



## Koncepcja konstrukcji dwustopniowego naddźwiękowego pocisku raketowego

Tomasz RASZTABIGA<sup>1</sup>, Krzysztof MOTYL<sup>2\*</sup>, Bogdan ZYGMUNT<sup>2</sup>,  
Roman KAŻMIERCZAK<sup>3</sup>

<sup>1</sup> ZM MESKO S.A., ul. Legionów 122, 26-111 Skarżysko-Kamienna

<sup>2</sup> Wydział Mechatroniki i Lotnictwa, Wojskowa Akademia Techniczna,  
ul. Gen. S. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa,

<sup>3</sup> Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych, ul. Ks. Bolesława 6, 01-494 Warszawa  
\*autor korespondencyjny, e-mail: krzysztof.motyl@wat.edu.pl

Artykuł wpłynął do redakcji 29.01.2014. Zweryfikowaną wersję po recenzji otrzymano 24.03.2014

**Streszczenie.** Zaawansowane obliczenia z dziedziny balistyki zewnętrznej i aerodynamiki można przeprowadzić, wykorzystując program komercyjny PRODAS, który jest specjalizowanym narzędziem do wspomagania projektowania pocisków strzeleckich, artyleryjskich i pocisków raketowych. PRODAS został użyty do wspomagania procesu projektowania dwustopniowego naddźwiękowego pocisku raketowego, realizowanego w ramach projektu naukowego. Program umożliwił wyznaczenie charakterystyk masowych i bezwładnościowych, współczynników aerodynamicznych, współczynników charakteryzujących stabilność pocisku raketowego oraz przeprowadzenie przestrzennej symulacji trajektorii lotu oraz innych parametrów i właściwości dynamicznych pocisku raketowego.

**Słowa kluczowe:** mechanika, dwustopniowy pocisk raketowy, modelowanie matematyczne, symulacja komputerowa

## 1. WSTĘP

Balistyka zewnętrzna zajmuje się ruchem obiektu latającego, np. naddźwiękowego pocisku raketowego w atmosferze ziemskiej. Badania właściwości dynamicznych pocisków raketowych na torze lotu można przeprowadzić doświadczalnie i teoretycznie. Badania doświadczalne przeprowadza się na rzeczywistych obiektach lub ich modelach materialnych przy spełnionych kryteriach podobieństwa mechanicznego. Badanie w locie właściwości dynamicznych pocisków raketowych, w przedziale dopuszczalnych zmian warunków eksploatacyjnych, jest bardzo kosztowną i czasochłonną końcową fazą procesu projektowania. Zanim jednak to nastąpi, powszechnie wykorzystuje się badania teoretyczne, które wymagają zbudowania odpowiednich modeli fizycznych oraz matematycznych rozpatrywanego pocisku raketowego, a następnie wykonania komputerowych symulacji odwzorowujących zachowanie się obiektu w warunkach dynamicznych.

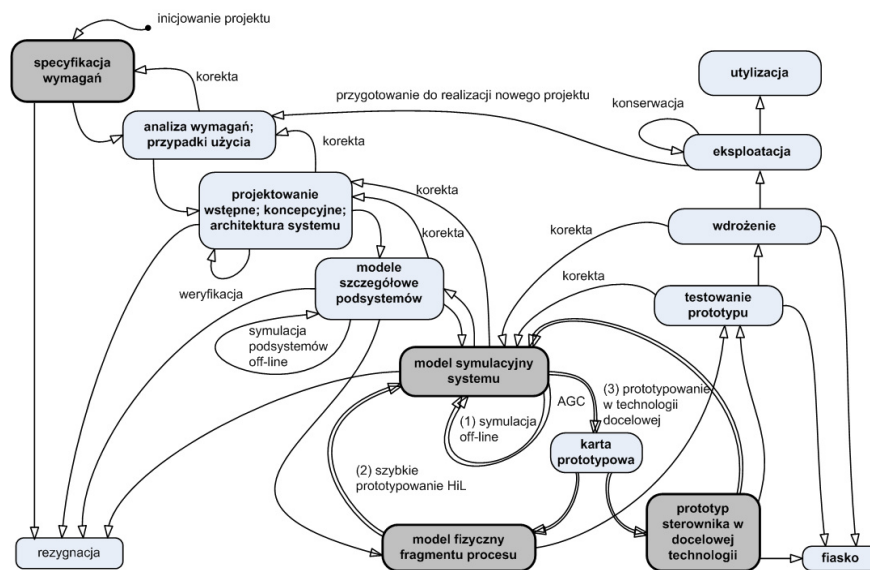
Burzliwy rozwój techniki komputerowej spowodował wzrost zainteresowania nowoczesnymi technikami obliczeniowymi. W większości ostatnich opracowań z dynamiki lotu rozważania oparte są na modelach symulacyjnych znajdujących szerokie zastosowanie w badaniach modeli matematycznych różnorodnych problemów z dziedziny dynamiki układów mechanicznych. Obecnie w procesach konstruowania różnego rodzaju symulatorów i trenerów do szkolenia załóg, w procesach komputerowego wspomaganie projektowania nowych i modernizacji istniejących rodzajów broni, przy sporządzaniu tabel strzelniczych, jak również podczas opracowywania systemów kierowania ogniem artylerii, przyjęto wykorzystywać modele ruchu pocisku raketowego o różnym stopniu uproszczenia, adekwatnym do typu zadania, do jakiego ma dany model służyć.

## 2. TEORETYCZNE METODY BADANIA CHARAKTERYSTYK DYNAMICZNYCH POCISKÓW RAKIETOWYCH

Podstawową informacją przy projektowaniu sterowanych pocisków raketowych jest znajomość ich właściwości dynamicznych na torze lotu. W obiekcie sterowania, jakim jest pocisk raketowy, można wyróżnić układ aerodynamiczny i układ dynamiczny, na które to układy oddziałuje otoczenie, głównie siły aerodynamiczne. Sygnałami „wejściowymi” sterowanego pocisku raketowego są często wychylenia sterów aerodynamicznych. W przypadku sterowania dwukanałowego pocisk posiada dwie pary sterów: ster wysokości działający w płaszczyźnie pionowej i ster kierunku – w płaszczyźnie poziomej. W przypadku układu jednokanałowego pocisk wyposażony jest w jedną parę sterów, która wirując wraz z pociskiem, wytwarza siłę sterującą zarówno w płaszczyźnie pionowej, jak i poziomej.

Wychylenie sterów aerodynamicznych powoduje zamierzoną zmianę kształtu aerodynamicznego pocisku raketowego, a zatem zmianę składowych wypadkowej siły aerodynamicznej  $R_A$  oraz składowych wypadkowego momentu aerodynamicznego  $M_A$ . Składowe siły aerodynamicznej  $R_x, R_y, R_z$  i składowe momentu aerodynamicznego  $M_x, M_y, M_z$  zależą ponadto od prędkości lotu  $V$ , położenia środka masy pocisku raketowego, od składowych prędkości kątowych ( $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ ) pocisku wokół jego środka masy oraz kątów natarcia  $\alpha$  i ślizgu  $\beta$ . Na pocisk raketowy w locie oddziałuje otoczenie. Wpływ ten zależy od wysokości lotu  $h$ . I tak, w zależności od wysokości  $h$  różna jest gęstość  $\rho$  powietrza i prędkość dźwięku  $a_h$  oddziałującego na aerodynamikę oraz przyciąganie ziemskie  $g$  działające na środek masy.

Obiekt sterowania, jakim jest pocisk raketowy, jest najbardziej złożonym nieliniowym i niestacjonarnym elementem systemu sterowania lotem. Niestacjonarność obiektu spowodowana jest dodatkowo zmianą masy i położenia środka masy.



Rys. 1. Komputerowe badania symulacyjne w procesie projektowania systemu

Fig. 1. Computer simulation research of a design system process

Podczas opracowywania konstrukcji pocisku raketowego przeprowadza się wiele badań. Część z nich to badania doświadczalne wykonanego prototypu pocisku raketowego lub jego modelu rzeczywistego. Badania doświadczalne należy poprzedzić badaniami teoretycznymi, wykorzystując istniejące narzędzia informatyczne. Pierwszy krok w badaniach teoretycznych polega na opracowaniu modelu fizycznego, matematycznego i numerycznego, a następnie na przeprowadzeniu badań symulacyjnych.

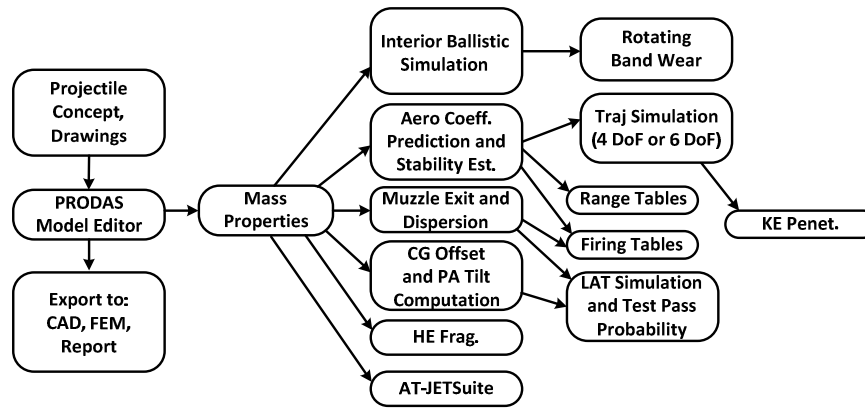
Takie rozwiązanie jest praktyczne z uwagi na koszty i nakłady materialne przeprowadzonych doświadczeń. Doświadczalne badania bezpośrednie na obiekcie rzeczywistym, przeprowadzane w końcowej fazie projektowania, umożliwiają uzyskanie najbardziej wiarygodnych wyników, lecz wymagają poniesienia niewspółmiernie większych kosztów w porównaniu z innymi rodzajami badań. W wielu przypadkach są to badania niezbędne, gdyż umożliwiają wyznaczenie np. podstawowych osiągnięć pod wpływem obciążeń dynamicznych w locie.

Jest obecnie regułą, że we wstępnej fazie projektowania posługujemy się metodami analitycznymi i teoretycznymi do oszacowania charakterystyk projektowanego obiektu szybkiego. Jedną z najdokładniejszych i najtańszych metod są komputerowe badania symulacyjne, gdyż nie wymagają angażowania kosztownego sprzętu oraz rozległego poligonu raketowego (rys. 1). Podstawowym modelem umożliwiającym badanie właściwości dynamicznych ruchu sterowanych pocisków raketowych jest przestrzenny model matematyczny, a uzasadnione to jest występowaniem istotnych sprzężeń bezwładnościowych przechodzących przez oś podłużną pocisku raketowego.

### **3. ZASTOSOWANIE PROGRAMU PRODAS DO ANALIZY WŁAŚCIWOŚCI DYNAMICZNYCH NADDŹWIĘKOWEGO POCISKU RAKIETOWEGO**

Rozwój obszaru zastosowań systemów komputerowych w pracach projektowych systemów technicznych spowodował pojawienie się oprogramowania do zaawansowanych obliczeń inżynierskich. Zaawansowane obliczenia z dziedziny balistyki zewnętrznej, mechaniki lotu i aerodynamiki można przeprowadzić, wykorzystując następujące programy komercyjne, stosowane w badaniach naukowych i pracach rozwojowych: Matlab, Simulink, Mathcad i PRODAS.

Program PRODAS (Projectile Rocket Ordnance Design and Analysis System) jest specjalizowanym narzędziem do wspomagania projektowania obiektów osiowosymetrycznych, takich jak: pociski strzeleckie, artyleryjskie, moździerzowe i pociski raketowe. Program umożliwia przeprowadzenie zaawansowanych obliczeń numerycznych i ich analiz. Program PRODAS ma budowę modułową (rys. 2) i umożliwia wyznaczenie charakterystyk masowych i bezwładnościowych, współczynników aerodynamicznych, współczynników charakteryzujących stabilność pocisku raketowego oraz pozwala na przeprowadzenie przestrzennej symulacji trajektorii lotu oraz innych parametrów i właściwości pocisku raketowego na torze lotu jako bryły sztywnej o sześciu stopniach swobody (6DoF—six degrees of freedom). Użyte w obliczeniach moduły i ich krótki opis przedstawiono w tabeli 1.



Rys. 2. Modułowa budowa programu PRODAS [12, 13]

Fig. 2. PRODAS analysis modules

Tabela 1. Moduły programu PRODAS używane do wyznaczenia charakterystyk dynamicznych

Table 1. PRODAS modules used for determining of missile dynamic characteristics

Nazwa modułu	Przeznaczenie
„Model Editor”	Wykonuje modelowanie pocisku raketowego, któremu nadaje się cechy fizyczne.
„Mass2000”	Oblicza właściwości masowe pocisku w czasie startu i po wypaleniu się paliwa.
„Finner2000”	Wyznacza współczynniki aerodynamiczne pocisku raketowego oraz generuje model aerodynamiczny pocisku na podstawie wykonanego wyżej modelu.
„FinStab2000”	Wyznacza współczynniki charakteryzujące stabilność pocisku raketowego, położenie środka parcia pocisku oraz określa zapas stateczności.
„Traj20006D”	Wyznacza trajektorie lotu pocisku dla różnych parametrów wejściowych.
„FiringTableRocket2000”	Na podstawie fizycznych parametrów pocisku raketowego i danych wejściowych wyznacza podstawowe współczynniki aerodynamiczne, parametry silnika pocisku oraz tabele strzelnicze.

#### 4. WYNIKI ANALIZY PODSTAWOWYCH CHARAKTERYSTYK DYNAMICZNYCH I ZASIĘGOWYCH POCISKU RAKIETOWEGO

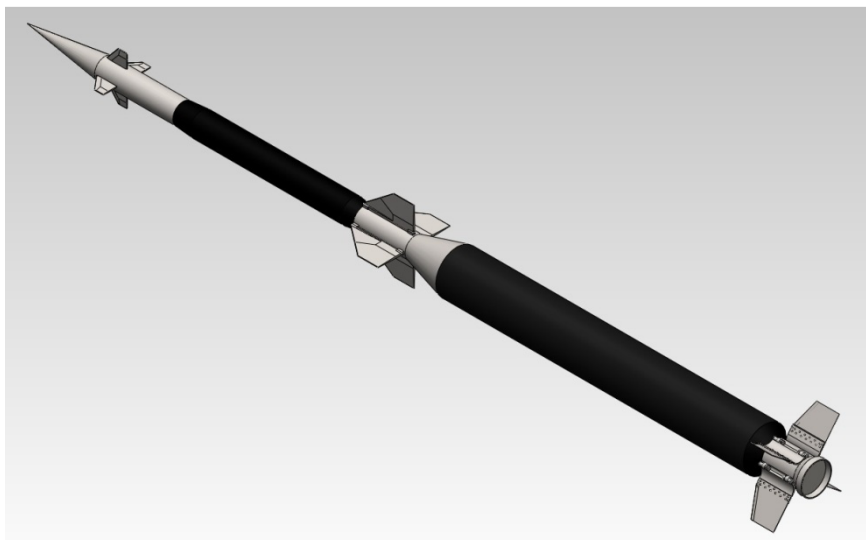
Wybrane charakterystyki dynamiczne i zasięgowe pocisku raketowego zostały wyznaczone przy wykorzystaniu programu PRODAS.

Poniżej przedstawiono projektowany obiekt badań – naddźwiękowy pocisk rakietowy krótkiego zasięgu oraz kolejność użytych modułów programu PRODAS do wyznaczenia charakterystyk masowych, aerodynamicznych, stabilności i zasięgowych rozpatrywanego naddźwiękowego pocisku rakietowego.

#### 4.1. Projektowany obiekt latający – przeciwlotniczy naddźwiękowy pocisk rakietowy

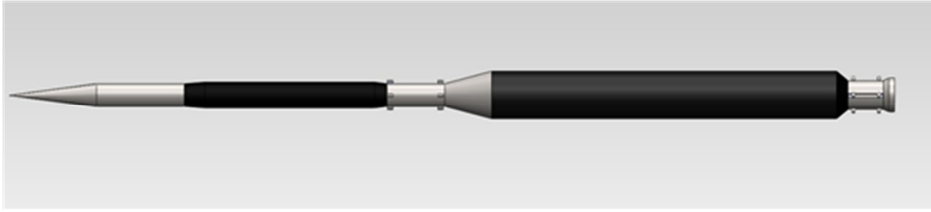
Obiektem projektowania w programie PRODAS jest naddźwiękowy pocisk przeciwlotniczy krótkiego zasięgu sterowany aerodynamicznie za pomocą dwóch par sterów: steru w kanale wysokości w płaszczyźnie elewacji i steru w kanale kierunku w płaszczyźnie azymutu. Przeciwlotniczy pocisk rakietowy (rys. 3-7) o masie 69 kg składa się z dwóch stopni: startowego z silnikiem rakietowym, który daje impuls startowy i pracuje ok. 3 s oraz beznapędowego drugiego stopnia o masie 30 kg w układzie aerodynamicznym „kaczka”. Po starcie rakietę osiąga maksymalną prędkość 1000 m/s.

Na rysunku 7 przedstawiono parametry geometryczne kadłuba, stateczników, skrzydeł i sterów, natomiast w tabeli 2 – oprócz parametrów geometrycznych – zamieszczono parametry masowe pocisku rakietowego, które stanowią dane wejściowe do modułu „Model Editor” w programie PRODAS.



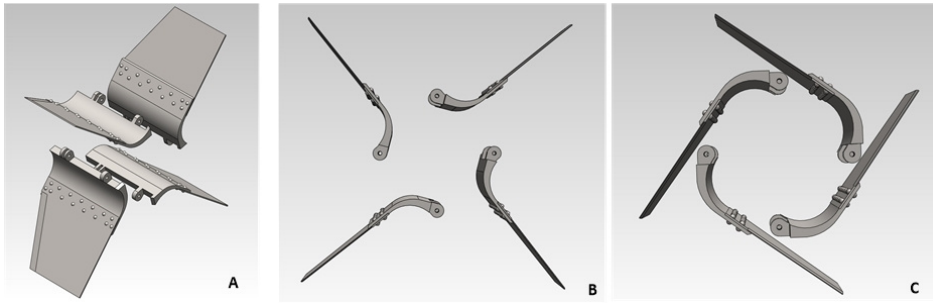
Rys. 3. Model 3D przeciwlotniczej dwustopniowej rakiety krótkiego zasięgu

Fig. 3. 3D model of a two-stage anti-aircraft short range missile



Rys. 4. Kadłub przeciwlotniczego pocisku rakietowego

Fig. 4. A body of the anti-aircraft missile



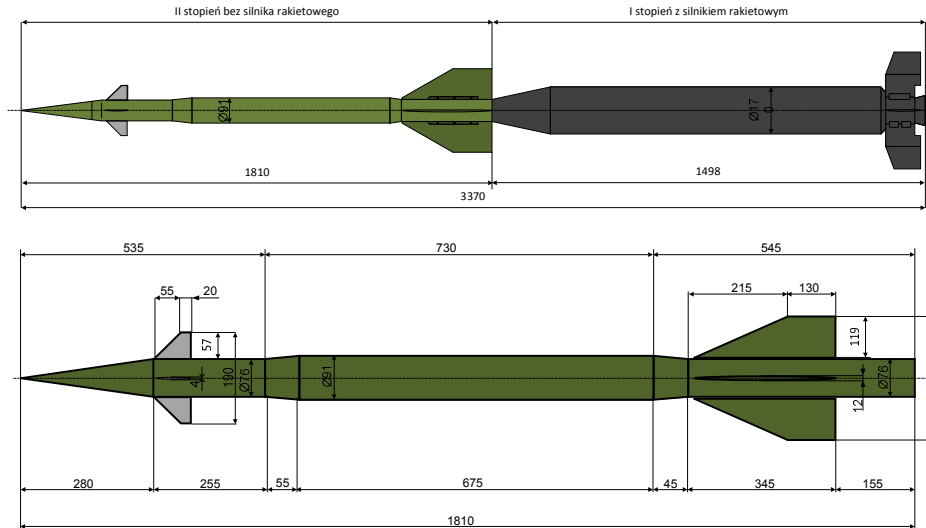
Rys. 5. Stateczniki I stopnia naddźwiękowej przeciwlotniczej rakiety  
A – rzut izometryczny, B – rozłożone, C – złożone

Fig. 5. Discarded fins of the first stage of the missile



Rys. 6. Stateczniki II stopnia naddźwiękowej przeciwlotniczej rakiety  
A – rzut izometryczny, B – rozłożone, C – złożone

Fig. 6. Discarded fins of the second stage of the missile



Rys. 7. Parametry geometryczne kadłuba i stateczników I i II stopnia naddźwiękowego pocisku rakietowego

Fig. 7. Dimensions of the of the body and fins of the supersonic missile

Tabela 2. Podstawowe charakterystyki geometryczne i masowe pocisku rakietowego

Table 2. General geometrical and mass characteristics of the missile

Podstawowe charakterystyki geometryczne 91 mm przeciwlotniczego pocisku rakietowego	Wartość liczbową
Długość pocisku rakietowego $L_p$ [m]	3,168
Długość I stopnia $L_1$ [m]	1,513
Długość II stopnia $L_2$ [m]	1,810
Średnica kadłuba I stopnia $d_1$ [m]	0,171
Średnica kadłuba II stopnia $d_2$ [m]	0,091
Pole powierzchni przekroju poprzecznego kadłuba $S_{k1}$ [m <sup>2</sup> ]	0,006504
Pole powierzchni przekroju poprzecznego kadłuba $S_{k2}$ [m <sup>2</sup> ]	0,022966
Rozpiętość stateczników z częścią podkadłubową $L_{st}$ [m]	0,314
Masa startowa pocisku rakietowego $m_0$ [kg]	69,042
Masa paliwa $m_p$ [kg]	29,760
Masa pocisku rakietowego po wypaleniu się paliwa $m_k$ [kg]	39,282

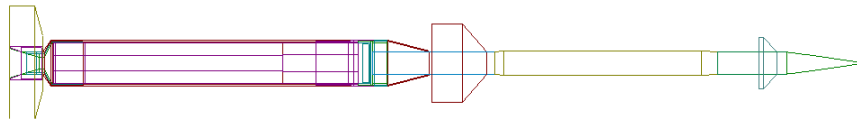


#### 4.2. Procedura wyznaczania i przykładowe wyniki podstawowych charakterystyk dynamicznych naddźwiękowego pocisku raketowego w programie PRODAS

Proces projektowania naddźwiękowego pocisku raketowego w programie PRODAS przebiega w kilku etapach, przedstawionych poniżej.

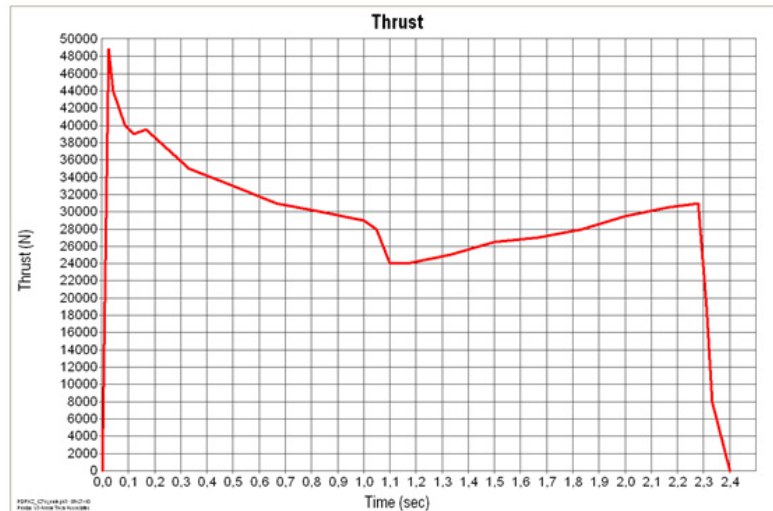
##### a) Model pocisku raketowego (moduł Model Editor Version 3.0.0)

Podstawowym modułem jest „Model Editor”, który służy do wprowadzania charakterystyk struktury pocisku raketowego (rys. 8). Charakterystyki struktury pocisku raketowego obejmują charakterystyki geometryczne, konstrukcyjne i materiałowe. W tym module wykonuje się modelowanie pocisku raketowego, któremu nadaje się cechy fizyczne i powstaje model bryłowy rozpatrywanego naddźwiękowego pocisku raketowego, którego struktura nie może przekraczać 300 elementów podstawowych. Model dwustopniowego pocisku raketowego krótkiego zasięgu został wykonany w programie PRODAS na podstawie projektu koncepcyjnego i dokumentacji konstrukcyjnej „demonstratora przeciwlotniczej dwustopniowej rakiety krótkiego zasięgu” [13]. Do programu PRODAS zostały wprowadzone dane dotyczące ciągu, funkcji wyznaczonej eksperymentalnie na hamowni silnika raketowego (rys. 9).



Rys. 8. Geometryczny model pocisku raketowego utworzony w programie PRODAS

Fig. 8. Geometrical model of the missile created in the PRODAS



Rys. 9. Przebieg ciągu wprowadzony do obliczeń w programie PRODAS

Fig. 9. Diagram of thrust vs. time of the rocket under study

### b) Właściwości masowe rakiety (moduł Mass2000 Version 3.0.0)

Przy wykorzystaniu modułu „Mass2000” wyznaczono właściwości masowe pocisku raketowego w czasie startu i po wypaleniu się paliwa (rys. 10).

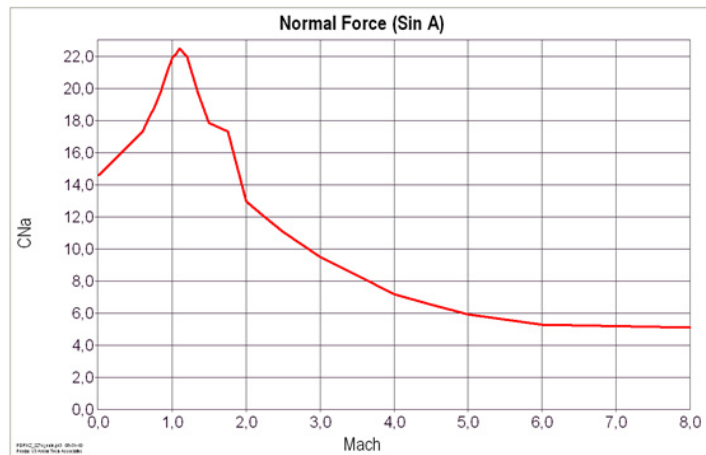
	Mass kg	Transverse Inertia kg-m <sup>2</sup>	Axial Inertia kg-m <sup>2</sup>	CG from Nose mm	Diameter mm
Total Projectile:					
Baseline	69.63667	41.61351	0.2014552	1898.618	
Calculated	69.63667	41.61351	0.2014552	1898.618	
Launch Vehicle:					
Baseline	69.28034	41.61161	0.2005571	1898.943	
Calculated	69.28034	41.61161	0.2005571	1898.943	
Flight Vehicle:					
Baseline	69.28034	41.61161	0.2005571	1898.943	171.0000
Calculated	69.28034	41.61161	0.2005571	1898.943	171.0000
Flight Vehicle: (after burnout)					
Baseline	40.43658	24.80164	0.1060688	1522.531	
Calculated	40.43658	24.80164	0.1060688	1522.531	

Rys. 10. Wyznaczone masy i momenty bezwładności naddźwiękowego pocisku raketowego

Fig. 10. Mass and inertia moments of the rocket calculated in PRODAS

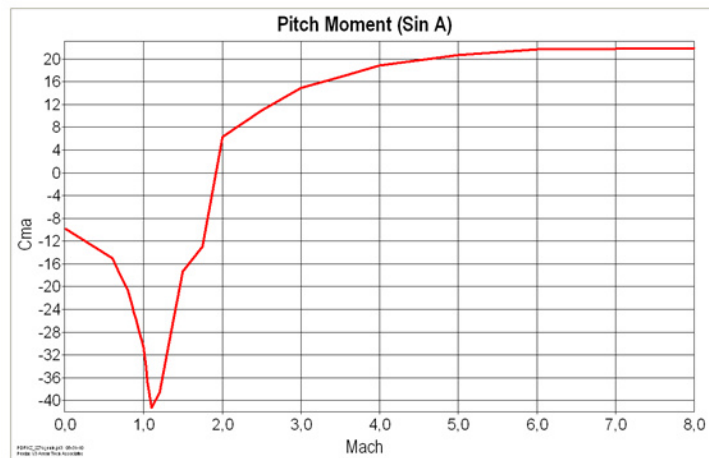
**c) Współczynniki aerodynamiczne (moduł Finner2000 Version 3.0.0)**

Przy wykorzystaniu modułu „Finner2000” zostały wyznaczone współczynniki aerodynamiczne pocisku raketowego oraz generowany jest jego model aerodynamiczny na podstawie wykonanego wyżej modelu. Na wykresach 11, 12 i 14 przedstawiono wybrane współczynniki aerodynamiczne dotyczące stabilizującego i tłumiącego momentu pochylającego pocisku raketowego. Natomiast na rys. 13 zamieszczono tablicę z wynikami współczynników aerodynamicznych dotyczących sił aerodynamicznych w funkcji prędkości.



Rys. 11. Zależność współczynnika siły nośnej w funkcji prędkości rakiety

Fig. 11. Diagram of a normal force vs. rocket velocity



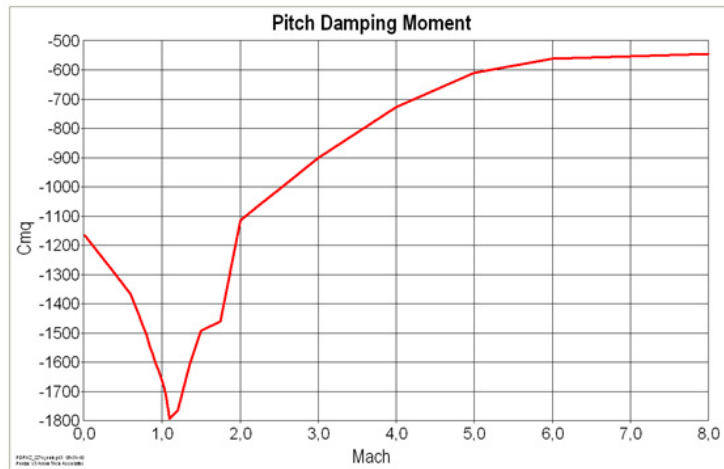
Rys. 12. Zależność współczynnika stabilizującego momentu pochylającego w funkcji prędkości

Fig. 12. Diagram of a pitch moment vs. rocket velocity

Aerodynamic Force Coefficients (with form factors applied)										
Mach	CX	CX2	CZa	CPZ	CYb	CPY	CYpa	CZd	CXf	CXb
0.40	0.381	4.73	16.38	11.92	16.38	11.92	0.00	0.000	0.115	0.266
0.60	0.382	4.73	17.29	11.97	17.29	11.97	0.00	0.000	0.113	0.268
0.70	0.394	4.97	18.27	12.08	18.27	12.08	0.00	0.000	0.117	0.277
0.75	0.399	5.09	18.76	12.13	18.76	12.13	0.00	0.000	0.119	0.281
0.80	0.405	5.21	19.26	12.18	19.26	12.18	0.00	0.000	0.120	0.285
0.85	0.433	5.46	19.91	12.27	19.91	12.27	0.00	0.000	0.133	0.300
0.88	0.447	5.58	20.24	12.32	20.24	12.32	0.00	0.000	0.140	0.308
0.90	0.461	5.70	20.56	12.36	20.56	12.36	0.00	0.000	0.146	0.315
0.93	0.484	5.94	20.89	12.40	20.89	12.40	0.00	0.000	0.157	0.327
0.95	0.508	6.19	21.22	12.43	21.22	12.43	0.00	0.000	0.168	0.340
0.98	0.539	6.75	21.56	12.47	21.56	12.47	0.00	0.000	0.173	0.366
1.00	0.570	7.31	21.89	12.51	21.89	12.51	0.00	0.000	0.178	0.392
1.02	0.573	7.96	21.99	12.64	21.99	12.64	0.00	0.000	0.180	0.393
1.05	0.576	8.62	22.10	12.78	22.10	12.78	0.00	0.000	0.183	0.394
1.10	0.564	9.74	22.48	12.94	22.48	12.94	0.00	0.000	0.176	0.387
1.20	0.536	11.47	21.96	12.86	21.96	12.86	0.00	0.000	0.164	0.372
1.35	0.518	10.88	19.71	12.52	19.71	12.52	0.00	0.000	0.158	0.360
1.50	0.498	10.27	17.86	12.07	17.86	12.07	0.00	0.000	0.152	0.346
1.75	0.464	9.66	17.33	11.86	17.33	11.86	0.00	0.000	0.142	0.322
2.00	0.441	9.05	12.96	10.62	12.96	10.62	0.00	0.000	0.137	0.304
2.25	0.418	8.74	12.02	10.39	12.02	10.39	0.00	0.000	0.133	0.285
2.50	0.395	8.42	11.07	10.11	11.07	10.11	0.00	0.000	0.129	0.266
3.00	0.363	7.30	9.51	9.54	9.51	9.54	0.00	0.000	0.126	0.237
3.50	0.346	6.78	8.35	9.09	8.35	9.09	0.00	0.000	0.127	0.219
4.00	0.328	6.26	7.18	8.49	7.18	8.49	0.00	0.000	0.127	0.201

Rys. 13. Tablica współczynników aerodynamicznych wyliczonych w programie PRODAS

Fig. 13. Table of aerodynamic coefficients calculated by PRODAS

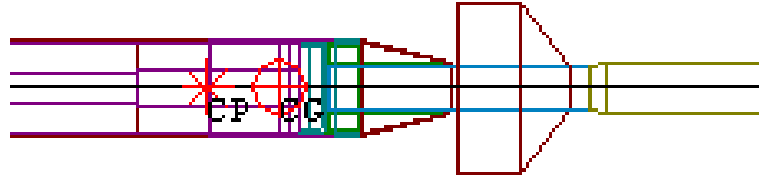


Rys. 14. Zależność współczynnika pochylającego momentu tłumiącego w funkcji prędkości

Fig. 14. Diagram of a pitch damping moment coefficient vs. velocity of a missile

**d) Współczynniki charakteryzujące stabilności pocisku raketowego (moduł FinStab2000 Version 3.0.0)**

Przy wykorzystaniu modułu „FinStab2000” zostały wyznaczone współczynniki charakteryzujące stabilność pocisku raketowego, położenie jego środka parcia oraz jego zapas stateczności (rys. 15 i 16).



Rys. 15. Położenie środka (CP) parcia i środka ciężkości (CG) wyznaczone w programie PRODAS

Fig. 15. Location of center of pressure and center of gravity calculated by PRODAS

Effect of Spin Rate on Dynamic Stability at Muzzle Exit													
Spin Ratio	Spin Rate deg/m	Spin Rate cyc/s	Spin Amplification Factor	Fast Arm Damping Rate at Angles of Attack				Slow Arm Damping Rate at Angles of Attack					
				Fast Rate deg/m	Slow Rate deg/m	0 1/m	5 1/m	10 1/m	15 1/m	0 1/m	5 1/m	10 1/m	15 1/m
0.10	0.15	0.02	1.0	1.47	-1.47	-0.00458	-0.00420	-0.00308	-0.00125	-0.00458	-0.00496	-0.00608	-0.00790
0.50	0.73	0.12	1.2	1.47	-1.46	-0.00458	-0.00410	-0.00267	-0.00034	-0.00458	-0.00506	-0.00649	-0.00882
0.70	1.03	0.17	1.7	1.47	-1.46	-0.00458	-0.00394	-0.00202	0.00111	-0.00458	-0.00522	-0.00714	-0.01027
0.80	1.18	0.20	2.1	1.47	-1.46	-0.00458	-0.00379	-0.00143	0.00242	-0.00458	-0.00537	-0.00773	-0.01158
0.85	1.25	0.21	2.3	1.47	-1.46	-0.00458	-0.00369	-0.00106	0.00325	-0.00458	-0.00546	-0.00810	-0.01241
0.90	1.32	0.22	2.6	1.47	-1.46	-0.00458	-0.00360	-0.00067	0.00411	-0.00458	-0.00556	-0.00849	-0.01327
0.95	1.40	0.23	2.7	1.47	-1.46	-0.00458	-0.00352	-0.00038	0.00476	-0.00458	-0.00564	-0.00878	-0.01392
1.00	1.47	0.25	2.8	1.47	-1.46	-0.00458	-0.00351	-0.00033	0.00487	-0.00458	-0.00565	-0.00883	-0.01403
1.05	1.54	0.26	2.6	1.47	-1.46	-0.00458	-0.00358	-0.00058	0.00430	-0.00458	-0.00558	-0.00858	-0.01346
1.10	1.62	0.27	2.3	1.47	-1.46	-0.00458	-0.00369	-0.00104	0.00328	-0.00458	-0.00547	-0.00812	-0.01244
1.25	1.84	0.31	1.4	1.47	-1.46	-0.00458	-0.00403	-0.00238	0.00032	-0.00458	-0.00513	-0.00678	-0.00947
1.50	2.20	0.37	0.8	1.47	-1.46	-0.00458	-0.00430	-0.00343	-0.00203	-0.00457	-0.00486	-0.00572	-0.00713
2.00	2.94	0.49	0.3	1.47	-1.46	-0.00459	-0.00446	-0.00409	-0.00347	-0.00457	-0.00470	-0.00507	-0.00569
3.00	4.41	0.74	0.1	1.48	-1.46	-0.00459	-0.00454	-0.00440	-0.00417	-0.00457	-0.00462	-0.00476	-0.00499
5.00	7.35	1.23	0.0	1.48	-1.45	-0.00460	-0.00458	-0.00453	-0.00446	-0.00456	-0.00458	-0.00463	-0.00470
7.50	11.02	1.84	0.0	1.49	-1.44	-0.00461	-0.00460	-0.00458	-0.00454	-0.00455	-0.00456	-0.00458	-0.00461

Rys. 16. Współczynniki charakteryzujące stabilność rakiety obliczone w programie PRODAS

Fig. 16. Coefficients concerning of a missile stability calculated by PRODAS

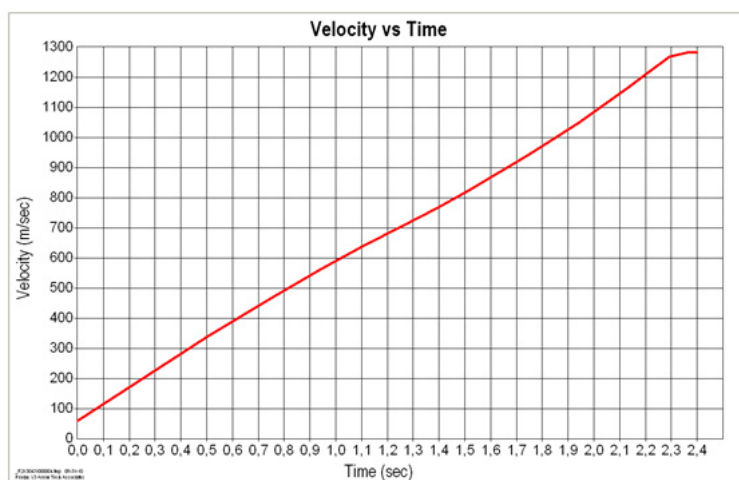
**e) Balistyka zewnętrzna pocisku raketowego – trajektorie lotu (moduł Traj20006D Version 3.0.0)**

Przy wykorzystaniu modułu „Traj20006d” zostały obliczone parametry toru lotu pocisku raketowego.

Na rysunkach 17 i 18 przedstawiono przykładowe wykresy prędkości lotu pocisku raketowego oraz toru lotu pocisku w płaszczyźnie pionowej dla fazy napędowej ( $t = 0-2,4$  s).

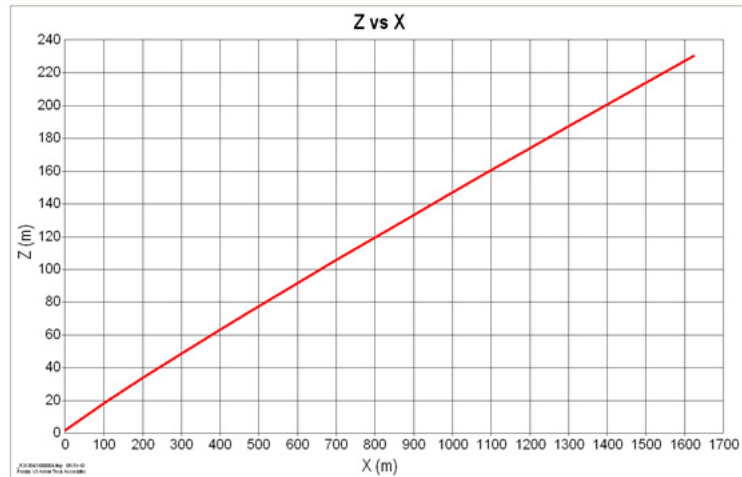
#### f) Symulacja parametrów lotu (moduł **FiringTableRocket2000 Version 3.0.0**)

Przy wykorzystaniu modułu „FiringTableRocket2000” na podstawie fizycznych parametrów pocisku raketowego i danych wejściowych wyznaczone są podstawowe współczynniki aerodynamiczne, parametry silnika pocisku raketowego oraz tabele strzelnicze. Na rysunku 19 przedstawiono obliczone trajektorie lotu pocisku raketowego dla różnych kątów podniesienia wyrzutni. Wartości kątów podniesienia w programie PRODAS podawane są w tysięcznych (mils) zgodnie z przyjętymi oznaczeniami i jednostkami w NATO. Przykładowo kąt 800 mils jest równoważny kątowi 45 stopni.



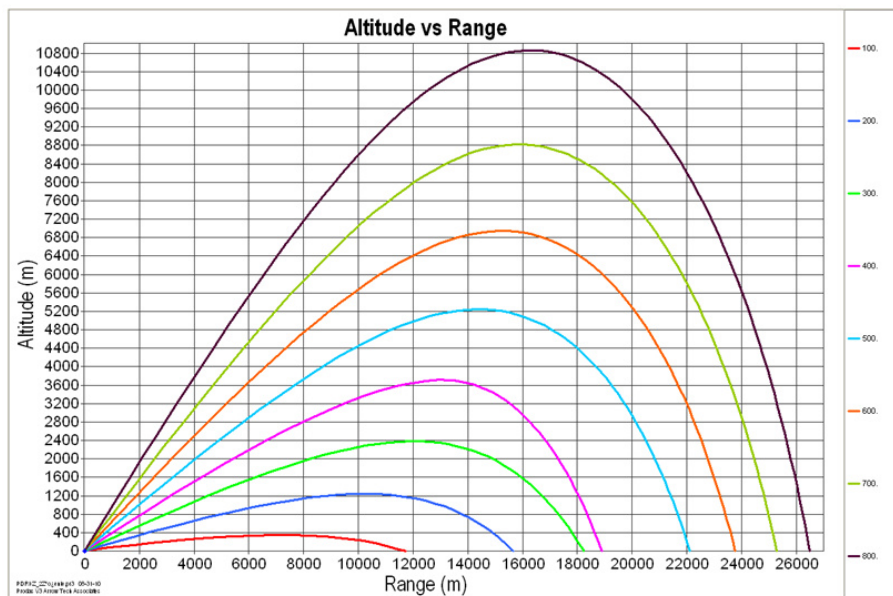
Rys. 17. Prędkość pocisku raketowego w funkcji czasu dla fazy napędowej

Fig. 17. Velocity of the missile vs. time for propelling phase of flight



Rys. 18. Tor lotu pocisku raketowego w płaszczyźnie pionowej dla fazy napędowej

Fig. 18. A path of flight in vertical plane for propelling phase of flight



Rys. 19. Trajektorie II stopnia pocisku raketowego dla różnych kątów podniesienia wyrzutni (100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800 mils)

Fig. 19. Trajectory of a missile for varied launch angles (100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800 mils)

## 5. PODSUMOWANIE

1. Badania właściwości dynamicznych analizowanego przeciwlotniczego pocisku raketowego można przeprowadzić doświadczalnie lub teoretycznie. Najbardziej wiarygodną metodą badania dynamiki lotu pocisku raketowego, wymagającą jednak poniesienia dużych kosztów, jest doświadczalny pomiar parametrów ruchu rzeczywistego obiektu lub jego modelu materialnego na torze lotu w warunkach poligonowych. Nie zawsze jednak metoda ta jest możliwa do zastosowania, szczególnie w fazie wstępnego projektowania.
2. Do wstępnego projektowania tego typu pocisków raketowych użyteczne są metody teoretyczne bazujące na numerycznych metodach symulacyjnych, które umożliwiają przeprowadzanie analizy właściwości dynamicznych i zasięgowych analizowanego pocisku przeciwlotniczego. We wstępnej fazie projektowania istotnymi parametrami, które należy przyjąć, są współczynniki aerodynamiczne, które wpływają na wartości sił i momentów aerodynamicznych działających na naddźwiękowy pocisk przeciwlotniczy w locie i są niezbędnymi parametrami do opracowania modelu matematycznego i przeprowadzenia symulacji komputerowej.
3. Program PRODAS jest specjalizowanym narzędziem do wspomagania projektowania obiektów osiowosymetrycznych, takich jak: pociski strzeleckie, artyleryjskie, moździerzowe i pociski raketowe. Program umożliwia: przeprowadzenie zaawansowanych obliczeń numerycznych i ich analiz, wyznaczenie charakterystyk masowych i bezwładnościowych, współczynników aerodynamicznych, współczynników charakteryzujących stabilność pocisku raketowego, przeprowadzenie symulacji trajektorii lotu pocisku raketowego i wyznaczenie właściwości dynamicznych pocisku raketowego, jako bryły sztywnej o sześciu stopniach swobody (6DoF).

*Artykuł zawiera wyniki pracy finansowanej przez NCBiR ze środków na naukę w latach 2009-2013 jako projekt badawczy rozwojowy nr O R00 0002 09.*

## LITERATURA

- [1] Björck A., Dahlquist G., *Metody numeryczne*, PWN, Warszawa, 1983.
- [2] Gacek J., *Modelowanie i badanie dynamicznych właściwości obiektów balistycznych*, WAT, Warszawa, 1992.
- [3] Gacek J., *Balistyka zewnętrzna, cz. I. Modelowanie zjawisk balistyki zewnętrznej i dynamiki lotu*, Warszawa, 1997.
- [4] Gacek J., *Balistyka zewnętrzna, cz. II. Analiza dynamicznych właściwości obiektów w locie*, WAT, Warszawa, 1998.



- [5] Motyl K., *Analiza dynamiki lotu przestrzennego wirującego pocisku móżdżerowego sterowanego gazodynamicznie*, rozprawa doktorska, WAT, Warszawa, 2002.
- [6] Pietrzykowski D., *Analiza sygnału uzyskanego z zespołu czujników przyspieszeń liniowych w badaniach rakiety w locie*, rozprawa doktorska, WAT, Warszawa, 2004.
- [7] Gacek J., *Modelowanie i badania dynamicznych własności obiektów balistycznych*, WAT, Warszawa, 1992.
- [8] Zygmunt B., Motyl K., Komputerowe wspomaganie procesu modelowania lotu pocisku raketowego w pakiecie MathCad, *Mechanik*, nr 7, s. 973-980 (CD-ROM), 2011.
- [9] Baranowski L., Equations of motion of a spin-stabilized projectile for flight stability testing, *J. Theor. Appl. Mech.*, 51(1), pp. 235-246, 2013.
- [10] Baranowski L., Numerical testing of flight stability of spin-stabilized artillery projectiles, *J. Theor. Appl. Mech.*, 51(2), pp. 375-385, 2013.
- [11] Baranowski L., Effect of the mathematical model and integration step on the accuracy of the results of computation of artillery projectile flight parameters, *Bull. Pol. Ac.: Tech.*, 61 (2), pp. 475-484, 2013.
- [12] PRODAS, Arrow Tech Associates, Inc. USA, 2008.
- [13] Dokumentacja techniczna programu PRODAS Version 3.4.1.
- [14] Polska Norma PN-83, *Mechanika lotu samolotów i szybowców*.

## The Concept of a Two-Stage Supersonic Missile Design

Tomasz RASZTABIGA, Krzysztof MOTYL, Bogdan ZYGMUNT,  
Roman KAŻMIERCZAK

**Abstract.** The concept of development of two-stage supersonic missiles with the PRODAS software is presented. The paper shows the results of basic dynamic characteristics, in the form of graphs, of a designed supersonic missile, obtained from computer simulation carried out using the PRODAS.

**Keywords:** mechanics, two-stage rocket, mathematical modeling, computer simulation

