym technika korelacyjna stała się podstawą działania, pozwala na badania promieniowania nawet z najdalszych, a co za tym idzie najślabszych radioźródeł. W systemie tym korelatory przetwarzające dane pochodzące z kilku radioteleskopów umożliwiają wyznaczenie funkcji korelacji wzajemnej oraz jej widma, dostarczając astronomom danych do dalszych badań. Technika VLBI jest nadal usprawniana w coraz dokładniejsze i szybsze metody analizy danych, jednak analiza korelacyjna odbieranych sygnałów okazała się niezastąpiona. W europejskiej sieci EVN przetwarzanie danych następuje w korelatorze sprzętowym w instytucie JIVE w Holandii, dokąd za pomocą superszybkich łącz internetowych przekazywane są dane z wielu radioteleskopów.

2. Dwie podstawowe architektury korelatorów

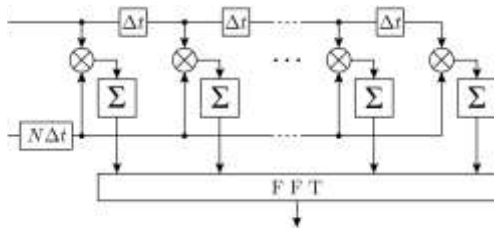
W radioastronomii pod pojęciem korelatora rozumiane jest urządzenie, które na podstawie sygnałów pochodzących z jednej lub kilku anten wytwarza widmo, które jest podstawowym materiałem badawczym [4-6, 10].¹ Stosowane w radioastronomii korelatory można podzielić na dwie grupy: korelatory XF oraz korelatory FX [4, 6, 10].

Zasada działania korelatora XF wynika ze związku między wzajemną gęstością widmową mocy a funkcją korelacji wzajemnej (ang. *cross-spectrum via correlation function*) [1]:

$$S_{xy}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau, \quad (1)$$

W cyfrowych korelatorach XF najpierw wyznaczane są estymatory funkcji korelacyjnych, następnie przeprowadzana jest szybka transformata Fouriera i ostatecznie uzyskiwany jest estymator widma wzajemnego badanych sygnałów (rys. 1).

¹ Twórcy urządzenia opracowanego w Piwnicach k. Torunia posługują się bardziej precyzyjną nazwą – spektrograf.



Rys. 1. Architektura korelatora XF: Δt - opóźnienie [4]
 Fig. 1. An architecture of XF correlator: Δt - delay [4]

Podstawą działania korelatora FX (ang. *cross-spectrum via Fourier transforms*) są zależności [1]:

$$S_{xy}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E[X_k^*(f, T) Y_k(f, T)] \quad (2)$$

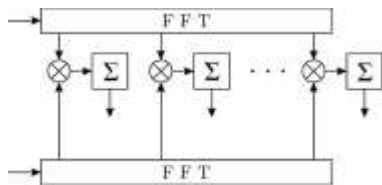
gdzie:

$$X_k(f, T) = \int_0^T x_k(t) e^{-j2\pi ft} dt, \quad (3)$$

$$Y_k(f, T) = \int_0^T y_k(t) e^{-j2\pi ft} dt, \quad (4)$$

przy czym k oznacza k . rekord o długości T reprezentujący ergodyczny proces $\{x(t)\}$ lub $\{y(t)\}$.

W przypadku cyfrowego korelatora FX (rys. 2) na każdym z sygnałów wykonywana jest transformata FFT. Następnie wyniki FFT są wyznaczane dla każdej częstotliwości oraz uśredniane.



Rys. 2. Architektura korelatora FX [4]
 Fig. 2. An architecture of FX correlator [4]

3. Kwantowanie sygnałów w radioastronomii

Liczba danych zebranych podczas jednej obserwacji radioastronomicznej sięga petabajtów. Aby uzyskać wyniki w czasie rzeczywistym, stosuje się kwantowanie o niewielkiej liczbie bitów, na ogół 1 lub 2 bitowe. Takie kwantowanie powoduje zmniejszenie czułości korelatora względem analogowego odpowiednika. Czułość względna wyrażana jest wzorem [3, 6, 10]:

$$RS = \frac{SNR_{korelatoracyfrowego}}{SNR_{korelatoraanalogowego}} \quad (5)$$

gdzie: SNR – stosunek sygnału do szumu.

Odwrotność czułości nazywana jest współczynnikiem degradacji. W tabeli 1 przedstawiono RS w funkcji liczby poziomów kwantowania oraz częstotliwości próbkowania dla sygnałów o rozkładzie normalnym, przy czym f_g oznacza górną graniczną częstotliwość badanego sygnału. W korelatorach cyfrowych o architekturze XF błędy systematyczne wynikające z kwantowania sygnałów koryguje się przez wprowadzenie odpowiednich współczynników przed operacją FFT [5].

Tab. 1. Efektywność kwantyzacji w zależności od liczby poziomów kwantowania oraz częstotliwości próbkowania [6, 10]

Tab. 1. Quantization efficiency vs. number of quantization levels and sampling frequency [6, 10]

Liczba poziomów kwantowania	Częstotliwość próbkowania	Czułość względna korelatora
 2	$f_p = 2f_g$	0,64
	$f_p = 4f_g$	0,74
 3	$f_p = 2f_g$	0,81
	$f_p = 4f_g$	0,89
 4	$f_p = 2f_g$	0,88
	$f_p = 4f_g$	0,94
 ∞	$f_p = 2f_g$	1,00
	$f_p = 4f_g$	1,00

Z tabeli 1 wynika, że nadpróbkowanie częściowo rekompensuje straty wynikające z degradacji sygnałów powodowanej kwantowaniem. Przykładowo w skromnym sprzętowym korelatorze w Piwnicach k. Torunia stosuje się przetwarzanie 3-poziomowe i maksymalną częstotliwość próbkowania równą 100 MHz [5].

W ostatnich latach podejmowano wysiłek opracowania korelatora programowego. Rozwój technologiczny umożliwił w grudniu 2012 roku w Andach zainstalowanie i przetestowanie programowego korelatora ALMA (rys. 3).



Rys. 3. Korelator ALMA [9]
 Fig. 3. ALMA correlator [9]

Ma on architekturę XF, ponad 134 miliony procesorów i wykonyuje 17 miliardów (10^{15}) operacji na sekundę. W jego układach wejściowych zastosowano 3 bitowe kwantowanie [9].

4. Zgrubne kwantowanie sygnałów losowych

Większość sygnałów w radioastronomii ma charakter szumów. Przyjmuje się, że mają one rozkład normalny.

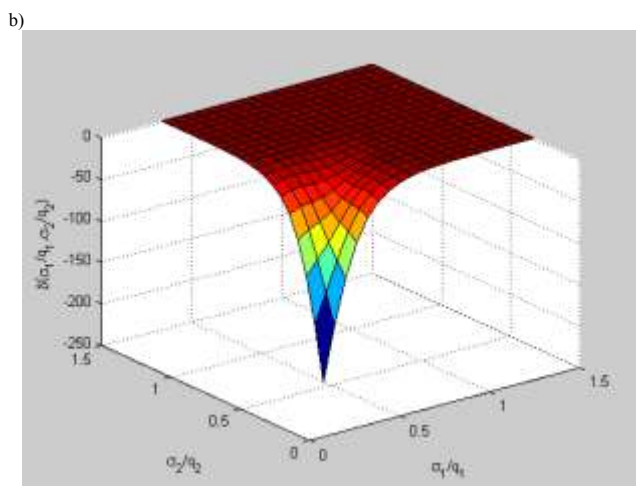
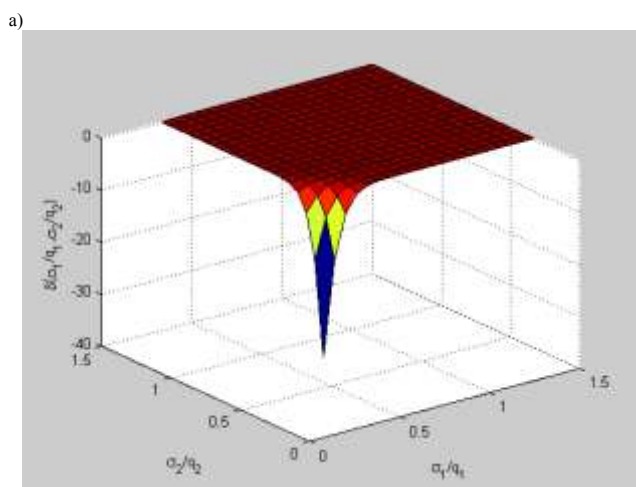
Sygnały szumowe w przeciwieństwie do zdeterminowanych nie są „wymagające”, jeśli chodzi o kwantowanie, dlatego już w latach 60. XX wieku konstruowano korelatory cyfrowe przeznaczone do ich analizy.

Wiadomo, że w przypadku kwantowania zaokrąglającego sygnałów o rozkładzie normalnym i zerowych wartościach średnich, względny błąd systematyczny wyznaczania funkcji korelacji wzajemnej wyrażony jest wzorem [7]:

$$\delta(\sigma_1/q_1, \sigma_2/q_2) = \sum_{l \neq 0} (-1)^l \exp\left(-\frac{2\pi^2 l^2}{q_1^2} \sigma_1^2\right) + \sum_{l \neq 0} (-1)^l \exp\left(-\frac{2\pi^2 l^2}{q_2^2} \sigma_2^2\right) - \frac{q_1 q_2}{4\pi^2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12}} \sum_{l \neq 0} \sum_{l' \neq 0} \frac{(-1)^{l+l'}}{ll'} \exp\left[-\left(\frac{2\pi^2}{q_1^2} l^2 \sigma_1^2 + \frac{4\pi^2}{q_1 q_2} ll' \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 + \frac{2\pi^2}{q_2^2} l'^2 \sigma_2^2\right)\right] \quad (6)$$

gdzie: σ_1, σ_2 - odchylenie standardowe (dyspersja) sygnału 1, 2, q_1, q_2 - przedział kwantowania w kanale 1, 2 korelatora, ρ_{12} - współczynnik korelacji.

W tabeli 2 przedstawiono przykładowe wyniki obliczeń, a na rys. 4 graficzne reprezentacje zależności (6).



Rys. 4. Względny błąd systematyczny funkcji korelacji wzajemnej sygnałów o rozkładach normalnych i współczynniku korelacji: a) $\rho_{12} = 0.1$, b) $\rho_{12} = 0.9$
Fig. 4. Normalized systematic error of the cross-correlation function for normal distributed signals and correlation coefficient: a) $\rho_{12} = 0.1$, b) $\rho_{12} = 0.9$

Tab. 2. Względny błąd systematyczny (6) funkcji korelacji wzajemnej sygnałów o rozkładach normalnych

Tab. 2. Normalized systematic error (6) of the cross-correlation function for normal distributed signals

$\sigma_1/q_1 = \sigma_2/q_2$	1	1.5	2	3
$ \rho_{12} = 0.1$				
$\delta(\sigma_1/q_1, \sigma_2/q_2)$	$-5.4 \cdot 10^{-9}$	$-1.0 \cdot 10^{-19}$	$-1.0 \cdot 10^{-34}$	$-1.4 \cdot 10^{-77}$
$ \rho_{12} = 0.5$				
$\delta(\sigma_1/q_1, \sigma_2/q_2)$	$-2.8 \cdot 10^{-6}$	$-2.4 \cdot 10^{-17}$	$-1.3 \cdot 10^{-32}$	$-8.0 \cdot 10^{-76}$
$ \rho_{12} = 0.9$				
$\delta(\sigma_1/q_1, \sigma_2/q_2)$	$-1.1 \cdot 10^1$	$-3.5 \cdot 10^{-2}$	$-2.0 \cdot 10^{-5}$	$-2.4 \cdot 10^{-14}$

Jak wynika z tabeli, błąd powodowany kwantowaniem jest ujemny i przy $\sigma_1/q_1 = \sigma_2/q_2 > 1$ dla ρ_{12} równego 0.1, 0.5 oraz 0.9 przyjmuje wartości bezwzględnie odpowiednio mniejszą od $5.4 \cdot 10^{-9}$, $2.8 \cdot 10^{-6}$ oraz $1.1 \cdot 10^1$.

Wyznaczaniu funkcji korelacji wzajemnej na podstawie zgrubnie skwantowanych sygnałów o rozkładzie normalnym nie musi towarzyszyć duży błąd systematyczny.

5. Wnioski

We współczesnej radioastronomii stosowane są dwa typy korelatorów: XF oraz FX. Korelatory XF są prostszymi w działaniu niż FX, ale trudniejszymi w przystosowaniu do bardziej złożonych zadań. Korelatory FX są bardziej wydajne od XF dla dużej liczby anten. Ponadto są łatwiejsze do zaprojektowania, gdy parametrem krytycznym jest odporność na zakłócenia radiowe.

W układach wejściowych korelatorów stosuje się kwantowanie sygnałów na kilku poziomach, co jest źródłem degradacji funkcji korelacji. Z uwagi na właściwości statystyczne sygnałów (są to zazwyczaj szerokopasmowe sygnały losowe o rozkładzie normalnym), taka degradacja jest akceptowalna a w razie potrzeby może być zmniejszona przez zwiększenie częstotliwości próbkowania.

Dla przykładu, korelator w Centrum Astronomii w Toruniu ma architekturę XF i zawiera 3-poziomowe kwantyzery a nowoczesny programowy korelator ALMA (Chile) ma również architekturę XF i posiada 3-bitowe kwantyzery.

6. Literatura

- [1] Bendat J.S., Piersol A.G.: Random data. Analysis and Measurement Procedures, Wiley, New York 2010.
- [2] Bendat J.S., Piersol A.G.: Engineering applications of correlation and spectral analysis, Wiley, New York 1993.
- [3] Bowers F.K., Klinger R.J.: Quantization noise of correlation spectrometers, Astron Astrophys. Suppl., 15, pp. 373-380, 1974.
- [4] Bock D.: Correlators and back-ends, RAS, September 2011, <http://ebookbrowse.net/ras-correlators-pdf-d251100484>.
- [5] Borkowski K. M., Kus A.J.: 32 m radioteleskop, Opis techniczny i podręcznik obserwatora, CA UMK, Piwnice 2008, <http://www.astro.uni.torun.pl/~kb/HandbRT32/HandbookRT32.htm>.
- [6] Briskin W.: Cross Correlators, Tenth Synthesis Imaging Summer School, UNM, June 2006, www.aoc.nrao.edu/events/synthesis/2006/lectures/.../Briskin.ppt.
- [7] Kawecka E., Lal-Jadziak J.: Wpływ kwantowania na dokładność estymacji momentów sygnałów o rozkładach normalnych, Pomiary Automatyka Robotyka, Nr 7-8, s. 154-158, 2004.
- [8] Kus A.: VLBI – największy radioteleskop świata, Urania, Vol. LIV, Nr 9, s. 210-218, 1983.
- [9] Najwyżej położony na świecie superkomputer <http://www.eso.org/public/poland/news/eso1253/>.
- [10] Rupen M.P.: Cross correlators & new correlators, Eleventh Synthesis Imaging Workshop, Socorro, June 2008, www.aoc.nrao.edu/events/synthesis/2008/.../RupenCorrelator08.ppt.