Budownictwo i Architektura 12(1) (2013) 99-106

Niezawodności strefy podporowej belek kształtowanej z zastosowaniem modeli ST

Lidia Buda-Ożóg[1],

[1] *Katedra Konstrukcji Budowlanych, Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Politechnika Rzeszowska, e–mail:lida@prz.edu.pl*

Streszczenie: W niniejszej pracy przedstawiono analizę niezawodności belki żelbetowej, w której strefę przypodporową ukształtowano z zastosowaniem różnych modeli kratownicowych. Model 1 stanowi kratownica otrzymana w wyniku optymalizacji. Model 2 jest modelem intuicyjnym z rozciąganymi prętami pionowymi, odwzorowującymi zbrojenie strzemionami. Modelem 3 jest statycznie niewyznaczalna kratownica. Przeprowadzona analiza wykazała, że statycznie wyznaczalne modele ST mają gorszą strukturę niezawodnościową, a optymalizacja modeli ST powinna być zagadnieniem wielokryterialnym, tak aby otrzymane modele charakteryzowała optymalna sztywność oraz maksymalna niezawodność

Słowa kluczowe: model ST, beton, niezawodność, optymalizacja, belka, kształtowanie.

1. Wprowadzenie

Stosowanie kratownic jako modeli do analizy sił wewnętrznych w konstrukcjach żelbetowych ma bardzo długą historię i znane jest od końca XIX. Za prekursorów praktycznego jej zastosowania w projektowaniu zarysowanych konstrukcji żelbetowych uważa się W. Rittera i E. Mörscha. Obszerny przegląd zagadnienia dotyczącego wykorzystania modeli kratownicowych w projektowaniu można znaleźć w pracy Schäfera i J. Schlaicha [1], a także w polskich opracowaniach autorstwa: W. Starosolskiego [2], T. Urbana [3] oraz M. Knauff [4].

Projektowanie z zastosowaniem modeli ST znalazło się już w zaleceniach Eurokodu z 1991 roku [5]. W aktualnej wersji Eurokodu [6] podstawowe informacje można znaleźć w rozdziale 6.5 i załączniku J. Zgodnie z zawartymi tam zaleceniami stosowanie modeli kratownicowych jest szczególnie uzasadnione w obszarach dwuosiowego rozkładu naprężeń, to jest krótkich wspornikach, narożach ram czy też strefach przypodporowych belek.

Model ST składa się z rozciąganych prętów- T, odwzorowujących zbrojenie rozciągane oraz ściskanych prętów S, odwzorowujących wyodrębnione obszary betonu ściskanego. Pręty S i T połączone są w odpowiednio ukształtowanych węzłach, umożliwiających zakotwienie zbrojenia rozciąganego i przeniesienie naprężeń ściskających.

Zgodnie z dominującą powszechnie opinią, wybór optymalnego modelu ST wymaga nie tylko znajomości trajektorii naprężeń lub tzw. ścieżek obciążenia, ale również spełnienia przyjętych kryteriów optymalizacji. Najczęściej stosowanych kryterium jest minimalizacja odkształceń dla określonej objętości lub masy elementu, z pominięciem oceny niezawodności otrzymanego modelu. Problem ten został już częściowo zasygnalizowany w pracy [7].

W niniejszej pracy przedstawiono analizę niezawodności belki żelbetowej, w której strefę podporową ukształtowano z zastosowaniem różnych modeli kratownicowych.

2. Optymalizacja a niezawodność elementów żelbetowych projektowanych z wykorzystaniem modeli ST

Podstawowym celem optymalizacji modelu ST z uwzględnieniem kryterium minimalizacji energii odkształceń, jest dla elementu o założonej geometrii i warunkach brzegowych określenie takiego rozkładu elementów rozciąganych i ściskanych, aby otrzymać

układ o jak największej sztywności przy założonej objętości elementu. Zagadnienie to z zastosowaniem metody elementów skończonych dla ρ_n– elementów reprezentujących część objętości kratownicy zastępczej, można zapisać w postaci [4]:

$$\min_{\boldsymbol{\rho}_{n,}\mathbf{u}} \mathbf{f}^{\mathbf{T}}\mathbf{u} \tag{1}$$

- przy spełnieniu warunku równowagi:

$$\mathbf{K}(\boldsymbol{\rho}_{\mathbf{n}})\mathbf{u} = \mathbf{f} \tag{2}$$

- dla ograniczenia objętości:

$$\sum_{e\in\Omega} \rho^e(\boldsymbol{\rho_n})v^e \le V \tag{3}$$

$$\rho_n^{min} \le \rho_n \le 1 \quad \forall_n \in \Omega \tag{4}$$

gdzie: $\mathbf{K}(\boldsymbol{\rho}_{\mathbf{n}}) = \mathbf{A}_{\mathbf{e}}\mathbf{k}^{\mathbf{e}}(\boldsymbol{\rho}_{\mathbf{n}})$ (5)

$$\mathbf{k}^{\mathrm{e}}(\boldsymbol{\rho}_{\mathbf{n}}) = (\rho^{\mathrm{e}}(\boldsymbol{\rho}_{\mathbf{n}}))^{\mathrm{p}}\mathbf{k}_0^{\mathrm{e}} \tag{6}$$

f – przyłożone obciążenie, $\mathbf{K}(\boldsymbol{\rho}_{\mathbf{n}})$- globalna macierz sztywności utworzona z elementów macierzy sztywności $\mathbf{k}^{\mathrm{e}}$ dla niezależnych zmiennych A, $\mathbf{k}_0^{\mathrm{e}}$- elementy macierzy sztywności elementu pełnego, υ^{e}-objętość elementu e, V- dostępna objętość materiału, **u** – macierz przemieszczeń, $\rho_{\mathrm{n}}^{\mathrm{min}}$ – minimalna dopuszczalna objętość materiału.

Kryterium minimum odkształcalności podane wzorem (1) po uwzględnieniu zasady minimum energii potencjalnej dla elementu w obszarze liniowo- sprężystym można zapisać w postaci:

$$\max_{\boldsymbol{\rho_n}} \min_{\boldsymbol{u}} \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\mathbf{u}^{\mathbf{T}}\mathbf{K}(\boldsymbol{\rho}_{\mathbf{n}})\mathbf{u} - \mathbf{f}^{\mathbf{T}}\mathbf{u}\right) \tag{7}$$

przy ograniczeniach podanych wzorem (3) i (4).

Korzystając z nieodpłatnego algorytmu optymalizacji kształtu kratownicy zastępczej, przystosowanego do pracy w środowisku Matlab, autorstwa J.K. Guest, przyjęto jeden z trzech analizowanych modeli strefy przypodporowej belki żelbetowej. Dwa kolejne są modelami intuicyjnymi, jeden z nich odpowiada typowej belce zbrojonej w strefie przypodporowej strzemionami, a drugi to model kratownicy wewnętrznie statycznie niewyznaczalnej.

Statycznie wyznaczalne modele kratownicowe odpowiadają systemowi o prostej strukturze szeregowej, ponieważ zniszczenie jednego elementu powoduję awarię całej konstrukcji. Natomiast kratownica wewnętrznie statycznie niewyznaczalna może odpowiadać systemowi o mieszanej, równoległo-szeregowej strukturze niezawodności.

Prawdopodobieństwo awarii takich systemów określają zależności [5]:

- dla systemu szeregowego

$$\mathrm{p_f} = \mathrm{P[A]} = \mathrm{P}\left[\bigcup_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}}\left(\mathrm{Z_i(X)}\right) \le 0\right] = \mathrm{P}\left[\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}}(\mathrm{Z_i(X)}) \le 0\right] \tag{8}$$

- dla systemu równoległo- szeregowego

$$\mathrm{p_f} = \mathrm{P[A]} = \mathrm{P}\left[\bigcup_{\mathrm{j}}\bigcap_{\mathrm{i}}(\mathrm{Z_{ij}(X)}) \le 0\right] = \mathrm{P}\left[\bigcup_{\mathrm{j}}\ (\mathrm{Z_j(X)}) \le 0\right] = \mathrm{P}\left[\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}}(\mathrm{Z_j(X)}) \le 0\right] \tag{9}$$

Natomiast niezawodność systemu określają zależności:

- dla systemu szeregowego

$$\mathrm{p_r} = 1 - \mathrm{p_f} = \mathrm{P[B]} = \mathrm{P}\left[\bigcap_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{n}}(\mathrm{Z_j(X)} > 0)\right] \tag{10}$$

- dla systemu równoległo- szeregowego

$$\mathrm{p_r} = 1 - \mathrm{p_f} = \mathrm{P[B]} = \mathrm{P}\left[\bigcap_{\mathrm{j}}\bigcup_{\mathrm{i}}(\mathrm{Z_{ij}(X)} > 0)\right] = \mathrm{P}\left[\bigcap_{\mathrm{j}}\ (\mathrm{Z_j(X)} > 0)\right] \tag{11}$$

Jeżeli nośności elementów w modelu są w pełni skorelowane to prawdopodobieństwo zniszczenia n- elementów jest równe prawdopodobieństwu zniszczenia najbardziej zawodnego elementu:

$$\mathrm{p_f} = \max_{\mathrm{j}} \mathrm{P[Z_j \le 0]} \tag{12}$$

Jeżeli nośności elementów w modelu nie są w pełni skorelowane i nie są rozłączne to prawdopodobieństwo awarii można tylko oszacować. Cornell dla systemów szeregowych proponuje następujące oszacowanie prawdopodobieństwa awarii:

$$\max_{\mathrm{j}} \mathrm{P[Z_j \le 0]} \le \mathrm{p_f} \le \sum_{\mathrm{j}} \mathrm{P[Z_j \le 0]} \tag{13}$$

Korzystając ze związków pomiędzy prawdopodobieństwem awarii a wskaźnikiem niezawodności β Hasofera-Linda, zależność (13) można przedstawić w postaci:

$$\max_j \Phi_0(-\beta_j) \le p_f \le \sum_j \Phi_0(-\beta_j) \quad (14)$$

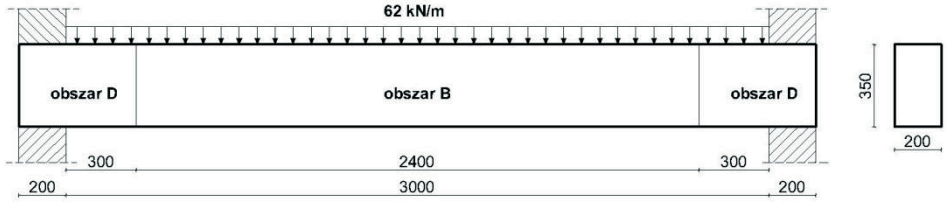
W świetle wymagań EN 1990:2002, przyjęty model nośności służący do obliczania sił wewnętrznych powinien być tak ukształtowany, aby zapewnić bezpieczeństwo konstrukcji
i spełniony był warunek niezawodność w postaci:

$$\beta \ge \beta_d \quad (15)$$

gdzie: β_d -graniczna wartości wskaźnika niezawodności zależna od wymagań (nośność czy użytkowanie) oraz przewidywanego okresu użytkowania.

3. Analizowany przykład

Przedmiotem analizy jest typowa belka swobodnie podparta, obciążona w sposób ciągły obciążeniem o stałej intensywności, przedstawiona na rysunku 1.



Rys. 1. Analizowana belka

W przeprowadzonej analizie przyjęto następujące właściwości materiałowe i parametry obciążenia:

- **Właściwości materiałowe** (charakterystyczne, obliczeniowe, średnie):

stal zbrojeniowa: $f_{ym} = f_{yk}/(1\text{-}1{,}645* \nu_y)$=575 MPa f_{yk} = 500 MPa, f_{yd} = 435 MPa, σ_y = 46 MPa, ν_y = 8%
beton: C25/30**:** f_{cm} = 33 MPa, f_{ck} = 25 MPa, $f_{cd} = \frac{25}{1.4}$= 17,86 MPa, σ_c = 4,86 MPa, ν_c = 14,7%,

- **Obciążenie** (charakterystyczne, obliczeniowe, średnie):

obciążenia stałe: $\bar{g} = g_k/(1+1{,}645* \nu_g)$= 24,02 kN/m, g_k = 26 kN/m, g_d =1,35*26 = 35 kN/m, ν_g = 10%, σ_g =2,4 kN/m,
obciążenia zmienne: $\bar{q} = q_k/(1+1{,}645* \nu_g)$= 13,54 kN/m q_k = 18 kN/m, q_d = 1,5*18 = 27 kN/m, ν_q = 30%, σ_q = 4,06 kN/m.

Przyjęto klasę konstrukcji RC2 i okres użytkowania 50 lat, a zatem graniczna wartość wskaźnika niezawodności nie powinna być mniejsza niż β_d = 3,8.

W belce wyodrębniono obszar B, w którym obowiązuje hipoteza Bernoulliego, a naprężenia w przekroju mają przebieg liniowy oraz obszar nieciągłości odkształceń –D, w którym przebieg naprężeń ma charakter krzywoliniowy. Zasięg obszaru D wyznacza miejsce w którym rozkład naprężeń traci swój charakter krzywoliniowy i staje się prostoliniowy, umownie przyjmuje się że obszar D sięga na odległość równą wysokości przekroju. Zasięg poszczególnych obszarów przedstawiono na rysunku 1. Przedstawiony model belki składający się z obszarów D-B-D ma szeregową strukturę niezawodnościową.

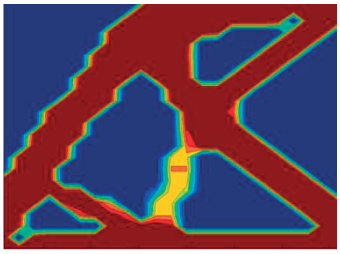
Przy założeniu pełnej korelacji nośności na zginanie, o niezawodności belki w obszarze B, zwymiarowanej w sposób tradycyjny, tzw metodą belkową, decyduje nośność krytycznego przekroju zginanego. W analizowanym przykładzie, dla wysokości użytecznej przekroju d=320 mm, wymagane pole zbrojenia rozciąganego niezbędnego w przekroju krytycznym (z uwagi na moment zginający M_d=74,5 kNm), wynosi 605 mm^2. Wskaźnik niezawodności analizowanej belki, obliczono metodą probabilistyczną poziomu 2, z zastosowaniem algorytmu iteracyjnego z uwagi na nieliniowość układu [10]. Wskaźnik

niezawodności dla obszaru B analizowanej belki, określony dla krytycznego przekroju zginanego wynosi: β = 4,38.

4. Modele kratownicowe obszaru D

4.1. Model 1

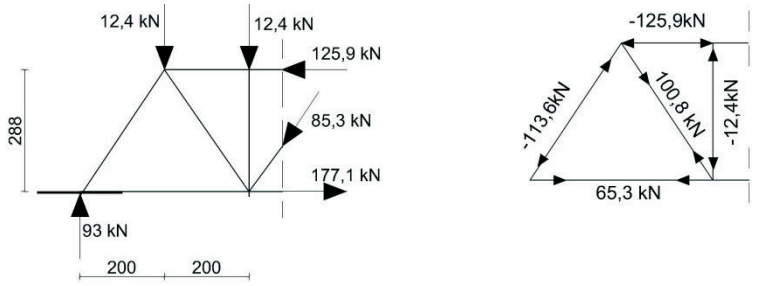
Model 1 stanowi kratownica otrzymana w wyniku optymalizacji z uwagi na sztywność i objętości materiału. Kształt obszaru podporowego zaprojektowano wykorzystując algorytm optymalizacji kratownicy zastępczej, autorstwa J.K. Guest. Uzyskany optymalny kształt kratownicy przedstawia rysunek 2.



Rys. 2. Optymalny kształt strefy podporowej dla objętości materiału 40%

Przyjęty na podstawie rysunku 2 model kratownicowy zastępczej węzła podporowego przedstawia rysunek 3.

a) b)

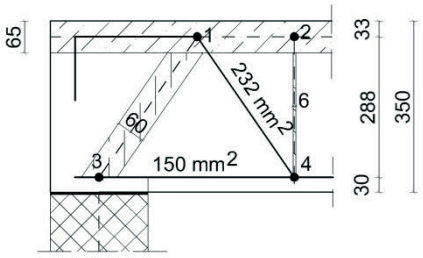


Rys. 3. a) Model kratownicowy, b) Siły osiowe w elementach kratownicy zastępczej

Wysokość kratownicy zastępczej przedstawionej na rysunku 3a, skorygowano tak, aby szerokość pasa ściskanego mieściła się w obrysie konturu belki.

Wyniki obliczeń niezbędnej szerokości dla elementów ściskanych oraz przyjętego zbrojenia rozciąganego przedstawiono na rysunku 4. Ciężar zbrojenia rozciąganego w analizowanym obszarze D, z uwzględnieniem wymaganej długości zakotwienia zbrojenia wynosi 2,25 kg.

Model 1 złożony jest z 8 elementów podstawowych: 4 „W"+ 3 „S"+ 2 „T", gdzie: W- oznacza węzły, S- elementy ściskane, T – elementy rozciągane. Niezawodność elementów ściskanych występujących w modelu kratownicy jest jednakowa dla pas górnego, krzyżulca, słupka i wynosi: β = 4,26. Dla elementów rozciąganych tj. pasa dolnego i krzyżulca wskaźnik niezawodności wynosi: β =4.82. Dla każdego z węzłów oznaczonych na rysunku 3 cyframi od 1 do 4, w zależności od typu węzła: CC, CCT lub CTT, obliczono wskaźnik niezawodności. Otrzymane wartości wynoszą: W1 i W3- β =4,42, W2- β =4,95, W4- β =4,58.



Rys. 4. Wymiary elementów w modelu kratownicowym 1

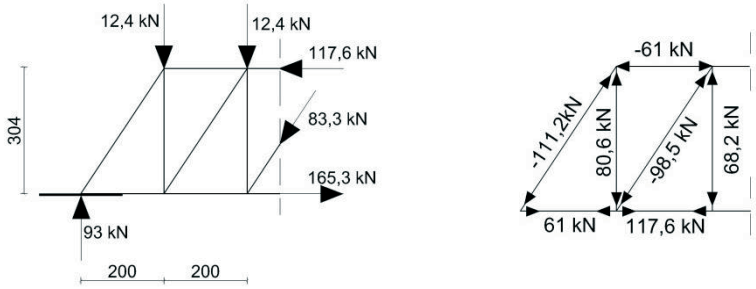
Przedstawiony model ma szeregową strukturę niezawodnościową, ponieważ elementy nie są w pełni skorelowane i nie są rozłączne to prawdopodobieństwo awarii można oszacować z zależności (11). Przy założonej pełnej korelacji elementów otrzymujemy najniekorzystniejszy wskaźnik niezawodności i dla przedstawionej kratownicy zastępczej wynosi: $\beta = 3{,}92$.

Dla całej analizowanej belki przy założeniu pełnej korelacji w połączonych szeregowo obszarach D-B-D wskaźnik niezawodności wynosi: $\beta = 3{,}72$ i jest mniejszy od $\beta_d = 3{,}8$.

4.2. Model 2

Model 2 jest statycznie wyznaczalnym modelem intuicyjnymi, z rozciąganymi prętami pionowymi, odwzorowującymi zbrojenie strzemionami w strefie podporowej. Przyjęty model przedstawia rys. 5.

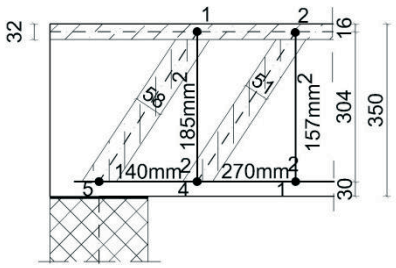
a) b)



Rys. 5. a) Model kratownicowy, b) Siły osiowe w elementach kratownicy zastępczej

Analogicznie jak w modelu 1 wysokość kratownicy zastępczej przedstawionej na rysunku 5a, skorygowano tak, aby szerokość pasa ściskanego mieściła się w obrysie konturu belki. Wyniki obliczeń niezbędnej szerokości dla elementów ściskanych oraz przyjętego zbrojenia rozciąganego przedstawiono na rysunku 6. Ciężar zbrojenia rozciąganego w analizowanym obszarze D, z uwzględnieniem wymaganej długości zakotwienia zbrojenia wynosi 2,68 kg.

Model 2 złożony jest z 12 elementów podstawowych: 5 „W”+ 3 „S”+ 4 „T”. Wskaźnik niezawodności elementów rozciąganych, ściskanych i węzłów analogicznie jak w modelu 1. Powyższy model ma również szeregową strukturę niezawodnościową i przy założeniu pełnej korelacji elementów wskaźnik niezawodności dla przedstawionej kratownicy zastępczej wynosi: $\beta = 3{,}88$ natomiast dla całej belki przy założeniu pełnej korelacji połączenia szeregowego obszarów D-B-D wynosi: $\beta = 3{,}69 < 3{,}8$.

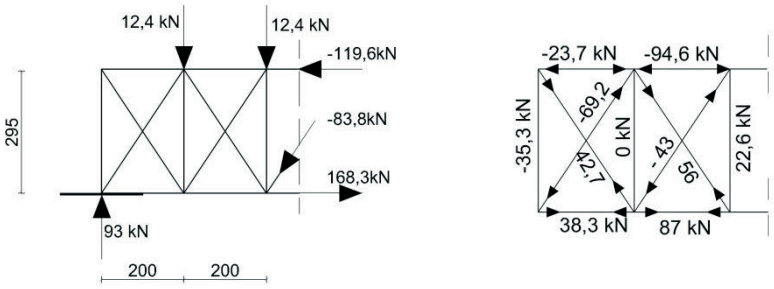


Rys. 6. Wymiary elementów w modelu kratownicowym 2

4.3. Model 3

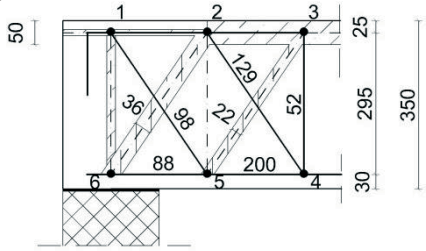
Modelem 3 jest wewnętrznie statycznie niewyznaczalna kratownica przedstawiona na rysunku 7.

a) b)



Rys. 7. a) Model kratownicowy, b) Siły osiowe w elementach kratownicy zastępczej

Wyniki obliczeń niezbędnej szerokości dla elementów ściskanych oraz przyjętego zbrojenia rozciąganego przedstawiono na rysunku 8. Ciężar zbrojenia rozciąganego w analizowanym obszarze D, z uwzględnieniem wymaganej długości zakotwienia zbrojenia wynosi 2,74 kg.



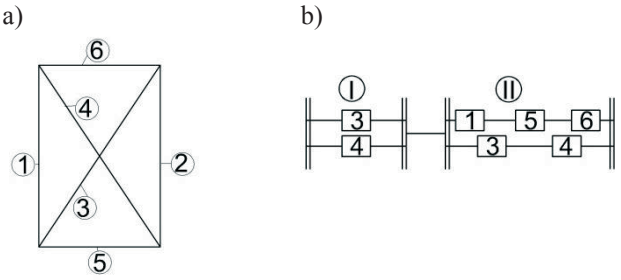
Rys. 8. Wyniki obliczeń głównych elementów modelu 3 (pole powierzchni zbrojenia rozciąganego na rysunku podano w mm^2)

Struktura niezawodnościowa modelu 3 odpowiada systemowi równoległo-szeregowemu. Schemat niezawodności jednego pola statycznie niewyznaczalnego dla przyjętej kratownicy zastępczej przedstawia rysunek 9.

Niezawodność bloku pierwszego złożonego z elementów 3 i 4 połączonych równolegle wynosi: $Q_I = 1\text{-}7{,}35*10^{-12}$.

Niezawodność układu IIa- złożonego z połączonych szeregowo elementów 1, 6 i 5 oraz układu IIb- złożonego również z połączonych szeregowo elementów 3 i 4 wynosi odpowiednio: $Q_{IIa} = 1\text{-}2{,}12*10^{-5}$, $Q_{IIb} = 1\text{-}1{,}10*10^{-5}$. Niezawodności całego bloku II złożonego z elementów IIa i IIb połączonych równolegle wynosi: $Q_{II} = 1\text{-}1{,}43*10^{-10}$.

Niezawodność szeregowo połączonych bloków I i II wynosi: $Q_{I\,i\,II}$= 1-1,46*10^{-9}.



Rys. 9. a) Oznaczenie prętów kratownicy, b) System niezawodności jednego pola kratownicy statycznie niewyznaczalnej

Niezawodność całej kratownicy zastępczej przyjętej w modelu 3 składającej się z dwóch połączonych szeregowo systemów przedstawionych na rysunku 9a oraz 6 węzłów o strukturze mieszanej równoległo-szeregowej. Niezawodność węzłów o strukturze mieszanej w zależności od typu węzła wynosi od Q = 1-3,15*10^{-11} do Q = 1-1,05*10^{-10}. Niezawodność całego modelu 3 wynosi Q = 1-3,23*10^{-9}, a wskaźnik niezawodności β = 5,7.

Niezawodność całej belki przy pełnej korelacji wydzielonych obszarów wynosi: β = 4,20 >3,8.

5. Wnioski

Podsumowując przeprowadzone analizy obliczeniowe można zauważyć, że ocena niezawodności konstrukcji projektowanych metodą klasyczną i z wykorzystaniem modeli kratownicowych prowadzi do bardzo zróżnicowanych wyników. W tradycyjnym obliczaniu elementu niezawodność konstrukcji jest równa niezawodności określonej w przekroju krytycznym, co w efekcie może skutkować zawyżonym wskaźnikiem niezawodności. Konstrukcje projektowane z wykorzystaniem modeli kratownicowych mają ściśle określoną strukturę niezawodnościową, co pozwala na pewniejsze oszacowanie nich niezawodności.

W analizowanym przypadku otrzymany wskaźnik niezawodności β dla całej belki w zależności od modelu kratownicowego strefy przypodporowej wynosi odpowiednio 3,72 dla modelu 1, 3,69 dla modelu 2 i 4,20 dla modelu 3. Jedynie w przypadku modelu statycznie niewyznaczalnego (model 3), spełnione są wymagania EN 1990: 2002 odnośnie warunek niezawodność.

Okazuje się, że statycznie wyznaczalny model ST uzyskany w wyniku optymalizacji (model 1), charakteryzujący się mniejszy ciężarem stali (2,25 kg) ma gorszą strukturą niezawodnościową od modelu statycznie niewyznaczalnego (model 3). Przyjęty intuicyjnie statycznie wyznaczalny model 2 strefy przypodporowej pomimo większego ciężaru stali (2,68 kg) ma najgorszą strukturę niezawodnościową od modelu 1. Czynnikiem mającym istotny na to wpływa jest liczba elementów w kratownicy zastępczej. Węzły rozbudowane składające się z dużej liczby elementów mają gorszą strukturą niezawodnościową od elementów o budowie prostej.

Przeprowadzona analiza obliczeniowa niezawodności węzła podporowego ukształtowanego za pomocą trzech kratownic zastępczych o zróżnicowanej topologii, pokazuje że optymalizacja modeli ST powinna być zagadnieniem wielokryterialnym, tak aby otrzymane modele charakteryzowała optymalna sztywność przy założonej objętości lub masie oraz maksymalna niezawodność.

Literatura

1 Schlaich J., Schafer K. The Design of Structural Concrete. IABSE Workshop, New Delhi, 1993.
2 Starosolski W., Konstrukcje żelbetowe według Eurokodu 2 i norm powiązanych, tom 3, PWN, Warszawa 2012.
3 Urban T., Przykłady projektowania żelbetowych wsporników, Politechnika Łódzka, Łódź 2011.
4 Knauff M., Obliczanie konstrukcji żelbetowych według Eurokodu 2, PWN , Warszawa 2012.
5 ENV-1992-1-1:1991: Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 1-1.
6 PN-EN-1992-1-1: 2008/NA:2010: Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu . Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
7 Woliński Sz., Kryterium wyboru modeli analogii kratownicowej ST w projektowaniu elementów żelbetowych, Inżynieria i Budownictwo, Nr 9/2012, str. 494-497.
8 J. K. Guest, J. H. Prévost, T. Belytschko: Achieving minimum length scale in topology optimization using nodal design variables and projection functions. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2004; 61:238–254.
9 Żukowski S., Ocena bezpieczeństwa płaskich konstrukcji prętowych w aspekcie teorii przystosowania. Oficyna Wydawnicza Politechnki Wrocławskiej, Wrocław 2006.
10 Nowak A.S, Collins K.R: Reliability of Structures. McGraw-Hill Higher Education, 2000.

The reliability of the support zone of beams formed with the use of ST models

Lidia Buda-Ożóg[1]

[1] *Department of Building Structures, Faculty of Civil and Environmental Engineering, Rzeszow University of Technology, e–mail: lida@prz.edu.pl*

Abstract: The following paper presents the analysis of the reliability assessment of a reinforced concrete beam whose shear zone was formed with the use of various truss models. Model 1 is a truss model that was generated using topological optimization. Model 2 is an intuitive model with vertical, tension bars which represent reinforcement in the shear zone by means of stirrups. Model 3 is a statically indeterminate truss. The conducted analysis of reliability of a support node formed with the use of three substitute trusses of varied topology shows that statically determinate models produce lower structural reliability than statically indeterminate models and thus the optimization of ST models should be considered on multi-criteria basis with the aim of obtaining models that are characterized by optimum stiffness and maximum reliability.

Keywords: reliability, ST models, beam, optimization, concrete, structural design