



## Zastosowanie metody złotego podziału do wyznaczania optymalnego rozplywu powietrza w kopalnianych sieciach wentylacyjnych zawierających bocznicę łączące podsieci wentylatorów głównego przewietrzania

### Application of the golden ratio method to determine the optimal air distribution in mine ventilation networks containing branches connecting the sub-networks of main ventilation fans

*Dr hab. inż. Grzegorz Pach\**

**Treść:** Do miejsc pracy górników w podziemnej kopalni powinno być dostarczane powietrze w ilości adekwatnej do występujących zagrożeń oraz spełniające wymogi prawne. Takimi miejscami są m.in. rejon wydobywczy i komory funkcyjne. Z drugiej strony, przewietrzanie kopalni powinno odbywać się przy jak najniższych kosztach finansowych, a więc przy najmniejszym zużyciu energii. Korzystne jest więc znalezienie takiego rozplywu powietrza w wyrobiskach kopalni, dla którego moc użyteczna wentylatorów jest najniższa, a jednocześnie rozplyw ten spełnia sztywne wymagania wynikające ze zwalczania zagrożeń naturalnych. W artykule przedstawiono metodę obliczeniową pozwalającą na szybkie wyznaczenie optymalnego rozplywu powietrza w szczególnej kopalnianej sieci wentylacyjnej, zawierającej zależne prądy powietrza łączące podsieci wentylatorów głównego przewietrzania. Przedstawiony algorytm wykorzystuje znaną w matematyce metodę złotego podziału. Wyniki osiągnięte za pomocą tej metody porównano na przykładzie z rozwiązaniem uzyskanym drogą przeliczenia wielu stanów rozplywu powietrza, aproksymacji funkcją wielomianową i określeniu jej minimum. Dla rozpatrywanego przykładu różnica w rozwiązaniach nie była większa niż 0,007%.

**Abstract:** Air should be supplied to miners' workplaces in the underground mine in an amount adequate to the existing hazards and meeting legal requirements. Such places are e.g.: mining areas and functional chambers. On the other hand, ventilation of the mine should be carried out with the lowest possible financial costs, and therefore with the lowest energy consumption. Therefore, it is advantageous to find such air distribution in mine workings, for which the useful power of fans is the lowest, and at the same time this air distribution meets the rigid requirements resulting from preventing natural hazards. The article presents a computational method that allows for quick determination of the optimal air distribution in a specific mine ventilation network, containing dependent air currents connecting the main ventilation fan sub-networks. The presented algorithm uses the golden ratio method known in mathematics. The results obtained by this method were compared on the example with the solution obtained by converting many states of air flow, approximation by a polynomial function and determining its minimum. For the considered example, the difference in solutions was not greater than 0.007%.

#### **Słowa kluczowe:**

*wentylacja kopalń, wentylatory, rozplyw powietrza, minimalizacja mocy*

#### **Keywords:**

*mine ventilation, fans, air distribution, power minimization.*

### 1. Wprowadzenie

W kopalniach podziemnych występują liczne zagrożenia wpływające na bezpieczeństwo pracy górników. Wśród nich można wymienić: gazowe, ciepłone, pożarowe i pyłowe. Postępujący wzrost głębokości wydobycia kopalni, zastosowanie maszyn o coraz większej mocy, koncentracja robót górniczych są przyczyną wzrostu zagrożeń. Prawidłowe przewietrzanie kopalń pozwala na zmniejszenie wymienionych zagrożeń, a poprzez to wpływa na zapewnienie większego bezpieczeństwa pracy załogi (Szlązak i in. 2013). Jednym

z celów wentylacji jest doprowadzenie określonej ilości powietrza do miejsc pracy górników. Miejscami takimi są m.in. rejon wydobywczy, drażone przodki korytarzowe, komory funkcyjne. Ilość powietrza doprowadzana do takich miejsc powinna być adekwatna do występujących zagrożeń oraz zgodna z przepisami wynikającymi z obowiązującego prawa. Dostarczenie powietrza do wymienionych miejsc pracy odbywa się z zastosowaniem wentylatorów głównego przewietrzania zlokalizowanych na powierzchni. Wentylatory głównego przewietrzania są urządzeniami o znacznym poborze mocy elektrycznej, co za tym idzie, ich praca niesie za sobą poważne koszty finansowe (Jeswiet, Szekeres 2016). Należy tutaj przypomnieć, że wentylatory główne, zgodnie z przepi-

\* Politechnika Śląska, Gliwice

sami prawa, powinny pracować w sposób ciągły, zapewniając nieprzerwane przewietrzanie wyrobisk górniczych. Korzystne jest więc wykorzystanie metod pozwalających na obniżenie mocy wentylatorów, przy jednoczesnym zapewnieniu odpowiedniej ilości powietrza w miejscach pracy górników. Problematyka ta związana jest z zagadnieniem wyznaczenia rozprywu wymuszonego powietrza w sieci wentylacyjnej (regulacji sieci wentylacyjnej). Już w latach trzydziestych XX wieku A. Sałustowicz przedstawił sposób rozwiązania tego zagadnienia dla sieci wentylacyjnych o wybranych strukturach, który jednak nie powinien być uogólniany dla dowolnych sieci wentylacyjnych (Sałustowicz 1930a, Sałustowicz 1930b, Sałustowicz 1931). Wyznaczenie naturalnego rozprywu powietrza w dowolnych sieciach wentylacyjnych było możliwe po zastosowaniu przybliżonej, iteracyjnej metody H. Crossa (Cross 1936), przystosowanej po raz pierwszy do obliczeń sieci wentylacyjnych kopalń przez D. R. Scotta i F. B. Hinsleya (Scott, Hinsley 1951). W kolejnych latach rozpatrywano już jednak zagadnienie wymuszonego rozprywu powietrza z częścią prądów nieregulowanych (swobodnych) lub zagadnienie naturalnego rozprywu powietrza z częścią prądów regulowanych (sztywnych więzów). Sformułowanie zagadnienia zależało od liczby jednych i drugich rodzajów prądu powietrza, traktowanych jako zmienne w modelu matematycznym. W pracach H. Bystronia (Bystron 1955, Bystron 1968, Bystron 1971) i A. Strumińskiego (Madeja-Strumińska, Strumiński 2004) przedstawione są sposoby rozwiązań tego zagadnienia. Istnieją jednak szczególne sieci wentylacyjne, które wymagają dodatkowych badań. Wykorzystywać w nich można łącznie metodę Sałustowicza i Crossa do ich obliczeń.

Kopalniane sieci wentylacyjne posiadają różne struktury, często charakteryzujące się znaczną złożonością. Od rozpoczętego w latach dziewięćdziesiątych XX wieku procesu restrukturyzacji górnictwa polskiego, często dochodziło do łączenia fizycznego kopalń/ruchów, podczas którego następowało połączenie wyrobiskami dwóch lub więcej ruchów/kopalń. Prawdopodobnie także w przyszłości dojdzie do łączenia kopalń. Powoduje to powstawanie nowych, często skomplikowanych, struktur sieci wentylacyjnych, charakteryzujących się większą złożonością w porównaniu ze stanem przed połączeniem kopalń. W sieciach liczniej mogą występować prądy zależne, zarówno w strefie, czyli w zbiorze bocznic z powietrzem doprowadzanym, jak i w strefie powietrza odprowadzanego. Wśród prądów zależnych w strefie powietrza odprowadzanego mogą pojawiać się prądy łączące podsieci wentylatorów głównego przewietrzania. Ich występowanie utrudnia wyznaczenie rozprywu wymuszonego powietrza, jednak jak zostanie to wykazane w dalszej części artykułu, umożliwi także wykonanie pewnych manewrów wentylacyjnych wpływających na sumaryczną moc użyteczną wentylatorów głównego przewietrzania. Przedstawiony w artykule przykład obliczeniowy dotyczy stosunkowo prostej sieci wentylacyjnej, jednak przedstawiona metodyka możliwa jest do zastosowania także w przypadku sieci bardziej skomplikowanych.

W artykule przedstawiono wyniki obliczeń rozprywu wymuszonego powietrza dla kopalń z dwoma szybami wydychowymi, przy których sytuowane są stacje wentylatorów głównego przewietrzania. Podsieci tych wentylatorów były połączone bocznicą w strefie powietrza odprowadzanego. Wyniki obliczeń zostały uzyskane przy założeniu stałej gęstości powietrza oraz przy zastosowaniu regulacji dodatniej, czyli za pomocą tam regulacyjnych. Przedstawiony algorytm, bazujący na metodzie złotego podziału, pozwala w sposób szybki na znalezienie minimalnej mocy użytecznej wentylatorów, jako funkcji celu, a więc i zmniejszy ewentualnie koszty związane z wentylacją kopalni.

## 2. Prawa równowagi i wymuszony rozpryw powietrza w kopalnianej sieci wentylacyjnej

Dowolny rozpryw powietrza w sieci wentylacyjnej musi spełniać równania zwane prawami równowagi. Równania te, znane również jako prawa Kirchhoffa mają następującą postać:

– równania dla węzłów sieci (I prawo Kirchhoffa):

$$\sum_{i=1}^m s_{ji} \cdot V_i = 0 \quad j = 1, 2, \dots, n-1 \quad (1)$$

– równania dla cykli (II prawo Kirchhoffa):

$$\sum_{i=1}^m c_{ki} \cdot (W_i - H_i) = 0 \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

gdzie:

- $m$  – liczba bocznic w sieci wentylacyjnej,
- $n$  – liczba węzłów w sieci wentylacyjnej,
- $n$  – liczba cyklicznych sieci wentylacyjnej,
- $V_i$  – wydatek objętościowy prądu powietrza w  $i$ -tej bocznicy,
- $W_i$  – dyssypacja energii w  $i$ -tej bocznicy (spadek naporu powietrza),
- $H_i$  – spiętrzenie (depresja)  $i$ -tego wentylatora,
- $s_{ji}$  – element macierzy incydencji węzłowo-bocznicowej,
- $c_{ki}$  – element macierzy cyklowo-bocznicowej.

Rząd macierzy  $c_{ki}$  wynosi  $n = m - n + 1$ .

Równanie przepływu dla  $i$ -tej bocznicy ma postać:

$$W_i = R_i \times V_i^2 \quad (3)$$

gdzie:

$R_i$  – opór  $i$ -tej bocznicy.

Sumaryczna moc użyteczna wentylatorów głównego przewietrzania może być wyznaczana na podstawie wzoru:

$$N_u = \sum_{i=1}^{l_w} H_i \cdot V_i \quad (4)$$

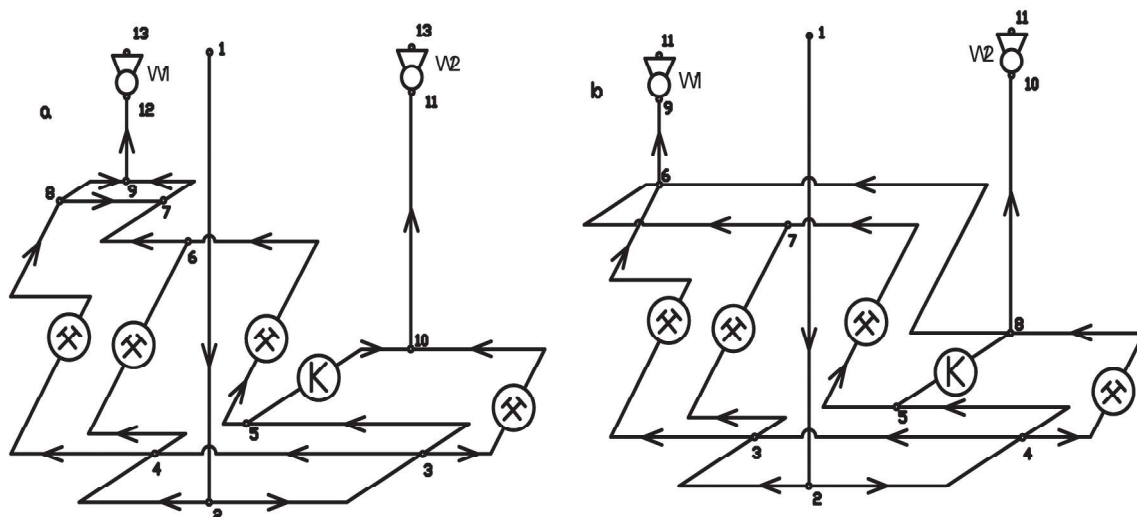
gdzie:

$N_u$  – sumaryczna moc użyteczna wszystkich wentylatorów głównego przewietrzania,

$l_w$  – liczba wentylatorów pracujących w sieci.

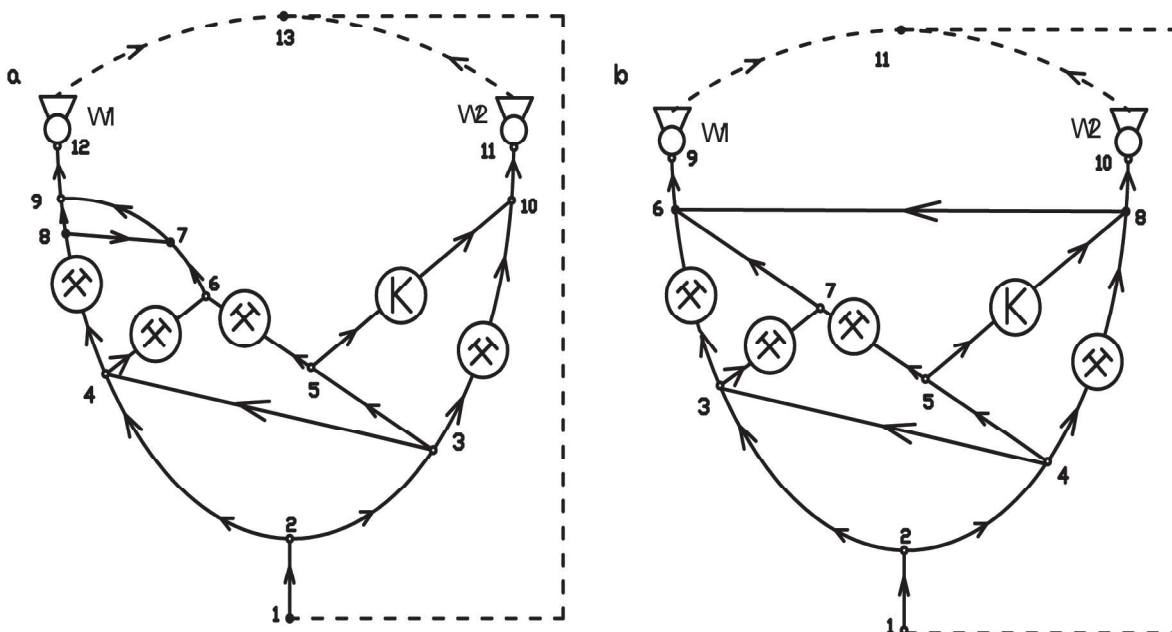
W sieciach wentylacyjnych z jednym wentylatorem głównego przewietrzania i zawierających prądy zależne wyznaczenie rozprywu wymuszonego dzięki wykorzystaniu metod Sałustowicza i Crossa nie stwarza aktualnie większych problemów. Wynikający z założeń metody Sałustowicza brak regulatora na drodze krytycznej pozwala na zrównanie liczby niewiadomych z liczbą równań wynikającą ze wspomnianych praw równowagi. Takie sieci nie będą dalej analizowane w artykule.

Dla sieci wentylacyjnych z dwoma wentylatorami głównego przewietrzania zawierających również prądy zależne, lecz niezawierających zależnego prądu powietrza łączącego podsieci wentylatorów (rys. 1a – schemat przestrzenny oraz odpowiadający mu schemat kanoniczny – rys. 2a) sposób postępowania przy wyznaczaniu rozprywu wymuszonego powietrza jest podobny jak dla sieci z jednym wentylatorem. Różnicą jest występowanie dwóch dróg krytycznych prowadzących odpowiednio do każdego z wentylatorów. Analizując rysunek 2a, można stwierdzić, że do wentylatora W1 płynie powietrze z rejonów wydobywczych 4-8, 4-6 i 5-6 (według numeracji węzłów), zaś do wentylatora W2 z rejonu 3-10 i komory funkcjonalnej 5-10. Zgodnie z metodą Sałustowicza pierwsza droga krytyczna będzie przechodziła przez jedną z bocznic: 4-8, 4-6 lub 5-6 i będzie to droga krytyczna dla wentylatora W1. Druga droga krytyczna będzie przechodziła przez bocznicę 3-10 lub 5-10 i będzie krytyczną dla wentylatora W2. Na drogach krytycznych nie będzie znajdowała się



**Rys. 1. Przykłady schematów przestrzennych sieci wentylacyjnych:** a) z prądami zależnymi w strefie doprowadzającego powietrza i w strefie odprowadzanego powietrza, b) z prądem zależnym powietrza odprowadzanego łączącym podsieci dwóch wentylatorów głównych

**Fig. 1. Examples of spatial ventilation network diagrams:** a) with dependent air currents in the supply air zone and in the exhaust air zone, b) with dependent air current connecting the sub-networks of two main fans



**Rys. 2. Przykłady schematów kanonicznych sieci wentylacyjnych:** a) z prądami zależnymi w strefie doprowadzającego powietrza i w strefie odprowadzanego powietrza, b) z prądem zależnym powietrza odprowadzanego łączącym podsieci dwóch wentylatorów głównych

**Fig. 2. Examples of canonical ventilation network diagrams:** a) with dependent air currents in the supply air zone and in the exhaust air zone, b) with dependent air current connecting the sub-networks of two main fans

tama regulacyjna (tama o oporze aerodynamicznym równym zero). Liczba równań możliwych do ułożenia na podstawie praw równowagi dla sieci z rysunku 1a wynosi: 12 (prawo dla węzłów) i 7 (prawo dla cykli), czyli łącznie 19. Liczba niewiadomych: 14 wydatków powietrza w bocznicach (znane są a priori wydatki powietrza w rejonach wydobywczych i w komórce funkcyjnej), potrzebne spiętrzenia dwóch wentylatorów głównych oraz opory aerodynamiczne 3 tam regulacyjnych (na dwóch drogach krytycznych tamy nie występują), czyli łączna liczba niewiadomych wynosi 19 i jest równa liczbie równań. Zastosowanie metod Salustowicza i Crossa jest więc skuteczne dla takiej sieci.

W sieciach wentylacyjnych, w których występują prądy zależne powietrza łączące podsieci wentylatorów głównego przewietrzania zastosowanie metod Salustowicza i Crossa okazuje się być niewystarczające. Przykład takiej sieci został przedstawiony na rysunkach 1b (schemat przestrzenny) oraz 2b (odpowiadający mu schemat kanoniczny), występująca na nich bocznicą 6-8 łączy podsieci wentylatorów W1 i W2. Bocznicą tą pozwala na uzyskanie takiego rozplywu powietrza, dla którego całkowita ilość powietrza płynącego w rejonach wydobywczych i w komórce płynie do wentylatora W1. Możliwa do wyobrażenia jest także sytuacja odwrotna, w której wentylator W2 przejmuje całkowitą ilość powie-

trza, a także nieskończona liczba pośrednich rozplywów powietrza, dla których powietrze rozdziela się w różnych proporcjach pomiędzy wentylatorami. Analizując sieć wentylacyjną przedstawioną na rysunku 2b, można stwierdzić, że w jej skład wchodzi 11 węzłów oraz 7 cykli, możliwe jest więc zapisanie 17 równań niezależnych wynikających z praw równowagi. Na liczbę niewiadomych składają się dwa spiętrzenia wentylatorów, 12 wydatków powietrza oraz opory aerodynamiczne 4 tam regulacyjnych. Nie jest możliwe w tym przypadku wskazanie dwóch sztywnych (niezmiennych) dróg krytycznych prowadzących odpowiednio do wentylatora W1 i wentylatora W2, gdyż występowanie bocznic łączącej podsieci wentylatorów pozwala na uzyskanie różniących się od siebie rozplywów w strefie powietrza odprowadzanego. Każdy z takich rozplywów będzie uzyskiwany przy odmiennych wartościach oporu aerodynamicznego tam regulacyjnych, a nawet przy różnych drogach krytycznych. Mnogość możliwych, spełniających warunki zagadnienia regulacji sieci wentylacyjnej, rozplywów powietrza w strefie odprowadzanej nie pozwala więc na jednoznaczne wyznaczenie niezmiennych dróg krytycznych (rozważając cały zbiór rozwiązań zagadnienia). Poszczególne rozplywy powietrza mogą się więc różnić drogami krytycznymi, a nawet liczbą dróg krytycznych, jednakże zgodnie z pracami Salustowicza przynajmniej jedna droga prowadząca przez sieć wentylacyjną powinna być drogą krytyczną. Z tego powodu przyjęto, że w sieci wentylacyjnej przedstawionej na rysunku 2b poszukiwane są opory aerodynamiczne 4 tam regulacyjnych. Liczba niewiadomych przekracza więc liczbę równań, układ równań jest nieoznaczony, co potwierdza, że istnieje nieskończenie wiele rozplywów powietrza spełniających zadane warunki. Każdy z tych rozplywów będzie charakteryzował się różnymi wartościami potrzebnych spiętrzeń wentylatorów oraz ich wydajnością, a więc zgodnie z równaniem (4), różnymi wartościami sumarycznej mocy użytecznej wentylatorów. Korzystne jest więc znalezienie takiego rozplywu powietrza przy którym moc ta jest jak najniższa.

### 3. Metoda złotego podziału wyznaczania optymalnego wymuszonego rozplywu powietrza

W sieciach wentylacyjnych z prądami powietrza łączącymi podsieci wentylatorów głównego przewietrzania liczba niewiadomych, jak już wspomniano, przekracza liczbę równań wynikających z praw równowagi. W przypadku takich sieci z dwoma wentylatorami głównymi liczba niewiadomych jest o jeden większa niż liczba równań wynikających z praw równowagi. Narzucenie wartości dla jednej z niewiadomych powoduje więc zrównanie liczby równań z liczbą niewiadomych. Niewiadomą taką może być wydatek powietrza na jednym z wentylatorów. Przy takim dodatkowym warunku ograniczającym możliwe jest wyznaczenie rozplywu powietrza w sieci wentylacyjnej oraz spiętrzeń wentylatorów i oporu aerodynamicznego tam regulacyjnych, a co za tym idzie, obliczenie sumarycznej mocy użytecznej wentylatorów głównych. Zadanemu wydatkowi powietrza na wentylatorze  $V_{W1}$  będzie więc odpowiadał rozplyw powietrza charakteryzujący się odpowiednią sumaryczną mocą użyteczną wentylatorów  $N_u$ . Nie musi być to jednak najmniejsza sumaryczna moc użyteczna wentylatorów. Przy zadanym innym wydatku powietrza na wentylatorze W1 obliczona moc sumaryczna  $N_u$  może być mniejsza. Zadanie polega więc na odpowiednim podziale całkowitego wydatku powietrza w kopalni  $\Sigma V$  pomiędzy wentylatory W1 i W2. Można to traktować jako poszukiwanie minimum funkcji jednej zmiennej, którą będzie na przykład wydatek  $V_{W1}$  na wentylatorze W1. Minimalizować można

funkcję  $N_u(V_{W1})$ , czyli przebieg sumarycznej mocy użytecznej wentylatorów w przedziale ( $V_{W1} = 0, V_{W1} = \Sigma V$ ).

Metod optymalizacji opartych na algorytmach iteracyjnych jest wiele, gdyż dostosowuje się je do sprecyzowanych klas ograniczeń i funkcji celu. Jedną z metod jest metoda złotego podziału.

Złoty podział odcinka znany jest od czasów Euklidesa, ale termin złoty podział wprowadził Leonardo da Vinci. Używany też jest termin „podział harmoniczny”.

Złoty podział odcinka „a” na dwa odcinki „x” oraz „a-x” określa zależność:

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{a-x} \quad (5)$$

którą można zastąpić równaniem

$$x^2 + ax - a^2 = 0 \quad (6)$$

Rozwiązaniem równania jest

$$x = a \frac{\sqrt{5}-1}{2} = a \cdot k \quad (7)$$

Przybliżona wartość liczby  $k \approx 0,618$  charakteryzuje złoty podział odcinka.

Liczbę  $k$  można wykorzystać do podziału wypukłej funkcji jednej zmiennej w jej określonym przedziale. W tym celu należy obliczyć wartości funkcji dla dwóch punktów w tej samej odległości od krańców przedziału i je porównać. Przedział niepewności z wartością minimalną będzie znajdował się między punktem o większej wartości tej funkcji a bardziej oddalonym od tego punktu krańcem przedziału niepewności. Uzyskany przedział niepewności będzie ponownie zmniejszany w kolejnych iteracjach, wykorzystując liczbę  $k$  do jego podziału.

Ilustracją metody złotego podziału zastosowanej do badania funkcji  $N_u(V_{W1})$  jest rys. 3. Skrajne punkty A i B odpowiadają dwóm stanom, gdy cała ilość powietrza płynącego przez kopalnię (np. z wszystkich 4 rejonów wydobywczych i komory funkcyjnej – rys. 2b) płynie do wentylatora W1 (punkt B – rys. 3) lub, gdy do wentylatora W1 nie płynie powietrze – wydatek w bocznicę z wentylatorem W1 wynosi wtedy 0 (punkt A – rys. 3), a całość powietrza kierowana jest do wentylatora W2. W dalszych rozważaniach nie będą brane pod uwagę rozplywy powietrza, dla których wydatek powietrza w bocznicę z wentylatorem W1 przyjmuje wartości ujemne, taka wartość wydatku zaprzeczałaby funkcji wydechowej szybu. Między punktami A i B znajduje się pierwotny przedział niepewności, wewnątrz którego znajduje się rozplyw powietrza charakteryzujący się najniższą mocą użyteczną wentylatorów.

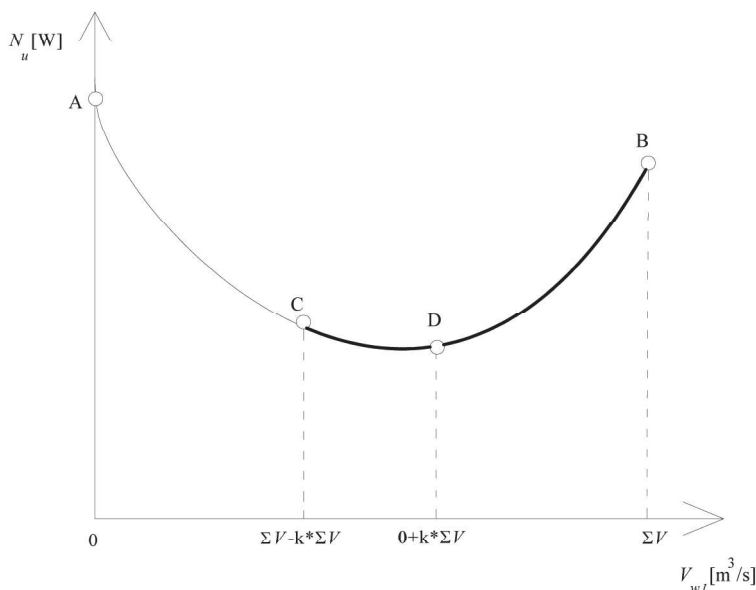
Sumaryczna moc użyteczna wentylatorów W1 i W2 jest wyznaczana na podstawie zależności powstałej na podstawie wzoru (4)

$$N_u = H_{W1} \cdot V_{W1} + H_{W2} \cdot V_{W2} \quad (8)$$

Metoda złotego podziału polega na zacieśnianiu pierwotnego przedziału w kolejnych iteracjach, aż do uzyskania zadawalającej długości przedziału. Długość przedziału  $d_i$  w  $i$ -tej iteracji jest wyznaczana na podstawie wzoru:

$$d_i = k \cdot d_{i-1} \quad (9)$$

W zerowej iteracji długość przedziału odpowiada sumarycznemu wydatkowi powietrza  $\Sigma V$  płynącego przez kopalnię. W kolejnych iteracjach wyznaczane są rozplywy powietrza przy narzuceniu wydatków powietrza na bocznicę z wentylatorem zgodnie ze wzorami:



Rys. 3. Zastosowanie metody złotego podziału w poszukiwaniu optymalnego rozplywu powietrza

Fig. 3. Application of the golden ratio method in the search for optimal air distribution

$$\begin{aligned} V_{wi,l,i+1} &= V_{wi,p,i} - d_i \\ V_{wi,p,i+1} &= V_{wi,l,i} + d_i \end{aligned} \quad (10)$$

gdzie symbole  $l$  oraz  $p$  oznaczają odpowiednio lewą granicę przedziału i prawą granicę przedziału. Dla tak zadanych wydatków rozplywu powietrza wyznaczane są, parametry wentylatorów wraz z ich sumaryczną mocą użyteczną. Następnie wartości mocy są porównywane i dochodzi do zacieśnienia przedziału niepewności z lewej bądź prawej strony. Obliczenia kończy się, gdy długość przedziału niepewności jest mniejsza niż zakładano.

Rysunek 3 przedstawia metodę złotego podziału w zerowej i pierwszej iteracji. W zerowej iteracji wyznaczane są sumaryczne moce użyteczne wentylatorów dla, jak już wspomniano, dwóch stanów skrajnych (punkty A i B), przy czym nie ma znaczenia ich wyznaczanie. Długość przedziału w tej iteracji wynosi  $\Sigma V$  i odpowiada całemu wydatkowi powietrza w kopalni. Następnie oblicza się na podstawie wzoru (9) długość przedziału w pierwszej iteracji oraz na podstawie wzoru (10) kolejne wydatki powietrza narzucane na wentylatorze. Dla takich wydatków wyznacza się rozplyw powietrza oraz sumaryczną moc użyteczną wentylatorów (punkty C i D). Następnie porównuje się te moce i dokonuje zacieśnienia przedziału. W przedstawionym przypadku zacieśnienie nastąpiło z lewej strony przedziału, gdyż moc wentylatorów uzyskiwana przy rozplywie powietrza odpowiadającym punktowi C była wyższa niż moc przy rozplywie odpowiadającym punktowi D. Nowy przedział niepewności, w którym znajduje się optymalny rozplyw powietrza (ze względu na moc użyteczną wentylatorów) został narysowany pogrubioną linią (rys. 3).

#### 4. Możliwość weryfikacji metody

W sieciach wentylacyjnych z dwoma wentylatorami głównego przewietrzania, których podsieci połączone są prądami zależnymi w strefie powietrza odprowadzanego istnieje, jak już wspomniano, nieskończenie wiele rozplywów powietrza

spełniających narzucone warunki ograniczające. Poszczególne rozplywy będą się różniły od siebie takimi parametrami jak: potrzebne spiętrzenie wentylatorów, ich wydajność, czy też moc użyteczna. Wyznaczając więc wielokrotnie rozplyw powietrza wraz ze wspomnianymi parametrami, można uzyskać zależności wzajemnie łączące poszczególne parametry. Jedną z takich zależności może być sumaryczna moc użyteczna wentylatorów głównego przewietrzania jako funkcja wydatku powietrza płynącego przez jeden z wentylatorów głównych. Wielokrotne obliczenia rozplywu powietrza można potraktować jako eksperyment, którego wyniki wymagają opracowania matematycznego. Istotnymi wynikami będą sumaryczna moc użyteczna wentylatorów i ilość powietrza płynąca przez wybrany wentylator. Poszukiwana będzie więc funkcja:

$$N_u = f(V_{w1}) \quad (11)$$

gdzie  $W1$  oznacza wentylator pierwszy.

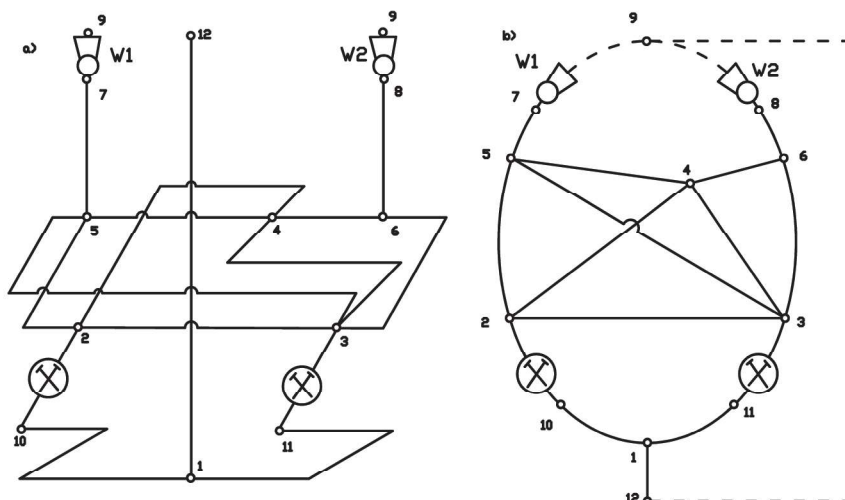
Wcześniej przeprowadzone badania wykazały, że wielomian trzeciego stopnia jest funkcją poprawnie odzwierciedlającą zależność łączącą moc wentylatorów z ich wydajnością (Pach i in. 2018). Poprawność tego stwierdzenia sugeruje także fakt, że moc prądu powietrza w bocznicy zależy od wydatku powietrza w niej płynącego, podniesionego do potęgi trzeciej.

W dalszej kolejności obliczyć należy pierwszą i drugą pochodną uzyskanej funkcji. Pierwsza pochodna funkcji przyrównywana do zera wyznacza ekstremum funkcji. Dla obliczonej wartości wydatku na wentylatorze wyznaczyć należy znak drugiej pochodnej pozwalający stwierdzić o istnieniu minimum lub maksimum funkcji.

#### 5. Analiza przykładowej sieci wentylacyjnej

##### 5.1. Optymalizacja rozplywu powietrza metodą złotego podziału

Na rysunku 4 przedstawiono schemat przestrzenny i schemat kanoniczny sieci wentylacyjnej kopalni. W sieci



Rys. 4. Schemat przestrzenny (a) i schemat kanoniczny (b) kopalnianej sieci wentylacyjnej

Fig. 4. The spatial diagram (a) and the canonical diagram (b) of the mine ventilation network

znajdują się dwa rejonów wydobywcze (pomiędzy węzłami 10-2 oraz węzłami 11-3), dla których zostały przyjęte wydatki powietrza. W sieci wentylacyjnej znajdują się dwa wentylatory głównego przewietrzania: W1 oraz W2. W strefie powietrza odprowadzanego znajdują się liczne prądy zależne łączące podsieci wentylatorów W1 i W2 (min. bocznic 2-3, 3-5). W skład sieci wentylacyjnej wchodzi 12 węzłów oraz 18 bocznic. Na podstawie praw równowagi otrzymuje się łącznie 18 równań, w tym 11 węzłowych i 7 cyklowych. Łączna liczba niewiadomych wynosi 19, w tym wydatki powietrza w 16 bocznicach, potrzebne spiętrzenia wentylatorów W1 i W2 oraz opór aerodynamiczny tamy regulacyjnej. Istnieje więc zasadność zastosowania metod przedstawionych w punkcie trzecim. Istotne parametry sieci wentylacyjnej zostały przedstawione w tabeli 1. Strefa powietrza doprowadzanego w przedstawionym przykładzie jest niewielka, jednak nie wpływa to na istotę zagadnienia. Rozbudowanie tej strefy nie prowadzi do innych spostrzeżeń, niż przedstawione w artykule.

Tabela 1. Charakterystyka bocznic sieci wentylacyjnej

Table 1. Characteristics of branches of the ventilation network

Numer bocznic	Węzeł początkowy	Węzeł końcowy	Opór bocznic [g/m <sup>7</sup> ]	Zadany wydatek [m <sup>3</sup> /min]
1	1	10	?	2000
2	10	2	300	
3	1	11	?	3000
4	11	3	855	
5	2	3	100	
6	2	5	150	
7	2	4	80	
8	3	5	120	
9	3	4	60	
10	3	6	150	
11	4	5	60	
12	4	6	80	
13	5	7	120	
14	6	8	240	
15	7	9	0	
16	8	9	0	
17	9	12	0	
18	12	1	16	

? – oznacza, że w danych wejściowych zostaje wprowadzona wartość 0 oporu bocznic, natomiast wyznaczona w obliczeniach wartość będzie oporem tamy regulacyjnej.

Przy wykorzystaniu metody złotego podziału ograniczono się do dopuszczalnego przedziału niepewności  $d_{\text{dop}} < 5 \text{ m}^3/\text{s}$ . Wyniki obliczeń dla kolejnych iteracji wynikających z metody złotego podziału przedstawiono w tabelicy 2. Dla każdej iteracji w tabelicy zapisano dwa wiersze. Wiersz górny odpowiada parametrom rozdziału  $\Sigma V$  powietrza odpowiadającemu prawemu krańcowi przedziału, zaś wiersz dolny odpowiada lewemu krańcowi przedziału. W kolejnych kolumnach znajdują się: numer iteracji, zadany wydatek powietrza na wentylatorze pierwszym – wyznaczony na podstawie wzoru (10), potrzebne spiętrzenie wentylatora pierwszego, potrzebne spiętrzenie wentylatora drugiego, sumaryczna moc użyteczna obydwu wentylatorów, którą obliczono na podstawie wzoru (8) oraz długość przedziału wydatku powietrza na wentylatorze pierwszym – obliczoną na podstawie wzoru (9), w którym znajduje się wydatek powietrza odpowiadający minimum mocy użytecznej. Wiersze, w których pogrubiono czcionkę odpowiadają nowemu krańcowi przedziału w każdej z iteracji.

Tabela 2. Wyniki obliczeń minimalizacji sumarycznej mocy wentylatorów – metoda złotego podziału

Table 2. The calculations results of the minimization of the total fans power - the golden ratio method

Numer iteracji	$V_{w1}$ [m <sup>3</sup> /s]	$H_{w1}$ [Pa]	$H_{w2}$ [Pa]	$N_u$ [W]	$d_i$ [m <sup>3</sup> /s]
0	83,33	3165	2258	263751	83,33
0	0	2253	4111	342628	83,33
1	51,50	2606	2532	214831	51,50
<b>1</b>	<b>31,83</b>	<b>2392</b>	<b>2968</b>	<b>229064</b>	<b>51,50</b>
<b>2</b>	<b>63,66</b>	<b>2788</b>	<b>2364</b>	<b>224047</b>	<b>31,83</b>
2	51,50	2606	2532	214831	31,83
3	51,50	2606	2532	214831	19,67
<b>3</b>	<b>43,99</b>	<b>2512</b>	<b>2674</b>	<b>215769</b>	<b>19,67</b>
<b>4</b>	<b>56,09</b>	<b>2670</b>	<b>2459</b>	<b>216805</b>	<b>12,16</b>
4	51,50	2606	2532	214831	12,16
<b>5</b>	<b>51,50</b>	<b>2606</b>	<b>2532</b>	<b>214831</b>	<b>7,52</b>
5	48,57	2568	2584	214565	7,52
6	48,57	2568	2584	214565	4,65
<b>6</b>	<b>46,85</b>	<b>2546</b>	<b>2616</b>	<b>214784</b>	<b>4,65</b>

Numer bocznicy	Węzły bocznicy	Opór (g/m <sup>7</sup> )	Wydatek powietrza (m <sup>3</sup> /min)	(m <sup>3</sup> /s)	Dys. (Pa)	Depr. (Pa)
1	1 10	1624.600	2000.00	33.3333	1805.110	0.000
2	10 2	300.000	2000.00	33.3333	333.333	0.000
3	1 11	0.000	3000.00	50.0000	0.000	0.000
4	11 3	855.000	3000.00	50.0000	2137.500	0.000
5	2 3	100.000	126.68	2.1113	0.446	0.000
6	2 5	150.000	929.89	15.4982	36.029	0.000
7	2 4	80.000	943.43	15.7238	19.779	0.000
8	3 5	120.000	1033.20	17.2199	35.583	0.000
9	3 4	60.000	1077.03	17.9506	19.333	0.000
10	3 6	150.000	1016.45	16.9408	43.049	0.000
11	4 5	60.000	987.41	16.4569	16.250	0.000
12	4 6	80.000	1033.05	17.2175	23.715	0.000
13	5 7	120.000	2950.50	49.1750	290.182	0.000
14	6 8	240.000	2049.50	34.1583	280.030	0.000
15	7 9	0.000	2950.50	49.1750	0.000	2575.765
16	8 9	0.000	2049.50	34.1583	0.000	2573.079
17	9 12	0.000	5000.00	83.3333	0.000	0.000
18	12 1	16.000	5000.00	83.3333	111.111	0.000

Rys. 5. Wydruk z programu komputerowego WKRP  
 Fig. 5. Printout from the WKRP computer program

Kształtowanie się krańców przedziałów w kolejnych iteracjach wyrażone w wydatku powietrza na wentylatorze W1:

0	0,00	-	83,33 m <sup>3</sup> /s = 5000 m <sup>3</sup> /min
I	31,83	-	83,33 m <sup>3</sup> /s
II	31,83	-	63,66 m <sup>3</sup> /s
III	43,99	-	63,66 m <sup>3</sup> /s
IV	43,99	-	56,09 m <sup>3</sup> /s
V	43,99	-	51,50 m <sup>3</sup> /s
VI	46,85	-	51,50 m <sup>3</sup> /s

Dla wydatku powietrza znajdującego się pośrodku ostatniego (szóstego) przedziału wynoszącego  $V_{w1} = 49,175 \text{ m}^3/\text{s} = 2950 \text{ m}^3/\text{min}$  wyznaczono rozptyw powietrza, który dla tej metody może być traktowany jako optymalny, zaś sumaryczną moc użyteczną wentylatorów W1 i W2 można zgodnie z założeniami metody traktować jako minimalną. Na rysunku 5 przedstawiono wydruk z programu komputerowego WKRP przedstawiający rozptyw powietrza dla tak zadanego wydatku na wentylatorze W1.

Sumaryczna moc wentylatorów W1 oraz W2 dla tego rozptywu powietrza wyniosła  $N_u = 214555 \text{ W}$ , przy czym moc użyteczna wentylatora W1 wyniosła 126663 W, zaś wentylatora W2 87892 W.

**5.2. Weryfikacja metody złotego podziału za pomocą aproksymacji funkcji empirycznej**

W celu weryfikacji wyników optymalizacji uzyskanych za pomocą metody złotego podziału wykonano obliczenia optymalizacyjne przy zastosowaniu metody przedstawionej w punkcie 3. Zgodnie z metodą weryfikacyjną wyznaczono

11 różnych rozptyłów powietrza przy zakładanym wydatku powietrza na wentylatorze W1 od 0 m<sup>3</sup>/min do 5000 m<sup>3</sup>/min, z krokiem co 500 m<sup>3</sup>/min. Dla każdego z tych rozptyłów wyznaczono potrzebne spiętrzenia wentylatorów oraz ich moce użyteczne, a także potrzebne w metodzie wartości sumaryczne mocy użytecznej wentylatorów W1 i W2. W tabeli 3 oraz na rysunku 6 przedstawiono uzyskane w metodzie weryfikacyjnej wyniki.

Wariantowe wyniki rozptyłów powietrza pozwoliły na uzyskanie zależności łączącej sumaryczną moc wentylatorów z wydatkiem powietrza na wentylatorze W1 – wzór (11). W celu zwiększenia dokładności wyników i ułatwienia zapisu funkcja mocy użytecznej została podana niżej w watach.

$$Nu = -0,1366(V_{w1})^3 + 66,62(V_{w1})^2 - 5549,5(V_{w1}) + 342591 \text{ [W]}$$

Wartość współczynnika determinacji R<sup>2</sup> dla zależności przedstawionej powyżej wynosiła 1. Wskazuje to, że wielomian trzeciego stopnia jest właściwą funkcją aproksymującą zależność sumarycznej mocy użytecznej wentylatorów od wydajności jednego z nich.

Zgodnie z metodą wyznaczono pierwszą pochodną powyższej funkcji, która przyjmuje postać:

$$Nu' = -0,4098(V_{w1})^2 + 133,24(V_{w1}) - 5549,5$$

Po przyrównaniu pierwszej pochodnej do zera uzyskuje się dwa rozwiązania:

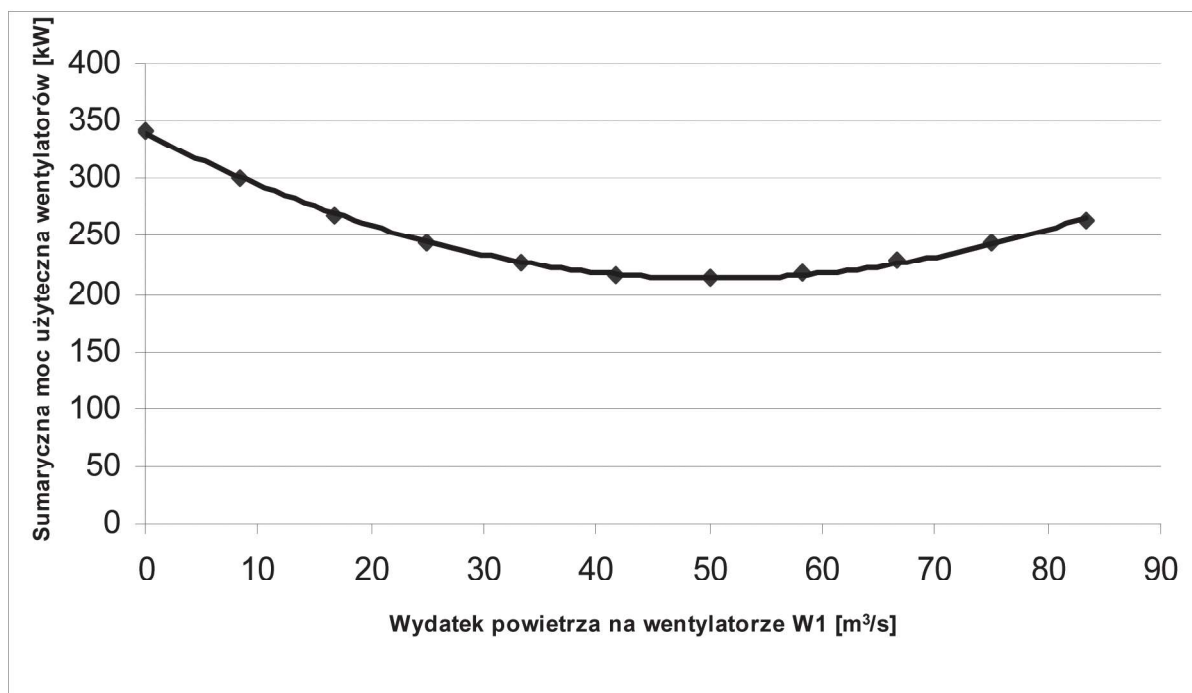
$$V_{w1} = 49,05 \text{ m}^3/\text{s},$$

$$V_{w1} = 276,52 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Drugie rozwiązanie nie jest poprawne (na wentylatorze W1 płynęłoby wtedy więcej powietrza niż łącznie w dwóch

Tabela 3. Wariantowe rozptyły wymuszone powietrza – podstawowe parametry dla weryfikacji  
 Table 3. Variant forced air flows - basic parameters for verification

Wydatek powietrza na W1 [m <sup>3</sup> /min]	0	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000
Sumaryczna moc wentylatorów W1 i W2 [kW]	342,6	300,8	267,9	243,3	226,6	217,1	214,6	218,4	228,2	243,5	263,7



Rys. 6. Zależność sumarycznej mocy użytecznej wentylatorów od wydajności wentylatora W1  
Fig. 6. The dependence of the total useful power of fans on the W1 fan efficiency

rejonach wydobywczych). Optymalnym rozwiązaniem jest więc rozwiązanie pierwsze, dla którego wyznaczana jest wartość drugiej pochodnej funkcji

$$Nu'' = -0,8196(V_{w1}) + 133,24$$

dla  $V_{w1} = 49,05 \text{ m}^3/\text{s}$  wartość drugiej pochodnej  $Nu'' = 93,04$ . Znak dodatni świadczy o istnieniu minimum mocy wentylatorów przy narzucanym wydatku powietrza na wentylatorze W1 wynoszącym  $49,05 \text{ m}^3/\text{s}$ . Dla takiego wydatku powietrza sumaryczna moc użyteczna wynosi  $214539 \text{ W}$ .

Porównanie wyników pomiędzy metodami wykazało, że rozptyw optymalny powietrza jest uzyskiwany odpowiednio przy narzucanym wydatku powietrza na wentylatorze W1:  $49,175 \text{ m}^3/\text{s}$  dla metody złotego podziału i  $49,05 \text{ m}^3/\text{s}$  dla metody weryfikacyjnej. Wartości sumarycznej mocy użytecznej wentylatorów wynoszą:  $214555 \text{ W}$  dla metody złotego podziału i  $214539 \text{ W}$  dla metody weryfikacyjnej. Różnice pomiędzy rozptywami optymalnymi uzyskiwanymi za pomocą metod wynoszą  $0,125 \text{ m}^3/\text{s}$  ( $0,25\%$ ) dla wydatku powietrza na wentylatorze W1 i  $16 \text{ W}$  ( $0,007\%$ ) dla sumarycznej mocy użytecznej wentylatorów. Wykonane obliczenia wskazują, że metody prowadzą do zbliżonych wyników.

## 6. Wnioski

1. W kopalnianych sieciach wentylacyjnych zawierających prądy zależne powietrza łączące podsieci wentylatorów głównego przewietrzania zastosowanie metod Sałustowicza i Crossa nie pozwala na wyznaczenie optymalnego, ze względu na sumaryczną moc użyteczną wentylatorów, rozptywu wymuszonego powietrza. Liczba niewiadomych w tych przypadkach przekracza liczbę równań niezależnych wynikającą z praw równowagi dla sieci wentylacyjnych. Dla takich sieci wentylacyjnych przydatne jest zastosowanie dodatkowych metod obliczeniowych, w tym znanej w matematyce metody złotego podziału polegającej na zacieśnianiu przedziału niepewności, w którym znajduje się optymalny rozptyw powietrza.

2. W analizowanym przykładzie sieci wentylacyjnej najmniej korzystny rozptyw powietrza, spełniający warunki dotyczące ilości powietrza w rejonach wydobywczych, został uzyskany przy całkowitej mocy użytecznej wentylatorów wynoszącej  $342,6 \text{ kW}$ . Dotyczył on sytuacji, gdy całkowita ilość powietrza z rejonów wydobywczych była kierowana na jeden wentylator (W2). Przy wykorzystaniu metody złotego podziału, po sześciu iteracjach, udało się wyznaczyć rozptyw powietrza, przy którym moc wentylatorów wynosiła  $214,5 \text{ kW}$ . Rozptyw ten był uzyskiwany w sytuacji, gdy na wentylatorze W1 ilość powietrza wynosiła  $49,175 \text{ m}^3/\text{s}$ .
3. Wyniki optymalizacyjne uzyskane za pomocą metody złotego podziału zostały zweryfikowane za pomocą metody wielokrotnych obliczeń rozptywu powietrza, pozwalającej aproksymować wielomianem trzeciego stopnia zależność między sumaryczną mocą użyteczną wentylatorów a wydajnością jednego z nich. Różnice pomiędzy rozptywami optymalnymi wyznaczanymi za pomocą dwóch metod wynosiły:  $0,25\%$  ( $0,125 \text{ m}^3/\text{s}$ ) dla wydatku powietrza na wentylatorze W1 oraz  $0,007\%$  ( $16 \text{ W}$ ) dla sumarycznej mocy użytecznej wentylatorów.

## Literatura

- SALUSTOWICZ A. 1930a - Obliczanie oporu ogólnego i regulacji ilości powietrza w złożonych systemach wentylacyjnych. „Przeгляд Górnictwo-Hutniczy”, nr 6, 1930.
- SALUSTOWICZ A. 1930b - Regulacja odjemna i mieszana w złożonych systemach wentylacyjnych. „Przeгляд Górnictwo-Hutniczy”, nr 9, 1930.
- SALUSTOWICZ A. 1931 - Przewietrzanie kopalń za pomocą kilku szybów wentylacyjnych. „Przeгляд Górnictwo-Hutniczy”, nr 11, 1931.
- CROSS H. 1936 - Analysis of flow in networks of conduits or conductors. University of Illinois at Urbana Champaign, College of Engineering, Engineering Experiment Station.
- SCOTT D. R., HINSLEY F. B. 1951 - Ventilation Network Theory. Colliery Engineering, 28(326), 159-66.



- GUTENBAUM J. 1992 - Modelowanie matematyczne systemów. IBS PAN Omnitech Press, Warszawa.
- SZŁĄZAK N., OBRACAJ D., BOROWSKI M., SWOLKIEŃ J., KORZEC M. 2013 - Monitoring and controlling methane hazard in excavations in hard coal mines. AGH Journal of Mining and Geoengineering, 37(1), s. 105-116.
- JESWIET J., SZEKERES A. 2016 - Energy Consumption in Mining Comminution. The 23rd CIRP Conference on Life Cycle Engineering. Elsevier, Procedia CIRP 2016, vol. 48, , p. 140-145.
- MADEJA-STRUMIŃSKA B., STRUMIŃSKI A., 2004 - Optymalizacja wymuszonych rozplywów powietrza w warunkach skrępowanych oraz ocena wybranych zagrożeń w kopalniach podziemnych. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław.
- BYSTRONŃ H. 1955 - Parametryczny sposób regulacji wentylacyjnej. „Przeгляд Górnicy”, nr 12.
- BYSTRONŃ H. 1968 - Metoda regulacji skrępowanej rozplywu powietrza w kopalni. „Przeгляд Górnicy”, nr 11.
- BYSTRONŃ H. 1971 - Metoda projektowania rozplywów wymuszonych powietrza w aktywnych sieciach wentylacyjnych. „Przeгляд Górnicy”, nr 6.
- PACH G., SUŁKOWSKI J., RÓŻAŃSKI Z., WRONAP. 2018 - Costs reduction of main fans operation according to safety ventilation in mines - a case study. Archives of Mining Science, 63(1), p. 43-60.

Artykuł wpłynął do redakcji – styczeń 2021  
Artykuł akceptowano do druku – 15.03.2021